

# Инфокоммуникационные технологии и системы Infocommunication technologies and systems

Научная статья

УДК 621.396.6(07), 537.8(07)

DOI: 10.14529/ctcr260203

## ФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ПАНЕЛЬНЫХ АНТЕНН НА МАЧТАХ И БАШНЯХ

**М.С. Воробьев**, vorobevms@susu.ru

**Л.П. Кудрин**, kudrinlp@susu.ru

**А.Б. Хашимов**, khashimovab@susu.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

**Аннотация.** Развитие национальной сети радиотелевизионного вещания предполагает оптимизацию зоны покрытия для используемого частотного диапазона в различных условиях рельефа местности и плотности расположения приемников сети. Это требует решения актуальной задачи проектирования передающих центров, антенные системы которых формируют диаграммы направленности с заданными свойствами, например, с зонами ослабления в горной местности, водной территории. С этой целью часто используют панельные антенны, размещаемые на мачтах и башнях. **Цель исследования:** рассмотрение строгих электродинамических формулировок для математических моделей панельных антенн, так как широко используемые концепции бесконечных идеально проводящих экранов не учитывают эффектов взаимного влияния в антенной системе, образованной панельными антеннами, с конструктивными элементами мачт и башен; разработка методов проектирования оптимальных амплитудно-фазовых распределений антенных систем, обеспечивающих заданные требования к диаграмме направленности. **Методы исследования.** Вводится строгая электродинамическая модель вибратора панельной антенны в виде интегрального уравнения Поклингтона. Полная математическая модель панельной антенны формулируется как система интегральных уравнений, для численного решения которой используется метод моментов. **Результаты.** Получены оценки поля излучения панельных антенн в теневой области для различных размеров панели-рефлектора. Исследованы изменения диаграммы направленности антенных систем, вызванные влиянием конструктивных элементов мачт и башен. Применение оптимизационных процедур для нелинейных задач проектирования амплитудно-фазовых распределений совместно с геометрией расположения панельных антенн приводит к возможности формирования зоны покрытия, наиболее близкой к заданным требованиям в соответствии с выбранными критериями. **Заключение.** Результаты исследования показывают степень соответствия строгих результатов проектирования панельных антенн с приближенными методами зеркальных изображений. Для предложенной математической модели панельной антенны можно определить частотный диапазон входного сопротивления антенной системы для эффективного согласования. Приведены примеры формирования диаграмм направленности с заданной зоной покрытия для различных объектов установки.

**Ключевые слова:** панельная антенна, математическая модель, интегральные уравнения, амплитудно-фазовое распределение, мачта, башня

**Для цитирования:** Воробьев М.С., Кудрин Л.П., Хашимов А.Б. Формирование диаграммы направленности панельных антенн на мачтах и башнях // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2026. Т. 26, № 2. С. 30–39. DOI: 10.14529/ctcr260203

## FORMATION OF THE RADIATION PATTERN OF PANEL ANTENNAS ON MASTS AND TOWERS

*M.S. Vorobev*, vorobevms@susu.ru

*L.P. Kudrin*, kudrinlp@susu.ru

*A.B. Khashimov*, khashimovab@susu.ru

*South Ural State University, Chelyabinsk, Russia*

**Abstract.** The development of a national radio and television broadcasting network requires optimizing the coverage area for the frequency band used in various terrain conditions and density of the network receivers. This leads to solving the actual problem of designing broadcasting centers, whose antenna systems form radiation patterns with specified properties, such as attenuation zones in mountainous terrain or water area. For this purpose panel antennas mounted on masts and towers are often used. **The purpose of the study.** Consideration of rigorous electrodynamics formulations for mathematical models of panel antennas since the widely used concepts of infinite perfectly conductive screens do not consider the effects of mutual influence in an antenna system that consists of panel antennas and structural elements of masts and towers. Development of methods for designing optimal amplitude-phase distributions of antenna systems that meet the specified requirements for the radiation pattern. **Materials and methods.** A rigorous electrodynamics model of a panel antenna dipole is introduced as the Pocklington integral equation of the II kind. The complete mathematical model of a panel antenna is formulated as a system of integral equations. For the numerical solution the method of moments is used. **Results.** Estimates of the panel antenna radiation fields in the back area were obtained for various panel-reflector sizes. Changes in the antenna system radiation pattern caused by the influence of the structural elements of masts and towers were investigated. The use of optimization procedures for nonlinear problems of designing amplitude-phase distributions with reference to the geometry of the panel antenna layout leads to the possibility of forming a coverage area that is closest to the specified requirements for the selected criteria. **Conclusion.** The study results show the degree of compliance of the rigorous modeling results of panel antennas with approximate mirror image methods. The proposed mathematical model of the panel antenna can determine the frequency band of the antenna system input impedance for effective matching. Examples of modeling radiation patterns with a given coverage area for various objects are given.

**Keywords:** panel antenna, mathematical model, integral equations, amplitude and phase distribution, mast, tower

**For citation:** Vorobev M.S., Kudrin L.P., Khashimov A.B. Formation of the radiation pattern of panel antennas on masts and towers. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2026;26(2):30–39. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr260203

Панельные антенны в виде вибраторных излучателей над рефлектором (сплошным или решетчатым) (рис. 1) являются одним из основных вариантов для установки на несущих мачтах и башнях радиотелевизионных передающих центров (РТЦ) [1, 2]. Их отличает простота конструкции и технологичность изготовления, приемлемые массо-габаритные характеристики, надежное крепление к объектам установки. Объединение панельных антенн в антенную систему (АС) позволяет формировать диаграмму направленности (ДН) в горизонтальной и вертикальной плоскости с заданными свойствами зоны покрытия РТЦ. Это достигается применением различных амплитудно-фазовых распределений (АФР) возбуждения АС и расположением панельных антенн на гранях мачты или башни.

Например, для совместной работы передающих центров возникает необходимость заданного ослабления ДН в определенных угловых секторах для подавления взаимных интерференционных помех. Зона покрытия определяется характером рельефа местности, плотностью застройки территории, местом установки мачты или башни. В ряде случаев форма и размеры поперечного сечения башни позволяют варьировать угловое расположение панельных антенн на отдельных гранях, что приводит к дополнительным возможностям формирования ДН. В статье будем рассмат-

ривать ДН АС в горизонтальной плоскости, представляющие наибольший практический интерес. В вертикальной плоскости общее количество этажей АС определяется заданным коэффициентом усиления в направлении максимума ДН.

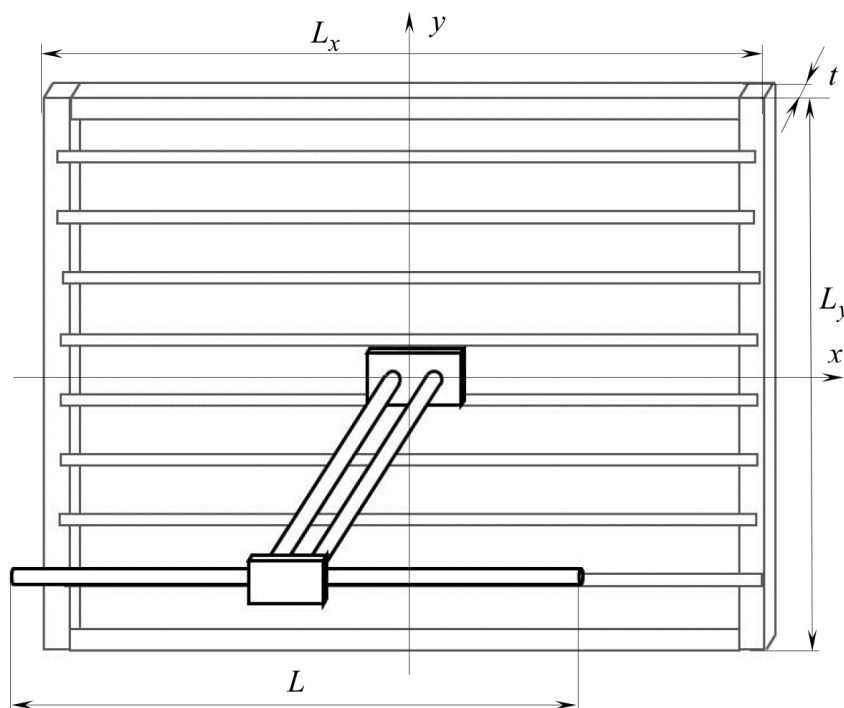


Рис. 1. Панельная антенна  
Fig. 1. Panel antenna

Проектирование АС с заданной ДН (угловые секторы подавления, провалы в помеховых угловых направлениях) предполагает решение многопараметрической нелинейной задачи синтеза АФР и размещения излучателей на объекте установки – башне или мачте РТПЦ с известным поперечным сечением и привязкой к местности. Кроме того, принципиально важен учет влияния конструктивных элементов башни (мачты) – растяжки, кабель-росты, пояса. Эти элементы определяют помеховые поля рассеяния, свойства которых зависят от поляризации поля излучения. Негативный фактор влияния таких полей проявляется в ДН АС в зоне подавления.

Для получения ДН, наиболее приближенной к заданной, часто используют панельные излучатели на гранях башни (мачты). Для уменьшения стоимости, массы и ветровой нагрузки рефлекторы выполняют решетчатыми. Наиболее полную оценку поля излучения панельной антенны можно получить, используя строгие электродинамические формулировки в задаче моделирования АС, включая влияние объекта установки, так как приближение идеально проводящего бесконечного экрана принципиально не работает в теневой области [3, 4]. Рассмотрим панельную антенну с рефлектором толщиной  $t$  (см. рис. 1), значительно меньшей длины волны  $\lambda$ .

Введем следующие допущения.

1. Поверхность панели-рефлектора является сплошной. В [4] показано, что переход к решетчатому рефлектору при соответствующем выборе параметров конструкции не приводит к заметному расхождению результатов.

2. Для тонких панелей используем методы исследования, предложенные в работах [5–8]. Многочисленные результаты математического моделирования и измерительные эксперименты показали эффективность строгого электродинамического подхода к формулировке математической модели (ММ) панельной антенны.

3. Для численного исследования ММ используем итерационную процедуру [9], позволяющую получить устойчивые результаты для тонких рефлекторов панельных антенн. Введем систему ИУ II рода для вибратора размером  $L$ , ориентированного по оси  $x$ , и рефлектора с поверхностью  $S$ , удовлетворяющей условию непрерывности нормали [9]:

$$\vec{j}_s = \frac{1}{2\pi} \vec{n}_p \times \int_S \vec{j}_s \times \text{grad}' \varphi ds' - \frac{1}{2\pi} \vec{n}_p \times \int_{-L/2}^{L/2} I_x \vec{i}_x \times \text{grad}' \varphi dx';$$

$$-\frac{4\pi ik}{Z_c} \int_S (j_{sx} K_{x'p} + j_{sy} K_{y'p} + j_{sz} K_{z'p}) ds' + \int_{-L/2}^{L/2} I_x K_{x'x} dx' = -\frac{4\pi ik}{Z_c} E_x^i, \quad (1)$$

где  $\vec{j}_s = \vec{i}_x j_{sx} + \vec{i}_y j_{sy} + \vec{i}_z j_{sz}$  – вектор распределения поверхностного тока на рефлекторе;

$\varphi = \exp(-ikr)/r$  – функция Грина свободного пространства;

$k = 2\pi/\lambda$ ;  $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + t^2}$  – расстояние между точками наблюдения и источника соответственно;

$I_x$  – распределение тока на вибраторе, определяемое возбуждением в зазоре вибратора  $E_x^i$ ;

$Z_c$  – волновое сопротивление среды.

Первое уравнение системы (1) – удовлетворение граничным условиям на поверхности рефлектора, второе – ИУ Поклингтона [10, 11] в тонкопроволочном приближении для вибратора. Критерий устойчивости численного решения определяется стабилизацией числа обусловленности *cond* глобальной матрицы системы (1). Результаты вычислительных экспериментов показывают границу стабилизации для значений  $t/\lambda < 0,005$ , что хорошо согласуется с результатами, полученными в [12] для конструкций панельных антенн.

Для численного решения системы (1) используем метод коллокаций с импульсными базисными функциями [13].

На рис. 2 приведены результаты расчетов ДН панельного излучателя в сферической системе координат для вертикальной (рис. 2а) и горизонтальной плоскости (рис. 2б), логарифмический масштаб. Размеры рефлектора и вибратора:  $L_x = 0,7\lambda$ ;  $L_y = 0,62\lambda$ ;  $t = 0,008\lambda$ ;  $L = 0,48\lambda$ .

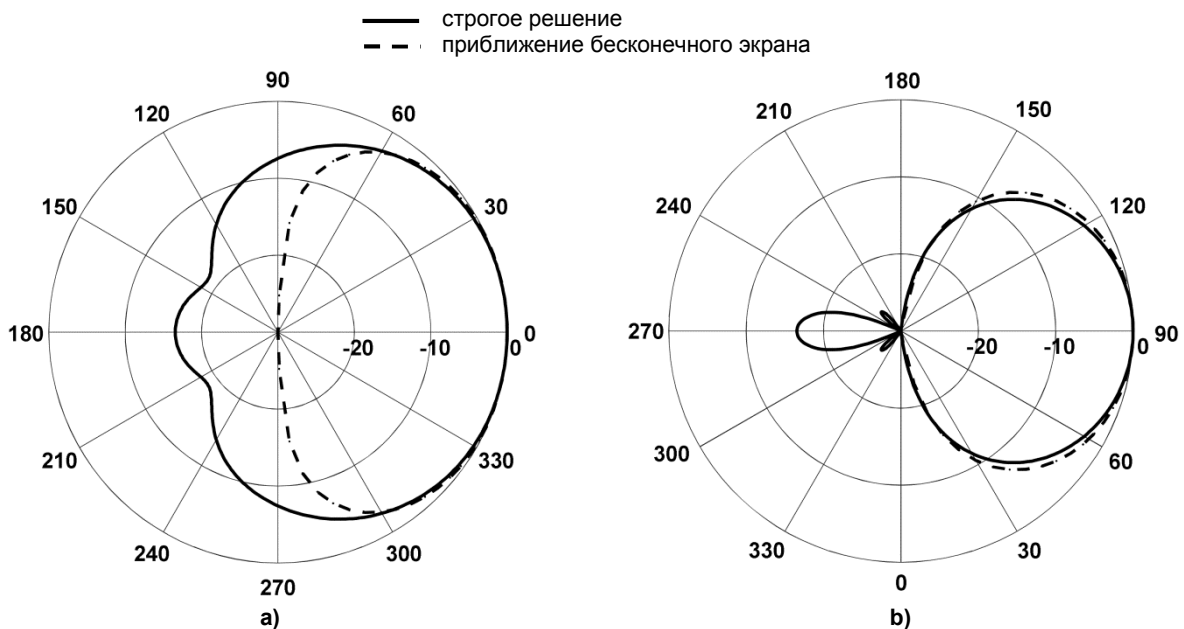


Рис. 2. ДН панельной антенны  
Fig. 2. Radiation patterns of the panel antenna

Наиболее заметные отличия ДН для строгих и приближенных решений проявляются в угловых областях, соответствующих теневой области панельной антенны.

Но именно эти области, как правило, находятся в зоне подавления, поэтому строгие решения для ДН панельных антенн должны использоваться как основные для построения ММ антенных систем.

Типичные конфигурации АС, устанавливаемых на мачтах и башнях, представлены на рис. 3 – горизонтальной поляризации (рис. 3а), вертикальной поляризации (рис. 3б). Для формирования заданной ДН может потребоваться индивидуальное смещение и синхронный поворот панельных антенн относительно граней мачты, башни. Таким образом, расположение панельных антенн совместно с функцией АФР вводится в целевой функционал для оптимизации ДН антенной системы. Естественными ограничениями задачи синтеза являются заданные размеры поперечного сечения мачты, башни, которые определяют возможные изменения положения панельных антенн на гранях.

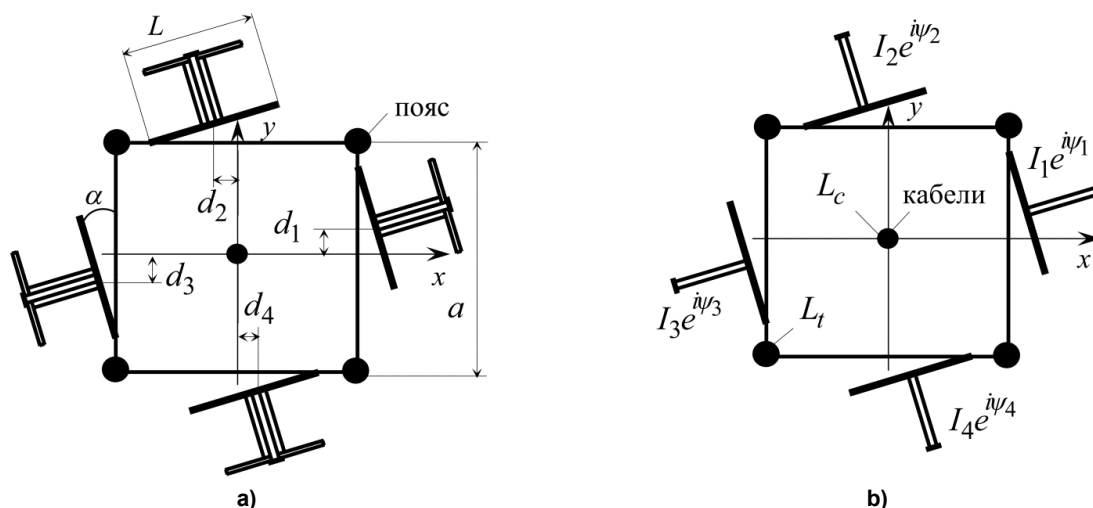


Рис. 3. Конфигурация АС на гранях мачты, башни  
Fig. 3. Configuration of the antenna system on the sides of the mast or tower

Формирование ДН антенных систем рассмотрим отдельно для панельных антенн горизонтальной и вертикальной поляризации.

**Вертикальная поляризация.** В этом случае ДН антенной системы в горизонтальной (азимутальной) плоскости определяется с помощью асимптотического соответствия трехмерных векторных и двумерных скалярных электродинамических задач [14, 15]. Система ИУ I рода:

$$I_{sm}G(\xi) + \sum_{n \neq m}^N I_{sn}G(r_{mn}) + \int_{L_s} j(q)G(r_{mq})dl_q = - \sum_{n \neq m}^N I_{in}G(r_{mn}); \quad m = \overline{1:N};$$

$$\sum_{n=1}^N I_{sn}G(r_{pn}) + \int_{L_s} j(q)G(r_{pq})dl_q = - \sum_{n=1}^N I_{in}G(r_{pn}); \quad p \in L_c,$$
(2)

где  $G(r_{pq}) = -iH_0^{(2)}(kr_{pq})/4$ ;  $L_s$  – контур, объединяющий все замкнутые контуры ММ.

На рис. 4 приведены результаты вычислительных экспериментов нелинейной задачи оптимизации.

В целевом функционале используются как параметры АФР излучателей, так и геометрические характеристики их расположения на мачте или башне. На рис. 4а изображены ДН АС четырех панельных излучателей, расположенных на мачте «Унжа», сечение  $0,3 \times 0,3 \text{ м}^2$ , угол  $\alpha = 0$ . Расчеты показывают, что неравномерность ДН, приближенных к круговой, не ниже допустимого уровня  $-3 \text{ дБ}$ . Рефлектор панельного излучателя для несущей частоты  $92,6 \text{ МГц}$  имеет небольшой электрический размер  $0,093\lambda$ , что определяет достаточно высокий уровень излучения в теневой области, до  $-16 \text{ дБ}$ . Поскольку возбуждаются все четыре излучателя, то влияние таких «узких» рефлекторов имеет равномерный характер. Вектор АФР  $I = [1 \exp(i0) \ 1 \exp(i\pi/2) \ 1 \exp(i\pi) \ 1 \exp(i3\pi/2)]$ .

В ряде случаев необходимо формирование секторной ДН для ограниченной зоны покрытия, с минимальным уровнем излучения в угловом секторе подавления. На рис. 4б приведены ДН для двух излучающих панельных антенн – № 3 и № 4 (см. рис. 3б,  $\alpha = 0$ ), получено АФР ММ:  $I = [0 \ 0 \ 1 \ 0,707 \exp(i\pi/2)]$ . Частота  $109,2 \text{ МГц}$ , угловой сектор подавления  $0-90^\circ$ .

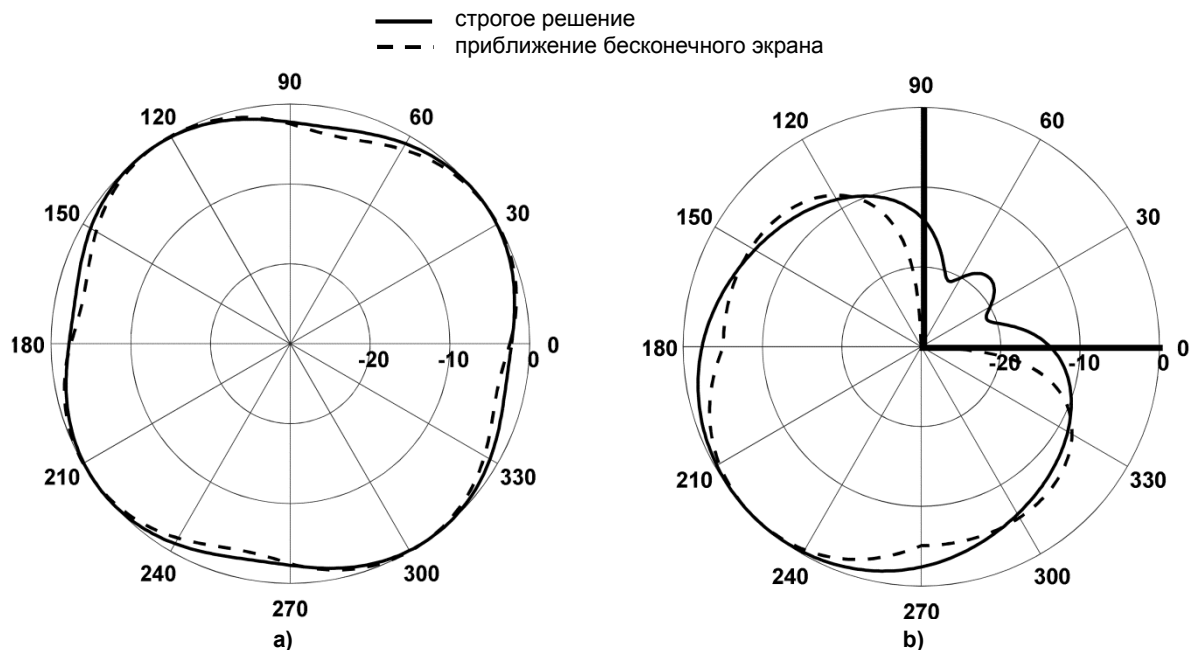


Рис. 4. ДН АС вертикальной поляризации  
Fig. 4. Radiation patterns of a vertically polarized antenna system

Рис. 5а показывает ДН АС четырех панельных излучателей, расположенных на башне квадратного сечения  $2,32 \times 2,32 \text{ м}^2$ , диаметр поясов башни 0,2 м. Для получения ДН, приближенной к круговой, процедура оптимизации приводит к необходимости смещения центров панельных излучателей относительно осей симметрии сечения башни на расстояние 0,3 м в направлении часовой стрелки, угол  $\alpha = 0$ . Размер рефлектора – 0,56 $\lambda$ , несущая частота – 100,2 МГц, АФР – аналогично примеру на рис. 4а. Излучение всех четырех излучателей приводит к равномерному изменению ДН, но для панельных излучателей, ДН которых определяется из строгого решения, неравномерность несколько выше. Это объясняется более высоким уровнем излучения в теневой области, что приводит к интерференции полей рассеяния внутри башни, вызванных влиянием поясов башни.

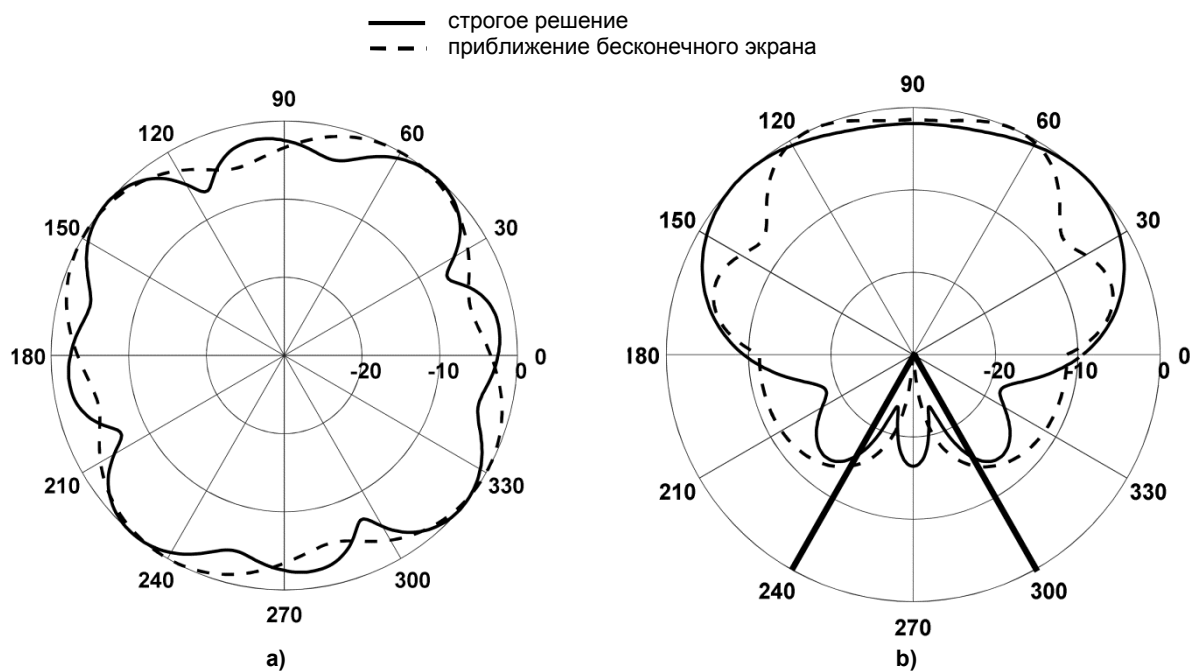


Рис. 5. ДН АС вертикальной поляризации  
Fig. 5. Radiation patterns of a vertically polarized antenna system

На рис. 5b приведены результаты моделирования для трех излучающих панельных антенн: № 1, № 2, № 3 (см. рис. 3b, угол  $\alpha = 0$ ), сечение башни на высотной отметке установки АС  $2,32 \times 2,32 \text{ м}^2$ , диаметр поясов башни 0,22 м, несущая частота 105,7 МГц. По условиям задачи необходимо сформировать секторную ДН, наименее отличающуюся от равномерной в секторе углов  $20\text{--}160^\circ$ , в секторе углов  $240\text{--}300^\circ$  минимальный уровень излучения, не превышающий  $-20 \text{ дБ}$ . В результате вычислительных экспериментов получено следующее АФР ММ:  $I = [0,42 \exp(i\pi/2) \ 0,42 \ 0]$ .

Размер рефлектора –  $0,6\lambda$ , центры панельных антенн № 1, № 3 сдвинуты по граням башни на 0,43 м ближе к антенне № 2 относительно осей симметрии. Строгое решение задачи определения ДН с учетом вторичных полей рассеяния приводит к более высокому уровню поля излучения в зоне подавления. Следовательно, расчеты ДН с использованием приближения бесконечного экрана приводят к заметным ошибкам в зоне подавления. Кроме того, ДН АС с панельными антеннами обладает более равномерным поведением в заданной зоне рабочих характеристик.

**Горизонтальная поляризация.** Здесь характерной особенностью поля излучения является возбуждение только поперечных распределений токов на поверхности цилиндрических объектов.

Эти металлические объекты, образованные поясами, кабельными стволами мачт и башен, в первом приближении можно считать идеально проводящими. Следовательно, эти распределения не вносят существенного вклада в поле излучения в горизонтальной плоскости. Поэтому в оптимизации поля излучения АС используются строгие ДН панельных антенн (см. рис. 2b), геометрия их расположения на объекте установки и АФР возбуждения.

На рис. 6a приведены ДН АС, состоящей из четырех панельных излучателей, наиболее приближенные к ненаправленным ДН в азимутальной плоскости. Незначительное отличие ДН объясняется совместным излучением АС с АФР, близким к равноамплитудным квадратурным фазовым распределениям. Излучение в теневой области взаимно компенсируется, что приводит к равномерному поведению поля рассеяния отдельных панельных антенн. Сечение башни –  $2,6 \times 2,6 \text{ м}^2$ , несущая частота – 93,25 МГц (5-й телевизионный канал (ТВК)),  $\alpha = 0$ . Требование приближения к ненаправленной ДН в нелинейной процедуре оптимизации приводит к одновременному сдвигу центров всех панельных излучателей на 0,65 м по часовой стрелке (см. рис. 3a) относительно осей симметрии. После незначительной «ручной» коррекции АФР ММ:  $I = [1 \exp(i0) \ 1 \exp(i\pi/2) \ 1 \exp(i\pi) \ 1 \exp(i3\pi/2)]$ .

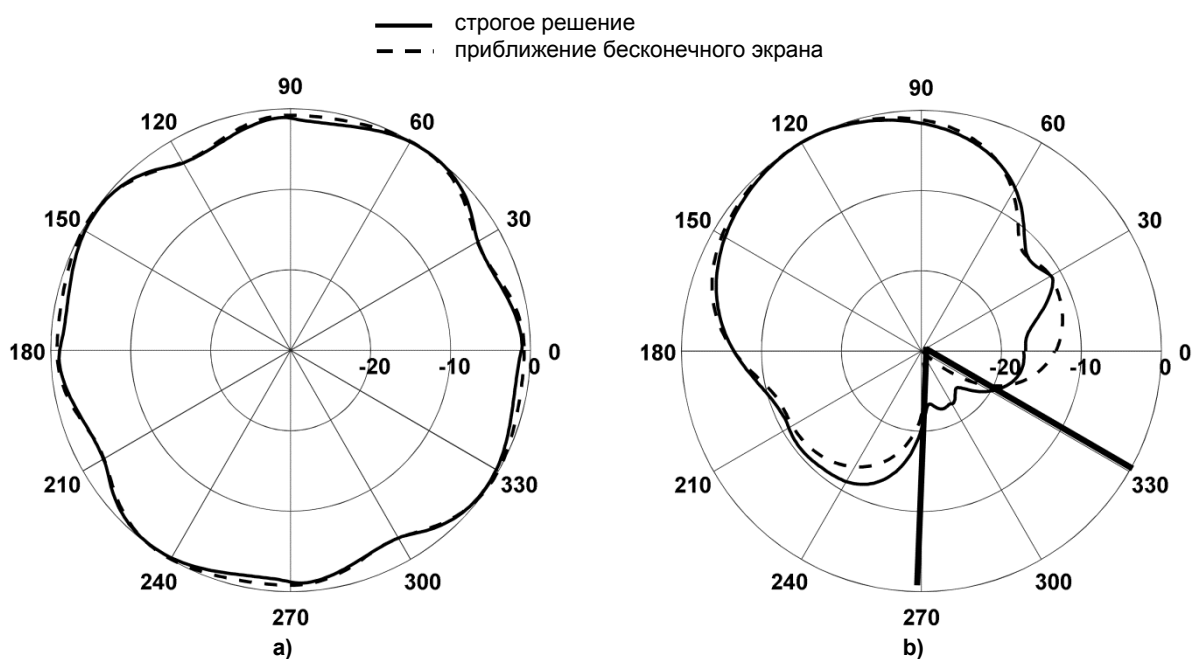


Рис. 6. ДН АС горизонтальной поляризации  
Fig. 6. Radiation patterns of a horizontally polarized antenna system

Для оптимизации ДН антенной системы можно использовать углы наклона панельных излучателей относительно граней башни (см. рис. 3а). На рис. 6б приведены секторные ДН, наиболее приближенные к следующим требованиям: уровень ДН не ниже  $-5$  дБ в секторе углов  $60-180^\circ$ ; в секторе углов  $270-330^\circ$  уровень ДН не выше  $-20$  дБ. Такие ДН характерны для горной местности, плотной городской застройки. В качестве оптимизационной процедуры приближения ДН АС к заданной используется программный комплекс *fminunc* [16]. Вычислительные эксперименты показывают необходимость совместного излучения трех панельных антенн: № 1, № 2, № 3, башня сечением  $2,72 \times 2,72$  м<sup>2</sup>. Угол наклона всех панелей составляет  $\alpha = 30^\circ$  (см. рис. 3а), панельные антенны № 2, № 3 сдвинуты ближе к панели № 1 на  $0,2$  м относительно осей симметрии, панель № 1 – в центре. Для 4 ТВК АФР ММ:  $I = [0,27 \exp(i\pi/2) \ 1 \exp(i0) \ 0,27 \exp(i3\pi/2) \ 0]$ , несущая частота –  $85,25$  МГц. В этом примере наглядно показано влияние поля излучения панельных антенн в зоне подавления. Следовательно, уточнение результатов проектирования АС обязательно должно учитывать строгие решения для ДН.

### Заключение

1. Строгие ММ панельных антенн позволяют детально исследовать широко применяемые практические конструкции антенн. Результаты исследования будут полезны разработчикам и специалистам по эксплуатации АС, так как они позволяют прогнозировать ДН с высокой точностью для заданных условий на этапе математического моделирования, не прибегая к этапу натурных экспериментов.

2. Предложен метод исследования многоэкстремальных нелинейных целевых функционалов, в состав которых входят не только функции АФР возбуждения, но и геометрические характеристики АС. Результаты применения метода оптимизации деформируемого многогранника показывают эффективность моделирования АС различного назначения, подтвержденные экспериментальными исследованиями в условиях эксплуатации.

### Список литературы

1. Неганов В.А., Ключев Д.С., Табаков Д.П. Устройства СВЧ и антенны. Ч. II. Теория и техника антенн. М.: ЛЕНАНД, 2014. 728 с.
2. Balanis C.A. Antenna Theory. Analysis and Design. N.-Y.: John Wiley and Sons, 1997. 957 p.
3. Стрижков В.А. Оценка влияния размеров и формы рефлектора на основные характеристики направленности фазированных антенных решеток // Антенны. 2007. № 6. С. 14–17.
4. Modern Antennas / S. Drabowitch, A. Papiernik, H.D. Griffiths et al. Second Edition. Springer, 2005. 703 p.
5. Захаров Е.В., Рыжаков Г.В., Сетуха А.В. Численное решение трехмерных задач дифракции электромагнитных волн на системе идеальнопроводящих поверхностей методом сингулярных интегральных уравнений // Дифференциальные уравнения. 2014;50(9):1253–1263. DOI: 10.1134/S0374064114090118
6. Пименов Ю.В., Ходьков Д.А. Излучение элементарного электрического вибратора, расположенного над плоским прямоугольным экраном // Радиотехника. 1990. № 11. С. 60–63.
7. Дмитриев В.И., Захаров Е.В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. М.: Изд-во МГУ, 1987. 168 с.
8. Инспекторов Э.М. Численный анализ электромагнитного возбуждения проводящих тел. Минск: Изд-во «Университетское», 1987. 117 с.
9. Хашимов А.Б., Салихов Р.Р., Альметов Р.С. Применение вычислительных схем повышенной точности в проектировании антенных систем // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». 2014. Т. 3, № 2. С. 77–91.
10. Sophocles J. Orfanidis. Electromagnetic Waves and Antennas. Rutgers University, 2008. URL: <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa>.
11. Davidson D.D. Computational Electromagnetics for RF and Microwaves Engineers. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 413 p.
12. Крахин О.И., Левитан Б.А., Кузнецов А.П. Стационарные антенны. Расчет и проектирование конструкций: учеб. М.: Машиностроение, 2014. 240 с.

13. Gibson W.C. *The Method of Moments in Electromagnetics*. N.-Y.: Chapman and Hall/CRC, 2008. 272 p.
14. Voitovich N.I., Khashimov A.B. On the Correspondence of Asymptotic Solutions to 2D and 3D Problems in Antenna Engineering // *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2010. Vol. 55, no. 12. P. 1374–1379.
15. Пименов Ю.В. *Линейная макроскопическая электродинамика: вводный курс для радиофизиков и инженеров*. Долгопрудный: Интеллект, 2008. 535 с.
16. *Toolbox User's Guide*. © 2016–2019 by The MathWorks, Inc.

### References

1. Neganov V.A., Klyuev D.S., Tabakov D.P. *Ustroystva SVCh i anteny. Ch. II. Teoriya i tekhnika antenn* [Microwaves Devices and Antennas, Ch.II. Antenna Theory and Technology]. Moscow: LENAND Publ., 2014. 728 p. (In Russ.)
2. Balanis C.A. *Antenna Theory. Analysis and Design*. N.-Y.: John Wiley and Sons, 1997. 957 p.
3. Strizhkov V.A. [Evaluation of the Influence of Reflector Size and Shape on the Main Directional Characteristics of Phased Antenna Arrays]. *Antennas*. 2007;(6):14–17. (In Russ.)
4. Drabowitch S., Papiernik A., Griffiths H.D., Encinas J., Smith B.L. *Modern Antennas*. Second Edition. Springer, 2005. 703 p.
5. Zakharov E.V., Ryzhakov G.V., Setukha A.V. Numerical solution of 3D problems of electromagnetic wave diffraction on a system of ideally conducting surfaces by the method of hypersingular integral equations. *Differential Equations*. 2014;50(9):1240–1251. DOI: 10.1134/S0012266114090110
6. Pimenov Yu.V., Khod'kov D.A. [Radiation from an Elementary Electric Dipole Located above a Flat Rectangular Screen]. *Radioengineering*. 1990;(9):60–63. (In Russ.)
7. Dmitriev V.I., Zakharov E.V. *Integral'nye uravneniya v kraevykh zadachakh elektrodinamiki* [Integral Equations in Boundary Value Problems of Electrodynamics]. Moscow: MSU Publ., 1987. 168 p. (In Russ.)
8. Inspektorov E.M. *Chislennyy analiz elektromagnitnogo vzbuzhdeniya provodyashchikh tel* [Numerical Analysis of the Electromagnetic Excitation of Conducting Objects]. Minsk: Universitetskoe Publ., 1987. 117 p. (In Russ.)
9. Khashimov A.B., Salikhov R.R., Al'metov R.S. Using of the high precision numerical techniques for antenna system design. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computational Mathematics and Software Engineering*. 2014;3(2):77–91. (In Russ.)
10. Sophocles J. Orfanidis. *Electromagnetic Waves and Antennas*. Rutgers University, 2008. Available at: <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa>.
11. Davidson D.D. *Computational Electromagnetics for RF and Microwaves Engineers*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 413 p.
12. Krakhin O.I., Levitan B.A., Kuznetsov A.P. *Statsionarnye anteny. Raschet i proektirovanie konstruktsiy: ucheb.* [Stationary antennas. Calculation and design of structures: textbook]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2014. 240 p. (In Russ.)
13. Gibson W.C. *The Method of Moments in Electromagnetics*. N.-Y.: Chapman and Hall/CRC, 2008. 272 p.
14. Voitovich N.I., Khashimov A.B. On the Correspondence of Asymptotic Solutions to 2D and 3D Problems in Antenna Engineering. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2010;55(12):1374–1379.
15. Pimenov Yu.V. *Lineynaya makroskopicheskaya elektrodinamika: vvodnyy kurs dlya radiofizikov i inzhenerov* [Linear Macroscopic Electrodynamics: An Introductory Course for Radiophysicists and Engineers]. Dolgoprudnyy: Intellekt Publ., 2008. 535 p.
16. *Toolbox User's Guide*. © 2016–2019 by The MathWorks, Inc.

**Информация об авторах**

**Воробьев Михаил Степанович**, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры радиоэлектроники и систем связи, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; vorobevms@susu.ru.

**Кудрин Леонид Петрович**, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры радиоэлектроники и систем связи, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; kudrinlp@susu.ru.

**Хашимов Амур Бариевич**, канд. физ.-мат. наук, доц., доц. кафедры радиоэлектроники и систем связи, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; khashimovab@susu.ru.

**Information about the authors**

**Mihail S. Vorobev**, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Radioelectronics and Communication Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; vorobevms@susu.ru.

**Leonid P. Kudrin**, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Radioelectronics and Communication Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; kudrinlp@susu.ru.

**Amur B. Khashimov**, Cand. Sci. (Phys. and Math.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Radioelectronics and Communication Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; khashimovab@susu.ru.

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article.

The authors declare no conflicts of interests.

**Статья поступила в редакцию 29.12.2025**

**The article was submitted 29.12.2025**