

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АЛГОРИТМОВ ПЕЛЕНГОВАНИЯ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ФАЗО-КОРРЕЛЯЦИОННЫМИ ПЕЛЕНГАТОРАМИ С ПРОСТРАНСТВЕННЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕЛЕНГАЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Ю.Т. Карманов, И.И. Заляцкая

## MATHEMATICAL MODELS OF ALGORITHMS FOR DIRECTION FINDING OF RADIO-FREQUENCY RADIATION SOURCES BY PHASE CORRELATION DIRECTION FINDERS WITH SPATIAL DISTRIBUTION OF DIRECTION FINDING ARRAY ELEMENTS

Yu.T. Karmanov, I.I. Zalyatskaya

Разработана математическая модель алгоритмов пеленгования источников радиоизлучения (ИРИ) фазо-корреляционного пеленгатора с произвольным распределением в пространстве элементов пеленгационной антенной решетки, учитывающая влияние мешающих факторов в виде неидентичностей каналов и шумов приемных трактов.

*Ключевые слова:* алгоритм пеленгования, модель, пеленгационная антенная решетка.

Mathematical model of algorithms for direction finding of radio-frequency radiation sources of a phase-correlation direction finder with random spatial distribution of elements by direction finding antenna arrays, taking into account the influence of disturbances in the form of non-identity of channels and receive paths noises, is developed.

*Keywords:* algorithm for direction finding, model, direction finding antenna array.

### Введение

Цифровые технологии обработки СВЧ-радиосигналов позволяют реализовать пеленгацию источника радиоизлучения (ИРИ) в широком частотном диапазоне при произвольном расположении элементов пеленгационной антенной решетки в пространстве. Это упрощает размещение таких пеленгаторов на малоразмерных объектах (самолеты, дистанционно пилотируемые летательные аппараты, ракеты и т. д.) и создает предпосылки для повышения качества их функционирования.

Вместе с тем при проектировании таких пеленгаторов возникают трудности при исследовании алгоритмов пеленгования из-за отсутствия математических моделей в виде совокупности расчётных соотношений, описывающих процесс пеленгации с учетом произвольного расположения элементов пеленгационной решетки и наличия неидентичностей каналов и внутренних шумов приемного тракта.

В настоящей статье приводится описание одного из вариантов математической модели процесса пеленгования ИРИ.

### Постановка задачи

В пространстве выбрана заданная система декартовых координат  $ZXY$  с началом в точке  $O$  ( $z=0, x=0, y=0$ ).

В пространстве действует ИРИ на длине волны  $\lambda$ . ИРИ расположен в точке  $M_u(z=z_u, x=x_u, y=y_u)$ .

Существует пеленгационная система в виде фазо-корреляционного пеленгатора с произвольным расположением элементов пеленгационной решетки. Она включает в себя [1]:

– опорную антенну, находящуюся в точке  $M_{on}(z=z_{on}, x=x_{on}, y=y_{on})$ . Диаграмма направленности опорной антенны равномерна в секторе нахождения ИРИ;

– пеленгационные измерительные антенны –  $N$  антенн в точках  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_N$  –  $M_i(z=z_i, x=x_i, y=y_i) \quad i = \overline{1, N}$ . Диаграммы пеленгационных антенн подобны диаграммам направленно-

---

Карманов Юрий Трофимович – д-р техн. наук, профессор кафедры инфокоммуникационных технологий, Южно-Уральский государственный университет; ea@drts.susu.ac.ru

Заляцкая Инна Ивановна – аспирант кафедры инфокоммуникационных технологий, Южно-Уральский государственный университет; zalyatskayainna@mail.ru

---

Yury Trofimovich Karmanov – Doctor of Science (Engineering), professor of Information Communication Technologies Department of South Ural State University; ea@drts.susu.ac.ru

Inna Ivanovna Zalyatskaya – postgraduate student of Information Communication Technologies Department of South Ural State University; zalyatskayainna@mail.ru

сти опорной антенны – равномерные в секторе нахождения ИРИ;

– пеленгационную систему, которая в процессе пеленгации ИРИ проводит измерение фазовых сдвигов между радиосигналами, принимаемыми  $i$ -й пеленгационной антенной и опорной антенной –  $\varphi_i(\Theta_u, \beta_u)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , зависящие от азимута  $\Theta_u$  и угла места  $\beta_u$  ИРИ;

– измеренные значения фазовых сдвигов  $\varphi_i(\Theta_u, \beta_u)$ , по которым в пеленгационной системе вычисляются значения  $\Delta\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$ ,  $i \leq j$ ,  $i = \overline{1, N}$ , которые используются в пеленгационной системе для оценки значений –  $(\Theta_u, \beta_u)$ ;

– пеленгационную систему, предварительно тестируемую, путем измерения фазовых сдвигов между радиосигналами от  $i$ -й антенны и опорной антенны  $\varphi_{iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n))$ , принимаемых тестовых ИРИ (ТИРИ), находящихся на тестовых углах  $\Theta_T(k), \beta_T(k)$ ,  $k = \overline{1, M}$  и излучающих последовательность радиосигналов с длинами волн  $\lambda_T(n)$ ,  $n = \overline{1, L_T}$ . На основе тестовых значений  $\varphi_{iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n))$  вычисляется массив значений  $\Delta_T\varphi_{ij}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n)) = \varphi_{iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n)) - \varphi_{jT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n))$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $i = \overline{1, j}$ ,  $k = \overline{1, M}$ ,  $n = \overline{1, L_T}$ . Тестовый массив хранится в базе данных пеленгационной системы и используется при вычислении пеленга ИРИ фазо-корреляционным алгоритмом.

**Фазо-корреляционный алгоритм пеленгации ИРИ**, который заключается [1]

а) в измерении  $\varphi_i(\Theta_u, \beta_u, \lambda)$ ,  $i = \overline{1, N}$  и вычисления по ним  $\Delta\varphi_{ij}(\Theta_u, \beta_u, \lambda) = \varphi_i(\Theta_u, \beta_u, \lambda) - \varphi_j(\Theta_u, \beta_u, \lambda)$ ,  $i \leq j$ ,  $i = \overline{1, N}$ .

б) вычислении корреляционной суммы  $I(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n) / \Theta_u, \beta_u, \lambda)$ , где  $\lambda_T(n)$  – тестовое значение длин волн ТИРИ ближайшее к длине волны  $\lambda$  пеленгуемого ИРИ (определяются по результатам измерения несущей частоты пеленгуемого сигнала) по выражению (1):

$$I\left(\Theta_T(k), \beta_T(k), \frac{\lambda(n_\lambda)}{\Theta_u}, \beta_u, \lambda\right) = \frac{2}{N(N-1)} \left[ \left( \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^N \cos \delta_{ij} \right)^2 + \left( \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^N \sin \delta_{ij} \right)^2 \right],$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta_{ij} &= \Delta\varphi_{ij}(\Theta_u, \beta_u, \lambda) - \Delta_T\varphi_{ij}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda(n_\lambda)); \\ & \end{aligned} \right. \quad (1)$$

в) вычислении пеленгационного сигнала

$$T(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n) / \Theta_u, \beta_u, \lambda) = -10 \lg(I(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n) / \Theta_u, \beta_u, \lambda)),$$

$\lambda_T(n_\lambda)$  – значение  $\lambda_T(n)$ ,  $n = \overline{1, L_T}$  ближайшее к длине волны ИРИ –  $\lambda$ ;

г) в качестве оценки пеленга ИРИ  $\Theta_u, \beta_u$  выбираются значения  $\hat{\Theta}_u = \Theta_T(k_0), \hat{\beta}_u = \hat{\beta}_T(k_0)$ , при которых пеленгационный сигнал  $T(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n) / \Theta_u, \beta_u, \lambda)$  достигает своего абсолютного минимума.

$$T[\hat{\Theta}_u = \Theta_T(k_0), \hat{\beta}_u = \hat{\beta}_T(k_0)] =$$

$$= \text{Min}_{k=\overline{1, L_T}} T(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda) / \Theta_u, \beta_u, \lambda).$$

Процессу пеленгования мешают следующие факторы:

- наличие шумов в измерительных радиоканалах пеленгатора;
- неидентичности фазовых характеристик антенн, каналов пеленгатора.

Все эти факторы приводят к появлению в измеряемых значениях  $\varphi_i$  паразитных фазовых сдвигов –  $\varepsilon_i$ , значения которых не связаны с измеряемыми пеленгами.

В математической модели будем полагать, что  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$  – случайные величины.

Задача состоит в нахождении совокупности математических выражений, позволяющих вычислить пеленгационный сигнал  $T(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n) / \Theta_u, \beta_u, \lambda)$  по заданным характеристикам пеленгационной системы и заданным значениям  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$  в сферической и угловой системах координат.

### Описание математической модели

*Математическая модель алгоритмов*

*пеленгации в сферической системе координат*

В задачах радиолокации и радионавигации используется сферическая система координат, изображенная на рис. 1.

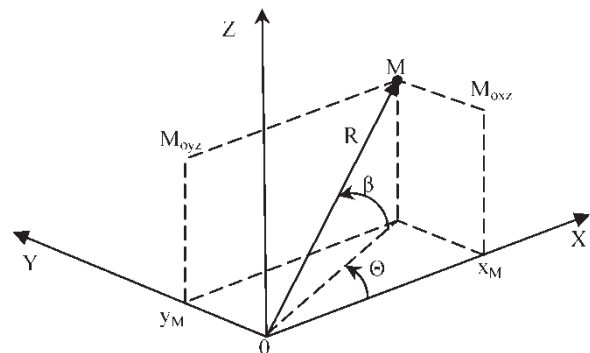


Рис. 1. Сферическая система координат

Координаты точек в сферической системе  $R, \Theta, \beta$  связаны с декартовыми координатами соотношениями:

$$\begin{cases} x = R \cdot \cos\beta \cdot \cos\Theta, \\ y = R \cdot \cos\beta \cdot \sin\Theta, \\ z = R \cdot \sin\beta. \end{cases}$$

Фазовый сдвиг между радиосигналами ИРИ, принятыми  $i$ -й антенной и опорной антенной, вычисляется в сферической системе координат по выражению:

$$\begin{cases} \varphi_i(\Theta_u, \beta_u, \lambda) = 2\pi \frac{R_i - R_{on}}{\lambda} + \varepsilon_i, \\ \varphi_{iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda)) = 2\pi \frac{R_i - R_{on}^*}{\lambda_T(n_\lambda)} + \varepsilon_{Ti}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $R_i, R_{on}$  – расстояние между ИРИ и  $i$ -й измерительной и опорной антеннами.

Значения  $R_i, R_{on}$  вычисляются по выражениям:

$$\begin{cases} R_i = [(x_i - x_u)^2 + (y_i - y_u)^2 + (z_i - z_u)^2]^{1/2}, \\ R_{on} = [(x_{on} - x_u)^2 + (y_{on} - y_u)^2 + (z_{on} - z_u)^2]^{1/2}. \end{cases}$$

Заменяя в данном выражении декартовы координаты на сферические, запишем значения измеряемых  $\varphi_i$  и тестовых  $\varphi_{iT}$ :

$$\begin{cases} \varphi_i(\Theta_u, \beta_u, \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} [x_i \cos \beta_u \cos \Theta_u + \\ + y_i \sin \beta_u \cos \Theta_u + z_i \sin \beta_u] + \varepsilon_i, \\ \varphi_{iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda)) = \\ = \frac{2\pi}{\lambda_T(n_\lambda)} x_{iT} \cos \beta_T(k) \cos \Theta_T(k), \\ \varphi_{2iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda)) = \\ = \frac{2\pi}{\lambda_T(n_\lambda)} y_{iT} \sin \beta_T(k) \cos \Theta_T(k) \\ \varphi_{3iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda)) = \\ = \frac{2\pi}{\lambda_T(n_\lambda)} z_i \sin \beta_T(k), \\ \varphi_{iT}(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda)) = \\ = \varphi_{iT} + \varphi_{2iT} + \varphi_{3iT} + \varepsilon_{Ti}, \end{cases} \quad (3)$$

$\varepsilon_{Ti}$  – случайные ошибки измерения тестовых фазовых сдвигов  $\varphi_{iT}$ .

Используя выражения (1) и (3), представим выражения для пеленгационного сигнала в сферической системе координат в виде:

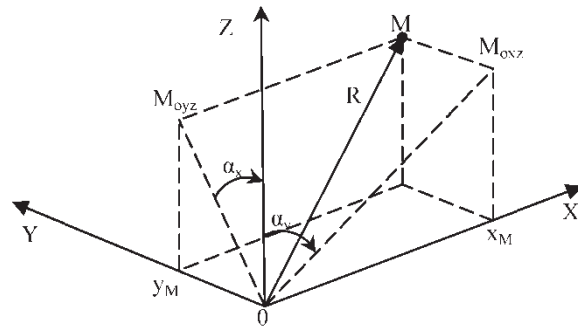
$$\begin{cases} \delta_{ij} = \frac{2\pi}{\lambda} [(x_i - x_j) \cos \beta_u \cos \Theta_u + \\ + (y_i - y_j) \cos \beta_u \sin \Theta_u + \\ + (z_i - z_j) \sin \beta_u + (\varepsilon_i - \varepsilon_j)] - \\ - \frac{2\pi}{\lambda_T(n_\lambda)} [(x_i - x_j) \cos \Theta_T(k) \cos \beta_T(k) + \\ + (y_i - y_j) \sin \beta_T(k) \cos \Theta_T(k) + \\ + (z_i - z_j) \sin \beta_T(k) + (\varepsilon_{Ti} - \varepsilon_{Tj})], \\ T(\Theta_T(k), \beta_T(k), \lambda_T(n_\lambda) / \Theta_u, \beta_u, \lambda) = \\ = -10 \lg \left\{ \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^N \cos \delta_{ij} \right]^2 + \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^N \sin \delta_{ij} \right]^2 \right\}, \\ \lambda_T(n_\lambda) - \text{значение } \lambda_T(n), \text{ ближайшее к } \lambda. \end{cases} \quad (4)$$

*Математическая модель алгоритмов пеленгации в угловой системе координат*

Угловая система координат используется в задачах радиоуправления летательными аппаратами. Положение точки М в угловой системе координат характеризуется координатами:

- $R$  – расстояние от начала координат до точки М;
- $\alpha_x$  – горизонтальный угол линии визирования ОМ в плоскости ZOХ;
- $\alpha_y$  – вертикальный угол линии визирования ОМ в плоскости ZOУ.

Угловая система координат представлена на рис. 2.



**Рис. 2. Угловая система координат**

Сферические координаты точки М связаны с угловыми координатами соотношениями:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \Theta = \frac{\operatorname{tg} \alpha_y}{\operatorname{tg} \alpha_x}, \\ |\sin \beta| = [1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_x + \operatorname{tg}^2 \alpha_y]^{-1/2}. \end{cases}$$

Используя эти соотношения, представим выражения для пеленгационного сигнала в угловой системе координат в виде:

$$\begin{cases} \delta_{ij} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x_i - x_j) \operatorname{tg} \alpha_x + (y_i - y_j) \operatorname{tg} \alpha_y + (z_i - z_j)}{[1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_x + \operatorname{tg}^2 \alpha_y]^{1/2}} + \\ + (\varepsilon_i - \varepsilon_j) - \frac{2\pi}{\lambda_T(n_\lambda)} \times \\ \times \frac{(x_i - x_j) \operatorname{tg} \alpha_{Tx}(k) + (y_i - y_j) \operatorname{tg} \alpha_{Ty}(k) + (z_i - z_j)}{[1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{Tx} + \operatorname{tg}^2 \alpha_{Ty}]^{1/2}} + \\ + (\varepsilon_{Ti} - \varepsilon_{Tj}), \\ T[\alpha_{Tx}(k), \alpha_{Ty}(k), \lambda_T(n_\lambda) / \alpha_x, \alpha_y, \lambda] = \\ = -10 \lg \left\{ \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^N \cos \delta_{ij} \right]^2 + \left[ \sum_{\substack{j=1 \\ i < j}}^N \sin \delta_{ij} \right]^2 \right\}, \end{cases} \quad (5)$$

$R \rightarrow \infty$ ;  $\alpha_x, \alpha_y$  – угловые координаты ИРИ

$|\alpha_x| \leq 90^\circ$ ,  $|\alpha_y| \leq 90^\circ$ ;  $\alpha_{Tx}$ ,  $\alpha_{Ty}$  – угловые координаты тестового ИРИ  $|\alpha_{Tx}| \leq 90^\circ$ ,  $|\alpha_{Ty}| \leq 90^\circ$ .

### Заключение

Предложенные математические модели удобно использовать при выборе параметров пеленгаторов путем оперативного моделирования их пеленгационных характеристик для исключения ложных пеленгов, формирования требований к неидентичностям каналов пеленгатора и уровням шумов в них.

В качестве примера, иллюстрирующего сказанное, на рис. 3 приведена пеленгационная характеристика пеленгатора, у которого пеленгационные элементы расположены по спирали на стенках цилиндра диаметром и высотой 30 см, при пеленгации ИРИ с  $\theta_u = 20^\circ$ ,  $\beta_u = 45^\circ$  и  $\lambda = 30$  см. Ось цилиндра совпадает с осью OZ.

Как следует из рисунка, пеленгатор с такой «экзотической» пеленгационной антенной решеткой имеет пеленгационную характеристику с ярко выраженным минимумом в направлении ИРИ.

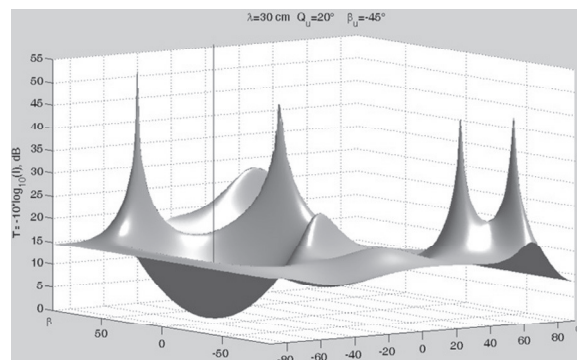


Рис. 3. Пеленгационная характеристика

Ложные минимумы на 10 дБ меньше истинного минимума, что позволяет прогнозировать низкий уровень появления ложных пеленгов.

### Литература

1. Рембовский, А.М. Радиомониторинг: задачи, методы и средства / А.М. Рембовский, А.В. Ашихмин, В.А. Козьмин. – М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 492 с.

Поступила в редакцию 15 сентября 2012 г.