

# АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕРМООБРАБОТКОЙ КОМПОЗИЦИОННЫХ ИЗДЕЛИЙ МЕТОДОМ ПЕРЕБОРА НОМИНАЛЬНЫХ ВЕКТОРОВ В ОБЛАСТЯХ КАЧЕСТВА

В.Н. Глухов

## ALGORITHM OF THE DECISION OF PROBLEMS OF OPTIMIZATION OF MANAGEMENT OF HEAT TREATMENT OF COMPOSITE PRODUCTS BY A METHOD OF SEARCH OF NOMINAL VECTORS IN QUALITY AREAS

V.N. Gluhov

Излагается новый метод принятия решений в диалоговых системах управления многостадийными технологическими процессами производства композиционных изделий в условиях неопределенности, основанный на аппроксимации гиперпараллелепипедами областей взаимопоглощения линий равного значения целевой функции в плоскости режимных параметров.

*Ключевые слова:* управление, гиперпараллелепипед, метод.

A new method of decision-making in dialog systems under uncertainty is presented. The method is adopted for multistage composite material process control and based on the approximation by hyperparallelepipeds of mutual absorption areas of objective function contour lines. The objective function depends on the process parameters.

*Keywords:* management, giperparallelepiped, method.

Решение задачи оптимизации управления термообработкой изделий в пространстве параметров подсистем сырьевого передела и термообработки с целевой функцией – прочностью изделий – следует искать в области определения  $D_i$ . Предлагается алгоритм решения задачи оптимизации методом перебора номинальных векторов параметров управления  $U_n$  при фиксированных текущих компонентах векторов подсистемы сырьевого передела  $X_n$ , принадлежащих соответствующей области нечувствительности  $D_i$  в пределах градации марочной прочности изделий. Этот алгоритм для большого класса задач оптимизации имеет приемлемую трудоемкость и всегда приводит к цели. Он представляется в модифицированном виде на основе методики, изложенной в работе [1].

Задача оптимизации представлена в следующем виде: найти максимум целевой функции, или эффективности управления,

$$F(\bar{x}, \bar{u}) = F[y_1(\bar{x}, \bar{u}), y_2(\bar{x}, \bar{u}), \dots, y_m(\bar{x}, \bar{u})], \quad (1)$$

при ограничениях

$$y_{1j} \leq y_j(\bar{x}, \bar{u}) \leq y_{2j}, \quad (j = \overline{1, m}), \quad (2)$$

Глухов Владимир Николаевич – д-р техн. наук, профессор кафедры систем управления, Южно-Уральский государственный университет; su@susu.ac.ru

$$\bar{x}_1 \leq x \leq x_2, \quad \bar{u}_1 \leq \bar{u} \leq \bar{u}_2, \quad (3)$$

где  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots)$  – вектор параметров подсистемы сырьевого передела;  $\bar{u} = (u_1, u_2, u_3)$  – вектор параметров подсистемы термообработки;  $y_j(x, u)$  –  $j$ -й выходной параметр, характеризующий качество изделий (прочность, однородность прочности, морозостойкость, влагопоглощение, долговечность изделий);  $y_{1j}$  и  $y_{2j}$  задают допуски на выходные параметры;  $m$  – число выходных параметров;  $x_1$  и  $\bar{x}_2$ ,  $\bar{u}_1$  и  $\bar{u}_2$  – векторы ограничений на значения параметров подсистемы сырьевого передела и термообработки, накладываемые из технологических соображений.

Ограничения (2) и (3) в пространстве параметров дают область, определяющую допустимые вариации параметров, которая является областью определения целевой функции  $F(\bar{x}, \bar{u})$ . Ограничения (3) образуют в пространстве параметров  $\bar{u}$   $n$ -мерный гиперпараллелепипед  $B_0$ , в котором

---

Glukhov Vladimir Nikolaevich – Doctor of Science (Engineering), Professor of Control Systems Department, South Ural State University; sau@susu.ac.ru

содержится область  $D_i^H$ . На рис. 1–6 представлены области качества  $D_i^H$ .

В этих определениях задача оптимизации формулируется следующим образом: найти

$$F(\bar{x}_H, \bar{u}_H) = \max F(\bar{x}_H, \bar{u}_H), \quad (4)$$

где  $\bar{x}_H = (x_1^H, x_2^H, \dots, x_n^H)$  – вектор номинальных значений параметров подсистемы сырьевого передела, определяемый по методу [2] и фиксированный для текущей технологической ситуации на входе подсистемы термообработки.

При этом  $\bar{x}_H = (\bar{x}'_H + \delta x_H)$ , где  $\bar{x}'_H$  – расчетное значение параметра;  $\delta x_H$  – помеха, накладываемая

при функционировании технологического процесса;  $\bar{u}_H = (u_1^H, u_2^H, u_3^H)$  – вектор номинальных значений параметров подсистемы термообработки (скорость нагрева, уровень температуры терmostатирования, длительность изотермической выдержки).

Поиск оптимального номинального вектора параметров настройки  $u_H^*$  при фиксированном векторе  $\bar{x}_H$ , при котором выполняется условие (4), предлагается проводить методом перебора номинальных векторов  $\bar{u}_H$ , принадлежащих соответствующей области допустимой вариации параметров  $D_i$  в пределах марочной прочности изделий, определяемой неравенствами (2) и (3). Идея алгоритма

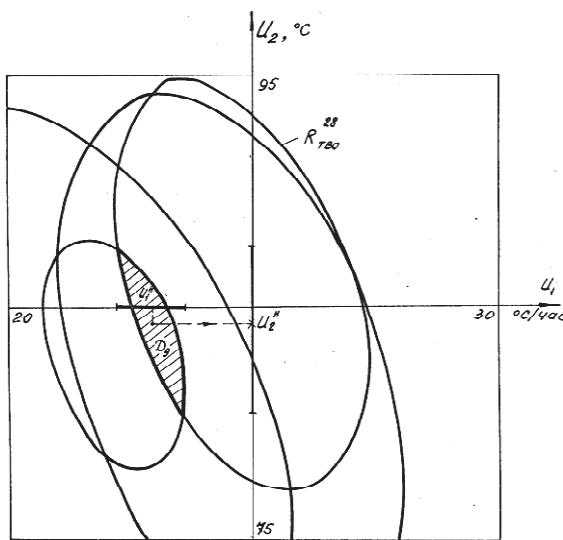


Рис. 1. Область взаимопоглощения изолиний целевой функции при параметрах сырьевого предела  $x_1$ – $x_5$

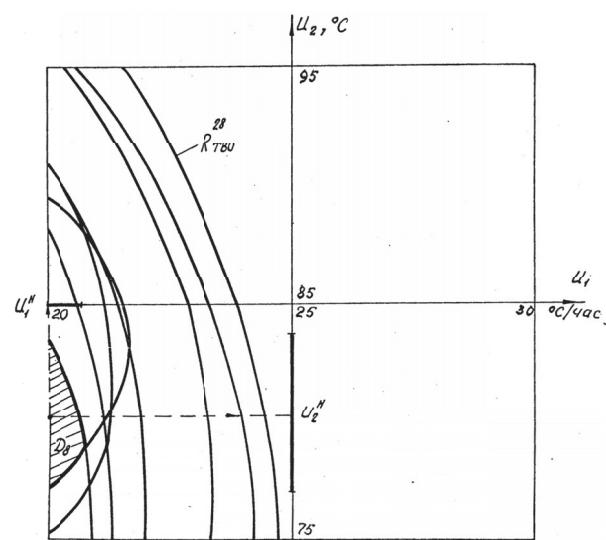


Рис. 2. Область взаимопоглощения изолиний целевой функции при параметрах сырьевого предела  $x_6$ – $x_{10}$

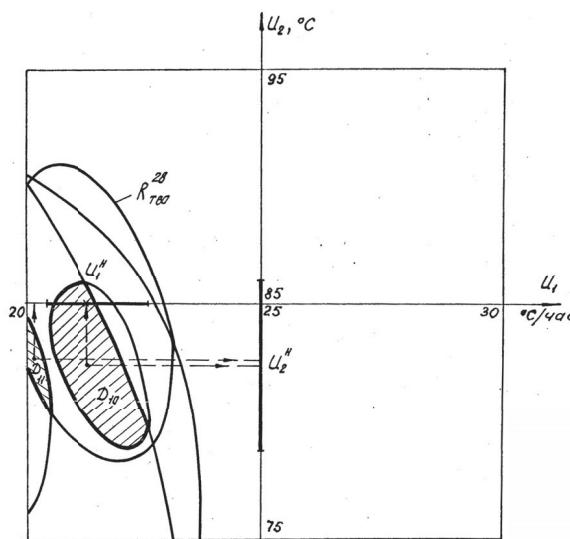


Рис. 3. Область взаимопоглощения изолиний целевой функции при параметрах сырьевого предела  $x_{11}$ – $x_{15}$

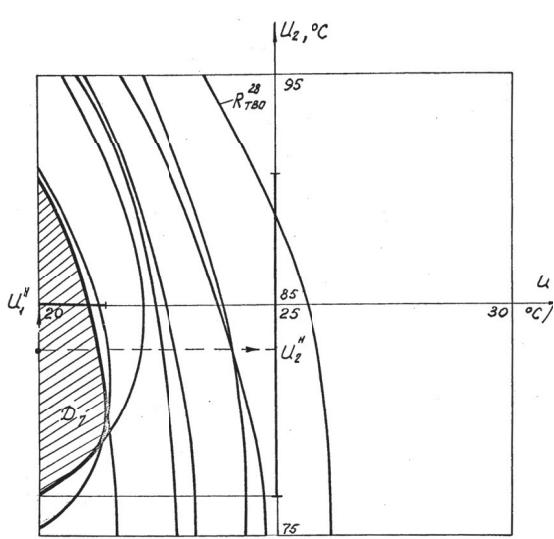


Рис. 4. Область взаимопоглощения изолиний целевой функции при параметрах сырьевого предела  $x_{16}$ – $x_{20}$

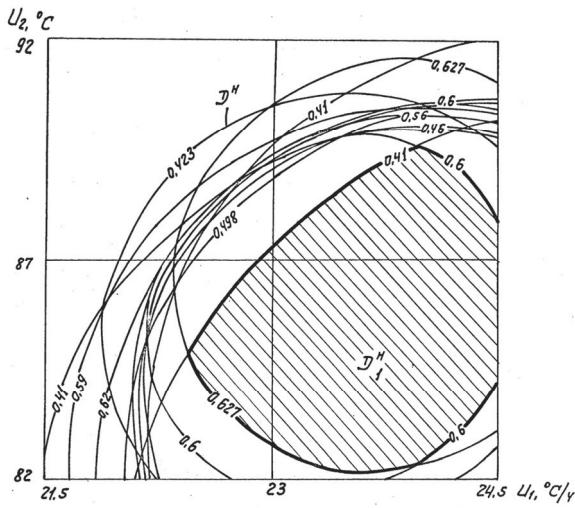


Рис. 5. Область оптимальных номиналов управлений по критерию для соотношений параметров сырьевого передела на основных уровнях в ситуациях  $C_1 - C_{22}$

перебора векторов  $\bar{u}_h^* \in D_i^H$  при фиксированных текущих векторах  $\bar{x}_h$  заключается в следующем. В множестве значений вектора  $\bar{u}$ , определяемом бруском, выделяется подмножество значений  $\bar{u}_h \in B_0$  по следующему принципу: в это множество входят только такие векторы, значение каждой компоненты которых есть номинальное значение режимного параметра (скорость нагрева, уровень температуры терmostатирования, длительность изотермической выдержки), определяемое путем построения области взаимного поглощения линий равного значения прочности в пределах одной марки изделий или узкого интервала ее варьирования. Обозначим подмножество  $D_i^H$  (рис. 7). Тогда

$$D_i^H = \left\{ x_i^H / x_{1i}^H \leq x_i^H \leq x_{2i}^H, u_i^H / u_{1i}^H \leq u_i^H \leq u_{2i}^H, i = \overline{1, n} \right\}, \quad (5)$$

где  $x_i^H$  – номинальное значение  $i$ -й компоненты вектора параметров подсистемы сырьевого передела с учетом  $\delta x_i^H$  в текущей технологической ситуации;  $u_i^H$  – номинальное значение  $i$ -й компоненты вектора режимных параметров подсистемы термообработки.

Задание подмножества  $D_i^H$  номинальных значений параметров  $u_i^H (i = \overline{1, n})$  существенно сужает область поиска решения инвариантного к соотношению векторов  $\bar{x}_i^H$  на входе подсистемы термообработки. Общее число всевозможных комбинаций номинальных значений параметров, образующих номинальные векторы  $\bar{u}_h$  и принадлежащих области  $D_i^H$  взаимного поглощения линий равного

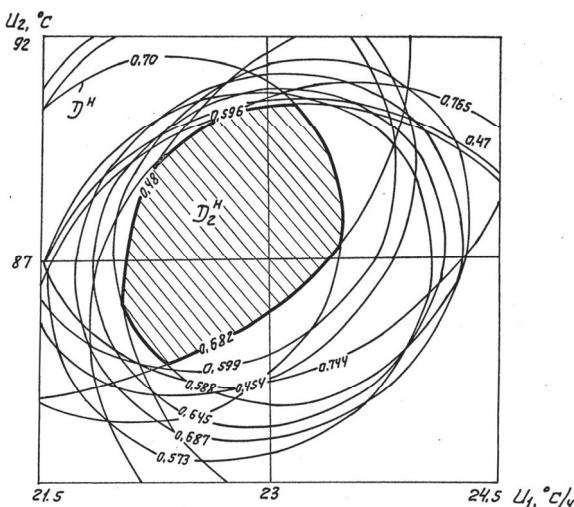


Рис. 6. Область оптимальных номиналов управлений по критерию для соотношений параметров сырьевого передела на основных уровнях в ситуациях  $C_{23} - C_{43}$

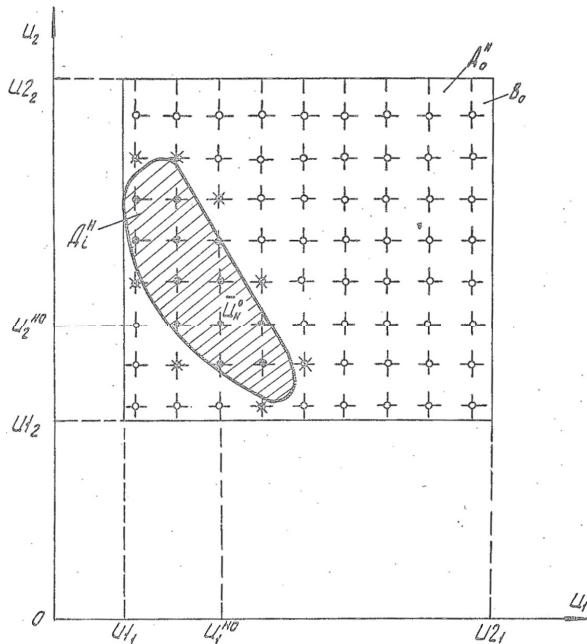
значенияя целевой функции (5), равно:

$$N = \prod_{i=1}^n N_i, \quad (6)$$

где  $N_i$  – число номинальных значений  $i$ -го параметра, которое он может принять в интервале  $[x_{1i}, x_{2i}]$ . Так как  $N$  резко возрастает с ростом числа параметров  $n$  и  $N_i (i = \overline{1, n})$ , то перебор большого количества точек  $\bar{u}_h \in D_0^H$  и вычисление в каждой из них выражений (1) и (2) представляет очень трудоемкую с вычислительной точки зрения задачу. Поэтому предлагается перебирать не все точки  $\bar{u}_h$ , а только те из них, которые принадлежат области взаимного поглощения  $D_i^H$  линий равного значения целевой функции (в которых удовлетворяются неравенства (2)), и небольшое количество точек, непосредственно примыкающих к границе этой области. Вычисление критериев качества (2) в остальных точках подмножества  $D_0^H$  заменяется операциями логического сравнения, позволяющими судить, принадлежит ли данная точка области  $D_i^H$ . Это достигается с помощью логической матрицы, которая соответствует матрице номинальных значений параметров, образующих подмножество  $D_0^H$ . Она имеет такую же размерность, и каждый элемент ее может принимать значение либо равное 1, если соответствующий вектор  $\bar{u}_h \in D_i^H$ , либо 0, если  $\bar{u}_h \notin D_i^H$ .

В иллюстрации перебора номинальных векторов  $\bar{u}_h$  (рис. 7), принадлежащих области  $D_i^H$ , крестиками и черными точками обозначены места, в которых производится проверка принадлежности

вектора  $\bar{u}_n$  области  $D_i^n$ . Черные точки принадлежат области  $D_i^n$ . Для этих точек соответствующие элементы первой строки логической матрицы равны 1, а остальные элементы – 0. В точках, обозначенных кружками без крестиков, критерии качества не вычислялись. Более подробно работа с матрицей номинальных значений параметров и с соответствующей ей логической матрицей состоит в следующем. Перебор номинальных векторов  $\bar{u}_n$  начинается из исходной точки  $\bar{u}_n^0 \in D(\bar{u}_n = \bar{u}_n^0)$ , поэтому первоначально логическая матрица имеет вид: элементы в каждой строке матрицы с номенклатурой, которые соответствуют номинальным значениям параметров исходного вектор  $\bar{u}_n^0$  в матрице номинальных значений, равны 1, а остальные элементы – 0.



**Рис. 7. Подмножество номиналов  
режимных параметров**

На первом этапе изменяется первый элемент вектора  $\bar{u}_n$  сначала в сторону увеличения, затем – уменьшения. Перед этим просматривается первая строка логической матрицы. Просмотр начинается с элемента, соответствующего вектору  $\bar{u}_n$ , при котором произошло обращение к первому этапу, в сторону увеличения номера элементов строки, что соответствует увеличению первого элемента векторов  $u_n$ . Значение его определяется соответствующим элементом первой строки матрицы номинальных значений параметров. При просмотре определяется номер первого элемента строки матрицы, равного единице, что указывает на то, что соответствующий номинальный вектор  $u_n$  может принадлежать области  $D_n^H$ . Если принадлежит, то

соответствующему элементу первой строки логической матрицы присваивается значение, равное 1, и проверяется, принадлежит ли области  $D_i^H$  следующий вектор  $\bar{u}_\mu$ , соответствующий увеличенному на единицу номеру первой строки логической матрицы, и т. д., пока не будет сделан перебор всех элементов строки с номерами, большими исходного, или пока не встретится номер, для которого  $\bar{u}_\mu \notin D_i^H$ . В этом случае соответствующему элементу первой строки матрицы присваивается значение, равное нулю, и просматриваются оставшиеся элементы. Иначе говоря, продолжают процедуру, описанную в начале этого этапа. Если все последующие элементы строки окажутся равными нулю, то начинается просмотр в сторону уменьшения номеров от исходного (проверка на принадлежность области  $D_i^H$  векторов  $\bar{u}_\mu$ , соответствующих нулевым элементам первой строки логической матрицы, не производилась), что будет соответствовать уменьшению первого элемента вектора  $\bar{u}_\mu$ .

Просмотр элементов строки и проверка принадлежности области  $D_i^H$  векторов  $\bar{u}_n$  производится по алгоритму, аналогичному вышеописанному. Просмотр в сторону уменьшения номеров начинается и тогда, когда при первом просмотре в сторону увеличения все элементы первой строки логической матрицы оказываются равными нулю. Этап I заканчивается, когда будут построены все элементы строки 1 логической матрицы. При этом в ней нули, соответствовавшие векторам  $\bar{u}_n \notin D_i^H$ , заменяются на единицы, а единицы, соответствовавшие  $\bar{u}_n \in D_i^H$ , на нули.

Элементу 1 вектора  $u_1^{ho}$  присваивается исходное значение  $u_1^{h0}$ . На этапе II изменяется элемент 2 вектора  $\bar{u}_n$  вначале в сторону увеличения, затем – уменьшения. При этом перед каждым шагом проверяется строка 1 логической матрицы. Если не все элементы ее равны нулю, то соверша-ем очередной шаг этапа II – увеличиваем (умень-шаляем) элемент 2 вектора  $\bar{u}_n$  и смотрим, равен ли единице элемент строки 1 логической матрицы, соответствующий номеру исходного элемента  $u_1^{h0}$ . Если равен, то проверяем принадлежность вектора  $\bar{u}_n$  области  $D_i^h$ . Если он ей принадлежит, то соот-ветствующим элементам строки 1 и 2 матрицы присваивается значение 1, иначе – 0. После этого, а также в случае, когда элемент строки 1 матрицы, соответствующий номеру исходного параметра  $u_1^{ho}$ , равен нулю, переходим к этапу I, варьируя элемент 1 вектора параметров соответственно описанному алгоритму. Этап I заканчивается об-ращением к очередному шагу этапа II – увелич-е-

нию (уменьшению) параметра  $u_2^H$ . При этом если окажется, что все элементы строки 1 логической матрицы равны нулю (на предыдущем шаге по параметру 2 ни при каком значении параметра  $u_1^H$  не происходит попадание в область  $D_i^H$ ), то переходим либо к шагам уменьшения параметра вектора  $\bar{u}_n$  (при этом восстанавливается исходный перед обращением к шагам увеличения этапа II вид строки 1 логической матрицы), либо к этапу III. Перед этим элементам  $u_1^H$  и  $u_2^H$  вектора  $\bar{u}_n$  присваивается их исходное значение  $u_1^{H0}$  и  $u_2^{H0}$ .

Третий, четвертый,  $n$ -й этапы выполняются по алгоритму, аналогичному второму. Перед каждым шагом просматриваем строку логической матрицы, соответствующую предыдущему этапу, и если не все ее элементы равны нулю, то после очередного шага обращаемся к этапу I. Если же все элементы этой строки окажутся теперь равными нулю, то переходим либо к шагам уменьшения, либо к следующему этапу. Элементам вектора  $\bar{u}_n$ , соответствующим номерам предыдущих этапов, присваиваются исходные значения.

Укрупненная структурная схема алгоритма перебора номинальных векторов  $u_n \in D_i^H$  представлена на рис. 8 на основе аналогичного алгоритма [1]. Блоки с ромбами внутри обозначают логические элементы. Пронумерованные стрелки показывают возможные направления. Направление, по которому пойдет процесс, определяется номером этапа перебора (номер строки логической матрицы), номером шага этапа и значением соответствующего элемента матрицы. Содержимое каждого блока расшифровывается следующим образом.

0 – блок ввода исходной информации;  $n$  – число параметров, образующих вектор  $\bar{u}_n$ ;  $N(n)$  – вектор, каждый  $i$ -й элемент которого равен числу номинальных значений  $i$ -го параметра в подмножестве  $D_0^H$ ;  $nm = \max_{i \in [1, n]} N(i)$  – параметр в подмно-

жестве  $D_0^H$ , определяющий размерность матрицы номинальных значений;  $uN(n, nm)$  – матрица номинальных значений параметров, определяющих подмножество  $D_0^H$ . В каждую  $i$ -ю строку матрицы заносятся в возрастающем порядке номинальные значения параметра  $u_i (i = 1, \bar{n})$ , число которых определяется элементом  $N(i)$  вектора  $N(n)$ ;  $N_o(n)$  – вектор, каждый  $i$ -й элемент которого равен номеру элемента  $i$ -й строки матрицы номинальных значений параметров, соответствующего исходному номинальному значению.

1 – блок формирования исходной дополнительной информации, необходимой для организации перебора векторов  $\bar{u}_n \in D_i^H$ . К этой информации, в частности, относятся: логическая матрица, соответствующая матрице номинальных значений параметров; исходный номинальный вектор параметров; логический вектор, элементы которого позволяют судить, все ли элементы соответствующей строки логической матрицы равны нулю; логический вектор, элементы которого управляют направлением перебора номинальных значений параметров.

2 – блок просмотра элементов  $p$ -й строки логической матрицы в сторону увеличения их номеров от исходного. В этом блоке принимаются решения: проверять вектор  $\bar{u}_n$ , соответствующий элементу  $p$ -й строки матрицы, на принадлежность области  $D_i^H$  (стрелка 1), продолжить просмотр или перейти к блоку 15 для последующего просмотра  $p$ -й строки в сторону уменьшения номеров (стрелка 2).

3 – блок формирования вектора  $u_n$ , проверки этого вектора на принадлежность области  $D_i^H$  и принятия решения: перейти к блоку 4 (стрелка 1), если  $\bar{u}_n \in D_i^H$  (при этом соответствующему элементу  $p$ -й строки логической матрицы присваивается значение 1), или перейти к блоку 7 (стрелка 2), если  $\bar{u}_n \notin D_i^H$  (соответствующему элементу  $p$ -й строки присваивается значение 0).

4 – блок проверки: к какому этапу принадлежал совершенный шаг процесса перебора: если первому, то перейти к блоку 5 (стрелка 1), иначе – к блоку 6 (стрелка 2).

5 – блок принятия решения: номинальное значение  $p$ -го параметра: 1) увеличить (стрелка 1); 2) уменьшить (стрелка 2); 3) перейти к процессу просмотра  $p$ -й строки матрицы в сторону уменьшения номера ее элементов от исходного (стрелка 3); 4) перейти к следующему ( $p+1$ )-му этапу перебора векторов  $\bar{u}_n \in D_i^H$  (стрелка 4).

6 – блок подготовки для перехода к этапу I перебора векторов.

7 – блок принятия решения: 1) перейти к просмотру строки матрицы предыдущего ( $p-1$ )-го этапа (стрелка 1); 2) перейти к продолжению просмотра  $p$ -й строки логической матрицы в сторону увеличения номера элементов (стрелка 2) или в сторону уменьшения (стрелка 3).

8 – блок подготовки для перехода к просмотру ( $p-1$ )-й строки матрицы, соответствующей предыдущему ( $p-1$ )-му этапу перебора вектора  $\bar{u}_n \in D_i^H$ .

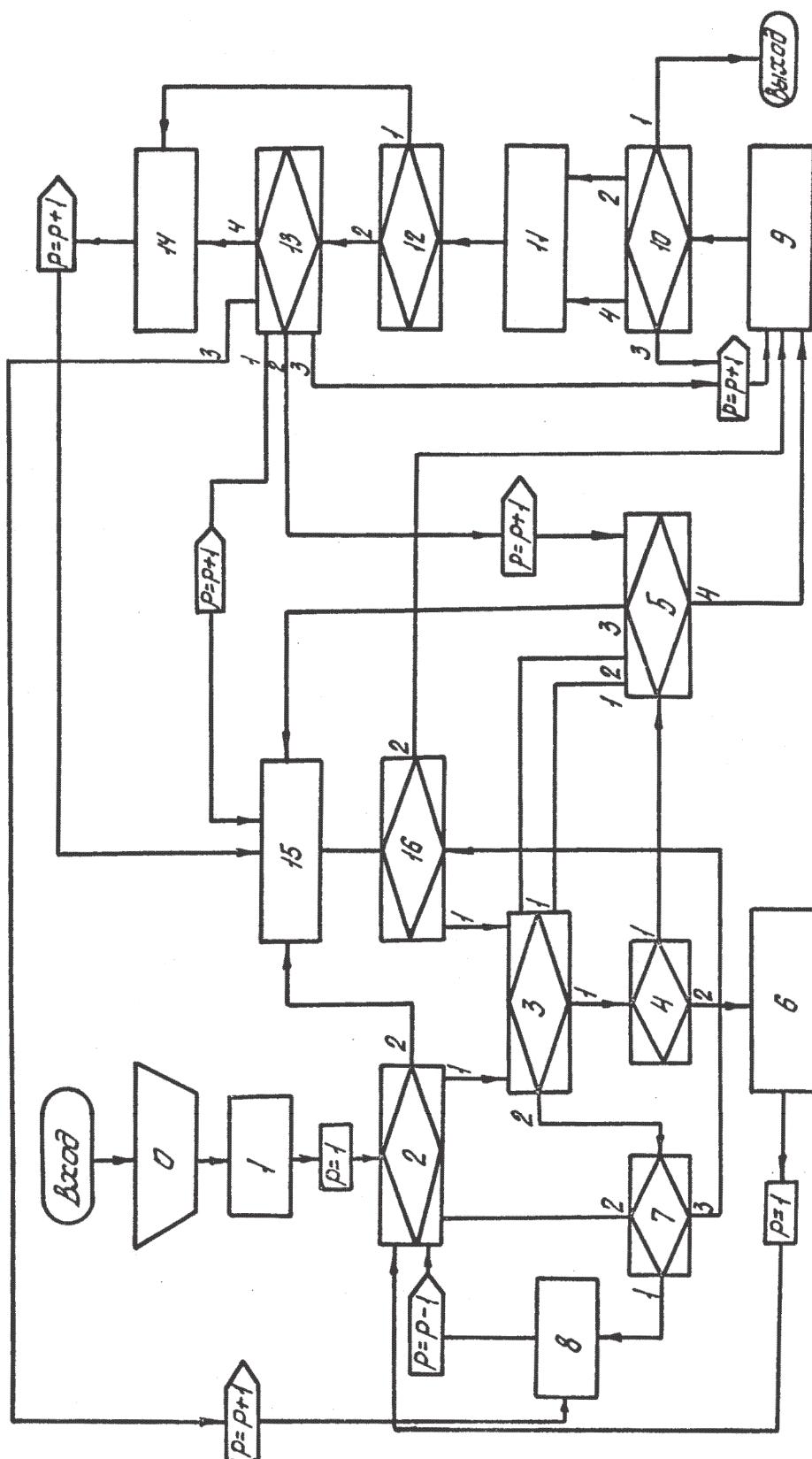


Рис. 8. Блок-схема алгоритма перебора номинальных векторов в областях качества

9, 15 – блоки запоминания строк логической матрицы соответственно в сторону уменьшения ее элементов и увеличения от исходного с целью последующего восстановления.

10 – блок принятия решения: 1) строка логической матрицы, соответствующая  $p$ -му этапу перебора, полностью состоит из нулей. Перебор закончен, если  $p = n - 1$  (стрелка 1); перейти к  $(p+1)$ -му этапу перебора векторов  $\bar{u}_n \in D_i^H$  в сторону уменьшения номинальных значений параметра  $u_{p+1}$  (стрелка 2), если до этого производился процесс изменения этого параметра в сторону увеличения; перейти к  $(p+2)$ -му этапу перебора (стрелка 3), если до этого производился процесс изменения  $(p+1)$ -го параметра в сторону уменьшения; 2)  $p$ -я строка логической матрицы не полностью состоит из нулей. Перейти к очередному шагу  $(p+1)$ -го этапа (стрелка 4).

11 – блок подготовки данных для перехода к  $(p+1)$ -му этапу перебора векторов  $\bar{u}_n \in D_i^H$ .

12 – блок принятия решения: перейти к началу процесса уменьшения  $(p+1)$ -го параметра соответствующего этапа (стрелка 1), если  $p$ -я строка матрицы полностью состоит из нулей, в противном случае перейти к очередному шагу этого этапа (стрелка 2).

13 – блок принятия решения: 1) перейти к началу просмотра  $(p+1)$ -й строки логической матрицы (стрелка 1); 2) перейти к очередному шагу  $(p+1)$ -го этапа (стрелка 2); 3) перейти к просмотру  $p$ -й строки матрицы  $p$ -го этапа, если на предыдущем шаге  $(p+1)$ -го этапа соответствующий

вектор  $\bar{u}_n \notin D_i^H$  (стрелка 3); 4) перейти к началу процесса уменьшения  $(p+1)$ -го параметра, если на предыдущем шаге  $(p+1)$ -го этапа были перебраны все номинальные значения этого параметра в сторону увеличения (стрелка 4); 5) перейти к началу  $(p+2)$ -го этапа перебора векторов, если перебраны все номинальные значения  $(p+1)$ -го параметра как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения (стрелка 5).

14 – блок восстановления  $p$ -й строки логической матрицы.

15 – блок просмотра элементов  $p$ -й строки матрицы в сторону уменьшения номеров от исходного. Принимаются решения: проверять вектор  $u_n$ , соответствующий данному элементу  $p$ -й строки, на принадлежность области  $D_i^H$  (стрелка 1), продолжить просмотр или перейти к блоку 9 для перехода к  $(p+1)$ -му этапу (стрелка 2).

### *Литература*

1. Антушев, Г.С. Алгоритм решения задач оптимизации методом перебора номинальных векторов / Г.С. Антушев // Управление качеством и надежностью сложных систем. – Владивосток: АН СССР. ДВНЦ «Ин-т автоматики и процессов упр.», 1978.

2. Глухов, В.Н. Метод управления качеством композиционных изделий в условиях случайного изменения сырьевых и технологических параметров / В.Н. Глухов // Технология производства и применения строительных материалов и изделий. – Челябинск: УралНИИстром-проект, 1984.

*Поступила в редакцию 20 апреля 2012 г.*