Научная статья
УДК 519.863
DOI: 10.14529/ctcr240209

О МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАКУПКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ И БЮДЖЕТНОЙ КОНКУРЕНЦИИ ШКОЛ

А.В. Щепкин[1], *av_shch@mail.ru*
М.П. Лихолип[2], *m.likholip@phystech.edu*
А.Д. Богданов[2], *andrey.bogdanov@phystech.edu*
[1] *Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, Москва, Россия*
[2] *Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия*

Аннотация. Образовательные учреждения регулярно приобретают служебное и педагогическое оборудование для обеспечения качественного образовательного процесса. В условиях ограниченного бюджета и конкуренции между учреждениями становится важным оптимальное распределение ресурсов и эффективное управление закупками. Работа развивает подходы к применению теории игр для моделирования закупок в образовательной сфере. В первой части рассматривается обобщение одноэтапных аукционов лотов закупок на случай неоднородной информированности участников. Приобретенные знания позволяют участникам снизить неопределенность результатов закупок и обойти более сильных участников рынка с более выгодными предложениями. В частности, определена оптимальная стратегия для случая информированности только одного игрока и количественный порядок нивелирования нежелательного преимущества путем включения дополнительных игроков. Во второй части работы рассматриваются механизмы долговременной бюджетной конкуренции между школами. Для исследования данной постановки используются широко известные модели Рубенштейна, а также Бэрона и Фереджона из теории игр. Проведена предметная аналогия между конкуренцией и многостадийными торгами, определены ключевые параметры, определяющие результаты соперничества. **Цель работы:** оценить применимость методов моделирования для сферы образования. **Материалы и методы.** Для моделирования используется математический аппарат динамических игр, включающий методы вероятностного моделирования, теории игр и оптимизации. Определяющим критерием принятия решения игроков служит наибольшая полезность, рассчитываемая на основании доступной информации. Вывод результатов моделирования выполняется аналитически посредством оптимизации с учетом дисконтирования функции полезности во времени. **Результаты.** Ценность работы представляет предметная интерпретация моделей теорией игр для управления в сфере образования. Разбор модельных ситуаций формирует представление о поведении агентов при регулировании рынка закупок и определение их бюджетирования. **Заключение.** Проведен анализ моделей теории игр применительно к сфере образования. Показано, что степень информированности игроков о базовых функциях может значительно влиять на их решения и итог закупок.

Ключевые слова: школьное образование, конкуренция, принятие решений, олигополия, монополия, аукцион, теория игр

Для цитирования: Щепкин А.В., Лихолип М.П., Богданов А.Д. О моделировании закупки образовательного оборудования и бюджетной конкуренции школ // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2024. Т. 24, № 2. С. 97–106. DOI: 10.14529/ctcr240209

Original article
DOI: 10.14529/ctcr240209

PROCUREMENT OF EDUCATIONAL EQUIPMENT AND BUDGET COMPETITION MODELING

A.V. Shchepkin[1], *av_shch@mail.ru*
M.P. Likholip[2], *m.likholip@phystech.edu*
A.D. Bogdanov[2], *andrey.bogdanov@phystech.edu*
[1] *V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*
[2] *Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russia*

Abstract. Educational establishments regularly acquire administrative and pedagogical equipment to ensure a quality educational process. In the context of limited budgets and competition among institutions, optimal resource allocation and efficient procurement management become crucial. This study builds upon approaches by applying game theory to model procurement in the educational sector. The first part extends single-stage auction models of procurement to account for heterogeneous participant information. Acquired knowledge enables participants to reduce uncertainty in procurement outcomes and outmaneuver stronger market participants with more favorable offers. Specifically, an optimal strategy is identified for the scenario where only one player possesses information, along with a quantitative order of neutralizing the undesired advantage through additional player inclusion. The second part of the study examines mechanisms of long-term budgetary competition among schools. Well-known Rubinstein, Baron, and Ferejohn game theory models are employed to investigate this setup. A substantive analogy between competition and multi-stage negotiations is drawn, and key parameters determining competitive outcomes are delineated. **The purpose of the work** is to evaluate the applicability of game theory models. **Materials and methods.** For modeling, the mathematical apparatus of dynamic games is used, including methods of probabilistic modeling, game theory and optimization. The determining criterion for the decision of the players is the greatest utility, calculated solely based on available information. Results of the modeling are performed analytically through optimization, considering the discounting of the utility function over time. **Results.** Novelty of work is coupled with domain interpretation of game theory models. Modeling allows predicting agents behavior under the regulation of the procurement market and the definition of their budgeting. **Conclusion.** The analysis of models of game theory in relation to the field of education is accomplished. It is shown that the degree of awareness of the players about the value functions can significantly influence their decisions and the results of procurement.

Keywords: school education, competition, decision-making, oligopoly, monopoly, auction theory, game theory

For citation: Shchepkin A.V., Likholip M.P., Bogdanov A.D. Procurement of educational equipment and budget competition modeling. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2024;24(2): 97–106. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr240209

Введение

В работе [1] проведено моделирование процесса конкуренции поставщиков за закупку в случае максимизации прибыли и выручки. Предполагалось, что большая часть закупок в образовательной сфере является закрытым аукционом первой цены [2–4]. Составлен прогноз скидок поставщиков при произвольном количестве участников аукциона и с учетом интереса поставщика в максимизации прибыли или выручки. Работа показала, что в условиях совершенной конкуренции участники аукциона будут предлагать услуги по ее себестоимости.

Цель текущей работы – разобрать случаи частичной и полной информированности о предложениях поставщиков. Также автор в целях расширения темы моделирования организации экономических взаимоотношений в образовательных процессах опишет случай последовательного разделения бюджета между образовательными организациями и конкуренции между школами за бюджет муниципалитета/региона.

1. Обзор

Объем рынка государственных учреждений, реализующих общеобразовательные программы, составляет миллиарды рублей. Реформы бюджетирования образовательных организаций позволяют совершенствовать профессиональную компетенцию молодых кадров, создавать новые педагогические практики, повышать удовлетворенность работой педагогов и руководителей образовательного процесса.

Закупки в сфере образования могут осуществляться через конкурс согласно Федеральным законам № 239 и 44 и региональным нормативным ограничениям. Закупка осуществляется либо напрямую, либо через специальные механизмы государственных закупок. Чаще всего в закупку вступают несколько ключевых поставщиков, которые конкурируют за поставку, предлагая наименьшую цену.

Основным источником финансирования образовательных учреждений в настоящее время являются бюджетные ассигнования, рассчитанные на основе стоимости обучения обучающегося [5, 6]. Согласно ФГОС в стоимость обучения включаются:

– форма обучения;
– тип образовательной организации;
– сетевая форма реализации образовательных программ, образовательных технологий;
– специальные условия получения образования обучающимися с ОВЗ;
– обеспечение дополнительного профессионального образования педагогическим работникам;
– обеспечение безопасных условий обучения и воспитания;
– охрана здоровья обучающихся;
– другие особенности.

Распределение бюджета согласно [7] выполняется на трех уровнях:

– федеральный;
– региональный;
– муниципальный.

Объем субвенции, передаваемой местному бюджету из бюджета субъекта РФ на реализацию государственного стандарта, задаётся формулой

$$\Phi_{\text{гс}} = N_{\text{с}} \cdot Y_{\text{с}} + N_{\text{г}} \cdot Y_{\text{г}},$$

где $N_{\text{с}}$ – региональный расчетный подушевой норматив для сельской местности;

$N_{\text{г}}$ – региональный расчетный подушевой норматив для городской местности;

$Y_{\text{с}}$ – количество сельских учащихся в данном муниципальном образовании;

$Y_{\text{г}}$ – количество городских учащихся в данном муниципальном образовании.

Объем средств, выделяемых образовательному учреждению, рассчитывается по следующей формуле:

$$\Phi = N \cdot \Pi \cdot Y,$$

где N – региональный расчетный подушевой норматив;

Y – число обучающихся в образовательном учреждении;

Π – поправочный коэффициент, установленный для данного образовательного учреждения.

Образовательное учреждение самостоятельно определяет распределение на материально-техническое обеспечение и заработную плату работников образовательного учреждения, в том числе надбавки и доплаты к должностным окладам.

Таким образом, школа конкурирует за бюджет определенного уровня в зависимости от уровня подчинения школы.

Объем финансирования конкретных образовательных учреждений может быть пересмотрен путем корректировки поправочного коэффициента.

Выделяют также дополнительные источники финансирования:

– платные дополнительные образовательные услуги;
– предпринимательская деятельность;
– налоговые льготы;
– средства спонсоров;
– добровольные пожертвования родителей.

Среди них можно выделить родительскую плату за услуги учреждений в сфере обучения и оздоровления детей, благотворительность и выручку школьных столовых.

Заметим, что независимо от количества привлеченных средств бюджетное финансирование образовательного учреждения не снижается.

2. Функция полезности поставщика

Будем считать, что поставщики конкурируют за бюджет на сумму K_0 и предоставляют школе скидки ΔM для победы в закупке [4, 8]. При этом поставщики несут издержки как постоянные FC, так и относительные p, пропорционально зависящие от бюджета K_0 [1]. Тогда прибыль поставщика будет равна

$$\pi = K_0 - FC - pK_0 - \Delta M = (1-p)K_0 - FC - \Delta M. \quad (1)$$

Функция полезности [9] поставщика будет являться функцией прибыли, так как основной задачей поставщика будет являться максимизация его прибыли:

$U = \pi$.

Определим также базовую функцию P и выручку TR поставщика:

$$P = (1-p)K_0 - FC; \quad (2)$$

$$TR = K_0 - \Delta M. \quad (3)$$

Значение базовой функции зависит от способности поставщика к снижению относительных и постоянных издержек, определяет его конкурентность. В условиях равной скидки поставщик с большим значением базовой функции получит большую прибыль.

Выручка так же, как и прибыль, может быть оптимизируемой функцией для поставщиков – функцией полезности. Малые игроки, заключая сделки, ориентируются на максимизацию прибыли. Крупные, если сделка приносит неотрицательную прибыль, – на максимизацию выручки. Соответственно, для крупных поставщиков функцией полезности будет являться функция выручки:

малые игроки: $U = \pi \to \max, \pi > 0$;

крупные игроки: $U = TR \to \max, \pi \geq 0$.

В экспертной постановке критерием крупного игрока в Российской Федерации можем считать ежегодную выручку более 400 млн рублей [10].

В работе [1] разобран случай закрытого аукциона, в котором значение базовой функции поставщика неизвестно прочим игрокам. В условиях аукциона закупку выигрывает поставщик с наибольшей скидкой на лот [3].

При моделировании процесса конкуренции предполагаем, что поставщик считает скидки прочих игроков равновероятными. При принятии собственного решения он подбирает скидку, исходя из максимизации математического ожидания полезности. В условиях n поставщиков, где $n = k + m$, где k – число поставщиков, максимизирующих прибыль, а m – число поставщиков, максимизирующих выручку, получаем:

$$\Delta M_i^{(k)} = \frac{P_i \cdot (n-1)}{n}; \quad (4)$$

$$\Delta M_i^{(m)} = \frac{K_0 \cdot (n-1)}{n} \text{ при } P_i - \frac{K_0 \cdot (n-1)}{n} \geq 0, \text{иначе } \Delta M_i^{(m)} = P_i. \quad (5)$$

Заметим, что скидки игроков с ростом числа участников аукциона стремятся к их базовой функции. То есть лоты в условиях закрытого аукциона при достаточном числе участников будут продаваться по себестоимости товара.

3. Полная информированность

Рассмотрим случай n поставщиков, в котором все игроки максимизируют прибыль и осведомлены о значениях базовой функции друг друга при фиксированном бюджете K_0 [11, 12]. Для удобства пронумеруем игроков по возрастанию значения базовой функции P_i .

Заметим, что в заданных условиях игрок n может быть уверен, что при выставлении скидки $\Delta M_n > P_{n-1}$ он гарантированно выиграет аукцион. Тем не менее в целях максимизации математического ожидания прибыли он может быть заинтересован в выставлении меньшей скидки.

Игрок n обладает информацией о базовой функции прочих игроков, но не знает об их стратегиях выставления скидки. В условиях независимого принятия решения игроками вероятность победы в закупке $p(\Delta M_n > \Delta M_i)$ $\big(i = 1, \ldots, (n-1)\big)$ при $\Delta M_n < P_i$ равна $\Delta M_n / P_i$, игрок i с равной вероятностью выставляет скидку в меру своей базовой функции P_i, и 1 при $\Delta M_n \geq P_i$, конкурирующий поставщик не станет заключать сделку с отрицательной прибылью (см. рисунок).

Следовательно, математическое ожидание прибыли игрока n в введенных обозначениях запишется как

$$E\pi_n(\Delta M_n) = (P_n - \Delta M_n)p\big(\Delta M_n > \Delta M_{1,\dots,n-1}\big) = = P_n - \Delta M_n)p(\Delta M_n > \Delta M_1)\dots p(\Delta M_n > \Delta M_{n-1}). \quad (6)$$

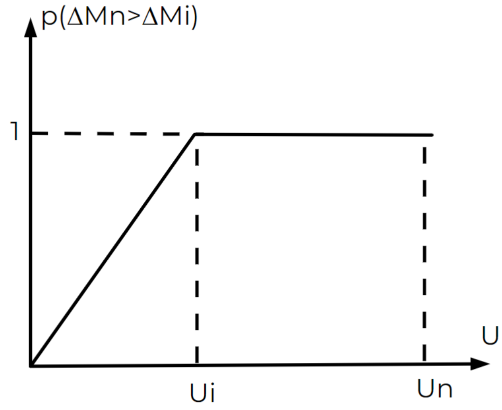
Полученная функция непрерывна, но не является гладкой от ΔM_n. Имеются точки разрыва производных при значениях аргумента равных P_i.

Предложим алгоритм поиска оптимальной скидки ΔM_n для игрока n. Разделим поиск на два логических этапа.

1. Определяем аргументы, соответствующие условному максимуму, на каждом из интервалов гладкости.

На интервале $\Delta M_n \in (P_{i-1}, P_i)$ $(i=1,\dots,(n-1)$, $P_0 = 0)$ запишется как

$$E\pi_n = (P_n - \Delta M_n)\frac{\Delta M_n}{P_i}\dots\frac{\Delta M_n}{P_{n-1}}. \quad (7)$$



Вероятность предоставить для поставщика *n* большую скидку, чем конкурент *i*
Probability for supplier *n* to provide greater discount than competitor *i*

Оптимальное значение скидки соответствует условному локальному экстремуму на множестве $\Delta M_n \in (P_{i-1}, P_i)$.

Выполняем дифференцирование по ΔM_n правой части уравнения (7) и определяем максимум на интервале:

$$\Delta M_n^{(i)} = argmax_{\Delta M_n} E\pi_n = P_n(n-i)/(n-i+1) \text{ при } P_i > P_n(n-i)/(n-i+1) > P_{i-1},$$
$$\Delta M_n^{(i)} = P_{i-1}, \text{при } P_n(n-i)/(n-i+1) < P_{i-1},$$
$$\Delta M_n^{(i)} = P_i, \text{при } P_i > P_n(n-i)/(n-i+1). \quad (8)$$

2. Находим оптимальное значение путем нахождения максимума конечного числа локальных максимумов, полученных на шаге 1. Оптимальное значение скидки $\Delta M_n^{(opt)}$ задается как

$$\Delta M_n^{(opt)} = argmax_{\Delta M_n^{(1)},\dots,\Delta M_n^{(n)}} E\pi_n. \quad (9)$$

Заметим, что оптимальный вид скидки $\Delta M_n^{(opt)}$ в случае полной информированности будет определяться не только значением базовой функции поставщика P_n, но и соотношением между $P_1, \dots, P_n$.

Опишем применение алгоритма для игрока i. Вероятность победы в закупке игрока i задается как

$$p\big(\Delta M_i > \Delta M_j\big) = \frac{\Delta M_i}{P_j}, \text{если } i < j;$$

$$p(\Delta M_i > \Delta M_j) = \Delta M_i/P_j \text{ при } \Delta M_i < P_j \text{ и } p(\Delta M_i > \Delta M_j) = 1 \text{ при } \Delta M_i \geq P_j, \text{ если } i > j.$$

Аналогично математическое ожидание прибыли игрока i запишется как

$$E\pi_i(\Delta M_i) = (P_i - \Delta M_i)p(\Delta M_i > \Delta M_{1,\dots,i-1,i+1,\dots,n}) = = (P_i - \Delta M_i)p(\Delta M_i > \Delta M_1)\dots p(\Delta M_i > \Delta M_n).$$

$E\pi_i(\Delta M_i)$ имеет точки разрыва производных в $P_1, \dots, P_{i-1}$. Шаги оптимизационного алгоритма для игрока i аналогичны поставщику n. На первом этапе выделяются максимумы на интервалах гладкости $\Delta M_i \in (0, P_1), (P_1, P_2), \dots, (P_{i-1}, P_i)$. На втором выполняется поиск оптимального решения по конечному набору локальных максимумов, полученных на шаге 1:

$$\Delta M_i^{(opt)} = argmax_{\Delta M_i^{(1)},\dots,\Delta M_i^{(i-1)}} E\pi_i.$$

Подробно разберём случай двух игроков для интерпретации результатов. Игрок с большим значением базовой функции получит номер 2 и задаст скидку:

$$\Delta M_1 = P_1/2, \text{при } P_1/2 < P_2, \text{иначе } \Delta M_1 = P_2. \quad (10)$$

То есть в условиях максимизации прибыли и достаточно конкурентных игроков имеем случай, аналогичный закрытому аукциону. Если поставщик обладает значительным преимуществом, то выставляет скидку, равную значению базовой функции более слабого конкурента.

Обратим внимание, что в текущей постановке задачи поставщики предполагали стратегию прочих игроков неизвестной. При максимизации выигрыша в наихудшей из возможных ситуаций получаем тривиальный вывод, что поставщик n предоставит скидку P_{n-1}, таким образом, упуская выгоду от более рискованного предложения.

4. Частичная информированность поставщиков

Для разбора случая неполной информированности будем считать, что один из поставщиков осведомлен о значениях базовой функции всех прочих игроков при заявленном бюджете K_0. При этом прочие поставщики не знают, что их базовая функция известна.

Согласно выводам работы [1] неинформированные игроки предоставят скидки согласно своему типу: (k) – максимизирующие прибыль, (m) – максимизирующие выручку:

$\Delta M_i{}^{(k)} = \frac{P_i(n-1)}{n}$;

$\Delta M_i^{(m)} = \frac{K_0(n-1)}{n}$ при $P_i - \frac{K_0(n-1)}{n} \geq 0,$ иначе $\Delta M_i^{(m)} = P_i$.

Информированный игрок, осознавая стратегии своих оппонентов, предложит скидку, незначительно превышающую максимальную скидку прочих игроков:

$$\Delta M_{opt}^{informed} = \max(\Delta M^{(m)}, \Delta M^{(k)}) + \varepsilon, \quad (11)$$

где ε – малая неотрицательная величина. Уравнение выполняется, если базовая функция $P^{informed} > \Delta M_{opt}^{informed}$.

Заметим, что прибыль информированного игрока возрастает совместно со значением его базовой функции и убывает с ростом числа игроков. По лотам с малым числом поставщиков игрок с наибольшим значением базовой функции может приобретать значительную выгоду от информированности. Напротив, малоконкурентные игроки в условиях значительного числа конкурентов не смогут предложить выгодную для них скидку независимо от их знаний.

5. Модель торгов между двумя школами за бюджет

Среди бюджетных ассигнований, согласно [7], помимо основных также есть и стимулирующие выплаты для руководителей образовательных учреждений. Их разделение выполняется органом местного самоуправления образовательных организаций на основе форм независимой оценки качества образования. Решение о размере премирования выносится в соответствии с разработанным нормативным актом органа местного самоуправления.

В рамках раздела мы приведем описание подхода из теории игр для моделирования раздела ограниченной суммы между двумя школами. Раздел будет проходить в ходе последовательных торгов, определяющих пропорцию раздела бюджета, который выделит надзирающий орган. Таким образом, мы определим места пристального внимания при составлении нормативных актов, определим качества игроков, позволяющие им приобрести большую долю при споре.

Для исследования раздела между двумя игроками используется модель последовательных торгов Ариэля Рубенштейна [2, 13, 14]. Согласно модели участники последовательно предлагают долю раздела заявленного бюджета [13]. Если оппонент не согласен с предложением, он его отклоняет и выдвигает свой способ раздела. Игроки заинтересованы в скорейшем разрешении спора и потому обладают коэффициентом дисконта $\delta \in (0,1)$, определяющим, насколько ценно для игрока время, затраченное на переговоры [15]. Таким образом, функция полезности игрока спустя ход U_{T+1} составляет δU_T при равных условиях раздела.

Изначально рассмотрим ситуацию торгов между двумя игроками. Функция полезности с учетом дисконтирования на временном шаге T в отсутствие раздела для игроков задается как

$$U_1^{(T)} = \delta_1{}^{T-1} r_T; \quad (12)$$

$$U_2{}^{(T)} = \delta_2{}^{T-1}(1 - r_T), \quad (13)$$

где r_T – доля раздела первого игрока, предложенная на шаге T.

Оптимальная стратегия для игрока – предлагать оппоненту минимальный раздел, на который он согласится:

$$1 - r_T \geq \delta_2(1 - r_{T+1}); \quad (14)$$

$$\delta_1 r_T \ \geq r_{T+1}. \quad (15)$$

Перепишем неравенства и получим:

$1 - \delta_2(1 - r_{T+1}) \leq r_T \ \leq r_{T+1} / \delta_1$;

$1 - \frac{1-r_T}{\delta_2} \leq r_{T+1} \leq r_T \delta_1$.

Получаем неравенства на r_T, r_{T+1}:

$r_T \le \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$; $1-r_T \ge \frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\,\delta_2}$;

$r_{T+1} \ge \frac{\delta_1(1-\delta_2)}{1-\delta_1\delta_2}$; $1-r_{T+1} \le \frac{1-\delta_1}{1-\delta_1\,\delta_2}$.

В заданных условиях игрок 1 предлагает раздел $r_1 = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$ и соглашается не менее чем на $r_2 \ge \frac{\delta_1(1-\delta_2)}{1-\delta_1\delta_2}$.

Заметим, что сторона, выдвигающая предложение, имеет преимущество в величину дисконта. Также можем сделать логичный вывод, что с ростом собственного коэффициента дисконта величина раздела увеличивается. При росте дисконта противника – уменьшается. Таким образом, результат спора определяется инициативностью и терпеливостью участников.

Также полученная модель может быть использована для описания взаимодействия в сфере образования. Так, управляющие лица, которыми могут быть представлены как муниципальные органы, так и министерства, используют преимущество первого хода, задавая правила распределения бюджета, определяющие размер ассигнования. Также с целью снижения коэффициента дисконта подрядчика – его возможности для обсуждения размеров бюджетирования – задаются сжатые сроки на подачи заявлений, формирования отчетов, необходимых для получения финансирования. Таким образом, управляющий орган получает возможность распределять ограниченные ресурсы согласно делегированной ему стратегии бюджетирования.

6. Модель торгов между n игроками

Для случая торгов между N участниками используется модель Бэрона и Фереджона [2, 14, 16]. Право выдвигать предложение определяются случайно с равной вероятностью для каждого игрока $\frac{1}{N}$. Решение о разделе принимается, если K игроков его поддерживают, иначе право на голосование вновь случайно распределяется между игроками.

Полное решение в предположениях марковости и симметричности решения описано в [2] (более общий случай доступен в [16]). Автор предлагает ввести две контрольные величины для игрока: R – ожидаемый выигрыш игрока, предлагающего раздел; r – ожидаемый выигрыш игрока, не предлагающего раздел. Тогда с вероятностью $\frac{1}{N}$ игрок будет предлагать дележ и получит выигрыш R, иначе с вероятностью $\frac{N-1}{N}$ его выигрыш составит r. Так что для того, чтобы игрок согласился на предлагаемый дележ в данный момент времени, необходимо, чтобы ему предложили как минимум $\delta(\frac{1}{N}R + r\frac{N-1}{N})$.

Тогда сформированное предложение будет иметь вид:

$1-(K-1)\delta(R\frac{1}{N} + r\frac{N-1}{N})$ – предлагающему;

$\delta(R\frac{1}{N} + r\frac{N-1}{N})$ – $K-1$ игрокам, которые должны одобрить раздел;

0 – каждому из оставшихся $N-K$ игроков.

При этом все $N-1$ игроков должны иметь одинаковую вероятность быть включенными в число $K-1$ игроков, которые одобрят дележ: $(K-1)/(N-1)$. Приравнивая ожидаемый выигрыш к предложениям, получаем систему:

$R = 1-(K-1)\delta(R\frac{1}{N} + r\frac{N-1}{N})$;

$r = \delta\frac{K-1}{N-1}(R\frac{1}{N} + r\frac{N-1}{N})$.

Решая систему, получаем R и r:

$$R = \frac{N-\delta(K-1)}{N}; \qquad (16)$$

$$r = \frac{\delta(K-1)}{N(N-1)}. \qquad (17)$$

Тогда выигрыши игроков составят:

$\frac{N-\delta(K-1)}{N}$ – предлагающему;

$\frac{\delta}{N}$ – $K-1$ игрокам, которые получили право одобрить раздел;

0 – каждому из оставшихся $N-K$ игроков.

Приведем выводы, которые следуют из заявленной модели. Преимуществом при разделении ресурсов обладает сторона, выдвигающая решение. Для привлечения сторонников она выдвигает предложения, выгода которых обладает стохастической природой. Таким образом, возможна агитация каждого участника без явного формирования выгодополучателей – сговора.

Заметим, что выгода предлагающей стороны убывает с числом K и коэффициентом дисконтирования δ. При этом равный раздел между сторонами возможен лишь при $K = N$ и $\delta = 1$.

Модель Бэрона и Фереджона удобна для описания органов самоуправления. Опишем её применение для объединения школ муниципалитета, имеющих в среднем равные успехи в образовании. Определение руководителя самоуправления согласно постановке задачи имеет стохастическую природу – результаты образовательных учреждений в среднем равны. Таким образом, каждый представитель школы имеет равные шансы на распределение премиального бюджета. Одним из целевых инструментов распределения в сфере образования являются олимпиады. Премии выделяются школам с наибольшим числом победителей. В условиях равной успеваемости воспитанников школ статус победителя также равновероятен для всех участников. Для организации события руководитель использует делегированный бюджет, приобретая оборудование, дополнительно стимулируя сотрудников своего учебного заведения на составление заданий и присутствие на мероприятии, рекламируя олимпиаду. Таким образом, создаются все необходимые компоненты модели Бэрона и Фереджона:

– равные возможности на предложение раздела;

– стохастическая природа распределения бюджета между игроками для легитимизации своего предложения;

– преимущество руководителя раздела.

Заключение

В работе разобраны случаи аукциона при частичной и полной информированности игроков о значениях функций полезности прочих игроков. Показано, что для случая полной информированности в условиях достаточно конкурентного рынка скидка, предоставляемая заказчику, не отличается от закрытого аукциона. При привлечении к аукциону достаточного количества равных поставщиков игроки будут выдвигать предложения по себестоимости независимо от их осведомленности. Ситуация частичной информированности может различаться в зависимости от значения функции полезности поставщика. Для приобретения выгоды информированному поставщику необходимо быть конкурентным и участвовать в сделках с малым числом игроком. В противном случае дополнительная информация не даёт преимуществ. Также разобран случай распределения бюджета в ходе последовательных торгов между участниками. Приведены модели, описывающие раздел между двумя и n-игроками. Разобраны способы применения моделирования для практик организации органов самоуправления и выделения финансирования. Показано, что в заданных условиях приобретает преимущество сторона, первая выдвигающая предположение и с большим терпением подходящая к разрешению спора.

Список литературы

1. Богданов А.Д., Колобов Д.В., Щепкин А.В. Модели процессов закупки материально-технического обеспечения школ и конкуренции между поставщиками // Проблемы управления. 2024. № 1. С. 35–42. DOI: 10.25728/pu.2024.1.4

2. Шагин В.Л. Теория игр: учеб. и практикум для академ. бакалавриата. М.: Юрайт, 2014. 223 с. (Авторский учебник).

3. McAfee R.P., McMillan J. Auctions and Bidding. *Journal of Economic Literature*. 1987. Vol. 25 (2). P. 699–738.

4. Механизмы управления. Управление организацией: планирование, организация, стимулирование, контроль: учеб. пособие / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, М.В. Губко и др. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: ЛЕНАНД, 2013. 216 с.

5. Федеральный закон Российской Федерации от 10 апреля 2000 г. № 51-ФЗ «Об утверждении Федеральной программы развития образования»; в редакции от 03.08.2018.

6. Федеральный закон Российской Федерации от 8 мая 2010 года № 83-ФЗ «О внесении изме-

нений в отдельные законодательные акты Российской Федерации в связи с совершенствованием правового положения государственных (муниципальных) учреждений».

7. Письмо Министерства образования и науки РФ от 13 сентября 2006 г. № АФ-213/03 «О подготовке и направлении модельных методик».

8. Nash J.F. The bargaining problem // Econometrica. 1950. Vol. 18 (2). P. 155–162.

9. Debreu G. Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function // Decision Processes / M. Thrall, R.C. Davis, C.H. Coombs (Eds.). John Wiley and Sons, New York, 1954. P. 159–165.

10. Федеральный закон Российской Федерации от 24.07.2007 № 209-ФЗ; в ред. от 12.12.2023 «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации».

11. Persico N. Information acquisition in auctions // Econometrica. 2000. Vol. 68 (1). P. 135–148.

12. Bergemann D., Pesendorfer M. Information structures in optimal auctions // Journal of Economic Theory. 2007. Vol. 137 (1). P. 580–609. DOI: 10.1016/2007.02.001

13. Rubinstein A. Perfect equilibrium in a bargaining model // Econometrica. 1982. Vol. 50 (1). P. 97–109. DOI: 10.2307/1912531

14. Fréchette G.R., Kagel J.H., Morelli M. Gamson's Law versus non-cooperative bargaining theory // Games and Economic Behavior. 2005. Vol. 51 (2). P. 365–390. DOI: 10.1016/j.geb.2004.11.003

15. Bellman R. Dynamic programming // Science. 1966. Vol. 153 (3731). P. 34–37. DOI: 10.1126/science.153.3731.34

16. Eraslan H. Uniqueness of stationary equilibrium payoffs in the Baron–Ferejohn model // Journal of Economic Theory. 2002. Vol. 103 (1):11–30.

References

1. Bogdanov A.D., Kolobov D.V., Shchepkin A.V. Modeling the Procurement of School Equipment and Competition among Suppliers. *Control Sciences*. 2024;(1):35–42. (In Russ.) DOI: 10.25728/pu.2024.1.4

2. Shagin V.L. *Teoriya igr: uchebnik i praktikum dlya akademicheskogo bakalavriata* [Game Theory: Textbook and practical workbook for academic bachelor's degree]. Moscow: Yurayt Publ.; 2014. 223 p. (In Russ.)

3. McAfee R.P., McMillan J. Auctions and Bidding. *Journal of Economic Literature*. 1987;25(2): 699–738.

4. Burkov V.N., Burkova I.V., Gubko M.V. et al. *Mekhanizmy upravleniya. Upravlenie organizatsiey: planirovanie, organizatsiya, stimulirovanie, kontrol': uchebnoe posobie* [Mechanisms of management. Organization management: planning, organization, stimulation, control: textbook. 2nd ed. revised and enlarged. Moscow: LENAND; 2013. 216 p. (In Russ.)

5. *Federal'nyy zakon ot 10 aprelya 2000 g. No. 51-FZ "Ob utverzhdenii Federal'noy programmy razvitiya obrazovaniya"; v redaktsii ot 03.08.2018* [Federal Law of the Russian Federation of April 10, 2000 No. 51-FZ "On Approval of the Federal Education Development Program"; as amended on August 3, 2018]. (In Russ.)

6. *Federal'nyy zakon Rossiyskoy Federatsii ot 8 maya 2010 goda No. 83-FZ "O vnesenii izmeneniy v otdel'nye zakonodatel'nye akty Rossiyskoy Federatsii v svyazi s sovershenstvovaniem pravovogo polozheniya gosudarstvennykh (munitsipal'nykh) uchrezhdeniy"* [Federal Law of the Russian Federation of May 8, 2010 No. 83-FZ "On Amending Certain Legislative Acts of the Russian Federation in Connection with Improving the Legal Status of State (Municipal) Institutions"]. (In Russ.)

7. *Pis'mo Ministerstva obrazovaniya i nauki RF ot 13 sentyabrya 2006 g. No. AF-213/03 "O podgotovke i napravlenii model'nykh metodik"* [Letter from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated September 13, 2006, No. AF213/03 "On the Preparation and Submission of Model Methodologies"]. (In Russ.)

8. Nash J.F. The bargaining problem. *Econometrica*. 1950;18(2):155–162.

9. Debreu G. Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function. In: *Thrall M., Davis R.C., Coombs C.H. (Eds.). Decision Processes*. John Wiley and Sons, New York; 1954. P. 159–165.

10. *Federal'nyy zakon Rossiyskoy Federatsii ot 24.07.2007 No. 209-FZ; v red. ot 12.12.2023 "O razvitii malogo i srednego predprinimatel'stva v Rossiyskoy Federatsii"* [Federal Law of the Russian Federation of July 24, 2007 No. 209-FZ "On the Development of Small and Medium-Sized Enterprises in the Russian Federation"]. (In Russ.)

11. Persico N. Information acquisition in auctions. *Econometrica*. 2000;68(1):135–148.

12. Bergemann D., Pesendorfer M. Information structures in optimal auctions. *Journal of Economic Theory*. 2007;137(1):580–609. DOI: 10.1016/2007.02.001

13. Rubinstein A. Perfect equilibrium in a bargaining model. *Econometrica*. 1982;50(1):97–109. DOI: 10.2307/1912531

14. Fréchette G.R., Kagel J.H., Morelli M. Gamson's Law versus non-cooperative bargaining theory. *Games and Economic Behavior*. 2005;51(2):365–390. DOI: 10.1016/j.geb.2004.11.003

15. Bellman R. Dynamic programming. *Science*. 1966;153(3731):34–37. DOI: 10.1126/science.153.3731.34

16. Eraslan H. Uniqueness of stationary equilibrium payoffs in the Baron–Ferejohn model. *Journal of Economic Theory*. 2002;103(1):11–30.

Информация об авторах

Щепкин Александр Васильевич, д-р техн. наук, проф., главный научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, Москва, Россия; av_shch@mail.ru.

Лихолип Матвей Павлович, студент, стартап-студия технологизации образования, кафедра инновационной фармацевтики, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия; m.likholip@phystech.edu.

Богданов Андрей Дмитриевич, аспирант, руководитель стартап-студии технологизации образования, кафедра инновационной фармацевтики, заведующий лабораторией нейротехнологий и человеко-машинного взаимодействия, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия; andrey.bogdanov@phystech.edu.

Information about the authors

Alexander V. Shchepkin, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; av_shch@mail.ru.

Matvey P. Likholip, Student, Startup Studio of Technologization of Education, Department of Innovative Pharmaceuticals, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russia; m.likholip@phystech.edu.

Andrey D. Bogdanov, Postgraduate student, Head of the Startup Studio for Technologization of Education, Department of Innovative Pharmaceuticals, Head of the Laboratory of Neurotechnology and Human-Machine Interaction, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russia; andrey.bogdanov@phystech.edu.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 10.02.2024
The article was submitted 10.02.2024