УДК 621.313.13-133.3:62-83

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ЗАМКНУТЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ШАГОВЫМИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯМИ

Ю.С. Смирнов, А.В. Соколов

FEATURES OF DYNAMICS CLOSED ELECTRO-MECHATRONIC CONVERTERS WITH ELECTRIC STEP MOTORS

Yu.S. Smirnov, A.V. Sokolov

Представлен анализ устойчивости замкнутых электромехатронных преобразователей (ЭМТП) с шаговыми электродвигателями (ШЭД). Рассмотрены два варианта определения условий устойчивости нелинейной импульсной системы. Получена импульсная передаточная функция ЭМТП с учетом запаздывания в системе. Построение переходного процесса при детерминированных входных воздействиях в системе произведено численным методом по рекуррентной формуле.

Ключевые слова: устойчивость, нелинейная импульсная система, импульсная передаточная функция, рекуррентная формула, передаточный механизм.

The analysis of stability closed electro-mechatronic converters with electric step motors is presented. Two variants of definition of stability conditions of nonlinear pulse system are considered. Pulse transfer function electro-mechatronic converters taking into account delay in system is received. Transient construction at the determined entrance influences in system is made by a numerical method under the recurrent formula.

Keywords: stability, nonlinear pulse system, pulse transfer function, the recurrent formula, the transfer mechanism.

Анализ устойчивости

Общим для работы замкнутого и разомкнутого ЭМТП с ШЭД является то, что независимо от амплитуды входного импульса ШЭД отрабатывает единичное шаговое перемещение, что эквивалентно наличию в структурной схеме порогового элемента, обладающего релейной характеристикой. Логическая часть электронного коммутатора (ЭК) осуществляет импульсную фазовую модуляцию, преобразуя одноканальную последовательность импульсов малой мощности в многофазную систему напряжений, прикладываемых к обмоткам управления ШЭД. Ступенчатому характеру напряжений на обмотках ШЭД соответствует дискретное вращение электромагнитного поля, вследствие чего движение ротора состоит из элементарных угловых перемещений, совершаемых по некоторому закону. Электромехатронный преобразователь с ШЭД является системой с $m+1$ степенями свободы: m – электрические и одна механическая.

Эквивалентная структурная схема замкнутого ЭМТП с ШЭД представлена на рис. 1.

Передаточная функция $W_д(p)$ в ЭМТП включает в себя передаточные функции интеллектуального силового модуля (ИСМ) и цифрового преобразователя перемещений (ЦПП), которые в первом приближении можно считать безинерционными и характеризовать коэффициентом передачи. В большинстве случаев влияние динамики циклического ЦПП можно учесть звеном чистого запаздывания. Динамические свойства ЦПП следящего типа рассмотрены в [1]. В зависимости от соотношения динамических показателей ШЭД и остальных звеньев ЭМТП, которые определяются построением

Смирнов Юрий Сергеевич – д-р техн. наук, профессор кафедры «Приборостроение», Южно-Уральский государственный университет; Тел: (351)2679012.

Соколов Александр Васильевич – старший преподаватель кафедры «Автоматизация механосборочного производства», Южно-Уральский государственный университет; ialexsok@gmail.com

Smirnov Yury Sergeevich – PhD, professor of Instrument making Department of SUSU; Tel: (351)2679012.

Sokolov Alexander Vasilevich – senior teacher of Automation of machine-assembling manufacture Department of SUSU; ialexsok@gmail.com

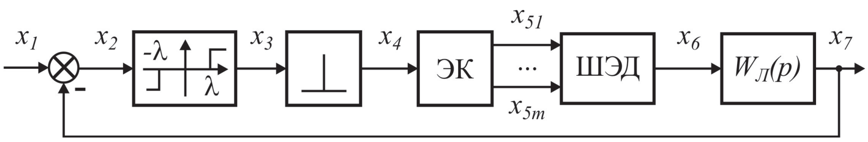

Рис. 1

ЭК и ЦПП, возможны два варианта определения условий устойчивости и возникновения периодических режимов в ЭМТП.

Первый вариант связан с применением в ЭМТП устройств, имеющих постоянные времени, значительно превышающие период управляющих импульсов ШЭД. Поэтому исследование устойчивости и условий возникновения периодических режимов может производиться путем перехода к эквивалентной релейной САУ без временного квантования. Это позволяет для анализа такой САУ воспользоваться известным методом гармонического баланса в его обычной форме.

В быстродействующих ЭМТП основным динамическим звеном является ШЭД. Анализ динамики такой САУ можно произвести на основе обобщенного метода гармонического баланса применительно к нелинейным импульсным системам.

Эквивалентная структурная схема ЭМТП для такого сочетания параметров представлена на рис. 2.

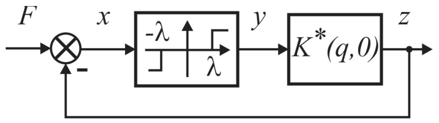

Рис. 2

Для анализа устойчивости определяем импульсную передаточную функцию разомкнутого ЭМТП, которая, как известно [2], представляет собой дискретное преобразование Лапласа импульсной переходной функции приведенной непрерывной части импульсной системы:

$$K^*(q,\varepsilon)=D\{\omega(n,\varepsilon)\}=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-qn}\omega(n,\varepsilon). \qquad (1)$$

Импульсную переходную функцию системы можно определить по известной передаточной функции, пользуясь теоремой разложения [2]:

$$\omega(t)=\sum_{\nu=0}^{s}\sum_{\mu=0}^{r_\nu-1}\left(\frac{1}{(r_\nu-\mu-1)!}\,\frac{d^{r_\nu-\mu-1}}{dp^{r_\nu}-\mu-1}\times\right.$$

$$\left.\times\left[W(p)(p-p_\nu)^{r_\nu}\right]_{p=pv}\frac{t^\mu}{\mu!}e^{p_\nu t}\right), \qquad (2)$$

где $W(p)=P(p)/\left[pQ(p)\right]$.

Для случая, когда имеется один нулевой корень,

$$C'_{00}=P(0)/Q(0)\,;\; C'_{\nu 0}=P(p_\nu)\Big/\left[Q^{'}(p_\nu)p_\nu\right]. \quad (3)$$

Вычисление коэффициентов $C'_{\nu\mu}$ довольно трудоемко. Импульсная переходная функция $\omega(t)$ и переходная функция звена $h(t)$ связаны между собой соотношением $\omega(t) = dh/dt$.

Импульсная переходная функция ЭМТП в данном случае будет переходной характеристикой ШЭД, которому соответствует переходная функция колебательного звена с запаздыванием, равным $t_{зап}$, поскольку входные импульсы ЭК можно считать дельта-импульсами. Для получения D-преобразования решетчатой функции с запаздыванием воспользуемся теоремой сдвига [2].

Переходная функция колебательного звена

$$h(t)=1-e^{-\xi t/T}\times$$

$$\times\left(\cos\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right). \qquad (4)$$

Без учета запаздывания это и есть импульсная переходная функция приведенной непрерывной части ЭМТП:

$$\omega(t)=1-e^{-\xi t/T}\left(\cos\omega t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\omega t\right), \qquad (5)$$

где $\omega=\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$.

Введем новую независимую переменную – безразмерное время $\overline{t}=t/T_{у}$, тогда

$$\omega(t)=1-e^{-\xi\overline{t}T_{у}/T}\left(\cos\overline{\omega}\overline{t}+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\overline{\omega}\overline{t}\right), \quad (6)$$

где $\overline{\omega}=\omega T_{у}$.

Обозначим $\xi T_y/T=\eta$, тогда смещенная решетчатая функция

$$\omega[\eta,\varepsilon]=1[\eta,\varepsilon]-$$

$$-e^{-\eta n}\left(\cos\overline{\omega}\eta+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\overline{\omega}\eta\right). \qquad (7)$$

Воспользуемся теоремами смещения и линейности и определим импульсную передаточную функцию комплекса без учета запаздывания:

$$K^*(q,\varepsilon)=\frac{e^q}{e^q-1}-\frac{e^{2q}\cos\overline{\omega}\varepsilon-e^q e^{-\eta}\cos\overline{\omega}(1-\varepsilon)}{e^{2q}-2e^q e^{-\eta}\cos\overline{\omega}+e^{-2\eta}}e^{-\eta\varepsilon}-$$

$$-\frac{e^{2q}\sin\overline{\omega}\varepsilon+e^q e^{-\eta}\sin\overline{\omega}(1-\varepsilon)}{e^{2q}-2e^q e^{-\eta}\cos\overline{\omega}+\varepsilon^{-2\eta}}\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\eta\varepsilon}. \qquad (8)$$

Чтобы получить импульсную передаточную функцию с учетом запаздывания, воспользуемся теоремой сдвига [2]. Если $\varepsilon < 0$, то введем в рассмотрение решетчатую функцию вида $\omega(\eta–1, 1+\varepsilon)$, тогда согласно теореме

$$D\{\omega[\eta-1,1+\varepsilon]\}=e^{-q}F^*(q,1+\varepsilon).$$

Выразим запаздывание через безразмерное время $\sigma = t_{зап} / T_у$ и воспользуемся теоремой запаздывания [2]. Импульсная передаточная функция ЭМТП (см. рис. 2) с учетом запаздывания будет иметь вид

$$K^*(q,\varepsilon) = \frac{e^q}{e^q - 1} - \frac{e^{2q}\cos\overline{\omega}\varepsilon - e^q e^{-\eta}\cos\overline{\omega}(1-\varepsilon)}{e^{2q} - 2e^q e^{-\eta}\cos\overline{\omega} + e^{-2\eta}} e^{-\eta\varepsilon} -$$

$$- \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \frac{e^q \sin\overline{\omega}(1-\sigma) + e^{-\eta}\sin\overline{\omega}\sigma}{e^{2q} - 2e^q e^{-\eta}\cos\overline{\omega} + e^{-2\eta}} e^{-\eta(1-\sigma)}. \qquad (9)$$

Учет влияния запаздывания важен при анализе устойчивости ЭМТП, она снижается с ростом запаздывания. Для анализа влияния запаздывания на устойчивость определяется импульсная передаточная функция замкнутого ЭМТП и по характеристическому полиному, с учетом критерия устойчивости Гурвица применительно к импульсным системам, определяется зависимость граничного коэффициента усиления системы как функция относительного запаздывания. По характеру эта зависимость является падающей, что указывает на ухудшение устойчивости системы с увеличением запаздывания [3].

Поскольку система является нелинейной, то необходимо определить условия отсутствия периодических режимов. Для этой цели используется метод Л.С. Гольдфарба, развитый в работах Я.З. Цыпкина и Ю.М. Коршунова применительно к нелинейным импульсным системам. Для получения условий отсутствия периодических режимов строятся их возможные границы. Упрощение анализа достигается использованием известного критерия абсолютной устойчивости САУ.

Построение переходного процесса

Для построения переходного процесса в системе удобно воспользоваться численным методом. В нелинейных непрерывных системах он обычно обеспечивает лишь приближенные решения, а для импульсных нелинейных систем во многих случаях дает точные решения. Для этого выводят рекуррентную формулу [3].

Преобразуем структуру ЭМТП к виду, показанному на рис. 3.

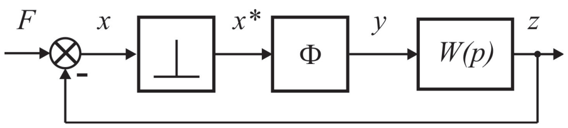

Рис. 3

Пользуясь обозначениями координат на нем, можно записать следующее уравнение:

$$F(q) - X(q) = K^*(q)\sum_{n=0}^{\infty}\Phi\left[x(n)\right]e^{-qn}. \qquad (10)$$

Так как информация в D-преобразовании функции времени при $\varepsilon = 0$ содержится только в моменты времени $\overline{t} = nT_у$, то, следовательно, данное уравнение содержит неизвестную величину ошибки при $\overline{t} = nT_у$, где $T_у$ – период выборки информации, а n – номер управляющего импульса. Поскольку импульсная передаточная функция представляет собой D-преобразование импульсной переходной функции приведенной непрерывной части, ее можно разложить в ряд по степеням:

$$K^*(q) = D\{\omega[n,0]\} = g_0 + g_1 e^{-q} +$$
$$+ g_2 e^{-2q} + \ldots, \qquad (11)$$

где g_k – ординаты импульсной переходной функции при $\overline{t} = K$.

Аналогично входную функцию, равную нулю при отрицательных значениях времени, также можно разложить в степенной ряд:

$$F(q) = F_0 + F_1 e^{-q} + F_2 e^{-2q} + F_3 e^{-3q} + \ldots \qquad (12)$$

Неизвестную функцию ошибки также представим степенным рядом:

$$X(q) = X_0 + X_1 e^{-q} + X_2 e^{-2q} + X_3 e^{-3q} + \ldots, \qquad (13)$$

где X_k – величина ошибки при $\overline{t} = K$.

При подстановке степенных рядов в исходное уравнение получим

$$\left[(F_0 - X_0) + (F_1 - X_1)e^{-q} + (F_2 - X_2)^{-2q} + \ldots\right] =$$
$$= \left(g_0 + g_1 e^{-q} + g_2 e^{-2q} + \ldots\right)\left(\Phi[X_0] +\right.$$
$$\left. + \Phi[X_1]e^{-q} + \Phi[X_2]e^{-2q} + \ldots\right). \qquad (14)$$

Чтобы удовлетворялось это уравнение, коэффициенты при соответствующих степенях e^q должны быть равны:

$$F_0 - X_0 = g_0\Phi[X_0];$$
$$F_1 - X_1 = g_0\Phi[X_1] + g_1\Phi[X_0];$$
$$F_2 - X_2 = g_0\Phi[X_2] + g_1\Phi[X_1] + g_2\Phi[X_0]; \qquad (15)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$F_k - X_k = \sum_{n=0}^{k} g_n\Phi[X_{k-n}].$$

Поскольку $g_0 = 0$, то, очевидно:

$$X_0 = F_0;$$
$$X_1 = F_1 - g_1\Phi[X_0];$$
$$X_2 = F_2 - g_1\Phi[X_1] - g_2\Phi[X_0]; \qquad (16)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$X_k = F_k - \sum_{n=0}^{k} g_n\Phi[X_{k-n}],\ \ g_0 = 0.$$

Поскольку коэффициенты g_k сходятся к постоянному значению, придется брать большое число слагаемых для получения достаточно точного результата. Чтобы избежать этого, произведем вычитание двух последовательных ошибок. В этом случае получим следующий вид выражений, определяющих ошибки:

$$
\begin{aligned}
&X_1 = X_0 - g_1\Phi[X_0] + F_1 - F_0;\\
&X_2 = X_1 + F_2 - F_1 - g_1\Phi[X_1] - (g_2 - g_1)\Phi[X_0];\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&X_{k+1} = X_k + F_{k+1} - F_k - g_1\Phi[X_k] - (g_2 - g_1)\Phi X_{k-1}.
\end{aligned} \tag{17}
$$

Таким образом, переходный процесс в замкнутом ЭМТП при детерминированных входных воздействиях можно рассчитать по рекуррентной формуле [3]:

$$X_{k+1} = X_k + F_{k+1} - F_k - \sum_{n=0}^{k} a_n \Phi[X_{k-n}]. \tag{18}$$

При ее выводе полагалось, что импульсная переходная функция в момент времени $t = 0$ имеет нулевое значение, а коэффициенты – $a_0 = g_1$; $a_1 = g_2 - g_1$; $a_k = g_{k+1} - g_k$. В этом случае коэффициенты a_k при увеличении k будут стремиться к нулю. Коэффициенты g_k можно либо вычислить путем деления числителя импульсной передаточной функции на ее знаменатель, либо взять ординаты импульсной переходной функции приведенной непрерывной части САУ в моменты времени $t = kT_у$ прихода управляющих импульсов на вход ЭМТП с ШЭД.

Построение переходного процесса в ЭМТП с ШЭД позволяет наглядно продемонстрировать основной недостаток пошагового управления, заключающийся в колебательном характере движения ротора и, соответственно, ИСМ. Находящиеся близко расчетные и экспериментальные значения параметров движения позволяют произвести оценку динамических показателей и ресурса ЭМТП с учетом оптимизации передаточного отношения ИСМ. Наименьшим ресурсом обладает ИСМ, имеющий износ поверхностей зацепления, т. е. редуктор.

Расчеты и экспериментальные исследования показали, что ЭМТП с ШЭД имеет области частот управления, при которых нагрузки на элементы ИСМ возрастают, что приводит к повышенному износу элементов редуктора. Кардинальным средством устранения этого фактора является переход к минишаговому управлению. Наибольший эффект достигается при использовании минишагового управления в сочетании с самокоммутацией, что делает реальным создание безредукторного ЭМТП [4].

Это следует учитывать при проектировании ЭМТП с продолжительным сроком службы и переходить к безредукторным ЭМТП, которые за рубежом именуются Direct Drive (DD) [5], или Super Drive (SD).

При замыкании контура местной обратной связи (МОС) динамические свойства ЭМТП изменяются по сравнению с его динамическими свойствами при пошаговом управлении. Исполнительный электродвигатель при этом приобретает свойства вентильного электродвигателя (ВЭД), динамика которого требует отдельного рассмотрения.

Литература

1. Домрачев, В.Г. Схемотехника цифровых преобразователей перемещений: справ. пособие / В.Г. Домрачев, В.Р. Матвеевский, Ю.С. Смирнов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 392 с.

2. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем / Я.З. Цыпкин. – М.: Физматгиз, 1963. – 968 с.

3. Макаров, В.В. Некоторые вопросы анализа замкнутых систем автоматического управления с шаговыми электрическими двигателями / В.В. Макаров, Б.Л. Маринин, Ю.С. Смирнов // Электромеханические системы управления. – Л.: Наука, 1971. – С. 3–11.

4. Smirnov, Y.S. Common Dateware of Robotics Mechatronic Converters Proc. of the Third ISMCR'93 / Y.S. Smirnov. – ITALY, Torino, 1993.

5. Балковой, А.П. Прецизионный электропривод с вентильными двигателями / А.П. Балковой, В.К. Цаценкин. – М.: Издательский дом МЭИ, 2010. – 328 с.

Поступила в редакцию 16 января 2012 г.