

# МОДЕЛЬ СТОХАСТИЧЕСКОГО СЪЕМА ПРИПУСКА И ФОРМИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПЛОСКОМ ШЛИФОВАНИИ ПЕРИФЕРИЕЙ КРУГА ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ

*А.А. Кошин, В.И. Гузеев, Л.В. Шипулин*

## STOCHASTIC MODEL OF REMOVAL ALLOWANCES AND FORMATION SURFACE IN A PLANE GRINDING BY PERIPHERY OF THE CIRCLE FOR AUTOMATED PROCESS CONTROL

*A.A. Koshin, V.I. Guzeev, L.V. Shipulin*

Рассмотрен процесс формирования шлифованной поверхности при плоском шлифовании периферией круга. Автоматизированное управление процессом возможно через модель стохастического съема припуска. Приведены основные этапы разработки модели: моделирование формы абразивного зерна; моделирование формы микроцарапины (риски), полученной при резании зерном; продольное наложение рисок; поперечное наложение рисок; стохастическое наложение рисок.

*Ключевые слова: шлифование, моделирование, управление процессами.*

Process of polished surface formation at the flat grinding by the circle periphery is considered. Automated process control is possible through a stochastic model of the removal allowance. The main development stages of model are given: modeling of a form of abrasive grain; modeling of a form of the scratch got at cutting by grain; longitudinal imposing of scratches; cross-section imposing of scratches and stochastic imposing of scratches.

*Keywords: grinding, modeling, process management.*

### Введение

Шлифование – это процесс множественного скоростного микрорезания, при котором обработанная поверхность формируется наложением микроследов (рисок) от резания абразивными зёрнами друг на друга [1]. Параметром, по которому может осуществляться эффективное автоматизированное управление процессом, является интенсивность съема припуска. Интенсивность съема припуска – это величина, показывающая объем срезанного металла в единицу времени. Объем срезанного металла в единицу времени можно определить, зная объемы металла, снимаемого каждым зёрном. Последующее суммирование объемов

металла от микрорезов по временным интервалам позволяет определить, например, срезаемый объем металла в 1 секунду.

Таким образом, стоит задача разработки модели стохастического съема припуска и формирования поверхности при плоском шлифовании периферией круга. Для этого форму зерна аппроксимируем некоторой фигурой, которая движется по круговой траектории (зёрно расположено на круге значительно большего диаметра, чем размер самого зёрна), врезается в деталь и срезает материал, оставляя микроцарапину в виде сектора тора. Готовая поверхность детали образуется в результате наложения множества таких микроцарапин друг

---

**Кошин Анатолий Александрович** – д-р техн. наук, профессор кафедры технологии машиностроения, Южно-Уральский государственный университет; akoshin@inbox.ru

**Гузеев Виктор Иванович** – д-р техн. наук, профессор, декан механико-технологического факультета, Южно-Уральский государственный университет; gvi@susu.ac.ru

**Шипулин Леонид Викторович** – аспирант кафедры технологии машиностроения, Южно-Уральский государственный университет; shipulin86@mail.ru

---

**Koshin Anatoly Alexandrovich** – Doctor of Science (Engineering), Professor of Mechanical Engineering Technology Department, South Ural State University; akoshin@inbox.ru

**Guzeev Viktor Ivanovich** – Doctor of Science (Engineering), Professor, Dean of Mechanics and Technology Faculty, South Ural State University; gvi@susu.ac.ru

**Shipulin Leonid Viktorovich** – post-graduate student of Mechanical Engineering Technology Department, South Ural State University; shipulin86@mail.ru

на друга. Разработка модели стохастического съема припуска проводилась в несколько этапов:

1. Моделирование формы абразивного зерна.
2. Моделирование формы микроцарапины (риски).
3. Продольное наложение рисок.
4. Поперечное наложение рисок.
5. Стохастическое наложение рисок.

### 1. Моделирование формы абразивного зерна

Существуют различные подходы к аппроксимации формы абразивного зерна: шар, параболоид вращения, усеченная пирамида, усеченный конус и др. Максимальное приближение аппроксимируемой фигуры к реальному профилю обеспечивается при использовании параболоида вращения. Однако математическое описание параболоида сложнее, чем описание шара, поэтому для нашей задачи, в которой предполагается формирование шлифованной поверхности от воздействия нескольких десятков тысяч абразивных зерен, мы выбираем аппроксимацию шаром.

В состав каждого шлифовального круга входят 40–45 % зерен основной фракции, а 55–60 % зерен имеют соответствующие отклонения по ГОСТ Р52381-2005 [2]. Поэтому диаметр  $b$  (рис. 1) абразивных зерен имеет нормальное распределение  $N(b, \mu, \sigma)$  [3]:

$$N(b, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(b-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

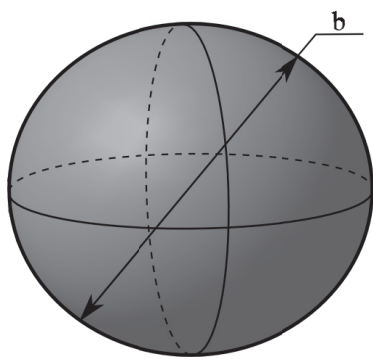


Рис. 1. Модель абразивного зерна

### 2. Моделирование формы микроцарапины (риски)

При плоском шлифовании периферией круга осуществляются следующие движения рабочих органов станка:

- вращательное движение шлифовального круга, состоящего из зерен со скоростью  $V_k$ ;
- поступательное движение рабочего стола с заготовкой со скоростью  $V_d$ .

При таких движениях зерно врезается в деталь и срезает материал, оставляя микроцарапину в виде сектора тора, как показано на рис. 2.

Длину дуги, по которой зерно контактирует с деталью, принято называть длиной дуги контакта ( $L_k$ ).

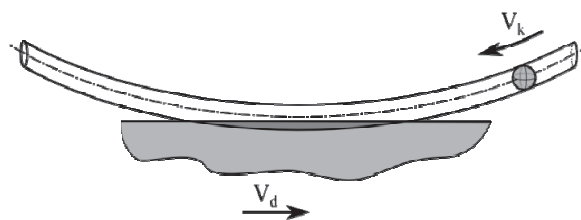


Рис. 2. Схема образования риски при плоском шлифовании периферией круга

Поскольку скорость вращения круга в десятки раз выше скорости движения детали, то за время прохождения зерном через дугу контакта деталь совершит столь незначительное перемещение, что им можно пренебречь. Очевидно, что длина риски будет равна длине дуги контакта, спроецированной на плоскость детали. При плоском шлифовании длина дуги контакта рассчитывается по формуле (2) и может принимать значения от 1 до 10 мм и более.

$$L_k = 2\sqrt{D \cdot t} \quad (2)$$

где  $D$  – диаметр шлифовального круга;  $t$  – глубина врезания.

Расчет формы единичной риски происходит следующим образом (рис. 3). По длине риски с некоторым интервалом (0,01–0,1 мм в зависимости от степени точности расчета) делаемся сечения поперек. Таким образом, получаем множество почти плоских задач. Затем в каждом таком сечении решается задача – нахождение глубины профиля впадины. Для этого профиль разбивается на интервалы  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_i$  через 0,01–0,1 мм и для каждого интервала находится глубина профиля. Через уравнение окружности  $(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$  можно определить высоту точек профиля, принадлежащих окружности:  $z = z_0 \pm \sqrt{R^2 - (y - y_0)^2}$ .

Для нашей задачи:  $y = y_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, i$ ),  $z = z_i$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = \frac{D}{2} + \frac{b}{2} - t$ ,  $R = \frac{D}{2} + \frac{b}{2}$ . Таким образом, формула расчета высоты каждого интервала профиля:

$$z_k = \left( \frac{D}{2} + \frac{b}{2} - t \right) - \sqrt{\left( \frac{D}{2} + \frac{b}{2} \right)^2 - y_k^2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, i \quad (3)$$

### 3. Продольное наложение рисок

Как было сказано выше, скорость вращения круга в десятки раз выше, чем продольное перемещение стола. Поэтому, как правило, за один рабочий ход стола с деталью круг успевает сделать несколько оборотов, в результате чего возникает периодичность наложения рисок и, следовательно, рельефа обработанной поверхности. Таким образом, каждое зерно оставляет несколько рисок, которые располагаются друг за другом на некотором

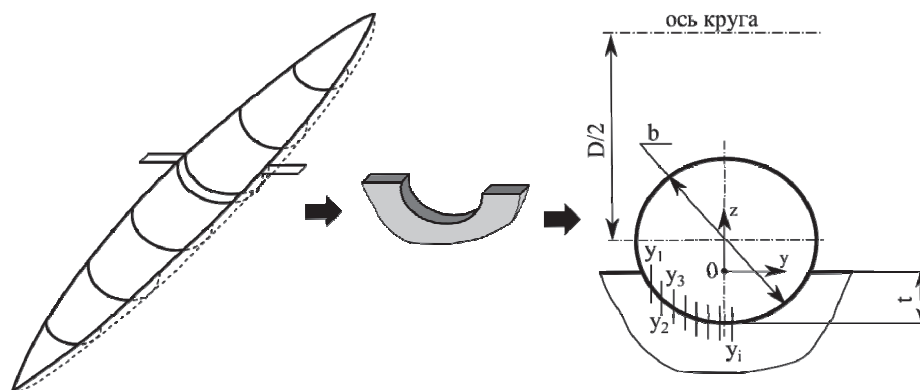


Рис. 3. Расчетная схема определения профиля риски

расстоянии. Для определения величины этого расстояния, а также влияния различных входных параметров процесса на наложение рисок рассматривается единичное сечение детали и круга, на котором расположено единичное зерно (рис. 4).

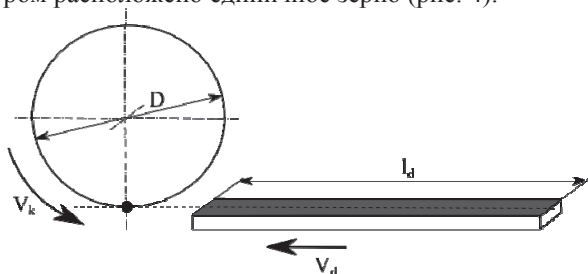


Рис. 4. Расчетная схема

Профиль детали длиной  $l_d$  движется со скоростью  $V_d$  влево, шлифовальный круг диаметром  $D$  вращается со скоростью  $V_k$ . На круге расположено одно зерно. За рабочий ход стола зерно вступает в контакт с деталью с периодом, равным времени одного оборота шлифовального круга. Введем понятие «периодичность расположения рисок» –  $L_T$  – это величина, равная расстоянию между началом предыдущей и началом последующей рисок, образовавшихся от микрорезания единичным абразивным зерном (рис. 5). Периодичность расположения рисок – есть величина поступательного перемещения детали за время одного оборота круга:

$$L_T = \frac{\pi \cdot D \cdot V_d}{60 \cdot V_k} \quad (4)$$

Для различных скоростей движения рабочих органов периодичность расположения рисок, рассчитанная по (4), существенно различается, определяя схему снятия всего припуска. Нами выделе-

но четыре возможных варианта периодичности расположения рисок от единичного абразивного зерна:

1.  $0 < L_T < l_{\min}$ . Деталь за полный оборот круга перемещается на расстояние, которое меньше минимальной толщины среза. В таком случае зерно не режет материал детали, а трется задней поверхностью о деталь, вызывая упругие деформации (рис. 6, а).

2.  $l_{\min} < L_T < l_{\text{рис}}$ . Деталь за один оборот круга перемещается на расстояние, которое меньше, чем длина риски, но больше, чем толщина минимального среза. В этом случае зерно на каждом обороте круга срезают слой металла, причем каждая последующая риска перекрывает предыдущую. Такая схема съема припуска похожа на фрезерование, когда каждый зуб фрезы снимает слой металла (рис. 6, б).

3.  $L_T = l_{\text{рис}}$ . Деталь за один оборот круга перемещается на расстояние, равное длине риски. В этом случае риски выстраиваются друг за другом, перекрытия рисок и необработанный материал отсутствуют (рис. 6, в).

4.  $L_T > l_{\text{рис}}$ . За один оборот круга деталь перемещается на расстояние, которое больше длины рисок. В таком случае отсутствует перекрытие рисок и остаются участки необработанного материала (рис. 6, г).

Для каждого варианта периодичности расположения рисок рассмотрим полный рабочий ход стола, т. е. не два, а множество оборотов шлифовального круга с единичным абразивным зерном.

1.  $0 < L_T < l_{\min}$ . Резание при таких небольших перемещениях не совершается, но рассмотрим формирование поверхности подробнее: на первом обороте круга толщина срезаемого зерном слоя

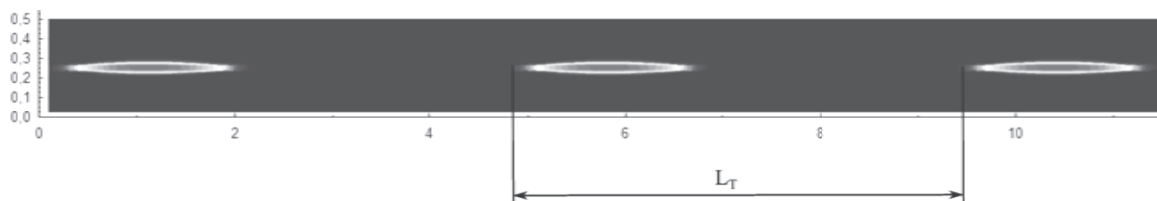
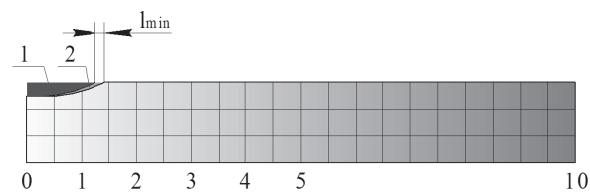


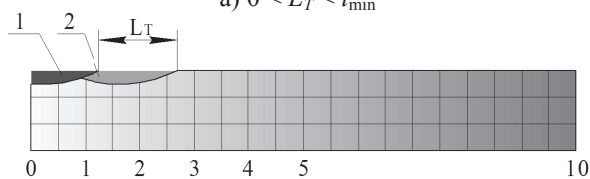
Рис. 5. Периодичность расположения рисок

меньше минимальной толщины среза, поэтому резание не происходит. На втором обороте круга припуск увеличивается в два раза, и если толщина среза меньше минимальной толщины среза, то резание не происходит. Но в какой-то момент накопленный на предыдущих оборотах припуск превысит значение минимальной толщины среза и зерно срежет слой материала. Таким образом, при первой схеме периодичности расположения рисков резание будет производиться через несколько оборотов круга (рис. 7, а).

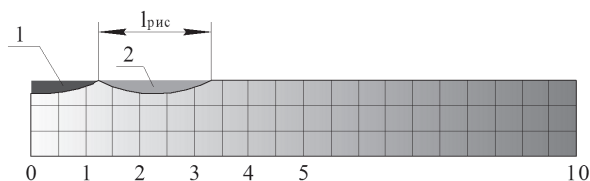
2.  $l_{\min} < L_T < l_{\text{рис}}$ . Высота оставленных гребешков может принимать различные значения: минимальное (до 5 % от  $t$ ) – при приближении к первой схеме съема припуска и максимальное (до 95 % от  $t$ ) – при приближении к третьей схеме съема припуска (рис. 7, б).



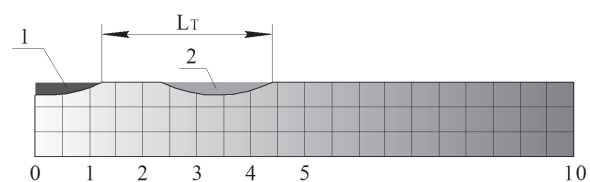
а)  $0 < L_T < l_{\min}$



б)  $l_{\min} < L_T < l_{\text{рис}}$



в)  $L_T = l_{\text{рис}}$



г)  $L_T > l_{\text{рис}}$

Рис. 6. Наложение рисков при различных величинах периодичности

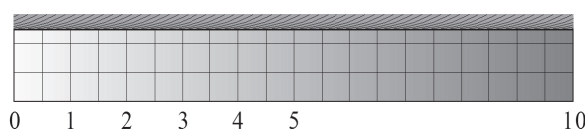
3.  $L_T = l_{\text{рис}}$ . Риски располагаются точно друг за другом (рис. 7, в).

4.  $L_T > l_{\text{рис}}$ . Единичное зерно снимает не весь припуск, между рисками располагаются участки необработанного материала. Размер детали не изменяется (рис. 7, г).

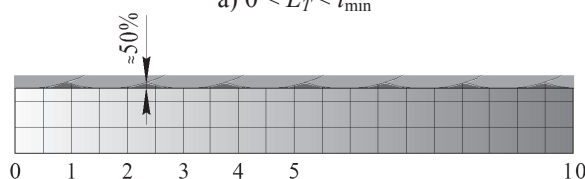
**Прилегающая плоскость (линия) к рельефу сечения после резания единичным зерном**

Введем понятие прилегающей к обработанной поверхности плоскости – это плоскость, геометрически проходящая через вершины несрезанного материала (рис. 8). Обозначим высоту расположения прилегающей к выступам плоскости относительно идеальной обработанной поверхностью как  $h_{\text{прп}}$ .

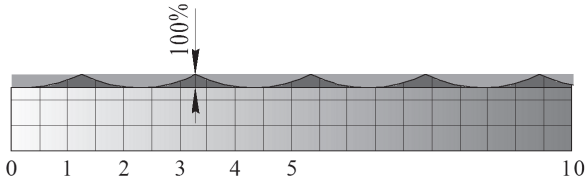
Рассмотрим один период, т. е. генерирование риска от первого и второго оборота круга. Рас-



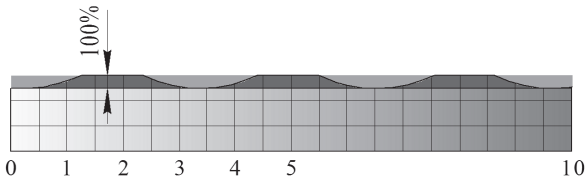
а)  $0 < L_T < l_{\min}$



б)  $l_{\min} < L_T < l_{\text{рис}}$



в)  $L_T = l_{\text{рис}}$



г)  $L_T > l_{\text{рис}}$

Рис. 7. Формирование поверхности за рабочий ход стола с заготовкой при различных значениях периодичности наложения рисков

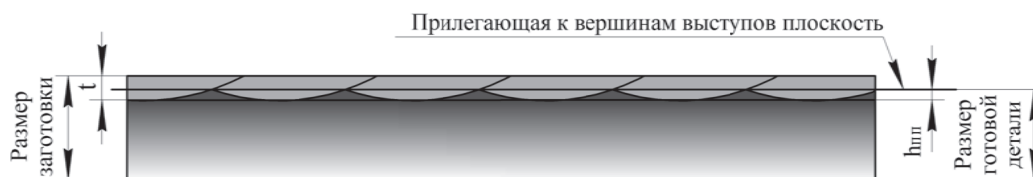
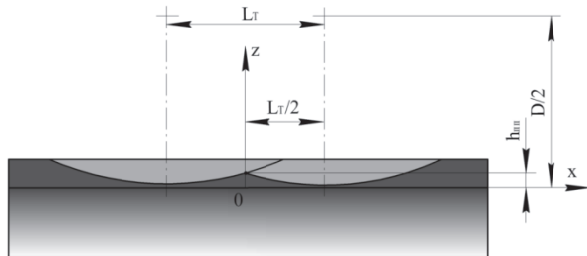


Рис. 8. Вершины выступов после обработки и прилегающая к ним линия

стояние между центрами рисок равно величине периодичности наложения рисок, рассчитанной по (4). Верхушка необработанного материала располагается ровно посередине между первой и второй риской, поэтому введем систему координат  $xOz$  так, чтобы вертикальная ось  $Oz$  проходила через верхушку, а горизонтальная ось  $Ox$  находилась на идеальной обработанной поверхности (рис. 9).



**Рис. 9.** Схема расчета высоты оставшихся выступов

Необходимо определить высоту прилегающей к выступам плоскости, или, как следует из рисунка, координаты точки, расположенной на траектории кругового движения зерна через материал заготовки. Из формулы определения окружности  $(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$  можно определить координату любой точки, принадлежащей окружности:

$z = z_0 \pm \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}$ . Для нашей задачи:  $x = 0$ ,  $z = h_{пп}$ ,  $x_0 = \frac{L_T}{2}$ ,  $z_0 = \frac{D}{2}$ ,  $R = \frac{D}{2}$ . Таким образом,

$$h_{пп} = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(0 - \frac{L_T}{2}\right)^2}.$$

После преобразований получим формулу для определения высоты расположения прилегающей к вершинам выступов плоскости относительно идеальной обработанной поверхности:

$$h_{пп} = \frac{D - \sqrt{D^2 - L_T^2}}{2}. \quad (5)$$

Параметром, предопределяющим высоту неровностей при конкретной технологической ситуации (когда диаметр круга не может быть изменен), является периодичность расположения рисок, которая в свою очередь является функцией  $L_T = f(V_k, V_d, D)$ .

Рассмотрим влияние периодичности расположения рисок  $L_T$  на высоту прилегающей плоскости. Как было показано ранее, существуют три различных варианта периодичности расположения рисок  $L_T$ , для каждого из которых схема съема всего припуска различна.

1.  $0 < L_T < l_{рис}$ . Круг вращается со скоростью, которая гораздо выше скорости движения заготовки, высота прилегающей плоскости стремится к нулю  $h_{пп} \rightarrow 0$ , т. е. припуск на обработку полностью снят и шлифованная поверхность является идеальной плоскостью. Такая ситуация идеальна,

но в реальности невозможна, поскольку всегда присутствует минимально необходимая толщина резания ( $t_{мин}$ ), меньше которой резание не будет осуществляться. Поэтому минимально возможное значение высоты расположения прилегающей плоскости равно  $t_{мин}$ .  $h_{пп мин} = t_{мин}$ .

2.  $l_{мин} < L_T < l_{рис}$ . В данном случае образуются неровности, высота прилегающей плоскости к которым варьируется от  $t_{мин}$  до  $t$ . При приближении  $L_T$  к  $l_{мин}$  высота прилегающей плоскости приближается к  $t_{мин}$ , а при приближении к  $l_{рис}$  – стремится к  $t$ .

3.  $L_T \geq l_{рис}$ . В данном случае расчетная величина  $h_{пп}$  принимает значения, равные или превышающие величину припуска на обработку  $t$ .  $h_{пп макс} = t$ .

Рассмотрим примеры для каждого случая. Исходные данные, которые будут постоянными для каждого случая: диаметр шлифовального круга ( $D$ ) – 250 мм, глубина резания ( $t$ ) – 0,1 мм.

1.  $V_k = 80$  м/с,  $V_d = 10$  м/мин. Длина каждой риски ( $l_{рис}$ ) при таких режимах резания будет равна 10 мм, а периодичность наложения рисок ( $L_T$ ) – 1,63 мм. Тогда по зависимости 1 высота несрезанных верхушек  $h_{пп} = 0,003$  мм. Проведен компьютерный эксперимент с этими же исходными данными в разработанной трехмерной модели формирования шлифованной поверхности. По результатам моделирования (рис. 10, а) при резании с такими скоростями на дне канала, образованного рисками, остаются гребешки высотой 0,002 мм.

2.  $V_k = 50$  м/с,  $V_d = 20$  м/мин. Длина каждой риски ( $l_{рис}$ ) при таких режимах резания будет равна 10 мм, а периодичность наложения рисок ( $L_T$ ) – 5,23 мм. Тогда по зависимости 1 высота несрезанных верхушек  $h_{пп} = 0,027$  мм. Моделирование показало (рис. 10, б), что высота остающихся гребешков  $h_{пп} = 0,025$  мм.

3.  $V_k = 35$  м/с,  $V_d = 26,5$  м/мин. Длина каждой риски ( $l_{рис}$ ) при таких режимах резания будет равна 10 мм, а периодичность наложения рисок ( $L_T$ ) – 10 мм. Тогда по зависимости 1 высота несрезанных верхушек  $h_{пп} = 0,098$  мм. Моделирование показало (рис. 10, в), что высота остающихся гребешков  $h_{пп} = 0,097$  мм.

Построим график зависимости высоты расположения прилегающей плоскости ( $h_{пп}$ ) от периодичности наложения рисок для каждого диаметра шлифовального круга: 200, 250, 300, 400 мм (рис. 11). Как было сказано ранее, максимальная высота расположения плоскости не может быть больше величины снимаемого припуска ( $t$ ). Максимальная величина припуска на один рабочий ход при плоском шлифовании в общемашиностроительных нормативах режимов резания равна 0,5 мм. Поэтому графики зависимостей ограничены 0,5 мм по координате  $h_{пп}$ . Минимальная же высота расположения плоскости принимается  $t_{мин}$ ,

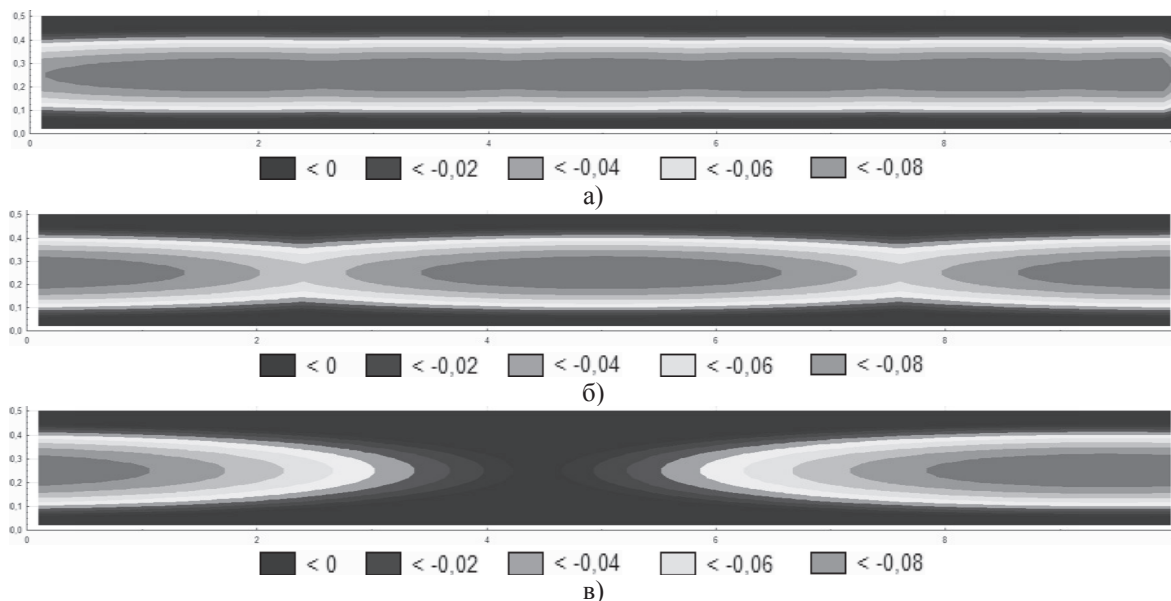


Рис. 10. Схема расчета высоты оставшихся выступов

значение которой зависит от зернистости шлифовального круга.

Выход на время обработки за один рабочий ход ( $t_{обр}$ ) для определения самого быстрого съема

сделаем через скорость движения детали:  $V_d = \frac{l_d}{t_{р.х}}$ ,

где  $l_d$  – длина детали. Подставим  $V_d$  в уравнение периодичности наложения риска (4) и отсюда выйдем на зависимость  $t_{р.х}(L_T)$ :

$$t_{р.х.} = \frac{\pi \cdot D \cdot l_d}{60 \cdot V_k \cdot L_T} \quad (6)$$

Время одного рабочего хода (6) прямо пропорционально длине детали  $l_d$ . Для построения графика зависимости  $t_{р.х.}(L_T)$  удобно взять значение  $l_d$  такое, чтобы значение  $L_T$  было от 0 до 0,5. Построим график зависимости (6) для следующих входных технологических параметров:  $D = 250$  мм,  $l_d = 5$  мм (рис. 12). Пересечения графиков на рис. 12 – это технологические ситуации, при которых будет обеспечиваться минимальная высота расположения прилегающей к вершинам выступов  $h_{пп}$  при минимальном значении времени рабочего хода стола. Если взять  $L_T$  такое, чтобы сократить время рабочего хода, то высота прилегающей плоскости увеличивается, соответственно, увеличивается и шероховатость, снижается интенсивность съема металла. Если же взять  $L_T$  такое, чтобы высота прилегающей к выступам плоскости стремилась к нулю, то время на обработку существенно повысится.

Периодичность наложения риска зависит от скорости перемещения детали для каждой скорости круга. В общемашинностроительных режимах резания максимальное значение скорости движения стола 32 м/мин.

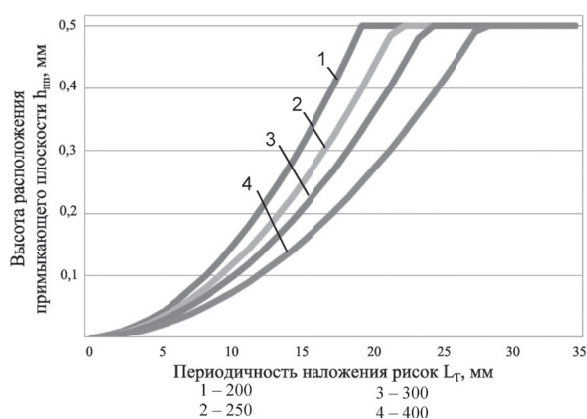


Рис. 11. Зависимость высоты расположения прилегающей плоскости ( $h_{пп}$ ) от периодичности наложения риска

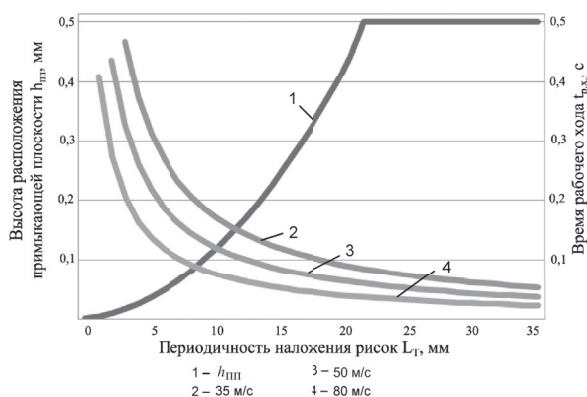


Рис. 12. Зависимость высоты расположения прилегающей плоскости ( $h_{пп}$ ) от периодичности наложения риска для различных скоростей вращения круга

#### 4. Поперечное наложение рисок

Предположим, что соотношение  $V_k$  и  $V_d$  такое, что наложение рисок не происходит, тогда для всего съема припуска одного зерна в каждом сечении недостаточно. Тогда несрезанные выступы (3 и 4 схемы) должны срезаться либо зерном, находящимся в этом же сечении на некотором расстоянии от первого зерна, либо зерном, расположенным в соседнем сечении. При такой схеме снятия припуска осуществляется поперечное наложение рисок от случайно расположенных зерен, т. е. осуществляется стохастическое резание.

При нахождении профиля конкретной риски производятся вычисления глубин участков рисок по формуле (3), после расчета сравниваются значения глубины рисок и высоты профиля детали. Если координата глубины рисок ниже профиля детали, то значение высоты профиля на данном участке принимается равным глубине рисок. Если же глубина рисок выше профиля детали (т. е. зерно не задело металл), то высота профиля детали остается прежней. Такая проверка на наличие металла под зерном в рассчитываемой точке осуществляется логическим предикатом сравнения величин. На рис. 13 приведены результаты расчетов в модели-программе с предикатом сравнения глубины рисок и высоты профиля. На рис. 13, а абразивное зерно снимает металл с еще необработанной, плоской поверхности. По алгоритму расче-

та профиля риски находятся глубины участков рисок, и формируется новая поверхность в виде сектора тора. На рис. 13, б происходит аналогичное действие для второго зерна, меньшего размера. На рис. 13, в третье абразивное зерно попадает в перемычку металла между первой и второй рисками. Там, где металл есть, формируется новая поверхность, а там, где металл отсутствует, остается исходная поверхность детали. На рис. 13, г опять срезается необработанный слой металла, формируется целая риска. А на рис. 13, д зерно опять попадает в перемычку между рисками, срезая ее. Таким образом, мы наблюдаем формирование обрабатываемой поверхности в результате поперечного наложения рисок.

#### 5. Стохастическое наложение рисок

Разработан алгоритм, в котором совмещены модель формирования профиля единичной рисок, продольного и поперечного наложения множества рисок. По алгоритму написана программа, результатом расчетов в которой является рельеф детали после обработки. При моделировании соблюдены основные особенности строения шлифовального круга: зерна имеют нормальное распределение их размеров, а координаты расположения центров зерен назначаются в программе по равномерному закону распределения величин.

Модель формирования шлифованной поверх-

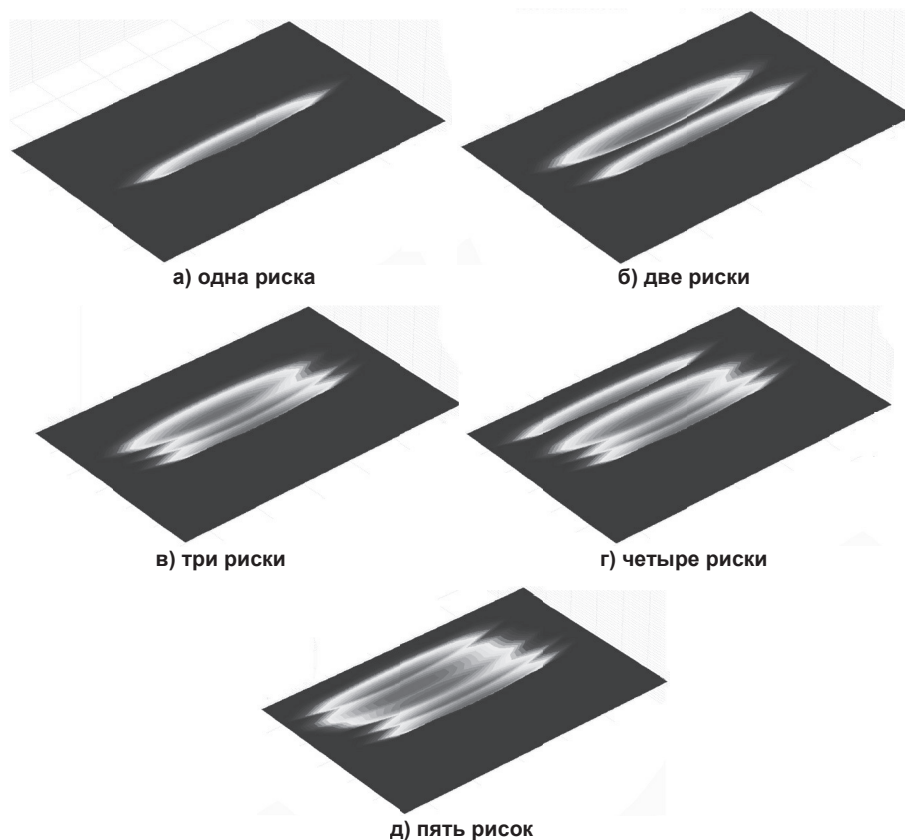


Рис. 13. Поперечное наложение шлифовальных рисок

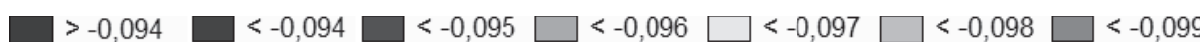
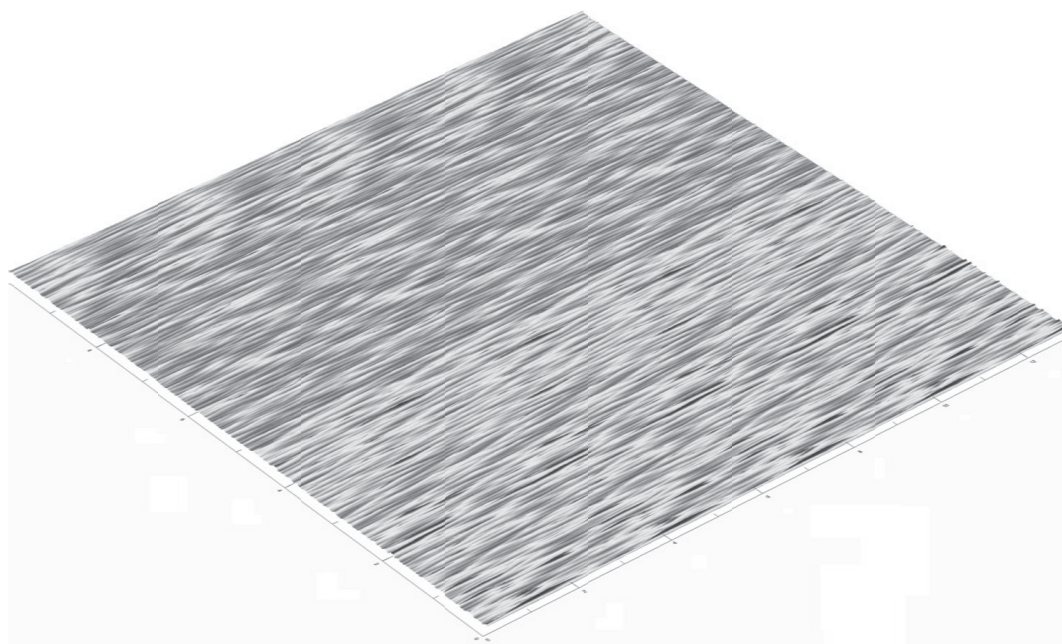


Рис. 14. Поверхность, образованная стохастическим наложением 150 000 шлифовальных рисок друг на друга

ности позволяет рассмотреть формирование поверхности детали от любого количества абразивных зерен, с различной зернистостью и структурой круга, различными скоростями резания. На рис. 14 представлены результаты моделирования в имитационной модели стохастического съема припуска.

#### Литература

1. Глейзер, Л.А. О сущности процесса круглого шлифования / Л.А. Глейзер // *Вопросы точно-*

*сти в технологии машиностроения.* – М.: Машгиз, 1959. – С. 5–24.

2. ГОСТ Р 52381–2005. *Материалы абразивные. Зернистость и зерновой состав шлифовальных порошков. Контроль зернового состава.* – М.: Стандартинформ, 2006. – 11 с.

3. Дьяконов, А.А. Оценка обрабатываемости материалов в процессах шлифования: дис. ... канд. техн. наук / А.А. Дьяконов. – Челябинск, 2002. – 255 с.

*Поступила в редакцию 6 апреля 2012 г.*