

Управление в социально-экономических системах Control in social and economic systems

Научная статья
УДК 69.003
DOI: 10.14529/ctcr230204

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА РИСКОВ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ СТРОИТЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

С.А. Баркалов, bsa610@yandex.ru
С.И. Моисеев, mail@moiseevs.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6136-9763>
Е.А. Серебрякова, sea-parish@mail.ru
Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия

Аннотация. Учет возможных рисков, влияющих на успешную реализацию проектов в сфере строительства, является одной из важнейших задач планирования и управления строительством. Основной проблемой для учета рисков является то, что они возникают под влиянием случайных факторов в условиях высокой неопределенности. Поэтому подавляющее большинство методов учета рисков в строительстве основываются на вероятностных моделях. Учитывая то, что в последнее время уровень неопределенности практически во всех сферах хозяйственной деятельности значительно вырос, требуется разработка новых подходов к анализу рисков, которые бы максимально точно и быстро реагировали на возникающие угрозы. **Цель исследования** заключается в разработке математической модели, основанной на теории случайных марковских процессов, позволяющей в вероятностном подходе анализировать негативное влияние неблагоприятных факторов на реализацию строительных проектов в динамике их поступления в условиях высокой неопределенности с целью повышения эффективности выполнения строительных работ. **Материалы и методы.** В основе приведенной в работе модели оценки риска влияния неблагоприятных факторов на строительный проект лежит теория марковских случайных процессов, позволяющая оценить вероятность реализации возможных угроз с разной степенью ущерба, рассчитать риски при выполнении строительных работ. Модель предполагает, что угрозы, несущие разный уровень ущерба строительному проекту, поступают в случайные моменты времени и требуют разное время для их ликвидации. Для реализации модели приведена система дифференциальных уравнений, которая решается численными методами. Проведен анализ решения в различных условиях поступления угроз. Отдельно рассмотрено влияние негативных факторов на строительный проект при длительной его реализации. Проведен анализ влияния временных и вероятностных параметров задачи на степень рисков при реализации строительных проектов. **Результаты.** Показана актуальность разработки модели оценки рисков при реализации строительных проектов, поставлены цели и задачи к научному исследованию. Приведены и обоснованы пути решения поставленных задач. Разработана математическая модель, позволяющая оценить вероятности нахождения строительного проекта в различных состояниях, различающихся разной степенью риска при реализации проекта. На основе численных методов, приведена практическая реализация модели при различных параметрах, характеризующих влияние негативных факторов на ход реализации строительного проекта. Проанализированы результаты практической реализации модели, даны рекомендации по использованию модели на практике. **Заключение.** Приведенная динамическая модель оценки риска при реализации строительных проектов может служить основой для построения системы оптимального управления ходом выполнения строительных работ и принятию решений по организации строительных мероприятий.

Ключевые слова: управление строительством, риски, реализация строительных проектов, негативные факторы, математическое моделирование, марковские случайные процессы

Для цитирования: Баркалов С.А., Моисеев С.И., Серебрякова Е.А. Динамическая модель анализа рисков при реализации строительных проектов на основе марковских случайных процессов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2023. Т. 23, № 2. С. 40–51. DOI: 10.14529/ctcr230204

RISK ANALYSIS DYNAMIC MODEL IN THE IMPLEMENTATION OF CONSTRUCTION PROJECTS BASED ON MARKOV RANDOM PROCESSES

S.A. Barkalov, bsa610@yandex.ru

S.I. Moiseev, mail@moiseevs.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6136-9763>

E.A. Serebryakova, sea-parish@mail.ru

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

Abstract. Accounting for possible risks that affect the successful implementation of construction projects is one of the most important tasks in planning and managing construction. The main problem for risk accounting is that they arise under the influence of random factors under conditions of high uncertainty. Therefore, the vast majority of risk accounting methods in construction are based on probabilistic models. Given the fact that recently the level of uncertainty in almost all areas of economic activity has increased significantly, it is necessary to develop new approaches to risk analysis that would respond as accurately and quickly as possible to emerging threats. **Aim.** The purpose of the study is to develop a mathematical model based on the theory of random Markov processes, which allows, in a probabilistic approach, to analyze the negative impact of adverse factors on the implementation of construction projects in the dynamics of their receipt under conditions of high uncertainty in order to increase the efficiency of construction work. **Materials and methods.** The risk assessment model of the influence of unfavorable factors on a construction project, presented in the paper, is based on the theory of Markov random processes, which makes it possible to assess the probability of the implementation of possible threats with varying degrees of damage, and to calculate risks during construction work. The model assumes that threats that cause different levels of damage to a construction project arrive at random times and require different times to eliminate them. To implement the model, a system of differential equations is given, which is solved by numerical methods. An analysis of the solution under various conditions of threats is carried out. The influence of negative factors on the construction project during its long-term implementation is considered separately. The analysis of the influence of temporal and probabilistic parameters of the task on the degree of risks in the implementation of construction projects was carried out. **Results.** The relevance of developing a risk assessment model for the implementation of construction projects is shown, goals and objectives for scientific research are set. The ways of solving the set tasks are given and substantiated. A mathematical model has been developed that makes it possible to estimate the probabilities of finding a construction project in various states, differing in different degrees of risk during the implementation of the project. On the basis of numerical methods, the practical implementation of the model is given for various parameters characterizing the influence of negative factors on the progress of the construction project. The results of the practical implementation of the model are analyzed, recommendations are given for using the model in practice. **Conclusion.** The presented dynamic risk assessment model for the implementation of construction projects can serve as the basis for building an optimal control system for the progress of construction work and making decisions on the organization of construction activities.

Keywords: construction management, risks, implementation of construction projects, negative factors, mathematical modeling, Markov random processes

For citation: Barkalov S.A., Moiseev S.I., Serebryakova E.A. Risk analysis dynamic model in the implementation of construction projects based on Markov random processes. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2023;23(2):40–51. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr230204

Введение

Одним из важнейших и актуальных направлений успешной реализации строительных проектов является учет и, как следствие, снижение организационно-технологических рисков в строительной сфере. Проявляются организационно-технологические риски на всех стадиях реализации строительных проектов, начиная от проектирования и заканчивая реализацией произведенной продукции строительства. Процесс реализации строительных проектов, комплексов работ или меро-

приятий в современных условиях невозможно представить без анализа и оценки рисков при их выполнении, который проводится на основании разнообразных методов, моделей и подходов [1–3].

Учет рисков в строительной сфере основывается на трех базовых аспектах, которые лежат в основе успешного завершения строительных проектов [4]:

- временной аспект, результатом выполнения которого является завершение строительных проектов в заданные сроки;
- стоимостной аспект, который подразумевает то, что реальная стоимость реализации строительного проекта не будет превышать заранее определенной сметы;
- качественный аспект, который предполагает, что качество строительного объекта будет не ниже допустимых пределов.

В контексте данных аспектов и учитывают потенциальные риски при реализации строительных проектов. Соответственно, в зависимости от направленности воздействия рисков зависит и возможный ущерб от наступления негативных ситуаций.

Основной проблемой для их учета является то, что риски возникают под влиянием случайных факторов в условиях высокой неопределенности [5, 6]. Поэтому подавляющее большинство методов учета рисков в строительстве основываются на вероятностных моделях. Учитывая то, что в последнее время уровень неопределенности практически во всех сферах хозяйственной деятельности значительно вырос, требуется разработка новых подходов к анализу рисков, которые бы максимально точно и быстро реагировали на возникающие угрозы.

Таким образом, направление научных исследований, связанное с разработкой новых и усовершенствованием имеющихся подходов к учету рисков в строительной сфере, является актуальным и практически востребованным в настоящее время.

Целью данной работы является разработка математической модели учета негативного влияния неблагоприятных факторов на реализацию строительных проектов в динамике их поступления в условиях высокой неопределенности. Математическая модель основана на теории марковских случайных процессов. Сначала приведем предпосылки ее использования для анализа рисков в сфере строительства.

Предпосылки использования теории случайных процессов при анализе рисков в строительстве

Как было сказано ранее, при проведении строительных работ свойственна ситуация, когда условия их проведения меняются быстро и непредсказуемо, развитие событий носят вероятностный характер и предсказать точно влияние внешних условий на результат реализации строительного проекта оказывается невозможно. Моделирование процесса реализации строительных работ с течением времени в таких ситуациях возможно только в вероятностном подходе и модель должна основываться на стохастических методах.

Для динамического моделирования процесса реализации строительных работ и проектов, в том числе с учетом возможного риска от воздействия негативных факторов, рационально использовать математические методы моделирования, основанные на теории марковских случайных процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием [7–9].

Для применения данной модели необходимо обязательное требование, чтобы переходы между состояниями системы реализации строительных проектов, которые обозначим как S_i и S_j , осуществлялись под влиянием некоторого потока событий с интенсивностью λ_{ij} , который связан со средним временем T_{ij} нахождения системы в состоянии S_i перед переходом в состояние S_j . При этом данный поток событий должен быть потоком Пуассона [7].

Согласно [10], пуассоновские и близкие к ним по структуре потоки событий часто встречаются в задачах реализации строительных и иных проектов, на которые оказывают воздействие как позитивное, так и негативное большое число случайных внешних факторов. Учитывая это, при моделировании процессов ведения строительных работ чаще всего идет наложение (суммирование) потоков событий, связанных с влиянием внешних факторов различной природы, или их случайное разрежение, поэтому чаще всего воздействующие случайные факторы, обуславливающие эти потоки, являются независимыми. Это дает основание с высокой точностью для математического моделирования применять теорию марковских случайных процессов с дискретным состоянием для динамического описания степени риска и ущерба в вероятностном подходе [11].

При построении математической модели сделаем еще одно допущение и будем считать, что интенсивности переходных потоков событий λ_{ij} являются стационарными, то есть их параметры не зависят от времени. Если же возникнет необходимость рассматривать нестационарные потоки событий с интенсивностью, зависящей от времени $\lambda_{ij}(t)$, то на необходимом для анализа временном интервале реализации строительного проекта от t_1 до t_2 можно использовать среднюю интенсивность переходных потоков λ_{ij} , которая для этого временного интервала можно усреднить интегрированием:

$$\lambda_{ij} = \int_{t_1}^{t_2} t \cdot \lambda_{ij}(t) dt.$$

Таким образом, можно обоснованно сказать, что для построения динамической модели анализа рисков в вероятностном подходе при реализации строительных проектов и проведении комплексов работ рационально использовать теорию марковских случайных процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием.

Математическая модель задачи

Рассмотрим некоторый строительный проект, комплекс работ или строительных мероприятий, который находится в стадии реализации. Если на данный проект не воздействуют факторы внешней среды или их воздействие незначительно и не может повлиять на изменение процесса реализации проекта в худшую сторону, то проект реализуется в соответствии с планом, вероятность его завершения в соответствии с проектной документацией считается достоверной, риски нулевые, и будем называть такой процесс реализации строительного проекта плановым.

В случайные моменты времени могут возникать некоторые обстоятельства, которые мешают нормальному процессу реализации строительного проекта и которые вызваны негативным влиянием внешней среды, риски в срыве плановой реализации проекта возрастают. Будем называть эти обстоятельства негативным влиянием или проявлением негативных факторов.

Для более точного моделирования рационально дифференцировать негативное влияние по степени его воздействия на реализацию строительного проекта.

Введем три категории негативных факторов по степени приносимого ими ущерба:

- факторы, способные принести слабый ущерб плановой реализации проекта;
- факторы, способные принести умеренный ущерб;
- факторы, способные принести значительный ущерб плановой реализации строительного проекта.

Понятно, что такое разделение негативного влияния и рисков, с ним связанных, субъективно, но всегда методами экспертного оценивания [11] при реализации конкретных строительных проектов можно отнести негативные факторы к той или иной категории.

С другой стороны, при влиянии негативных факторов система организации строительства пытается их ликвидировать или нивелировать, минимизируя ущерб и пытаясь перейти к плановой реализации строительного проекта. Мероприятия ликвидации угроз зависит от характера и объема негативных внешних воздействий, оперативной ситуации и времени, отводимого на ликвидацию угроз.

В качестве числовых характеристик, определяющих процесс поступления внешнего негативного воздействия и его ликвидации при реализации строительных проектов, определим временные параметры:

T_0 – среднее время между проявлением негативных факторов за время плановой или иной реализации строительного проекта;

T_1 – среднее время ликвидации фактора, способного принести слабый ущерб плановой реализации проекта;

T_2 – среднее время ликвидации фактора, способного принести умеренный ущерб плановой реализации проекта;

T_3 – среднее время ликвидации фактора, способного принести значительный ущерб плановой реализации проекта.

Также стоит ввести следующие вероятностные параметры:

p_1 – вероятность того, что при негативном влиянии будет причинен слабый ущерб (или, по-

другому, доля негативных факторов, способных причинить слабый ущерб плановой реализации проекта среди всего множества негативных факторов);

p_2 – вероятность того, что при негативном влиянии будет причинен умеренный ущерб;

p_3 – вероятность того, что при негативном влиянии будет причинен значительный ущерб.

Введем следующие состояния случайного процесса:

S_0 – реализация строительного проекта находится в плановом состоянии;

S_1 – на процесс реализации строительного проекта начали влиять негативные факторы, которые могут привести к слабому ущербу, проводятся мероприятия по их ликвидации;

S_2 – на строительный проект начали влиять негативные факторы, которые могут привести к умеренному ущербу, проводятся мероприятия по их ликвидации;

S_3 – на строительный проект начали влиять негативные факторы, которые могут привести к значительному ущербу, проводятся мероприятия по их ликвидации.

Переходы между состояниями случайного процесса, интенсивности переходных потоков, приводящих к смене состояний, а также особенности их получения, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Переходы между состояниями случайного процесса и их характеристики

Table 1

Transitions between states of a random process and their characteristics

Переход между состояниями	Интенсивность переходного потока	Пояснения к переходу
$S_0 - S_1$	$\lambda_{01} = p_1/T_0$	При плановой реализации строительного проекта возникли негативные факторы, способные привести к слабому ущербу
$S_0 - S_2$	$\lambda_{02} = p_2/T_0$	При плановой реализации строительного проекта возникли негативные факторы, способные привести к умеренному ущербу
$S_0 - S_3$	$\lambda_{03} = p_3/T_0$	При плановой реализации строительного проекта возникли негативные факторы, способные привести к значительному ущербу
$S_1 - S_0$	$\lambda_{10} = 1/T_1$	Влияние факторов, способных привести к слабому ущербу, ликвидировано, процесс строительства вернулся к плановому режиму
$S_1 - S_2$	$\lambda_{12} = p_2/T_0$	При ликвидации негативных факторов, способных причинить слабый ущерб, произошло поступление новых негативных факторов, способных причинить умеренный ущерб, производится ликвидация негативных факторов. Если возможный ущерб при появлении новых негативных факторов ожидается слабый, то это не меняет состояния случайного процесса
$S_1 - S_3$	$\lambda_{13} = p_3/T_0$	При ликвидации негативных факторов, способных причинить слабый ущерб, произошло поступление новых негативных факторов, способных причинить значительный ущерб, производится ликвидация негативных факторов. Если возможный ущерб при влиянии новых негативных факторов ожидается слабый, то это не меняет состояния случайного процесса
$S_2 - S_0$	$\lambda_{20} = 1/T_2$	Влияние факторов, способных привести к умеренному ущербу, ликвидировано, процесс строительства вернулся к плановому режиму
$S_2 - S_3$	$\lambda_{23} = p_3/T_0$	При ликвидации негативных факторов, способных причинить умеренный ущерб, произошло поступление новых негативных факторов, способных причинить значительный ущерб, производится ликвидация негативных факторов. Если возможный ущерб при влиянии новых негативных факторов ожидается слабый или умеренный, то это не меняет состояния случайного процесса
$S_3 - S_0$	$\lambda_{30} = 1/T_3$	Влияние факторов, способных привести к значительному ущербу, ликвидировано, процесс строительства вернулся к плановому режиму

На основании данных из табл. 1 можно построить граф состояний случайного процесса, который изображен на рис. 1.

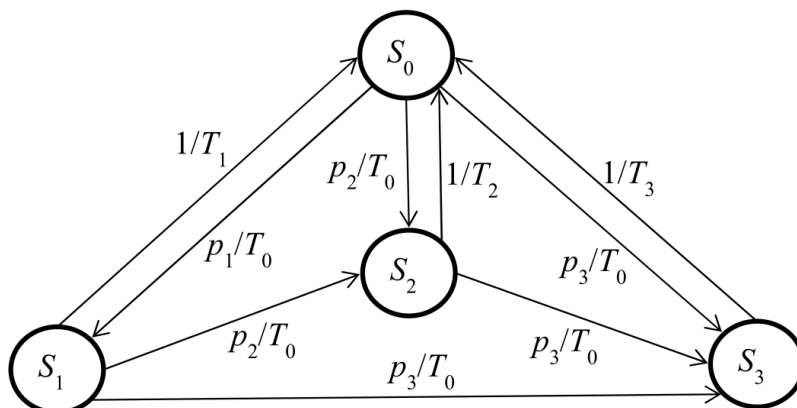


Рис. 1. Граф состояний случайного процесса
Fig. 1. Graph of states of a random process

Для описания динамики ликвидации негативных факторов с разными последствиями их влияния по модели марковских случайных процессов необходимо вычислить временные зависимости вероятностей каждого состояния: $P_0(t), P_1(t), P_2(t), P_3(t)$, которые имеют смысл вероятности того, что в произвольный момент времени t случайный процесс будет находиться в состоянии S_0, S_1, S_2 либо S_3 . Вероятность исходного состояния $P_0(t)$ будет равна вероятности того, что реализация строительного проекта находится в плановом состоянии.

В соответствии с графом состояний, который изображен на рис. 1, можно построить матрицу переходных интенсивностей переходных потоков $\lambda_{ij}, i = 0, 1, 2, 3; j = 0, 1, 2, 3$, которая приведена в табл. 2.

Таблица 2
Матрица интенсивностей переходных потоков
случайного процесса

Table 2

The matrix of intensities of transient flows
of a random process

Состояния	S_0	S_1	S_2	S_3
S_0	0	p_1/T_0	p_2/T_0	p_3/T_0
S_1	$1/T_1$	0	p_2/T_0	p_3/T_0
S_2	$1/T_2$	0	0	p_3/T_0
S_3	$1/T_3$	0	0	0

Из рис. 1 и табл. 2 видно, что случайный процесс является эргодическим и на основании матрицы интенсивностей переходных потоков случайного процесса для нахождения вероятностей состояний составляем систему дифференциальных уравнений Колмогорова [8] вида:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = \frac{P_1(t)}{T_1} + \frac{P_2(t)}{T_2} + \frac{P_3(t)}{T_3} - \frac{P_0(t)}{T_0}; \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \frac{p_1}{T_0} P_0(t) - P_1(t) \cdot \left(\frac{1}{T_1} + \frac{p_2 + p_3}{T_0} \right); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \frac{p_2}{T_0} \cdot (P_0(t) + P_1(t)) - P_2(t) \cdot \left(\frac{1}{T_2} + \frac{p_3}{T_0} \right); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = \frac{p_3}{T_0} \cdot (P_0(t) + P_1(t) + P_2(t)) - \frac{P_3(t)}{T_3}. \end{cases} \quad (1)$$

Система уравнений (1) содержит линейно зависимые уравнения, и для получения частного невырожденного решения можно одно из уравнений системы заменить на необходимое условие нормировки вида:

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1,$$

сделаем это с последним уравнением. В итоге получим систему дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = \frac{P_1(t)}{T_1} + \frac{P_2(t)}{T_2} + \frac{P_3(t)}{T_2} - \frac{P_0(t)}{T_0}; \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \frac{p_1}{T_0} P_0(t) - P_1(t) \cdot \left(\frac{1}{T_1} + \frac{p_2 + p_3}{T_0} \right); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \frac{p_2}{T_0} \cdot (P_0(t) + P_1(t)) - P_2(t) \cdot \left(\frac{1}{T_2} + \frac{p_3}{T_0} \right); \\ P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Для нахождения решения системы дифференциальных уравнений (2) в численном виде используем начальные условия:

$$P_0(0) = 1; P_1(0) = 0; P_2(0) = 0; P_3(0) = 0; \quad (3)$$

которые имеют смысл того, что в начальный момент времени система находилась в состоянии S_0 .

Выражения (2) и (3) представляют собой систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [12, 13], которую можно решать разными методами, например, данную систему рационально решить методом собственных значений и собственных векторов [14] либо использовать численные методы с привлечением вычислительной техники.

Анализ результатов

В результате численного решения с использованием математического пакета прикладных программ Mathcad удалось найти численное решение задач (2) и (3), которое в виде графиков представлено на рис. 2. В качестве параметров задачи возьмем типичные их значения, свойственные большинству строительных проектов: $T_0 = 6$ сут, $T_1 = 2$ сут, $T_2 = 3$ сут, $T_3 = 4$ сут, $p_1 = 0,4$, $p_2 = 0,3$, $p_3 = 0,3$.

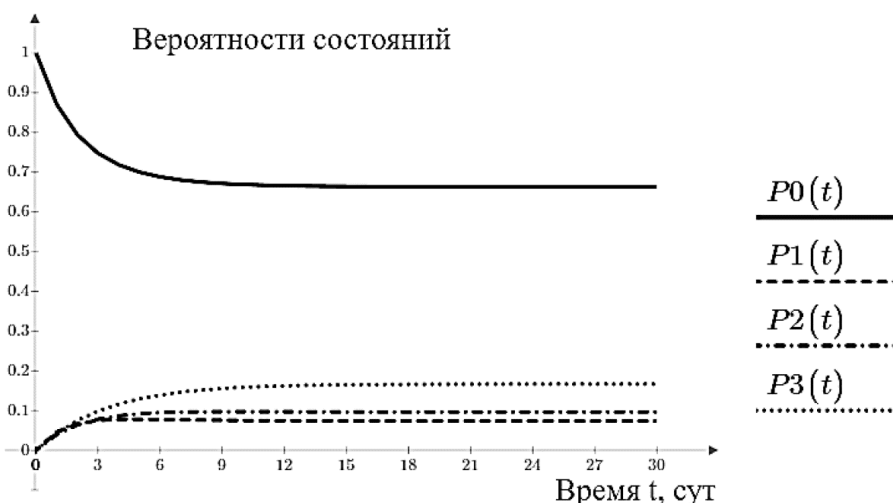


Рис. 2. Динамика изменения вероятностей состояний за 30 суток
Fig. 2. Dynamics of changes in the probabilities of states for 30 days

Здесь наиболее интересной является вероятность состояния S_0 , характеризующего нахождение строительного проекта в плановом состоянии. Из рис. 2 видно, что вероятность этого состояния убывает от начального единичного значения до значений порядка 0,7, что позволит оценивать безрисковую долю времени выполнения строительного проекта. Вероятности состояний

$P_1(t)$, $P_2(t)$ и $P_3(t)$ напротив, позволяют с течением времени оценивать риски причинения слабого, умеренного и значительного ущерба соответственно.

Также интересно рассмотреть вопрос, как вероятностные параметры p_1 , p_2 и p_3 влияют на вероятности состояний. Управлять этими параметрами можно путем анализа рискованных ситуаций, профилактическими действиями и иными мероприятиями, снижающими возможный для реализации строительных проектов ущерб.

Зависимость влияния вероятностных параметров p_1 , p_2 и p_3 на временную зависимость вероятности $P_0(t)$ представлена на рис. 3. На графиках отражены три кривые, соответствующие доминированию негативных факторов с разным уровнем ущерба. Как и ожидалось, наибольшее влияние оказывает фактор, интенсивность которого наибольшая.

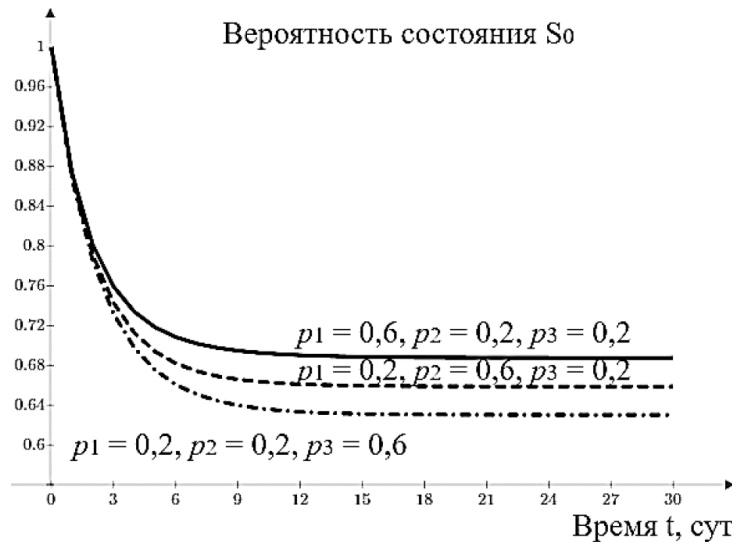


Рис. 3. Влияние вероятностных параметров на вероятность состояния S_0
 Fig. 3. Influence of probabilistic parameters on the probability of the state S_0

Также рассмотрим влияние временных параметров на вероятность состояния S_0 , которое приведено на рис. 4. В качестве основного фактора возьмем среднее время нахождения строительного проекта в плановом состоянии T_0 .

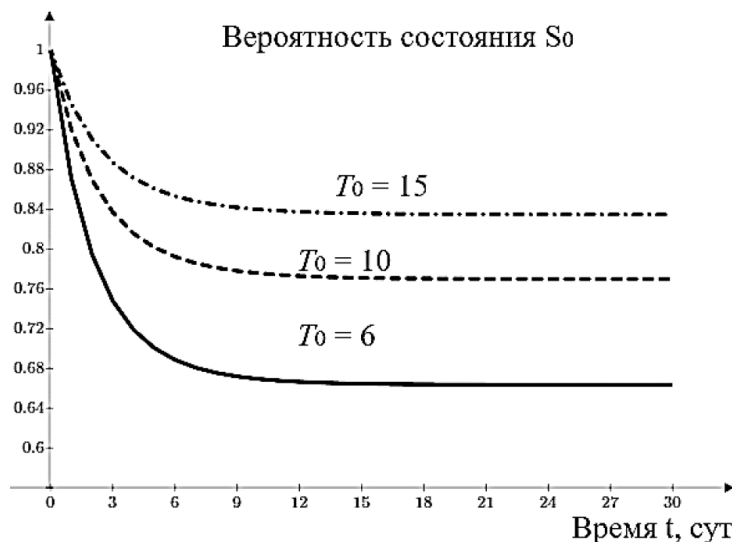


Рис. 4. Влияние временных параметров на вероятность состояния S_0
 Fig. 4. Influence of time parameters on the probability of the state S_0

Графики показывают, что увеличение среднего времени нахождения строительного проекта в плановом состоянии значительно влияет на вероятность безрискового состояния, повышая его.

Анализ рисков при длительной реализации строительного проекта

Из рис. 1–4 видно, что с течением достаточно небольшого времени вероятности состояний приближаются к постоянным значениям и уже слабо зависят от времени. Это обусловлено тем, что все состояния случайного процесса являются транзитивными и сам случайный процесс является эргодическим [7]. Следовательно, с течением времени случайный процесс должен переходить в стационарный режим, когда вероятности состояний не будут зависеть от времени. Такие вероятности P_i принято называть финальными [7, 9]:

$$P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t), \quad i = 0, 1, 2, 3.$$

Как показывают графики, изображенные на рис. 1, случайный процесс переходит в режим, близкий к стационарному уже через 10 суток после начала реализации строительного проекта.

Рассмотрим стационарный режим подробнее. Для нахождения финальных вероятностей необходимо решать систему алгебраических уравнений [7]:

$$\begin{cases} -\frac{P_0}{T_0} + \frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2} + \frac{P_3}{T_3} = 0; \\ \frac{P_1}{T_0} P_0 - \left(\frac{1}{T_1} + \frac{P_2 + P_3}{T_0} \right) \cdot P_1 = 0; \\ \frac{P_2}{T_0} P_0 + \frac{P_2}{T_0} P_1 - \left(\frac{1}{T_2} + \frac{P_3}{T_0} \right) \cdot P_2 = 0; \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Можно исключить из системы (4) переменную P_3 , сократив число уравнений, а также учесть, что $p_3 = 1 - p_1 - p_2$, что позволит сократить число параметров. В итоге вместо (4) можно записать:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{T_3} \right) \cdot P_0 + \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) \cdot P_1 + \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) \cdot P_2 = \frac{1}{T_3}; \\ \frac{P_1}{T_0} P_0 - \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1 - p_1}{T_0} \right) \cdot P_1 = 0; \\ \frac{P_2}{T_0} P_0 + \frac{P_2}{T_0} P_1 - \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1 - p_1 - p_2}{T_0} \right) \cdot P_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Систему алгебраических уравнений (5) несложно решить аналитически, такое решение будет иметь вид (для сокращения записи вновь введен параметр p_3):

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{T_0(T_0 + T_1 - p_1 T_1)(T_0 + p_3 T_2)}{(T_0 + T_1)(T_0 + T_2 - p_2 T_2)(T_0 + p_3 T_3)}; \\ P_1 &= \frac{-p_1 T_0 T_1 (T_0 + p_3 T_2)}{(T_0 + T_1)(T_0 + T_2 - p_1 T_2)(T_0 + p_3 T_3)}; \\ P_2 &= \frac{p_2 T_0 T_2}{(T_0 + T_2 - p_1 T_2)(T_0 + p_3 T_3)}; \\ P_3 &= 1 - P_0 - P_1 - P_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Полученные аналитические зависимости (6) позволяют проводить анализ влияния параметров задачи на финальные вероятности. На рис. 5 приведена зависимость финальной вероятности P_0 , которую можно интерпретировать как среднюю долю времени, которую проводит строительный проект в плановом состоянии S_0 по истечении длительного времени.

Зависимости финальной вероятности P_0 от среднего времени ликвидации негативного воздействия разного типа показывают, что среднее время ликвидации угроз со слабым ущербом оказывает наименьшее влияние на вероятность нахождения строительного проекта в плановом состоянии при краткосрочном времени ликвидации этих угроз, а при длительном времени наименее опасными становятся негативные факторы с умеренным ущербом. Наибольшее воздействие оказывают факторы, приносящие значительный ущерб, хотя разница небольшая и зависит от вре-

менных параметров. Эти зависимости позволят оптимально распределять ресурсы при проведении профилактики влияния негативных факторов на строительный процесс.

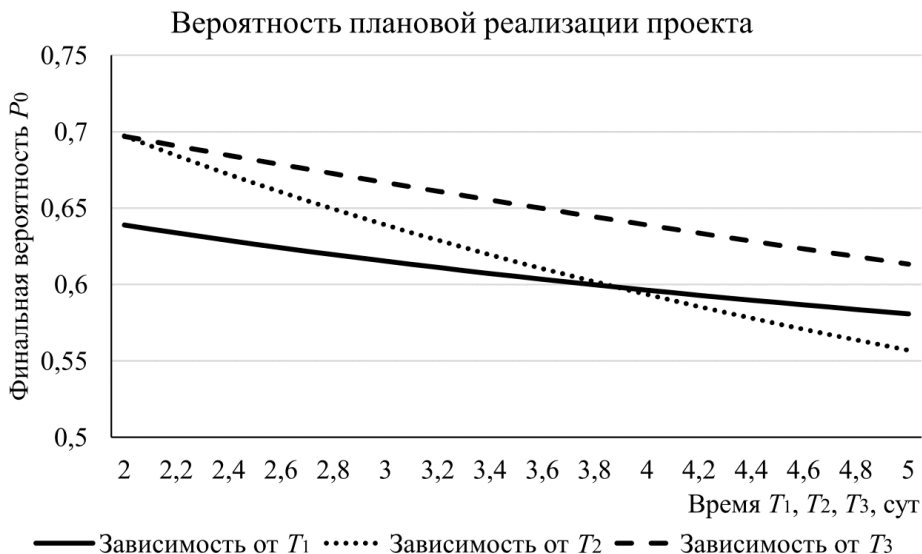


Рис. 5. Графики влияния временных параметров T_1 , T_2 и T_3 на финальную вероятность состояния S_0
Fig. 5. Graphs of the influence of time parameters T_1 , T_2 and T_3 on the final probability of the state S_0

Заключение

Таким образом, была представлена динамическая модель, позволяющая оценивать вероятности причинения ущерба той или иной степени процессу выполнения строительных проектов, комплексов работ и мероприятий в зависимости от времени. Зная вероятности $P_1(t)$, $P_2(t)$ и $P_3(t)$, характеризующие возможность влияния негативных факторов, которые могут нанести соответственно слабый, умеренный или значительный ущерб строительному проекту, а также определив через U_1 , U_2 и U_3 величину такого ущерба, можно, используя формулу для математического ожидания, определить средний ущерб $U(t)$, который может быть причинен строительному проекту в произвольный момент времени его реализации t :

$$U(t) = U_1 \cdot P_1(t) + U_2 \cdot P_2(t) + U_3 \cdot P_3(t). \tag{7}$$

Рассчитанный по формуле (7) средний ущерб принято называть риском строительного проекта [15]. На рис. 6 приведены временные зависимости риска строительных проектов для различных величин ожидаемого ущерба, которые указаны на графиках в виде весовых множителей.

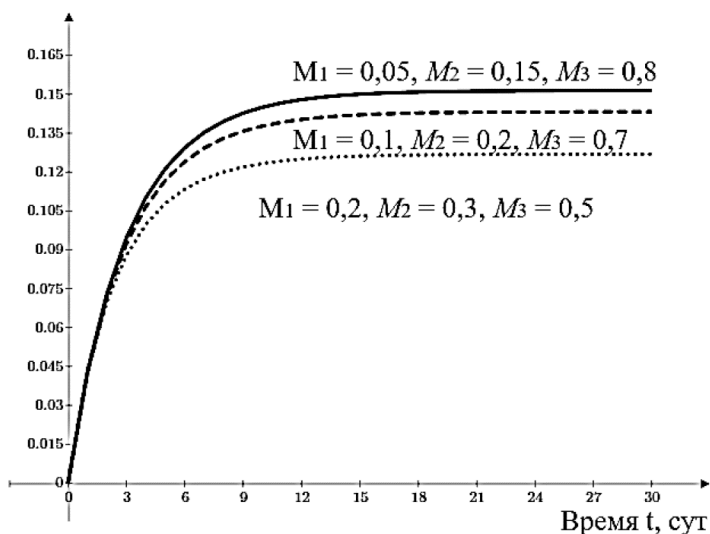


Рис. 6. Величина риска для разного распределения ущерба
Fig. 6. The magnitude of the risk for different distribution of damage

Приведенная динамическая модель оценки риска при реализации строительных проектов может служить основой для построения системы оптимального управления ходом выполнения строительных работ и принятия решений по организации строительных мероприятий.

Список литературы

1. Гладкова Ю.В., Гладков В.П. Этапы принятия управленческих решений // Вестник Пермского государственного технического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2010. № 4. С. 39–44.
2. Баркалов С.А., Курочка П.Н. Формирование управленческого решения на основе построения комплексных оценок // ФЭС: Финансы. Экономика. Стратегия. 2017. № 6. С. 30–36.
3. Маликов Д.З. Этапы разработки управленческих решений // Вестник науки. 2020. Т. 4, № 5 (26). С. 116–120.
4. Barkalov S.A., Kurochka P.N. Model for Determining the Term of Execution of Sub-conflicting Works // Proceedings of Tenth International Conference “Management of Large-scale System Development” (MLSD). 2017. P. 8109598.
5. Баркалов С.А., Глушков А.Ю., Моисеев С.И. Динамическая модель разработки и реализации проекта под влиянием внешних факторов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2020. Т. 20, № 3. С. 76–84. DOI: 10.14529/ctcr200308
6. Гармаш А.Н., Орлова И.В. Математические методы в управлении: учеб. пособие. М.: Вузовский учебник, 2018. 240 с.
7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 1998. 354 с.
8. Маталыцкий М.А. Элементы теории случайных процессов: учеб. пособие. Гродно: ГрГУ, 2004. 326 с.
9. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. М.: Физматлит, 2002. 320 с.
10. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: учеб. пособие. М.: Вузовский учебник; НИЦ Инфра-М; 2013. 389 с.
11. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Математические методы и модели в управлении и их реализация в MS Excel. Воронеж: Воронежский ГАСУ; 2015. 265 с.
12. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: МЦНМО, 2012. 344 с.
13. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения: учеб. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 347 с. (Математика в техническом университете. Вып. VIII).
14. Амелькин В.В. Автономные и линейные многомерные дифференциальные уравнения. М.: Издат. группа URSS, 2010. 144 с.
15. Модели и методы распределения ресурсов в управлении проектами / С.А. Баркалов, И.В. Буркова, В.Н. Колпачев, А.М. Потапенко. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2004. 87 с.

References

1. Gladkova Yu.V., Gladkov V.P. [Stages of managerial decision-making]. *Perm national research polytechnic university bulletin. Electrotechnics, information technologies, control systems*. 2010;4:39–44. (In Russ.)
2. Barkalov S.A., Kurochka P.N. Formation of a management decision based on the construction integrated assessments. *FES: Finance. Economy. Strategy*. 2017;6:30–36. (In Russ.)
3. Malikov D.Z. [Stages of development of managerial decisions]. *Vestnik nauki*. 2020;4(5(26)):116–120. (In Russ.)
4. Barkalov S.A., Kurochka P.N. Model for Determining the Term of Execution of Sub-conflicting Works. In: *Proceedings of Tenth International Conference “Management of Large-scale System Development” (MLSD)*; 2017. P. 8109598.
5. Barkalov S.A., Glushkov A.Yu., Moiseev S.I. Dynamic Model of Development and Implementation of the Project under the Influence of External Factors. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2020;20(3):76–84. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200208

6. Garmash A.N., Orlova I.V. *Matematicheskiye metody v upravlenii: uchebnoye posobiye* [Mathematical Methods in Management: Textbook]. Moscow: Vuzovskiy uchebnyk; 2018. 240 p. (In Russ.)
7. Venttsel' E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchaynykh protsessov i ee inzhenernyye prilozheniya* [The Theory of Random Processes and its Engineering Applications]. Moscow: Vysshaya shkola; 1998. 354 p. (In Russ.)
8. Matalytsky M.A. *Elementy teorii sluchaynykh protsessov: uchebnoye posobiye* [Elements of the Theory of Random Processes: Tutorial]. Grodno: State University of Grodno Publ.; 2004. 326 p. (In Russ.)
9. Miller B.M., Pankov A.R. *Teoriya sluchaynykh protsessov v primerakh i zadachakh* [The Theory of Random Processes in Examples and Problems]. Moscow: Fizmatlit; 2002. 320 p. (In Russ.)
10. Orlova I.V. *Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli: komp'yuternoye modelirovaniye: uchebnoye posobiye* [Economic-Mathematical Methods and Models: Computer Modeling: Textbook]. Moscow: Vuzovskiy uchebnyk, Infra-M; 2013. 389 p. (In Russ.)
11. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Poryadina V.L. *Matematicheskiye metody i modeli v upravlenii i ikh realizatsiya v MS Excel* [Mathematical Methods and Models in Management and Their Implementation in MS Excel]. Voronezh: SUACE Publ.; 2015. 265 p. (In Russ.)
12. Arnold V.I. *Obyknovennyye differentsial'nyye uravneniya* [Ordinary Differential Equations]. Moscow: Moscow Center for Continuing Mathematical Education Publ.; 2012. 344 p. (In Russ.)
13. Agafonov S.A., German A.D., Muratova T.V. *Differentsial'nyye uravneniya: uchebnyk* [Differential Equations]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ.; 2011. 347 p. (Ser. Mathematics at the Technical University. Iss. VIII) (In Russ.)
14. Amel'kin V.V. *Avtonomnyye i lineynyye mnogomernyye differentsial'nyye uravneniya* [Autonomous and linear multidimensional differential equations]. Moscow: Editorial URSS; 2010. 144 p. (In Russ.)
15. Barkalov S.A., Burkova I.V., Kolpachev V.N., Potapenko A.M. *Modeli i metody raspredeleniya resursov v upravlenii proyektami* [Models and methods of resource allocation in project management]. Moscow: V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences; 2004. 87 p. (In Russ.)

Информация об авторах

Баркалов Сергей Алексеевич, д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой управления, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; bsa610@yandex.ru.

Моисеев Сергей Игоревич, канд. физ.-мат. наук, доц., доц. кафедры управления, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; mail@moiseevs.ru.

Серебрякова Елена Анатольевна, канд. экон. наук, доц., доц. кафедры цифровой и отраслевой экономики, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия; sea-parish@mail.ru.

Information about the authors

Sergey A. Barkalov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head of the Department of Management, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; bsa610@yandex.ru.

Sergey I. Moiseev, Cand. Sci. (Phys. and Math.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Management, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; mail@moiseevs.ru.

Elena A. Serebryakova, Cand. Sci. (Econ.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Digital and Industrial Economics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia; sea-parish@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 07.03.2023

The article was submitted 07.03.2023