УДК 658.1-50 DOI: 10.14529/ctcr160202

ЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАДОКСЫ И ИХ РОЛЬ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

Вл.Д. Мазуров

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург

Даётся краткое изложение существа и истории вопроса о роли логических парадоксов, а также значения противоречивых моделей в оптимизации и классификации. Рассмотрены парадоксы в теории множеств, причина которых в использовании понятия актуальной бесконечности и в перенесении методов, пригодных для конечных множеств, на множества бесконечные. Некоторые логические парадоксы связываются с несобственными системами предикатов, т. е. такими несовместными системами предикатов, поставить которым в соответствие можно лишь несобственный объект. Рассматривается путь анализа таких парадоксов, состоящий в расширении имеющихся представлений об объектах, в ослаблении накладываемых при определении объекта требований, в расширении смысла понятия «существование».

Рассматривается моделирование объектов с помощью несовместных систем линейных неравенств. Разрешение противоречивых систем предлагается на пути введения «размытых» понятий и коллективных решений (это можно считать моделированием консилиума). В последнем случае исследуется более частный подход к разрешению парадоксов. Здесь используются некоторые средства ослабления требования абсолютизации тех или иных критериев решения задачи. Особенно важен случай анализа неформализованных задач и даже неформализуемых. Предложенные подходы к неформализуемым моделям были обсуждены с Н.Н. Непейводой в рамках всемирного конгресса по логике науки.

Ключевые слова: коллективные решения, противоречивые тексты, метод комитетов, неформализованные факторы, парадоксы.

1. Введение

1.1. Логические парадоксы

Термин «парадокс» в [1] производят от греческого «parádoxos» – неожиданный, странный, а в [2] – от «para» – против и «doxa» – мнение. Парадокс – неожиданное, странное, (по форме или по существу) суждение или высказывание, резко расходящееся с традиционным, ортодоксальным мнением или со здравым смыслом. В более частное понятие логического парадокса вкладывается более точный смысл. Мы рассмотрим и парадоксы в широком смысле, и логические.

Парадоксы в логике – антиномии, т. е. высказывания, из которых некоторое утверждение выводится вместе с его отрицанием.

Софизм отличается от парадокса тем, что представляет собой ложное утверждение со специально замаскированной локальной ошибкой. В [3] отмечается, что парадокс связан с более глубокими недостатками теории. Если парадоксы возникают в теории, построенной аксиоматическим методом, то это свидетельствует о противоречивости системы аксиом. Удаление или ослабление некоторых аксиом может исключить возможность появления парадоксов, но и одновременно привести к слишком слабой теории. В связи с этим в числе требований, предъявляемых к аксиоматической теории, фигурируют как требование полноты, так и непротиворечивости.

Ещё в античном мире рассматривались такие логические парадоксы, как «Лжец», «Куча», «Ахиллес и черепаха» и др. Эти парадоксы сыграли большую роль в осознании некоторых сторон отражения действительности в логических предложениях. В частности, они акцентировали внимание на возможных недоразумениях, возникающих при абсолютизации в мышлении тех или иных сторон действительности.

Рассмотрим в качестве примера апорию Зенона «Ахиллес и черепаха». Пусть в пункте A находится Ахиллес, а в пункте B на расстоянии s от A – черепаха. В один и тот же момент Ахиллес и черепаха начали двигаться в одном направлении: Ахиллес со скоростью v по направлению к B, пытаясь догнать черепаху, а черепаха со скоростью v/n, $n > 1$, удаляясь от A. Когда Ахиллес достигнет B, черепаха удалится в пункт B_1 на расстояние s/n. Когда Ахиллес достигнет B_1, черепаха удалится от B_1 на расстояние s/n^2, и т. д. Таким образом, Ахиллес никогда не догонит черепаху.

Один из путей «преодоления» этого парадокса состоит в использовании аксиомы Архимеда:

$\forall a > 0, \forall b > 0, \exists n \in N : an > b$,

где N – множество всех натуральных чисел. Однако такой подход не исчерпывает существа парадокса. В [3] в связи с этим отмечается, в частности, существование теории неархимедовых упорядоченных полей.

В конце XIX в. возникли парадоксы в теории множеств. Б. Расселом сформулирован следующий парадокс. Пусть $a = \{x : x \notin x\}$. Спрашивается, какое из высказываний справедливо: $a \in a$ или $a \notin a$? Легко видеть, что любое из этих предположений приводит к противоречию.

Этот парадокс показал, что в основаниях теории множеств не всё благополучно. И поскольку теория множеств есть часть логики, то возникло опасение, что и формальная логика не имеет надёжной основы. Стало ясно, что канторовская теория множеств не может считаться окончательным вариантом обоснования математики.

Позже Рассел и Цермело предложили аксиоматический метод анализа парадоксов теории множеств. Рассел построил теорию типов. Он предложил каждому объекту поставить в соответствие его «тип» – некоторое неотрицательное число; при этом аргументы всякой логической функции должны предшествовать этой функции в иерархии типов. Так, в высказывании «$x \in y$» тип y на единицу больше типа x.

Согласно взглядам интуиционистов (Брауэр и др.), причина парадоксов – в использовании понятия актуальной бесконечности и в перенесении методов, пригодных для конечных множеств, на множества бесконечные. Интуиционисты предложили пользоваться понятием потенциальной бесконечности, при этом считать объект существующим лишь в том случае, если известен метод его построения. Последнее вытекает из отказа от закона исключённого третьего.

Классификацию парадоксов выдвинул Ф. Рамсей, разделив их на логико-математические и семантические.

Парадоксы возникают не только на почве дедуктивных математических построений, но и в сфере исследований, обобщающих тот или иной эмпирический материал, в частности, в естествознании. В этом случае парадоксы приводят к уточнениям научных теорий, вызванных тем, что данные новых экспериментов начинают противоречить формальным системам, созданным на основе накопленных ранее наблюдений.

1.2. Подход к парадоксам как к логическим ошибкам

В [4] высказывается мнение, что логических парадоксов не существует, так как противоречия в рассуждениях – следствие нарушения правил формальной логики. Логические парадоксы характеризуются лишь высокой степенью логической «запутанности». Для иллюстрации этой мысли предлагается такой способ анализа парадоксов (интересный и имеющий полное право на существование) как ослабление ограничений в модели, но он не исключает других подходов и далеко не объясняет сущности парадоксов.

2. Несобственные системы предикатов

2.1. О парадоксальных дефинициях

Некоторые логические парадоксы можно связать с несобственными системами предикатов, т. е. такими несовместными системами предикатов, поставить которым в соответствие можно лишь несобственный объект. Один из путей анализа таких парадоксов состоит в расширении имеющихся представлений об объектах, в ослаблении накладываемых при определении объекта требований, в расширении смысла понятия «существование».

Парадоксальные определения возникают иногда вследствие абсолютизации локальных свойств действительно существующих объектов. Другая возможность появления несобственных объектов в идеальной системе может возникнуть в случае, если к некоторой базе данных имеют доступ сразу несколько пользователей. В такой базе данных могут появиться несовместные данные. Наконец, некоторые объекты могут проявлять определённую совокупность свойств лишь в некотором вероятностном смысле.

Итак, абсолютизация требований, предъявляемых к функционированию тех или иных объектов, приводит иногда к возникновению таких определений, что удовлетворяющих им объектов в обычном смысле не существует. Например, исследуя кривую на рис. 1 в точках A и B, мы можем, абсолютизируя её поведение в этих точках касательными l_1 и l_2, требовать, чтобы объект совпадал и с l_1, и с l_2 одновременно.

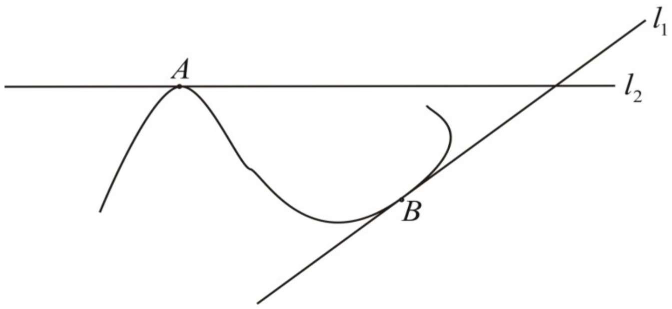

Рис. 1

Так, например, это могут быть некоторые коллективы, смеси или системы объектов, удовлетворяющие определению в некотором обобщённом смысле.

Такой подход позволяет с большей систематичностью исследовать системы предикатных равенств, анализировать совокупности свойств, выделяя их совместные подсистемы, а также подсистемы, определяющие «коллективные» или «размытые» решения. Одна из возможных интерпретаций таких коллективных решений: это случайный объект, который с некоторой вероятностью p_1 проявляет себя в виде i-й реализации определяемого системой предикатов объекта.

2.2. Определения

Определяя объекты с помощью системы предикатов, которые для объекта должны принимать значение «истина», мы можем получать несобственные элементы в случае, когда система предикатных уравнений несовместна. В этой ситуации можно, однако, говорить, что определяемый объект существует в некотором более общем смысле.

Перейдём к точным определениям.

Пусть X – некоторое множество объектов, $\{P_i : i \in I\}$ – система предикатов, определённых на элементах $x \in X$:

$$p_i(x) \in \{0,1\} (\forall i \in I, \forall x \in X).$$

Пусть $J \subset I$. Систему предикатов $\{P_i : i \in I\}$ будем называть несобственной, если система

$$p_i(x) = 1 (\forall i \in J), x \in X, \qquad (1)$$

несовместна. Будем говорить в этом случае, что система (1) определяет несобственный объект.

Из множества возможных определений, позволяющих уточнить понимание несобственного объекта, выберем определение p-комитета [5]:

p-комитетом системы (1) называется такое конечное множество $K \subset X$, что

$$\left|\{x \in K : p_i(x) = 1\}\right| > p \cdot |K| (\forall i \in J).$$

Здесь p – фиксированное число, $|K|$ означает число элементов (в общем случае – мощность) множества K.

Несобственному объекту, определяемому системой (1), это определение придаёт вид некоторого множества $K \subset X$. Следует отметить, что p-комитет определяется, вообще говоря, неоднозначно. Поэтому можно добавлять некоторые критерии, выделяющие p-комитеты с дополнительными специальными свойствами. Так, с многих содержательных точек зрения, имеет смысл находить минимальные комитеты как объекты, наименее отличающиеся от обычных решений.

При $p = 0,5$: p-комитет называется комитетом. Интерпретация его такова: каждому предикату удовлетворяет большинство членов комитета (за него «голосует» большинство). При $p = 0,5$ можно снять требование конечности, записав определение в виде:

$$\left|\{x \in K : p_i(x) = 1\}\right| > \left|\{x \in K : p_i(x) = 0\}\right|.$$

Пример: транспортная задача при нарушении баланса. Объект: план перевозок.

	b
a_1	x
a_2	y

$a_1 + a_2 > b$.

2.3. Одно применение понятия несобственного объекта

Рассмотрим такой способ анализа одного известного парадокса, при котором определяемый в парадоксе объект с неоднозначным и противоречивым поведением.

«Парадокс парикмахера», сформулированный Б. Расселом, таков. В деревне имеется только один парикмахер. Издано постановление: парикмахер должен брить только тех, кто не бреется сам. Спрашивается: кто должен брить самого парикмахера?

Примем следующую упрощенную для данной ситуации модель человека: $x = (\xi_1, \xi_2)$, где

$$\xi_1 = \begin{cases} 1, & \text{если человек бреется сам;} \\ -1, & \text{если человек не бреется сам;} \end{cases}$$

$$\xi_2 = \begin{cases} 1, & \text{если человека бреет парикмахер;} \\ -1, & \text{если человека не бреет парикмахер.} \end{cases}$$

Вектор $x = (\xi_1, \xi_2)$, описывающий парикмахера, должен удовлетворять следующим условиям:

1) парикмахер бреется сам: $\xi_1 = 1$;

2) парикмахера бреет парикмахер: $\xi_2 = 1$;

3) согласно постановлению, если человек бреется сам, то его не бреет парикмахер, а если его бреет парикмахер, то он не бреется сам:

$\xi_1 + \xi_2 = 0$.

Мы получили противоречивую систему уравнений $\xi_1 = 1, \xi_2 = 1, \xi_1 + \xi_2 = 0$.

Однако существует комитет этой системы:

$K = \{x_1, x_2, x_3\}, x_1 = (1,1), x_2 = (1,-1), x_3 = (-1,1)$.

Применение этого комитета можно трактовать следующим образом: в многократно повторяемой житейской ситуации выполнение постановления происходит с вероятностью, большей $1/2$, если каждый член комитета применяется с вероятностью $1/3$. Здесь x_1 означает, что парикмахер бреется сам, x_2 – что парикмахер бреется не сам, x_3 – что не парикмахер бреется сам.

Отметим, что это один из видов компромиссов между устанавливаемыми правилами и требованиями реальной действительности, применимых в житейских ситуациях.

Так как парадокс парикмахера есть вариант парадокса Рассела для теории множеств, попробуем применить к последнему тот же подход. Пусть $a = \{x : x \notin x\}$. Для любого множества x положим

$$P_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in x; \\ -1, & \text{если } x \notin x; \end{cases}$$

$$P_2(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in a; \\ -1, & \text{если } x \notin a. \end{cases}$$

Потребуем, чтобы множество a удовлетворяло соотношениям:

$P_1 = 1, P_2 = 1, P_1 + P_2 = 0$.

Соотношение $P_1 + P_2 = 0$ вытекает из определения множества a . Интерпретация комитета $K = \{(1,1), (1,-1), (-1,1)\}$ в данном случае не является столь понятной (может быть, она вообще неудовлетворительна), как в случае парадокса парикмахера, где имеется возможность исходить из жизненной ситуации, довольно простой.

3. Моделирование объектов с помощью несовместных систем линейных неравенств

Пример из предыдущего параграфа может быть связан с нижеследующими конструкциями.

Пусть вектор состояния того или иного объекта имеет вид

$x = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$,

где ξ_i – вещественное число, являющееся значением i-го параметра, измеренного на объекте ($i = 1, \ldots, n$). Математическое моделирование самых различных ситуаций (жизненных, производственных, природных и т. д.) использует составление систем вида

$$\left.\begin{aligned} & f_j(x) - a_j > 0(\forall j \in I), \\ & f_j(x) - a_j \geq 0(\forall j \in J), \\ & f_j(x) - a_j = 0(\forall j \in S), \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где x – вектор состояния, а соотношения системы характеризуют некоторые требования, накладываемые на состояние моделируемого объекта. Например, если $f_j(x)$ означает выход j-го вида продукта, получаемый при функционировании объекта в состоянии x, то $f_j(x) - a_j \geq 0$ означает, что мы пытаемся найти состояние x, обеспечивающее выход j-го вида продукта в количестве не менее a_j.

Во многих случаях приходится иметь дело с системами неравенств вида (2), не обладающими решениями. Существуют различные подходы к анализу таких систем [6], причём выбор формального подхода диктуется содержательным смыслом модели (2), практическими целями её анализа. Так, можно рассмотреть чебышевское уклонение

$$\inf\left\{t \geq 0 : f_j(x) - a_j > t(\forall j \in I), f_j(x) - a_j \geq t(\forall j \in J), -t \leq f_j(x) - a_j \leq t(\forall j \in S)\right\} = E$$

и соответствующие чебышевские приближения, т. е. решения системы

$$f_j(x) - a_j > E(\forall j \in I), f_j(x) - a_j \geq E(\forall j \in j), -E \leq f_j(x) - a_j \leq E(\forall j \in S).$$

Можно также рассматривать максимальные совместные подсистемы системы (2).

Несовместность системы (2) может указывать на бóльшую размерность исследуемого объекта, чем размерность, учтённая в модели вектора состояния x, на наличие неучтённых существенных признаков объекта.

Системами неравенств можно моделировать поведение весьма сложных систем, в частности, биологических. В [7] высказывается мысль, что критерии функционирования живых систем (или сложных технико-экономических систем, перед которыми стоит цель выживания, в конечном счёте), как правило, являются противоречивыми, т. е. описывающие их системы неравенств могут оказаться несовместными. В этом случае возникает мысль находить решения максимальных совместных подсистем и использовать стратегию применения этих решений с такими вероятностями, чтобы каждое условие выполнялось с вероятностью, бóльшей чем $1/2$.

Таким образом, мы приходим к понятию комитета системы линейных неравенств [6]:

Комитетом системы (2) называется такое множество $K = \{x_1, \ldots, x_q\} \subset R^n$ векторов состояний, что каждому соотношению системы (2) удовлетворяют более половины элементов множества K.

Аналогично этому, если рассматривается задача максимизации нескольких целевых критериев, можно использовать коллективы векторов, каждый из которых является допустимым по системе ограничений (2) и оптимальным по одному определённому целевому критерию.

Такие конструкции могут играть роль компромиссных решений в условиях системы противоречивых критериев нескольких лиц.

Для анализа парадоксальных определений объекта x, имеющих вид

$$x \in D_j(\forall j \in I), \quad (3)$$

большое значение имеет также операция выделения минимальных несовместных подсистем системы (3), т. е. таких несовместных подсистем

$$x \in D_j(\forall j \in J), J \subset I, \quad (4)$$

что если из системы (4) убрать хотя бы одно соотношение $x \in D_j$, то оставшаяся система является совместной.

Действительно, минимальная несовместная подсистема определяет минимальное множество несовместимых друг с другом требований, и корректными системами требований можно назвать те, которые не содержат ни одной минимальной несовместной подсистемы целиком.

Отметим связь комитетных конструкций, имеющих вид бесконечных последовательностей, с понятием потенциальной (становящейся) бесконечности.

4. «Размытые» определения

4.1. О парадоксах в широком смысле

Для системы включений

$x \in D_j (\forall j \in J)$,

определяющей, в случае её несовместности, некоторый несобственный объект, мы вводим в рассмотрение комитетные конструкции. Однако в этом случае можно использовать и другие понятия, например, понятие «размытого множества» (fuzzy set) [8]. Считая D_j размытым множеством, вместо $x \in D_j$ пишут $\mu(x \in D_j)$, понимая под этим расплывчатый предикат, принимающий не только значения 0 и 1, но и любые значения $\mu \in [0,1]$. Расплывчатое множество представляет собой некоторую область, граница которого «размыта».

В [9] делается такое замечание, что фактически все житейские понятия расплывчаты.

Действительно, парадоксы в широком смысле связаны с абсолютизацией некоторых положений. Примерами абсолютизации этических требований могут служить максимы, изрекаемые наивными воспитателями; к примеру: «Всегда будь правдив». Парадоксальность таких максим, выражаемых пословицами, в некотором смысле снимается тем, что как было замечено, для многих пословиц имеются противоположные им по смыслу.

В связи с этим возникает идея распространения действия тех или иных правил или требований лишь на некоторую локальную область. Всякое правило или утверждение может хорошо соответствовать реальности только в каком-то достаточно узком диапазоне изменения параметров, описывающих ситуацию.

Для иллюстрации обратимся, к примеру, забастовок типа «работа по правилам». Если пытаться работать, выполняя абсолютно все имеющиеся предписания и правила, то порой нельзя сделать ни одного конструктивного шага. Применяемые в реальных жизненных ситуациях стратегии поведения являются «размытыми», и это их свойство является полезным, а попытки поддаться соблазну регламентации всего и вся обычно заканчивается весьма печально. Теории управления должны учитывать это обстоятельство. Математическая формализация размытых стратегий управления использует достаточно широкий спектр приёмов: применение смешанных стратегий поведения, где каждая чистая стратегия используется с некоторой вероятностью; последовательное выполнение различных совместных подсистем требований; приближённое (в смысле той или иной конкретной топологии) выполнение требований; выполнение требований в большинстве случаев или с вероятностью, большей чем $1/2$ (последнее условие связано с понятием комитета).

Приведём ещё один пример нестандартного использования понятия «комитет». Пусть K – некоторый класс реальных ситуаций,

$P_j = \{P_j : j \in I\}$ –

то или иное множество вероятно истинных индуктивных заключений P_j. Тогда K является комитетом для системы P, если, в силу определения, при всяком $P_j \in P$ выражение «$P_j(k) = 1$» истинно для большинства элементов $k \in K$. таким образом, речь здесь идёт об определении совокупности реальных ситуаций служащей (в комитетном смысле) некоторым обобщённым объектом, для которого справедливы полученные индуктивным образом заключения. В этом случае имеет смысл рассматривать задачу максимального множества $K \subset K$, удовлетворяющего условию: K – комитет для системы P. Здесь множество K задано заранее.

Отметим, что прогресс в науке и в искусстве часто достигается в результате снятия каких-то интеллектуальных запретов. Возникающие при этом «неклассические» приёмы и объекты на начальном этапе могут казаться негармоничными, вульгарными и шокирующими, это напоминает процесс усвоения моды.

4.2. Противоречивые и синтетические сущности

С вопросом о выполнении противоречивых систем установлений и правил связан вопрос о существовании людей или коллективов, выполняющих в том или ином смысле эти системы правил. Людей, удовлетворяющих всем требованиям, можно считать либо реальными, но противоречивыми в своём поведении объектами, либо некоторыми мифическими личностями. Выполнение противоречивых систем возможно коллективами (комитетами) такими, что каждому требованию удовлетворяют более половины членов коллектива.

Некоторые мифологические личности (такие, как библейские персонажи или герои других легенд) могут быть результатом синтеза в народном сознании черт целого множества выдающихся действительных исторических персонажей. При этом некоторое множество личностей может быть комитетом для соответствующей несовместной системы предикатов.

4.3. Некоторые соображения об «априорных» формах сознания и методах распознавания образов

Рассмотренные выше комитетные конструкции вначале возникли как некоторые аналоги решающих правил в задачах распознавания образов [10]: решение о принадлежности объекта к одному или другому классу принимается «большинством голосов» членов комитета. Это, в частности, модель консилиума. С помощью методов распознавания образов могут быть обнаруживаемы инварианты, закономерности, структуры в эмпирических данных и в логических системах. Эти закономерности могут быть обнаруживаемы и как не лежащие на поверхности формы бессознательного отражения действительности, возникающие исторически, а реальные решающие правила и в процессе накопления опыта.

Чистые априорные формы сознания (рассматриваемые как абстракции) связаны с всеобщим, безусловно, истинным, познанием. Связать понятие априорных форм сознания со структурами, обнаруживаемыми с помощью методов распознавания образов, можно с помощью замечания о том, что структурализм есть кантианство без трансцендентности. Структурализм (в инструментарий которого входят методы распознавания образов) может обнаруживать бессознательные формы, структуры мышления и поведения.

Трансцендентное может возникнуть как аналог реального объекта в тех формах, где в результате абсолютизации возникают несовместные (противоречивые, парадоксальные) системы предикатов (определения).

В [11] отмечается, что сам Леви-Стросс согласен с характеристикой его философской позиции как «кантианства без трансцендентального субъекта», и следующим образом разъясняется смысл этой характеристики. По Канту, априорные формы чувств и разума накладываются на эмпирический наблюдательный материал. У Леви-Стросса вместо этих априорных форм используются структуры бессознательного. Бессознательное, по Леви-Строссу, это «символическая функция…, которая у всех людей осуществляется по одним и тем же законам и фактически сводится к совокупности этих законов» (цитируется по [11]). Бессознательное – скрытый механизм знаковых систем, которым пользуются автоматически, неосознанно. Следовательно, вопрос, исследуемый Леви-Строссом, таков: выявить закономерности функционирования человеческого интеллекта через исследование скрытых механизмов знаковых систем.

Ф. Гиренок утверждает, что нас сегодня интересуют не основания, а пределы возможного. То, что есть, на пределе возможного перестаёт быть тем, чем оно является. В граничной предельной области мышление носит парадоксальный характер.

Наконец, предлагаемые методы используются при идентификации неформальных (может быть, заданных лишь вербально) условий. Здесь применялось. Ещё интереснее то, что известное гёделевское доказательство очень устойчиво и может годиться также для анализа неформализуемых соотношений.

Работа поддержана РНФ № 14-11-00109.

Литература

1. *Парадоксы // БСЭ. – 3-е изд. – М.: Сов. энциклопедия, 1975. – Т. 19.*
2. *Кондаков, Н.И. Логический словарь-справочник / Н.И. Кондаков. – М.: Наука, 1975.*
3. *Драгалин, Л.Г. Антиномия / Л.Г. Драгалин // Математическая энциклопедия. – М.: Наука, 1977.*
4. *Ханагов, А.А. Существуют ли в формальной логике парадоксы? / А.А. Ханагов // Природа. – 1978. – № 10.*
5. *Мазуров, Вл.Д. Методы математического программирования и распознавания образов в планировании производства / Вл.Д. Мазуров // Математические методы в планировании промышленного производства: Труды ИММ УНЦ АН СССР. – 1977. – Вып. 22.*
6. *Мазуров, Вл.Д. Комитеты систем неравенств и задача распознавания / Вл.Д. Мазуров // Кибернетика. – Киев, 1971. – № 3.*
7. *Бир, С. Кибернетика и управление производством / С. Бир. – М.: Наука, 1975.*
8. *Zadeh, L.A. Similarity relations and fuzzy ordering / L.A. Zadeh // Form. Sci. – 1971. – Vol. 3.*
9. *Гастев, Ю.А. Гомоморфизмы и модели / Ю.А. Гастев. – М.: Наука, 1975.*
10. *Нильсон, Н. Обучающиеся машины / Н. Нильсон. – М.: Мир. – 1968.*
11. *Мазуров, Вл.Д. Метод комитетов в задачах оптимизации и классификации / Вл.Д. Мазуров. – М.: Наука, 1990.*
12. *Гиренок, Ф. Удовольствие мыслить иначе / Ф. Гиренок. – М.: Академический проект. – 2008.*
13. *Леви-Стросс, К. Печальные тропики / К. Леви-Стросс. – М., 1980.*
14. *Ерёмин, И.И. Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования / И.И. Ерёмин, Вл Д. Мазуров. – М. Наука, 1983.*
15. *Goedel, K. Uber Vollsteandigkeit und Widerspruchsfreiheit / K. Goedel. – Koll. – Ht 3.– 1949.*
16. *Непейвода, Н.Н. Прикладная логика / Н.Н. Непейвода. – Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та. – 2000.*
17. *Френкель, А. Основания теории множеств / А. Френкель, И. Бар-Хиллел. – М., 2006.*
18. *Логиновский, О.В. Динамика глобального мира / О.В. Логиновский. – М.: Изд-во «Машиностроение-1», 2011.*

Мазуров Владимир Данилович, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры эконометрики и статистики высшей школы экономики и менеджмента, Уральский федеральный университет им. Первого Президента России Б.Н. Ельцнна, г. Екатеринбург, vldmazurov@gmail.com.

Поступила в редакцию 5 марта 2016 г.

DOI: 10.14529/ctcr160202

LOGICAL PARADOXES AND THEIR ROLE IN MATHEMATICAL MODELING

***V.D. Mazurov**, vldmazurov@gmail.com*
Ural Federal University named after the First President of Russia Boris Yeltsin, Ekaterinburg, Russian Federation

A short explanation of essence and history of logical paradoxes and of contradictory models of optimization and classification is given. Paradoxes are considered in set theory, the cause of which is to use the concept of actual infinity and transferring methods suitable for finite sets on the endless sets. Some logical paradoxes are associated with improper predicate systems, i.e. such inconsistent systems of predicates which only improper object can be put in compliance. The way of analysis of these paradoxes is considered which consists of the expansion of existing ideas about objects in easing of the requirements imposed while determining of the object , in the expansion of the meaning of the concept of "existence".

We consider the modeling of objects with incompatible systems of linear inequalities. The solution of contradictory systems is proposed on the way of fuzzy conceptions and the collective solutions (this can be considered as modeling of consultation). In the latter case more individual approach to resolve the paradoxes is investigated. Some means of easing of the requirements of certain absolute criteria for solving the problem are used. The case of the analysis of non-formalized and even non-formalizable problems is especially important. Proposed approaches to non-formalizable models were discussed with N.N. Nepeivoda within the World Congress of the science logic.

Keywords: collective solutions, committee method, non-formal factors, paradoxes.

References

1. *Paradoksy* [Paradoxes]. Moscow, Sov. Encyclopedia Publ., 1975, vol. 19.
2. Kondakov N.I. *Logicheskiy slovar'-spravochnik* [Logical Dictionary-Directory]. Mosocw, Nauka Publ., 1975.
3. Dragalin L.G. *Antinomiya* [Antinomy]. *Matematicheskaya entsiklopediya* [Encyclopaedia of Mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1977.
4. Khanagov A.A. [Are There Paradoxes in Formal Logic?]. *Nature*, 1978, no. 10. (in Russ.)
5. Mazurov V.D. [Methods of Mathematical Programming and Images Recognition in Production Planning]. *Coll. "Mathematical Methods in the Planning of Industrial Production", Proc. of IMM UC USSR Academy of Sciences*, 1977, vol. 22. (in Russ.)
6. Mazurov V.D. [Committees of Inequalities Systems and Recognition of the Problem]. *Cybernetics*, 1971, no. 3. (in Russ.)
7. Bir S. *Kibernetika i upravlenie proizvodstvom* [Cybernetics and Production Management]. Moscow, Nauka Publ., 1975.
8. Zadeh L.A. Similarity Relations and Fuzzy Ordering. *Form. Sci.*, 1971, vol. 3.
9. Gastev Yu.A. *Gomomorfizmy i modeli* [Homomorphisms and Models]. Moscow, Nauka Publ., 1975.
10. Nilsson N. *Obuchayushchiesya mashiny*. [Students Machines]. Moscow, Mir Publ., 1968.
11. Mazurov V.D. *Metod komitetov v zadachakh optimizatsii i klassifikatsii* [Committees Method in Problems of Optimization and Classification]. Moscow, Nauka Publ., 1990.
12. Girenok F. *Udovol'stvie myslit' inache* [Fun to Think Differently]. Moscow, Academic Project, 2008.
13. Levi-Strauss C. *Pechal'nye tropiki* [Tristes Tropiques]. Moscow, 1980.
14. Eremin I.I., Mazurov V.D. *Nesobstvennye zadachi lineynogo i vypuklogo programmirovaniya* [Improper Problems of Linear and Convex Programming]. Moscow, Nauka Publ., 1983.
15. Goedel K. Uber Vollsteandigkeit und Widerspruchsfreiheit. Koll, 1949, Ht 3.
16. Nepeivoda N.N. *Prikladnaya logika* [Applied Logic]. Novosibirsk, Novosibirsk University Publ., 2000.
17. Frenkel A., Bar-Hillel J. *Osnovaniya teorii mnozhestv* [Foundations of Set Theory]. Moscow, 2006.
18. Loginovskiy O.V. *Dinamika global'nogo mira* [The Dynamics of the Global World]. Moscow, Mashinosroenie-1 Publ., 2011.

Received 5 March 2016

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Мазуров, Вл.Д. Логические парадоксы и их роль в математическом моделировании / Вл.Д. Мазуров // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2016. – Т. 16, № 2. – С. 15–23. DOI: 10.14529/ctcr160202

FOR CITATION

Mazurov V.D. Logical Paradoxes and Their Role in Mathematical Modeling. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2016, vol. 16, no. 2, pp. 15–23. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr160202