

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ РУПОРНОЙ АНТЕННЫ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

*Н.В. Вдовина, С.Н. Даровских, А.Б. Хашимов*

Применение физиотерапевтических технологий с использованием электромагнитных полей с заданными свойствами (плотность потока мощности, направленность, полоса частот, модуляция) предъявляет особые требования к излучающим антеннам. Проведен строгий электродинамический анализ свойств поля излучения рупорной антенны, которая часто используется для экспериментальных исследований взаимодействия биологических объектов с электромагнитными полями. Предложен метод определения параметров возбуждения секториальных антенн для обеспечения баланса энергетических характеристик поля излучения рупорной антенны. Для расчета плотности потока мощности в заданном направлении используются эффективные интерполяционные схемы, обеспечивающие высокую точность и устойчивость численных результатов.

*Ключевые слова:* секториальные рупорные антенны, плотность потока мощности, эквивалентные поверхностные токи, интерполяционные схемы.

### Введение

Природа наделила организмы удивительной способностью использовать природные электромагнитные излучения микроволнового диапазона для поддержания своего гомеостаза [1]. Эти излучения, как правило, связанные с изменением внутренней энергии нагретых тел, характеризуются широким спектром излучения с длиной волны от долей миллиметра до десятков сантиметров и низкой интенсивностью (менее 10 мВт/см<sup>2</sup>). Указанная выше особенность взаимодействия организмов с электромагнитными излучениями природного происхождения послужила основой разработки новых физиотерапевтических технологий для коррекции нарушений регуляторных функций в организме человека [2]. Исследования последних десятилетий по оценке эффективности этих технологий доказывают высокую значимость их применения при автономном и комплексном (вместе с медикаментозными средствами) лечении широкого спектра заболеваний человека [3]. За внешней простотой применения разработанных физиотерапевтических технологий, не требующих в большинстве случаев специальной подготовки, проблемными остаются вопросы учета электродинамических свойств используемых электромагнитных излучений. В первую очередь это относится к оценке интенсивности используемого электромагнитного излучения и особенностям изменения его электрической и магнитной составляющих в ближней зоне излучения. Если в отношении интенсивности электромагнитного излучения имеет место ориентировочная информация (она указывается изготовителем физиотерапевтического оборудования), то для распределения векторов напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и магнитного поля  $\vec{H}$  информация, как правило, не приводится. В совокупности это может приводить к ошибочным обобщениям в отношении механизмов взаимодействия организмов с электромагнитными излучениями. Именно этим обусловлена актуальность разработки математической модели (ММ) оценки электродинамических свойств электромагнитного излучения в ближней зоне. Использование этой модели для конкретного вида излучателя позволит расчетным способом оценивать параметры электромагнитного излучения при исследовании взаимодействия электромагнитных излучений с биологическими объектами. В практике исследований эффективности физиотерапевтических технологий широкое применение получили рупорные антенны (РА), так как их отличает компактность конструкции, достаточно широкая полоса согласования и удобство подключения к измерительной аппаратуре.

### Электромагнитное поле рупорной антенны в ближней зоне

Экспериментальные исследования влияния поля излучения РА на объекты, расположенные в ближней зоне, должны учитывать точные характеристики электромагнитного поля излучения в заданном частотном диапазоне. Квалифицированный анализ такого влияния и обработка полученных результатов, основанные на контроле плотности потока мощности, требует детального определения всех составляющих вектора Пойнтинга в ближней зоне, характерной особенностью которой является необходимость использования строгих электродинамических соотношений.

Для исследования поля излучения пирамидальной РА в ближней зоне используем результаты строгого электродинамического решения задачи возбуждения секториальной  $E$ -плоскостной РА и секториальной  $H$ -плоскостной РА (рис. 1) с прямоугольными возбуждающими волноводами. Для таких прямоугольных РА с плавным изменением размеров основной особенностью является возможность строгого определения внешнего возбуждающего поля, соответствующего волне  $H_{10}$  прямоугольного волновода. В секториальной  $E$ -плоскостной РА расширение рупора происходит в плоскости вектора  $\vec{E}$ . Для такой антенны удобно использовать цилиндрическую систему координат, так как фазовый фронт волны в раскрытии РА образует часть поверхности цилиндра, ось которого проходит через точку  $O$ .

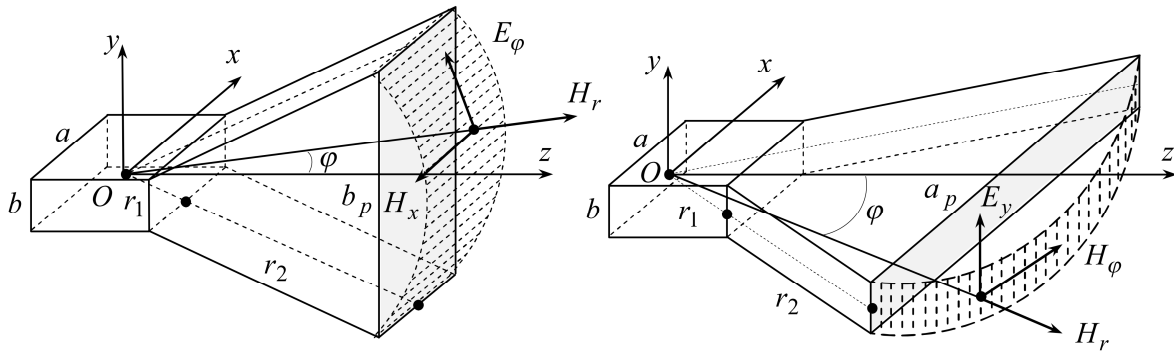


Рис. 1. Секториальные  $E$ - и  $H$ -плоскостные рупорные антенны

Тогда волновое уравнение для составляющей  $E_\varphi$  с учетом граничных условий принимает следующий вид [4]:

$$\frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial x^2} + \left(k^2 - \frac{1}{r}\right) E_\varphi = 0, \quad (1)$$

где  $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$ ;  $\omega$  – циклическая частота электромагнитного поля;  $\varepsilon_a, \mu_a$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Классический метод разделения переменных приводит к следующему решению [1]:

$$\begin{aligned} E_\varphi &= A \left[ H_1^{(2)}(\gamma r) + p H_1^{(1)}(\gamma r) \right] \cos \frac{\pi x}{a}; \\ H_r &= iA \frac{\pi}{\omega \mu_0 a} \left[ H_1^{(2)}(\gamma r) + p H_1^{(1)}(\gamma r) \right] \sin \frac{\pi x}{a}; \\ H_x &= -iA \frac{\gamma}{\omega \mu_0} \left[ H_0^{(2)}(\gamma r) + p H_0^{(1)}(\gamma r) \right] \cos \frac{\pi x}{a}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\gamma = k\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}$ ;  $\lambda$  – длина волны электромагнитного поля;  $a$  – размер широкой стенки возбуждающего волновода;  $A$  – амплитудный коэффициент, определяемый возбуждающим полем; первые слагаемые в квадратных скобках соответствуют падающей волне, распространяющейся в направлении положительных значений  $z$ , вторые слагаемые соответствуют отраженной волне, распространяющейся в направлении отрицательных значений  $z$ ;  $p$  – комплексный коэффициент отражения от раскрытия РА. Отметим, что для РА обычно  $|p| < 0,2$ , что приводит к не-

значительному уменьшению мощности излучения РА, что легко учесть в программном комплексе ММ антенны, при этом общая структура поля в раскрыве не изменяется. Без ограничения общности в дальнейшем будем считать  $p = 0$ .

В секториальной  $H$ -плоскостной РА (см. рис. 1) расширение рупора происходит в плоскости вектора  $\vec{H}$ . Волновое уравнение для составляющей  $E_y$  с учетом поля возбуждения в цилиндрической системе координат записывается следующим образом [1]:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_y}{\partial r} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial \varphi^2} + k^2 E_y = 0. \quad (3)$$

Решение этого волнового уравнения также получают методом разделения переменных:

$$\begin{aligned} E_y &= B \left[ H_n^{(2)}(kr) + p H_n^{(1)}(kr) \right] \cos \frac{\pi \varphi}{2\varphi_0}; \\ H_r &= -i \frac{nB}{\omega \mu_0 r} \left[ H_n^{(2)}(kr) + p H_n^{(1)}(kr) \right] \sin \frac{\pi \varphi}{2\varphi_0}; \\ H_\varphi &= -i \frac{kB}{\omega \mu_0} \left[ H_n^{(2)'}(kr) + p H_n^{(1)'}(kr) \right] \cos \frac{\pi \varphi}{2\varphi_0}, \end{aligned} \quad (4)$$

где штрих означает дифференцирование по аргументу  $kr$ ;  $n = \pi/2\varphi_0$ ,  $2\varphi_0$  – полный угол раскрытия рупора;  $B$  – амплитудный коэффициент, определяемый полем возбуждения. Из соотношений (2), (4) следует, что волны как в  $E$ -плоскостной, так и в  $H$ -плоскостной РА могут рассматриваться как волны линейного источника, расположенного на расстоянии  $r_1$  от начала рупора. Кроме того в реальной РА возникают волны высших типов в месте перехода от волновода к рупору, а также у раскрыва рупора. С помощью этих волн можно полностью удовлетворить граничным условиям в зонах сингулярности РА, однако высшие типы волн быстро затухают при распространении, поэтому их влияние приводит к уменьшению мощности излучения РА без изменения общей структуры поля в раскрыве, определяемой соотношениями (2), (4).

Электромагнитное поле излучения пирамидальной РА представляет собой комбинацию полей секториальных  $E$ -плоскостной РА в плоскости вектора  $\vec{E}$  и  $H$ -плоскостной РА в плоскости вектора  $\vec{H}$  [1, 2]. Экспериментальные исследования амплитудно-фазового распределения (АФР) поля в раскрыве РА, анализ соответствия теоретических расчетов диаграмм направленности (ДН) РА и результатов измерения ДН для антенн различной конфигурации подтверждают правильность концепции комбинации полей излучения секториальных антенн. Подчеркнем, что принципиально важным для такого подхода является выбор амплитудных коэффициентов  $A, B$  в выражениях (2), (4), обеспечивающий баланс мощностей излучения секториальных антенн. Для выбора этих коэффициентов предлагается следующий метод.

1. Введем эквивалентные электрические и магнитные токи в раскрыве секториальных антенн, исходя из структуры электромагнитных полей (2), (4): для  $E$ -плоскостной РА:  $j_x^e = -H_y$ ;  $j_y^e = H_x$ ;  $j_x^m = E_y$ ; для  $H$ -плоскостной РА:  $j_y^e = H_x$ ;  $j_x^m = E_y$ , так как вектор нормали  $\vec{n}$  к поверхности раскрыва  $S_a$  имеет только одну  $z$ -составляющую.

2. Определим мощность излучения РА следующим образом:

$$P_\Sigma = \operatorname{Re} \int_{S_a} \vec{\Pi} \cdot \vec{n} \, ds, \quad (5)$$

где  $\vec{\Pi} = 0,5 \vec{E} \times \vec{H}^*$  – комплексный вектор Пойнтинга, определяемый из строгих электродинамических соотношений. В качестве поверхности интегрирования выберем апертуру  $S_a$  пирамидальной рупорной антенны. Такой выбор широко используется в методе физической оптики, и в первую очередь обусловлен предположением отсутствия затекания токов проводимости на внешнюю «теневую» поверхность антенны. Это предположение выполняется тем точнее, чем выше удельная проводимость материала стенок рупора и качество технологии изготовления. Тогда замкнутую поверхность, охватывающую РА, можно заменить конечной поверхностью  $S_a$ , что

значительно упрощает анализ поля излучения без заметного ухудшения качества математического моделирования РА.

3. Проведем дискретизацию поверхности  $S_a$  на одинаковые прямоугольные конечные элементы. Для достижения приемлемых точностей моделирования электромагнитных полей достаточно выбрать наименьший размер стороны элемента  $d_{\min} < \lambda/16$  [5]. Для численного интегрирования выражения (5) будем использовать квадратурные формулы Гаусса – Лежандра с числом узлов 16–24. Применение высокоэффективного программного комплекса позволяет оперативно получать результаты моделирования с относительной погрешностью порядка  $10^{-9}$ .

4. Использование условия баланса подводимой мощности от внешнего генератора и излучаемой мощности позволяет определить амплитудные коэффициенты  $A, B$  для секториальных РА. Такой баланс необходим для обеспечения равенства энергетических характеристик при расчете электромагнитных полей отдельно для  $E$ -плоскостной РА и  $H$ -плоскостной РА, так как для них используются разные ММ. Отметим, что расчеты ДН РА не требуют такого баланса амплитудных коэффициентов  $A, B$ , так как в результате вычислений получают только нормированные зависимости. В результате рационального выбора амплитудных коэффициентов  $A, B$  можно получать распределения плотности потока мощности излучения в произвольной плоскости для произвольного угла наблюдения. Рассмотрим основные этапы метода выбора коэффициентов  $A, B$ .

4.1. По соотношениям (2), (4) производится расчет распределений эквивалентных токов в апертуре секториальных РА. Эти распределения трансформируются для апертуры пирамидальной РА с помощью стандартных численных процедур геометрического подобия.

4.2. По известным распределениям эквивалентных токов в апертуре РА можно рассчитать значения составляющих векторов  $\vec{E}, \vec{H}$  поля излучения в произвольной точке наблюдения с координатами  $(x, y, z)$  по следующим строгим выражениям [6]:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{Z_c}{4\pi ik} \int_{S_a} j_y^e r_x r_y D_r ds'; \quad H_x = \frac{1}{4\pi ik Z_c} \int_{S_a} \left[ -j_x^m (F_r + r_x^2 D_r) + ik Z_c j_y^e r_z B_r \right] ds'; \\ E_y &= \frac{Z_c}{4\pi ik} \int_{S_a} \left[ j_y^e (F_r + r_y^2 D_r) + \frac{ik}{Z_c} j_x^m r_z B_r \right] ds'; \quad H_y = \frac{1}{4\pi ik Z_c} \int_{S_a} j_x^m r_y^2 D_r ds'; \\ E_z &= \frac{Z_c}{4\pi ik} \int_{S_a} \left[ j_y^e r_z r_y D_r - \frac{ik}{Z_c} j_x^m r_y B_r \right] ds'; \quad H_z = \frac{1}{4\pi ik Z_c} \int_{S_a} \left[ j_x^m r_y r_z D_r - ik Z_c j_y^e r_x B_r \right] ds', \end{aligned} \quad (6)$$

где  $r_x = x - x'$ ;  $r_y = y - y'$ ;  $r_z = z - z'$ , штрих означает принадлежность к координатам точки источника;

$Z_c = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}$  – волновое сопротивление среды; функции  $F_r = \frac{-1 - ikr + k^2 r^2}{r^2} \varphi$ ;

$D_r = \frac{3 + 3ikr - k^2 r^2}{r^4} \varphi$ ;  $B_r = \frac{1 + ikr}{r^2} \varphi$ ;  $\varphi = \frac{\exp(-ikr)}{r}$ . С помощью выражений (6) можно рассчитать

распределение вектора Пойнтинга в заданных точках, следовательно, можно получить детальную информацию о плотности потока мощности излучения РА. На рис. 2 приведен график распределения плотности потока мощности на осевой линии в ближней зоне РА со следующими характеристиками:  $a_p = 0,115$  м;  $b_p = 0,105$  м;  $a = 0,053$  м;  $b = 0,030$  м;  $r_1 + r_2 = 0,113$  м для  $E$ -плоскостной РА;  $r_1 + r_2 = 0,155$  м для  $H$ -плоскостной РА; расчеты производились на частоте 4,7 ГГц. Отчетливо выделяется область реактивного ближнего поля, где помимо продольной компоненты вектора Пойнтинга существуют и поперечные компоненты. Монотонный участок распределения удобен для построения экспериментов, где особую важность имеет прогнозируемый уровень плотности потока мощности.

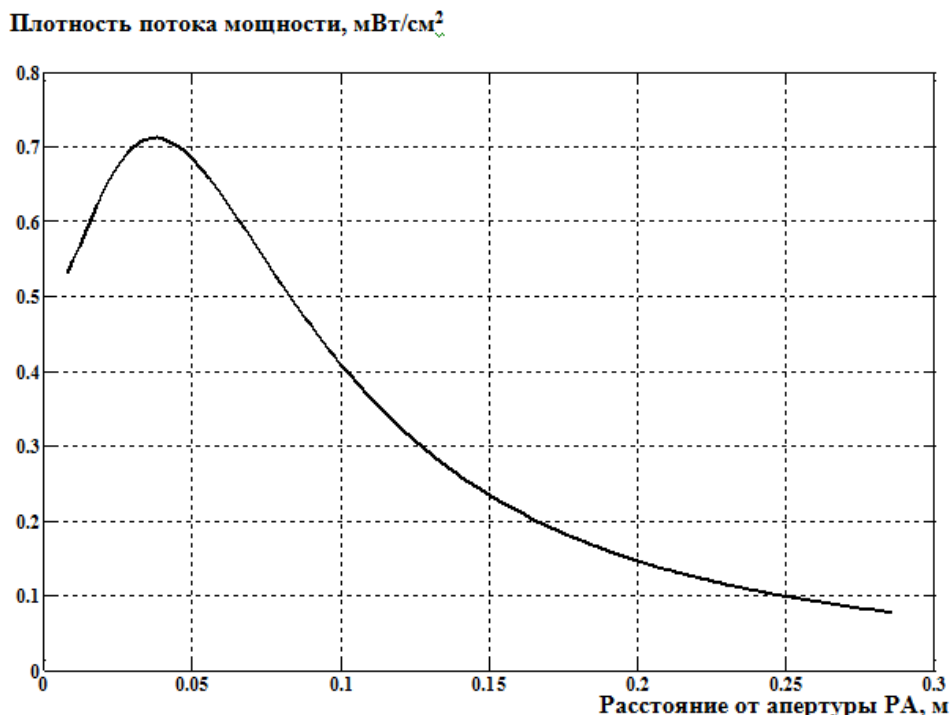


Рис. 2. Распределение плотности потока мощности излучения РА

### Выводы

1. Применение строгих электродинамических соотношений для построения ММ пирамидальной РА позволяет с высокой точностью рассчитать требуемые энергетические характеристики ближнего поля, где проводятся основные эксперименты для изучения взаимодействия биологических объектов с электромагнитным полем. Применение известных методов расчета поля излучения РА с использованием асимптотических приближений дальней зоны не дает гарантированных оценок энергетических характеристик поля излучения в ближней зоне.

2. Полученные результаты моделирования поля излучения в ближней зоне показывают высокую эффективность и универсальность предложенных ММ.

3. Характерной особенностью предложенного метода аппроксимации АФР поля в раскрыве РА является необходимость тщательного выбора коэффициентов  $A, B$  для баланса энергетических характеристик  $E$ -плоскостной и  $H$ -плоскостной РА. Существенного ускорения моделирования можно добиться при использовании высокоэффективного программного комплекса численного интегрирования методом Гаусса – Лежандра.

### Литература

1. Даровских, С.Н. Основы построения устройств информационной электромагнитной терапии / С.Н. Даровских. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ. – 2011. – 138 с.
2. Даровских, С.Н. Проблемы информационного управления гомеостазом организма с помощью электромагнитных излучений миллиметрового диапазона и основные направления их решения / С.Н. Даровских // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2012. – № 3. – С. 3–10.
3. Даровских, С.Н. Управляющая роль в живой природе реликтового излучения центра Вселенной / С.Н. Даровских, А.Г. Рассохин, М.Е. Кузнецов // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. – 2005. – № 6. – С. 40–45.
4. Айзенберг, Г.З. Антенны УКВ / Г.З. Айзенберг, В.Г. Ямпольский, О.Н. Терешин. – М.: Связь, 1977. – Т. 1. – 384 с.
5. Войтович, Н.И. О соответствии асимптотических решений двумерных и трехмерных задач в антенной технике / Н.И. Войтович, А.Б. Хашимов // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55, № 12. – С. 1471–1476.
6. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры. – М.: Мир, 1977. – 588 с.

**Вдовина Надежда Владимировна**, старший преподаватель кафедры инфокоммуникационных технологий, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск); nadzh@yandex.ru.

**Даровских Станислав Никифорович**, д-р техн. наук, профессор кафедры инфокоммуникационных технологий, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск); darovskih.s@mail.ru.

**Хашимов Амур Бариевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры конструирования и производства радиоаппаратуры, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск); xab@kipr.susu.ac.ru.

*Поступила в редакцию 14 ноября 2014 г.*

---

**Bulletin of the South Ural State University**  
**Series "Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics"**  
**2015, vol. 15, no. 1, pp. 55–61**

---

## **MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRODYNAMIC PROPERTIES ESTIMATION OF THE RADIATION FIELD OF A HORN ANTENNA IN THE NEAR FIELD**

*N.V. Vdovina, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
nadzh@yandex.ru,*

*S.N. Darovskikh, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
darovskih.s@mail.ru,*

*A.B. Hashimov, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
xab@kipr.susu.ac.ru*

The use of physical therapy techniques using electromagnetic fields with desired properties (power flux density, orientation, bandwidth, modulation) imposes special requirements for radiating antenna. Rigorous electrodynamic analysis of the properties of the radiation field of a horn antenna, which is often used for experimental studies of the interaction of biological objects with electromagnetic fields, is carried out. The method of the parameters determining of the sectorial antennas excitation to provide a balance of the energy characteristics of the radiation field of a horn antenna is suggested. Effective interpolation schemes are used to calculate the power flux density in given direction that provide high accuracy and stability of the numerical results.

*Keywords: sectorial horn antennas, power flux density, equivalent surface currents, the interpolation scheme.*

### **References**

1. Darovskikh S.N. *Osnovy postroeniya ustroystv informatsionnoy elektromagnitnoy terapii* [The Bases of Design Tools for the Informative Electromagnetic Therapy]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2011. 138 p.
2. Darovskikh S.N. [Problems of the Information Control of an Organism Homeostasis Using Microwaves and Main Directions for their Solving]. *Bulletin of Biomedical Electronics*, 2012, no. 3, pp. 3–10. (in Russ.)
3. Darovskikh S.N., Rassokhin A.G., Kuznetsov M.E. [The Control Role for the Nature of the Universe Center Relict Radiation]. *Bulletin of Biomedical Technologies and Electronics*, 2005, no. 6, pp. 40–45. (in Russ.)

4. Ayzenberg G.Z., Yampolsky V.G., Tereshin O.N. *Antenny UKV* [UHF Antennas]. Moscow, Svyaz Publ., 1977, vol. 1. 384 p.

5. Voytovich N.I., Khashimov A.B. [About Correspondence of Asymptotic Solutions of 2D and 3D Problems in Antenna Engineering]. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2010, vol. 55, no. 12, pp. 1374–1379. (in Russ.)

6. *Vychislitel'nye metody v elektrodinamike* [Computer Techniques for Electromagnetics]. Moscow, Mir Publ., 1977. 488 p.

*Received 14 November 2014*