# Управление в технических системах Control in technical systems

Научная статья УДК 621.313 DOI: 10.14529/ctcr250103

# ОБНАРУЖЕНИЕ ДЕФЕКТОВ РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ МЕТОДОМ МАТРИЧНЫХ ПУЧКОВ

**В.А. Еремеева**, eremeevava@susu.ru, https://orcid.org/0009-0001-8284-1887 Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Повышение экономической эффективности производства за счет сокращения незапланированных простоев и оптимизации технического обслуживания промышленного оборудования требует развития методов диагностики таких ключевых компонентов оборудования, как асинхронные электродвигатели. В свою очередь, режим работы электродвигателя оказывает существенное влияние на точность и достоверность диагностики. В частности, широко применяемый метод анализа сигнатур тока электродвигателя (MCSA) имеет ряд ограничений при работе электродвигателя с переменной скоростью или нагрузкой. Поэтому необходимо исследовать методы частотного анализа, которые позволят извлекать признаки дефекта электродвигателя из нестационарных сигналов тока. Цель исследования: применить метод матричных пучков к сигналам тока двигателя для извлечения признаков дефекта стержня ротора асинхронного электродвигателя при нестационарном режиме его работы. Материалы и методы. В данной работе используется метод матричных пучков, который имеет высокое спектральное разрешение и вычислительную эффективность по сравнению с методами спектрального анализа на основе преобразования Фурье. Результаты. Численный эксперимент показывает, что метод матричных пучков позволяет извлечь частоты и амплитуды гармоник дефекта ротора электродвигателя с точностью до 2 % в условиях низкой частоты дискретизации (200 Гц) при малой длине окна сигнала (0,25 с). Заключение. Метод матричных пучков позволяет отслеживать изменение частоты дефекта ротора электродвигателя и рост амплитуды, связанный с увеличением сопротивления стержня ротора. Таким образом, метод матричных пучков может быть применен на практике для диагностики асинхронных электродвигателей.

*Ключевые слова:* асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, токовый сигнал, дефект стержня ротора, гармонический анализ, метод матричных пучков

*Благодарности.* Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда № 25-29-00633, https://rscf.ru/ru/project/25-29-00633/.

Для цитирования: Еремеева В.А. Обнаружение дефектов ротора асинхронного двигателя в нестационарных условиях методом матричных пучков // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2025. Т. 25, № 1. С. 30–42. DOI: 10.14529/ctcr250103

Original article DOI: 10.14529/ctcr250103

# DETECTION OF ROTOR FAULTS IN INDUCTION MOTOR IN NON-STATIONARY CONDITIONS USING THE MATRIX PENCIL METHOD

**V.A. Eremeeva**, eremeevava@susu.ru, https://orcid.org/0009-0001-8284-1887 South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. Increasing the economic efficiency of production by reducing unplanned downtime and optimizing the maintenance of industrial equipment requires the development of diagnostic methods for such key equipment components as induction motors. In turn, the operating mode of the electric motor has

<sup>©</sup> Еремеева В.А., 2025

a significant impact on the accuracy and reliability of diagnostics. In particular, the widely used method of motor current signature analysis (MCSA) has a number of limitations when the motor is operating at variable speed or load. Therefore, it is necessary to investigate frequency analysis methods that can extract motor defect signs from non-stationary current signals. **Aim of the study:** to apply matrix pencil method to motor current signals to extract signs of defect in the rotor bar of an induction motor under non-stationary mode of operation. **Materials and methods.** In this paper, the matrix pencil method is used, which has high spectral resolution and computational efficiency compared to Fourier transform based spectral analysis methods. **Results.** Numerical experiment shows that the matrix pencil method can extract frequencies and amplitudes of harmonics of the motor rotor defect with an accuracy of 2 % at low sampling rate (200 Hz) and small signal window length (0.25 s). **Conclusion.** The matrix pencil method allows to track the change in the frequency of the defect of the electric motor rotor and the increase in amplitude associated with an increase in the resistance of the rotor bar. Thus, the matrix pencil method can be applied in practice for diagnostics of induction motors.

*Keywords:* squirrel cage induction motor, current signal, rotor bar defect, harmonic analysis, matrix pencil method

*Acknowledgments.* The research was funded by the Russian Science Foundation № 25-29-00633, https://rscf.ru/en/project/25-29-00633/.

*For citation:* Eremeeva V.A. Detection of rotor faults in induction motor in non-stationary conditions using the matrix pencil method. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics.* 2025;25(1):30–42. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr250103

#### Введение

Электрические машины являются неотъемлемым элементом промышленного оборудования в машиностроительной (станки, манипуляторы, конвейеры), металлургической (прокатные и волочильные станы) и горнодобывающей (насосное, вентиляционное и компрессорное оборудование) промышленности. Наибольшее распространение среди типов электрических машин имеет асинхронный двигатель с короткозамкнутой обмоткой (70 % от общего числа) [1]. Зачастую эксплуатация асинхронного двигателя проходит в жестких условиях, вследствие которых в узлах двигателя возникают различные дефекты. В результате до 15 % промышленных двигателей в год выходит из строя [2]. В некоторых случаях двигатель может продолжить свою работу даже при наличии дефектов. Однако в таком режиме возникают пульсации крутящего момента, колебания скорости и дополнительные вибрации, которые способны привести к нарушению технологического процесса. Кроме того, наличие дефекта ведет к увеличению потребляемого тока и входной мощности двигателя. В работе [3] показано, что КПД двигателя с дефектами падает на 3–13 %, что приводит к существенным экономическим затратам для производства.

Статистика отказов в асинхронном двигателе показывает, что наибольшее количество дефектов асинхронного двигателя возникает в подшипниках, обмотке статора и обмотке ротора. Механические поломки подшипников вызывают повышение уровня вибрации, что достаточно просто обнаруживается средствами вибрационного контроля [4]. Межвитковые замыкания и обрывы в обмотке статора вызывают нарушение симметрии фазных токов питания, что может быть обнаружено алгоритмами управления частотного преобразователя. Дефекты короткозамкнутого ротора, такие как сломанный стержень и трещина в торцах, зачастую слабо проявляют себя в токах питания при работе асинхронного двигателя и поэтому представляют повышенный интерес для исследователей [5, 6]. Осевые воздуховоды в роторе, низкочастотные колебания нагрузки, а также магнитная анизотропия оказывают значительный маскирующий эффект на признаки дефектов ротора, что приводит к ложным срабатываниям системы диагностики [7, 8]. Данные обстоятельства требуют разработки специальных методов диагностики.

Классическим методом обнаружения дефектов ротора является метод сигнатурного анализа тока двигателя (MCSA) [9–14]. Метод MCSA основан на частотном представлении сигнала тока двигателя с помощью преобразования Фурье и последующем поиске гармоник дефектов по известным выражениям. Однако применение данного метода ограничено стационарными режимами работы двигателя, так как любое изменение скорости или нагрузки двигателя ведет к спектральной утечке и невозможности обнаружения гармоник дефектов в сигнале тока. Для решения проблемы спектральной утечки разработан ряд параметрических методов с высоким разрешением,

#### Управление в технических системах Control in technical systems

например, алгоритм классификации множественных сигналов MUSIC [15], алгоритм инвариантного вращения подпространства ESPRIT [16], метод Прони [17] и другие. Методы подпространства MUSIC и ESPRIT позволяют находить гармоники дефектов двигателя в условиях шума при нестационарных условиях, однако их недостаток заключается в недостаточной точности оценки амплитуды полученных гармоник. Кроме того, оба метода имеют большую вычислительную сложность [18]. В свою очередь, у метода Прони вычислительные затраты ниже, чем у MUSIC и ESPRIT, однако эффективность работы метода резко снижается с увеличением уровня шума в сигнале [17].

Развитием метода Прони является метод матричных пучков [19, 20]. По сравнению с методом Прони, метод матричных пучков позволяет получить оценки параметров гармоник дефектов в зашумленном сигнале [21]. При этом вычислительная эффективность алгоритма матричных пучков в 5,7 раза выше, чем у MUSIC и ESPRIT [22]. Таким образом, метод матричных пучков обладает потенциалом для эффективного обнаружения признаков дефекта ротора двигателя в нестационарных условиях.

## 1. Методы и материалы

## 1.1. Физические процессы при обрыве стержня ротора

Трехфазная симметричная система напряжений  $U_1$  создает ток в обмотке статора с частотой питающей сети  $f_1$ . Переменный ток статора создает магнитное поле, которое вращается со скоростью  $n_1$  и индуцирует в обмотках ротора ЭДС. Частота ЭДС ротора равна

$$f_2 = sf_1,$$

где *s* – скольжение двигателя.

Ротор вращается со скоростью

 $n_2 = (1 - s)n_1$ .

Обрыв одного или нескольких стержней короткозамкнутой обмотки ротора приводит к появлению несимметрии сопротивлений в цепи ротора. В результате токи отдельных стержней ротора будут неодинаковы и их можно разложить на токи прямой и обратной последовательности [23]. Ток обратной последовательности создает магнитное поле, вращающееся относительно ротора в обратном направлении со скоростью

$$n_{2r} = sn_1$$
.

Тогда скорость вращения обратного поля ротора относительно статора равна

 $n_{2s} = n_2 - n_{2r} = (1 - s)n_1 - sn_1 = (1 - 2s)n_1.$ 

Обратное поле индуцирует в статоре токи с частотой

 $f_{BB} = (1 - 2s)f_1,$ 

которые замыкаются через сеть и накладываются на токи статора с частотой  $f_1$ . Ток с частотой  $f_{BB}$  создает пульсацию крутящего момента с удвоенной частотой скольжения [24]. Пульсация крутящего момента приводит к последующим пульсациям скорости с той же частотой, которая создает дополнительные гармоники тока статора, левостороннюю составляющую на частоте

$$f_{low} = (1 - 2s)f_1 \tag{1}$$

и правостороннюю на частоте

$$f_{high} = (1+2s)f_1$$

(2)

с одинаковой амплитудой. Дополнительная левосторонняя составляющая накладывается на исходную составляющую  $f_{BB}$ . В результате амплитудно-частотный спектр имеет гармонику с частотой питания с большой амплитудой и две боковые гармоники, отстающие на равное расстояние от гармоники питания (рис. 1). Величина амплитуд боковых пиков увеличивается с ростом тяжести дефекта. Таким образом, частота и амплитуда данных гармоник может применяться в качестве диагностических критериев в системе диагностики. Так как значения частот сломанного стержня зависят от скольжения, любое изменение нагрузки приводит к смещению боковых пиков относительно частоты питания. При низком уровне нагрузки расстояние между частотами дефектов и частотой питания минимально. В связи с этим для выделения гармоник дефектов ротора необходим метод частотного анализа с высоким разрешением, такой как метод матричных пучков.



Рис. 1. Боковые пики дефекта ротора в спектре сигнала тока: а – общий вид спектра; b – увеличенный фрагмент спектра Fig. 1. Side peaks of the rotor defect in the spectrum of the current signal: a – general view of the spectrum; b – enlarged fragment of the spectrum

## 1.2. Метод матричных пучков

Метод матричных пучков является параметрическим методом спектрального анализа. Алгоритм работы метода изложен в [19]. В данном методе сигнал представляется в виде суммы комплексных экспонент с некоторыми неизвестными параметрами:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t}$$

где  $R_k = A_k e^{i\phi_k}$  – комплексные амплитуды;  $\alpha_k$  – коэффициенты затухания;  $\omega_k = 2\pi f_k$  – частоты.

Если представить непрерывный сигнал y(t) в виде дискретной последовательности y(n) из *N* отсчетов, то сигнал приобретает следующий вид:

$$y(n) = y(nT) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n,$$

где T – период дискретизации,  $z_k$  – полюсы сигнала y(t).

Метод матричных пучков находит оценки амплитуд  $R_k$  и полюсов  $z_k$  по выборкам  $y(nT) = y_n$ , n = 0, 1, ..., N - 1 в два этапа. Во-первых, он находит полюса  $z_k$  как решение задачи на обобщенные собственные значения пучка матриц, сформированного из выборочных значений  $y_n$ . На втором этапе он использует эти полюса для оценки  $z_k$ , решая задачу методом наименьших квадратов. Из отсчетов сигнала формируется две матрицы  $Y_1$ ,  $Y_2$  размером  $(N - L) \times L$  следующим образом:

$$\mathbf{Y_{1}} = \begin{pmatrix} y_{L-1} & \cdots & y_{1} & y_{0} \\ y_{L} & \cdots & y_{2} & y_{1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{N-2} & \cdots & y_{N-L} & y_{N-L-1} \end{pmatrix};$$
$$\mathbf{Y_{2}} = \begin{pmatrix} y_{L} & \cdots & y_{2} & y_{1} \\ y_{L+1} & \cdots & y_{3} & y_{2} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{N-1} & \cdots & y_{N-L+1} & y_{N-L} \end{pmatrix},$$

где L – параметр метода матричных пучков. Значение L должно удовлетворять неравенству  $M \le L \le N - M$ ,

где M – число экспонент сигнала. При выборе L в диапазоне [N/3; 2N/3] дисперсия оценки полюсов  $z_k$  будет минимальна, т. е. метод матричных пучков будет наименее чувствителен к шуму.

В случае незашумленного сигнала полюсы  $z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$  могут быть найдены как обоб-

щенные собственные значения матричного пучка  $Y_2 - \lambda Y_1$ . Это означает, что  $z_k$  являются *M* собственными значениями  $Y_1^+Y_2$ . Верхний индекс + обозначает псевдоинверсию или инверсию Мура – Пенроуза. Для зашумленных данных используется разложение по сингулярным значениям (SVD), чтобы уменьшить шум и оценить количество *M* полюсов сигнала, следующим образом:

$$Y_1 = USV^T$$
.

Здесь U, V – унитарные матрицы размеров  $(N - L) \times (N - L)$  и  $L \times L$  соответственно, а S – диагональная матрица размеров  $(N - L) \times L$ , содержащая сингулярные значения Y<sub>1</sub>. Таким образом, оценивается порядок *M*, и псевдоинверсия Y<sub>1</sub><sup>+</sup> заменяется усеченной псевдоинверсией ранга *M*:

$$\mathbf{Y}_{1}^{+} = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\sigma_{m}} \mathbf{v}_{m} u_{m}^{T} = V_{0} S_{0}^{-1} U_{0}^{T},$$

где  $\sigma_1, ..., \sigma_M - M$  наибольших сингулярных значений матрицы  $\mathbf{Y}_1$ ;  $v_m$  и  $u_m$  – соответствующие сингулярные векторы;  $\mathbf{V}_0 = (v_0, ..., v_M)$ ;  $\mathbf{U}_0 = (u_0, ..., u_M)$ ;  $\mathbf{S}_0 = diag(\sigma_0, ..., \sigma_M)$ .

Оценки  $z_k$  могут быть найдены путем вычисления собственных значений несимметричной матрицы  $M \times M$ :

 $\mathbf{Z}_{\mathbf{E}} = \mathbf{S}_0^{-1} \mathbf{U}_0^{\mathrm{T}} \mathbf{Y}_2 \mathbf{V}_0 \,.$ 

Как только *M* и *z<sub>k</sub>* известны, комплексные амплитуды *R<sub>k</sub>* находятся путем решения следующей задачи методом наименьших квадратов:

$y_0$		( 1	1		1	$\left( \begin{array}{c} R_1 \end{array} \right)$	1
$y_1$		$z_1$	$z_2$		$z_M$	$R_2$	
÷	=	:	÷	·	÷	:	•
$(y_{N-1})$		$\left(z_1^{N-1}\right)$	$z_2^{N-1}$		$z_M^{N-1}$	$\left(R_{M}\right)$	

Таким образом, находя полюсы и комплексные амплитуды сигнала тока, можно обнаружить параметры гармонических составляющих в сигнале и сопоставить их с параметрами гармоник сломанного стержня ротора.

## 1.3. Модель двигателя

Математическая модель асинхронного двигателя с короткозамкнутой обмоткой составлена на базе эквивалентной электрической схемы [25, 26]. Обмотки статора и ротора двигателя принимаются трехфазными. Система уравнений для исправного двигателя в координатах *abc* имеет вид:

$$\begin{split} u_s^{abc} &= R_s i_s^{abc} + \frac{d\lambda_s^{abc}}{dt};\\ 0 &= R_r i_r^{abc} + \frac{d\lambda_r^{abc}}{dt}, \end{split}$$

где  $u_s^{abc} = \begin{bmatrix} u_{As} & u_{Bs} & u_{Cs} \end{bmatrix}^T$  – напряжения статора;  $i_s^{abc} = \begin{bmatrix} i_{As} & i_{Bs} & i_{Cs} \end{bmatrix}^T$  – токи статора;  $i_r^{abc} = \begin{bmatrix} i_{ar} & i_{br} & i_{cr} \end{bmatrix}^T$  – токи ротора;  $\lambda_s^{abc} = \begin{bmatrix} \lambda_{As} & \lambda_{Bs} & \lambda_{Cs} \end{bmatrix}^T = L_{ss}^{abc} i_s^{abc} + L_{sr}^{abc} i_r^{abc}$  – потокосцепления статора;  $\lambda_r^{abc} = \begin{bmatrix} \lambda_{ar} & \lambda_{br} & \lambda_{cr} \end{bmatrix}^T = L_{rs}^{abc} i_s^{abc}$  – потокосцепления ротора.

Матрицы сопротивлений статора и ротора равны:  $R_s = diag(r_s, r_s, r_s);$ 

$$R_r = diag(r_{rA}, r_{rB}, r_{rC}).$$

Матрицы индуктивностей статора  $L_{ss}^{abc}$  и ротора  $L_{rr}^{abc}$ , а также матрицу взаимной индуктивности статор – ротор  $L_{sr}^{abc} = \left[ L_{rs}^{abc} \right]^T$  можно записать в виде:

$$\begin{split} L_{ss}^{abc} &= L_{ls} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + L_{ss} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}; \\ L_{rr}^{abc} &= L_{lr} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + L_{rr} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}; \\ L_{sr}^{abc} &= \begin{bmatrix} L_{rs}^{abc} \end{bmatrix}^{T} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_{r} & \cos(\theta_{r} + 120^{\circ}) & \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) \\ \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) & \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) \\ \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) & \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) \\ \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) & \cos(\theta_{r} - 120^{\circ}) \end{bmatrix}; \end{split}$$

где  $L_{ls}$  и  $L_{lr}$  – индуктивности рассеивания статора и ротора соответственно;  $L_{ss}$  и  $L_{rr}$  – собственная индуктивность обмотки статора и ротора соответственно; L<sub>sr</sub> – взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора;  $\theta_r$  – угол поворота ротора.

Для моделирования сломанного стержня сопротивление ротора *r<sub>rA</sub>* увеличивается на величину

$$\Delta r = \frac{3n_{BB}}{N_b - 3n_{BB}}r_r,$$

где *N<sub>b</sub>* – общее число стержней ротора; *n<sub>BB</sub>* – число сломанных стержней ротора.

Далее уравнения напряжений и потокосцеплений преобразуются из трехфазной системы abc в двухфазную qd с помощью преобразования Парка – Кларка [25]. Преобразованные уравнения используются для получения сигналов тока двигателя с дефектом ротора.

## 2. Численный эксперимент

В качестве объекта для моделирования выбран асинхронный двухполюсный двигатель 4АА63А2УЗ мощностью 370 Вт с частотой питания 50 Гц. Данный двигатель имеет литой алюминиевый ротор с 18 стержнями в обмотке. Номинальные параметры двигателя приведены в табл. 1. Параметры модели рассчитаны по методике [27] и приведены в табл. 2.

#### Таблица 1 Номинальные параметры двигателя

# Table 1

Motor	parameters

Т	а	b	e	1

Мощность Р, кВт	0,37
Напряжение питания U, В	220
Частота поля <i>n</i> <sub>1</sub> , об/мин	3000
Частота вращения ротора <i>n</i> <sub>2</sub> , об/мин	2751
КПД ң, %	70
Коэффициент мощности соѕф	0,86
Отношение пускового момента к номинальному $m_{\rm n}$	2
Отношение максимального момента к номинальному <i>m</i> <sub>max</sub>	2,2
Отношение пускового тока к номинальному $k_i$	4,5
Номинальное скольжение $s_{\rm H}$ , %	8,3
Критическое скольжение $s_{\kappa p}$ , %	50,5
Момент инерции <i>J</i> , Н·м	0,00076

Таблица 2

Table 2

Парамет	гры	модел	И
Model	oara	meters	

Сопротивление статора <i>R</i> <sub>s</sub> , Ом	40,83
Сопротивление ротора <i>R<sub>r</sub></i> , Ом	13,31
Индуктивность статора L <sub>sp</sub> , Гн	0,04
Индуктивность ротора <i>L<sub>rp</sub></i> , Гн	0,04
Взаимная индуктивность $L_m$ , Гн	1,43

Напряжение питания двигателя реализовано по алгоритму широтно-импульсной модуляции (ШИМ) с частотой 1 кГц. При моделировании рассмотрено несколько режимов работы двигателя, включая нестационарные режимы: первый режим – 1 сломанный стержень, постоянная нагрузка 100 %; второй режим – 1 сломанный стержень, переменная нагрузка; третий режим – постепенная поломка 1 стержня, постоянная нагрузка 100 %. Анализ первого режима необходим для оценки точности нахождения параметров гармоник дефекта ротора методом матричных пучков. По результатам анализа второго и третьего режима сделан вывод об эффективности извлечения параметров гармоник в нестационарных режимах. Моделирование проводилось в среде Simulink, частота дискретизации выбрана 50 кГц, длина записи для каждого режима составила 60 с.

## 3. Результаты

Для оптимальной работы метода матричных пучков частота дискретизации понижена до 200 Гц с помощью операции децимации. Для удаления частот ШИМ к децимированному сигналу применен полосовой фильтр с полосой от 40 до 60 Гц. Обработка сигнала проходит в режиме скользящего окна с длиной окна 50 отчетов (0,25 с) и заданным числом полюсов M = 6.

## 3.1. Первый режим: 1 сломанный стержень, постоянная нагрузка 100 %

Сигнал тока двигателя с одним сломанным стержнем представлен на рис. 2. Расчетные и найденные частоты и амплитуды гармоник дефекта (1) и (2) приведены в табл. 3.



Рис. 2. Сигнал тока с одним сломанным стержнем ротора Fig. 2. Current signal with one broken rotor bar

#### Таблица 3

#### Значения частот и амплитуд гармоник

Table 3

#### Values of harmonic frequencies and amplitudes

Гармоника	$f_{low}$	$f_{high}$
Расчётное значение частоты, Гц	42,137	57,863
Найденное значение частоты, Гц	42,138	57,862
Относительная погрешность частоты, %	0,002	0,002
Расчётное значение амплитуды, А	$3,67 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$
Найденное значение амплитуды, А	$3,75 \cdot 10^{-2}$	$1,98 \cdot 10^{-2}$
Относительная погрешность амплитуды, %	2,18	1,02

Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics. 2025. Vol. 25, no. 1. P. 30–42 Относительная погрешность частот гармоник стремится к нулю. Полученные значения параметров гармоник дефекта постоянны на всей длине сигнала, так как двигатель работает в стационарном режиме. При этом амплитуда левосторонней составляющей дефекта больше, чем амплитуда правосторонней, что согласуется с теорией. При данной величине нагрузки и частоте питания двигателя полученные значения амплитуд гармоник дефекта могут быть приняты в качестве пороговых значений диагностического критерия. Превышение пороговых значений однозначно свидетельствует о наличии дефекта стержня ротора.

## 3.2. Второй режим: сломанный стержень, переменная нагрузка

Изменение момента нагрузки двигателя задано в диапазоне от 80 до 100 % от номинального момента по гармоническому закону. Частота изменения момента составляет 0,5 Гц. Изменение момента, а также найденные значения частот и амплитуд гармоник сломанного стержня показаны на рис. 3.



Рис. 3. Моделирование второго режима: а – изменение момента нагрузки; b – значения частот гармоник дефекта; c – значения амплитуд гармоник дефекта Fig. 3. Simulation of the second mode: a – torque change; b – values of defect harmonic frequencies; c – values of defect harmonic amplitudes

На рис. Зb видно, как частоты сломанного стержня меняют свое значение в зависимости от величины момента нагрузки. Значения амплитуд на частотах дефекта также зависят от величины

#### Управление в технических системах Control in technical systems

момента. Амплитуды имеют максимальное значение при полной нагрузке двигателя и уменьшаются при снижении момента нагрузки (рис. 3с). Однако найденные значения амплитуды имеют колебания, величина которых увеличивается с уменьшением момента. Данное обстоятельство может вызвать трудности при выборе порогового значения диагностического критерия в случае низкой нагрузки двигателя.

## 3.3. Третий режим: постепенная поломка стержня, постоянная нагрузка 100 %

Дефект стержня ротора развивается постепенно по линейному закону. Сигнал изменения сопротивления фазы ротора и сигнал тока статора показаны на рис. 4. Видно, что с ростом сопротивления фазы ротора амплитуда тока растет, а в сигнале тока появляется низкочастотная модуляция (рис. 4b). Найденные частоты и амплитуды гармоник дефекта приведены на рис. 5. На начальном участке сигнала тока гармоники дефекта отсутствуют. В результате метод матричных пучков обнаруживает ложные гармоники (рис. 5а). Однако амплитуда этих гармоник стремится к нулю (рис. 5b). Как только сопротивление фазы ротора начинает меняться, в сигнале появляются гармоники дефекта, параметры которых метод матричных пучков находит. Амплитуда гармоник увеличивается линейно с ростом сопротивления фазы ротора.



Рис. 4. Постепенная поломка стержня: а – изменение сопротивления фазы ротора; b – сигнал тока статора (увеличенный фрагмент) Fig. 4. Gradual breakage of the bar: a – change in the resistance of the rotor phase; b – stator current signal (enlarged fragment)





## Заключение

Применение метода матричных пучков позволяет оценить параметры гармоник дефекта ротора двигателя на модельных данных тока в стационарном и нестационарном режимах. Погреш-

ность определения частот и амплитуд дефекта в стационарном режиме не превышает 2 %. Метод матричных пучков позволяет извлечь гармоники дефектов в случае гармонически меняющейся нагрузки двигателя при частоте дискретизации 200 Гц и длительности сигнала 0,25 с. Однако при снижении нагрузки значения амплитуд гармоник дефектов колеблются, что создает трудность при назначении порогового значения диагностического критерия. Также метод матричных пучков извлекает гармоники дефекта при постепенной его деградации. Метод позволяет отслеживать изменение частоты дефекта и рост амплитуды, связанный с увеличением сопротивления стержня ротора. Таким образом, метод матричных пучков потенциально может быть применен на практике для диагностики реальных двигателей.

## Список литературы

1. Trends in fault diagnosis for electrical machines: a review of diagnostic techniques / H. Henao, G.-A. Capolino, M. Fernandez-Cabanas et al. // IEEE Industrial Electronics Magazine. 2014. Vol. 8, no. 2. P. 31–42. DOI: 10.1109/MIE.2013.2287651

2. Induction motor market – growth, trends, COVID-19 impact, and forecasts (2022–2027) // Mordor Intelligence: сайт. URL: https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/induction-motor-market (дата обращения: 15.03.2023).

3. Efficiency assessment of induction motors operating under different faulty conditions / M. Garcia, P.A. Panagiotou, J.A. Antonino-Daviu, K.N. Gyftakis // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2019. Vol. 66, no. 10. P. 8072–8081. DOI: 10.1109/TIE.2018.2885719

4. Системы виброзащиты, виброконтроля и вибродиагностики промышленного оборудования / Е.Н. Ишметьев, Д.В. Чистяков, А.Н. Панов и др. // Электротехнические системы и комплексы. 2019. № 1 (42). С. 67–73. DOI: 10.18503/2311-8318-2019-1(42)-67-73

5. Liu Y., Bazzi A.M. A review and comparison of fault detection and diagnosis methods for squirrel-cage induction motors: State of the art // ISA Transactions. 2017. Vol. 70. P. 400–409. DOI: 10.1016/j.isatra.2017.06.001

6. A survey of condition monitoring and protection methods for medium-voltage induction motors / P. Zhang, Y. Du, T.G. Habetler, B. Lu // IEEE Transactions on Industry Applications. 2011. Vol. 47, no. 1. P. 34–46. DOI: 10.1109/TIA.2010.2090839

7. Power spectrum-based detection of induction motor rotor faults for immunity to false alarms / J. Kim, S. Shin, S.B. Lee et al. // IEEE Transactions on Energy Conversion. 2015. Vol. 30, no. 3. P. 1123–1132. DOI: 10.1109/TEC.2015.2423315

8. Identification of false rotor fault indications produced by online MCSA for medium-voltage induction machines / S.B. Lee, D. Hyun, T. Kang et al. // IEEE Transactions on Industry Applications. 2016. Vol. 52, no. 1. P. 729–739. DOI: 10.1109/TIA.2015.2464301

9. Барков А.В., Борисов А.А. Современные возможности диагностирования машин с электроприводом по току двигателя // Металлургические процессы и оборудование. 2013. № 1 (31). С. 61–65.

10. Диагностика неисправностей асинхронных двигателей на основе спектрального анализа токов статора и вопросы энергосбережения / Сафин Н.Р., В.А. Прахт, В.А. Дмитриевский и др. // Энергобезопасность и энергосбережение. 2014. № 3. С. 34–39.

11. Токовая диагностика неисправностей подшипников асинхронных двигателей на основе быстрого преобразования Фурье / Н.Р. Сафин, В.А. Прахт, В.А. Дмитриевский, А.А. Дмитриевский // Электротехника. 2016. № 12. С. 14–19.

12. Condition monitoring of industrial electric machines: state of the art and future challenges / S.B. Lee, G.C. Stone, J. Antonino-Daviu et al. // IEEE Industrial Electronics Magazine. 2020. Vol. 12, no. 4. P. 158–167. DOI: 10.1109/MIE.2020.3016138

13. Filippetti F., Bellini A., Capolino G. Condition monitoring and diagnosis of rotor faults in induction machines: state of art and future perspectives // Proceedings of IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD). Paris, France, 2013. P. 196–209. DOI: 10.1109/WEMDCD.2013.6525180

14. Nandi S., Toliyat H.A., Li X. Condition monitoring and fault diagnosis of electrical motors – a review / S. Nandi, H.A. Toliyat, X. Li // IEEE Transactions on Energy Conversion. 2005. Vol. 20, no. 4. P. 719–729. DOI: 10.1109/TEC.2005.847955

15. Reliable detection of broken rotor bars in induction motors via MUSIC and ZSC methods / D. Morinigo-Sotelo, R.J. Romero-Troncoso, J.A. Antonino-Daviu, K.N. Gyftakis // Proceedings of 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM). Lausanne, Switzerland, 2016. P. 2881-2886. DOI: 10.1109/ICELMACH.2016.7732932

16. Improvement of the Hilbert method via ESPRIT for detecting rotor fault in induction motors at low slip / B. Xu, L. Sun, L. Xu, G. Xu // IEEE Transactions on Energy Conversion. 2013. Vol. 28, no. 1. P. 225-233. DOI: 10.1109/TEC.2012.2236557

17. Chen S., Zivanovic R. A novel high-resolution technique for induction machine broken bar detection // Proceedings of 2007 Australasian Universities Power Engineering Conference. Perth, WA, Australia, 2007. P. 1-5. DOI: 10.1109/AUPEC.2007.4548040

18. Sahraoui M., Cardoso A.J.M., Ghoggal A. The use of a modified Prony method to track the broken rotor bar characteristic frequencies and amplitudes in three-phase induction motors // IEEE Transactions on Industry Applications. 2015. Vol. 51, no. 3. P. 2136–2147. DOI: 10.1109/SPEEDAM.2014.6871940

19. Ибряева О.Л., Салов Д.Д. Модификация метода матричных пучков, использующая совместное оценивание полюсов сигнала и обратных к ним // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». 2017. Т. 6, № 1. С. 26–37. DOI: 10.14529/cmse170102

20. Метод матричных пучков для оценки параметров векторных процессов / М.П. Генри, О.Л. Ибряева, Д.Д. Салов, А.С. Семенов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». 2017. Т. 10, № 4. Р. 92–104. DOI: 10.14529/mmp170409

21. A General noise-resilient technique based on the matrix pencil method for the assessment of harmonics and interharmonics in power systems / K. Sheshyekani, G. Fallahi, M. Hamzeh, M. Kheradmandi // IEEE Transactions on Power Delivery. 2017. Vol. 32, no. 5. P. 2179-2188. DOI: 10.1109/TPWRD.2016.2625329

22. Chahine K. Rotor fault diagnosis in induction motors by the matrix pencil method and support vector machine // International Transactions on Electrical Energy Systems. 2017. Vol. 28, no. 4. DOI: 10.1002/etep.2612

23. Вольдек, А.И. Электрические машины: учеб. для студентов высш. техн. учеб. заведений. Л.: Энергия, 1978. 832 с.

24. Analysis and diagnostics of adjacent and nonadjacent broken-rotor-bar faults in squirrel-cage induction machines / G.Y. Sizov, A. Sayed-Ahmed, C.-C. Yeh, N.A.O. Demerdash // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009. Vol. 56, no. 11. P. 4627-4641. DOI: 10.1109/TIE.2008.2011341

25. Ong C.-M. Dynamic simulation of electric machinery. Prentice Hall: New Jersey, 1998. 626 p.

26. Chen S., Zivanovic R. Modelling and simulation of stator and rotor fault conditions in induction machines for testing fault diagnostic techniques // European Transactions on Electrical Power. 2010. Vol. 20, no. 5. P. 611-629. DOI: 10.1002/etep.342

27. Герман-Галкин С.Г., Кардонов Г.А. Электрические машины: Лабораторные работы на ПК. СПб.: Корона Принт, 2003. 256 с.

## References

1. Henao H., Capolino G.-A, Fernandez-Cabanas M., Filippetti F., Bruzzese C., Strangas E., Pusca R., Estima J., Riera-Guasp M., Hedayati-Kia S. Trends in fault diagnosis for electrical machines. *IEEE Industrial electronics magazine*. 2014;8(2):31–42. DOI: 10.1109/MIE.2013.2287651

2. Induction motor market - growth, trends, COVID-19 impact, and forecasts (2022-2027). Mordor Intelligence: website. Available at: https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/inductionmotor-market (accessed 15.03.2023).

3. Garcia M., Panagiotou P.A., Antonino-Daviu J.A., Gyftakis K.N. Efficiency Assessment of Induction Motors Operating Under Different Faulty Conditions. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2019;66(10):8072-8081. DOI: 10.1109/TIE.2018.2885719

4. Ishmetiev E.N., Chistyakov D.V., Panov A.N., Bodrov E.E., Vrabel M. Vibration protection, control and analysis systems for industrial application. Electrical Systems and Complexes. 2019;1(42):67-73. (In Russ.) DOI: 10.18503/2311-8318-2019-1(42)-67-73

5. Liu Y., Bazzi A.M. A review and comparison of fault detection and diagnosis methods for squirrel-cage induction motors: State of the art. ISA Transactions. 2017;70:400-409. DOI: 10.1016/j.isatra.2017.06.001

6. Zhang P., Du Y., Habetler T.G., Lu B. A survey of condition monitoring and protection methods for medium-voltage induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2011;47(1):34–46. DOI: 10.1109/ECCE.2009.5316083

7. Kim J., Shin S., Lee S.B., Gyftakis K.N., Drif M., Cardoso A.J.M. Power spectrum-based detection of induction motor rotor faults for immunity to false alarms. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2015;30(3):1123–1132. DOI: 10.1109/TEC.2015.2423315

8. Lee S.B., Hyun D., Kang T., Yang C., Shin S., Kim H., Park S., Kong T., Kim H. Identification of false rotor fault indications produced by online MCSA for medium-voltage induction machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2016;52(1):729–739. DOI: 10.1109/TIA.2015.2464301

9. Barkov A.V., Borisov A.A. Modern diagnosis solutions of machines with electric drives by the motor current. *Metallurgical processes and equipment*. 2013;1(31):61–65. (In Russ.)

10. Safin N.R., Prakht V.A., Dmitrievskii V.A., Dmitrievskii A.A., Kazakbaev V.M. Diagnostics of induction motors based on spectral analysis of stator currents. *Energy-safety and Energy-economy*. 2014;3:34–39. (In Russ.)

11. Safin N.R., Prakht V.A., Dmitrievskii V.A., Dmitrievskii A.A. Stator current fault diagnosis of induction motor bearings based on the fast fourier transform. *Russian Electrical Engineering*. 2016;87(12):661–665. DOI: 10.3103/S1068371216120063

12. Lee S.B., Stone G.C., Antonino-Daviu J., Gyftakis K.N., Strangas E.G., Maussion P., Platero C.A. Condition monitoring of industrial electric machines: state of the art and future challenges. *IEEE Industrial Electronics Magazine*. 2020;12(4):158–167. DOI: 10.1109/MIE.2020.3016138

13. Filippetti F., Bellini A., Capolino G. Condition monitoring and diagnosis of rotor faults in induction machines: state of art and future perspectives. In: *Proceedings of the IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*. Paris, France; 2013. P. 196–209. DOI: 10.1109/WEMDCD.2013.6525180

14. Nandi S., Toliyat H.A., Li X. Condition monitoring and fault diagnosis of electrical motors – a review. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2005;20(4):719–729. DOI: 10.1109/TEC.2005.847955

15. Morinigo-Sotelo D., Romero-Troncoso R.J., Antonino-Daviu J.A., Gyftakis K.N. Reliable detection of broken rotor bars in induction motors via MUSIC and ZSC methods. In: *Proceedings of the 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. Lausanne, Switzerland; 2016. P. 2881–2886. DOI: 10.1109/ICELMACH.2016.7732932

16. Xu B., Sun L., Xu L., Xu G. Improvement of the Hilbert method via esprit for detecting rotor fault in induction motors at low slip. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2013;28(1):225–233. DOI: 10.1109/TEC.2012.2236557

17. Chen S., Zivanovic R. A novel high-resolution technique for induction machine broken bar detection. In: *Proceedings of the 2007 Australasian Universities Power Engineering Conference*. Perth, WA, Australia; 2007. P. 1–5. DOI: 10.1109/AUPEC.2007.4548040

18. Sahraoui M., Cardoso A.J.M., Ghoggal A. The use of a modified prony method to track the broken rotor bar characteristic frequencies and amplitudes in three-phase induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2015;51(3):2136–2147. DOI: 10.1109/SPEEDAM.2014.6871940

19. Ibryaeva O.L., Salov D.D. Modification of the Matrix Pencil Method using a combined evaluation of signal poles and their inverses. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computational Mathematics and Software Engineering.* 2017;6(1):26–37. (In Russ.) DOI: 10.14529/cmse170102

20. Henry M.P., Ibryaeva O.L., Salov D.D., Semenov A.S. Matrix pencil method for estimation of parameters of vector processes. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*. 2017;10(4):92–104. (In Russ.) DOI: 10.14529/mmp170409

21. Sheshyekani K., Fallahi G., Hamzeh M., Kheradmandi M. A General Noise-Resilient Technique Based on the Matrix Pencil Method for the Assessment of Harmonics and Interharmonics in Power Systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2017;32(5):2179–2188. DOI: 10.1109/TPWRD.2016.2625329

22. Chahine K. Rotor fault diagnosis in induction motors by the matrix pencil method and support vector machine. *International Transactions on Electrical Energy Systems*. 2017;28(10):1–13. DOI: 10.1002/etep.2612

23. Voldek, A.I. *Elektricheskie mashiny: ucheb. dlya studentov vyssh. tekhn. ucheb. zavedeniy* [Electric machine. Textbook for students of higher technical educational institutions]. Leningrad: Energiya; 1978. 832 p. (In Russ.)

24. Sizov G.Y., Sayed-Ahmed A., Yeh C.-C., Demerdash N.A.O. Analysis and Diagnostics of Adjacent and Nonadjacent Broken-Rotor-Bar Faults in Squirrel-Cage Induction Machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2009;56(11):4627–4641. DOI: 10.1109/TIE.2008.2011341

25. Ong C.-M. Dynamic simulation of electric machinery. New Jersey: Prentice Hall; 1998. 626 p.

26. Chen S., Zivanovic R. Modelling and simulation of stator and rotor fault conditions in induction machines for testing fault diagnostic techniques. *European Transactions on Electrical Power*. 2010;20(5):611–629. DOI: 10.1002/etep.342

27. German-Galkin S.G., Kardonov G.A. *Elektricheskie mashiny: Laboratornye raboty na PK* [Electric machine: Laboratory work on a PC]. St. Petersburg: Korona Print; 2003. 256 p. (In Russ.)

## Информация об авторе

**Еремеева Виктория Александровна**, аспирант кафедры информационно-измерительной техники, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; eremeevava@susu.ru.

## Information about the author

Victoria A. Eremeeva, Postgraduate student of the Department of Information and Measuring Technology, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; eremeevava@susu.ru.

## Конфликт интересов

Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

## Conflict of interest

The author declares no obvious or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Статья поступила в редакцию 13.05.2024 The article was submitted 13.05.2024