

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕГУЛЯРИЗУЮЩЕГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ СОБСТВЕННОГО СОСТОЯНИЯ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Н.М. Япарова, М.Д. Белоусов, А.Л. Шестаков

THE USE OF REGULARIZING ALGORITHM FOR COEFFICIENT ESTIMATION IN THE PROBLEM OF RESISTIVE THERMOMETERS CONDITION ASSESSMENT

N.M. Yaparova, M.D. Belousov, A.L. Shestakov

Построен алгоритм решения задачи, позволяющий восстанавливать значения температуры по результатам измерения сопротивлений, основанный на применении метода регуляризации. Найдены калибровочные коэффициенты, оценки погрешности полученных решений, а также предложен критерий, позволяющий проводить оценку собственного состояния термометра сопротивления в процессе эксплуатации.

Ключевые слова: метод регуляризации, оценка погрешности, оптимальность по порядку, критерий оценки, невязка, измерение температуры, оценка состояния, метрологический самоконтроль.

The article deals with an algorithm of problem solution which gives the possibility to fix temperature values in terms of the results of resistance measurement, based on the use of regularization method. Calibration coefficients and estimated errors of solutions obtained are found; criterion which makes it possible to assess resistive thermometers condition in the process of operation, is given.

Keywords: regularization method, estimated errors, optimality in order, criterion for assessment, closure error, temperature measurement, assessment of a condition, metrological self-validation.

Введение

В настоящее время одним из актуальных направлений совершенствования средств измерений является поиск методов оценки собственного состояния средств измерения в процессе эксплуатации. Такие средства измерения позволяют повысить метрологическую надежность и точность измерений [1]. К задачам, рассматриваемым в рамках этого направления, относится задача оценки собственного состояния термометров сопротивления.

В предлагаемой работе для этой задачи был построен численный алгоритм решения, основанный на применении метода регуляризации, а также найдены оценки погрешности полученных решений.

Задача оценки собственного состояния была рассмотрена на примере преобразователя температуры с термосопротивлениями из двух различных металлов [2].

Пусть R_1 – сопротивление никелевого сенсора температуры, R_2 – сопротивление платинового сенсора температуры. При воздействии на сенсоры одинаковой измеряемой температуры зависимость величины их сопротивлений от температуры можно представить в виде системы

$$\begin{cases} R_1 = R_{01} (1 + A_1 t + A_2 t^2 + A_4 t^4 + A_6 t^6), \\ R_2 = R_{02} (1 + B_1 t + B_2 t^2 - 100 B_4 t^3 + B_4 t^4), \end{cases} \quad (1)$$

Япарова Наталья Михайловна – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математического анализа, Южно-Уральский государственный университет; ddjy@math.susu.ac.ru

Белоусов Михаил Дмитриевич – инженер кафедры информационно-измерительной техники, Южно-Уральский государственный университет; avangard-susu@mail.ru

Шестаков Александр Леонидович – д-р техн. наук, профессор, заслуженный работник высшей школы, ректор, зав. кафедрой информационно-измерительной техники, Южно-Уральский государственный университет; admin@susu.ac.ru

Natalia Mikhailovna Yaparova – Candidate of Science (Physics and Mathematics), associate professor of Mathematical Analysis Department of South Ural State University; ddjy@math.susu.ac.ru

Mikhail Dmitrievich Belousov – engineer of Information and Measurement Technology Department of South Ural State University; avangard-susu@mail.ru

Alexander Leonidovich Shestakov – Doctor of Science (Engineering), professor, Honorary Figure of Russian Higher Education, Rector, head of Information and Measurement Technology Department of South Ural State University; admin@susu.ac.ru.

где t – температура; $R_{01}, \{A_m\}_1^6$ – коэффициенты никелевого сенсора [3], а $R_{02}, \{B_l\}_1^4$ – коэффициенты платинового сенсора [4].

В то же время непосредственно измеряемыми в процессе эксплуатации величинами являются сопротивления R_1 и R_2 . Поэтому возникает необходимость в решении обратной задачи, позволяющей восстанавливать значения температуры по результатам измерения сопротивлений. Одним из ключевых моментов в решении этой задачи является определение значения коэффициентов, характеризующих зависимость температуры от сопротивлений.

Решение этой задачи состоит из нескольких этапов. На первом этапе проводят калибровку преобразователя, в процессе которой осуществляют эксперимент, измеряя сопротивления R_1, R_2 и температуру $t_{\text{этал}}$ с помощью эталонного термометра. На этом этапе находят вид зависимости температуры от сопротивлений и определяют величины коэффициентов в этой зависимости. На втором этапе в процессе поверки для каждого сенсора восстанавливают значения температуры $t_{\text{восст}}$, используя полученные результаты, и оценивают величину отклонения $t_{\text{восст}}$ от $t_{\text{этал}}$. Но поскольку в процессе эксплуатации результаты измерения эталонного термометра неизвестны, то возникает необходимость в третьем этапе, на котором осуществляют выбор критериев, позволяющих провести оценку собственного состояния средства измерения.

Нахождение коэффициентов в процессе калибровки, восстановление значений температуры по результатам измерения сопротивления, выбор критериев, позволяющих оценить собственное состояние термометра сопротивления в процессе эксплуатации, является целью данного исследования.

Постановка задачи

На первом этапе происходит построение математической модели задачи на основе измеренных величин R_1, R_2 и $t_{\text{этал}}$. Пусть проведено n измерений. Обозначим t_k – отдельное измерение $t_{\text{этал}}$; $k = \overline{1, n}$; R_{1k} – сопротивление первого материала, измеренное при температуре t_k , а R_{2k} – сопротивление второго материала.

Так как по условиям эксперимента измерения сопротивлений проводились при одинаковых температурах, то в качестве математической модели, характеризующей зависимость температуры от сопротивления, рассмотрим систему

$$\begin{cases} A_m R_{1k}^m + A_{m-1} R_{1k}^{m-1} + A_{m-2} R_{1k}^{m-2} + \dots + A_1 R_{1k}^1 + A_0 = t_k, \\ B_l R_{2k}^l + B_{l-1} R_{2k}^{l-1} + B_{l-2} R_{2k}^{l-2} + \dots + B_1 R_{2k}^1 + B_0 = t_k, \\ k = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (2)$$

и связанное с ней уравнение

$$A_m R_{1k}^m + A_{m-1} R_{1k}^{m-1} + A_{m-2} R_{1k}^{m-2} + \dots + A_1 R_{1k}^1 + A_0 = B_l R_{2k}^l + B_{l-1} R_{2k}^{l-1} + B_{l-2} R_{2k}^{l-2} + \dots + B_1 R_{2k}^1 + B_0. \quad (3)$$

Проблема заключается в том, что априори неизвестны не только коэффициенты A_i, B_j , но и степени m и l . Кроме того, нам неизвестны точные значения t_k , вместо них измерены значения $T_k^{\text{этал}}$ и уровень допустимой температурной погрешности δ . В этих условиях необходимо определить степени полиномов m и l , коэффициенты A_i и B_j , а также, используя систему (2), необходимо по восстановленным коэффициентам и степеням найти значения измеренной температуры $t_k^{\text{изм}}$ и оценить её отклонение от $T_k^{\text{этал}}$.

Стандартные методы решения систем алгебраических уравнений оказываются неприемлемыми для решения (2), поскольку не определены степени полиномов и правая часть системы (2) известна приближенно. Кроме того, учитывая связь (1), имеем, что малые погрешности при измерении t_k , приведут к возникновению погрешностей R_1, R_2 , что в свою очередь неизбежно приведет к существенным отклонениям $t_k^{\text{изм}}$ в задаче (2),(3), то есть решение обратной задачи будет неустойчивым относительно погрешности исходных данных. Поэтому для решения системы (3) необходимо построить регуляризующий алгоритм.

Численный метод решения задачи определения коэффициентов в задаче оценки собственного состояния

Введем следующие обозначения. Пусть операторы P_1 и P_2 определены матрицами:

$$P_1 = \begin{pmatrix} R_{11}^m & R_{11}^{m-1} & \dots & R_{11} & 1 \\ R_{12}^m & R_{12}^{m-1} & \dots & R_{12} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{1n}^m & R_{1n}^{m-1} & \dots & R_{1n} & 1 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} R_{21}^m & R_{21}^{m-1} & \dots & R_{21} & 1 \\ R_{22}^m & R_{22}^{m-1} & \dots & R_{22} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{2n}^m & R_{2n}^{m-1} & \dots & R_{2n} & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Искомым коэффициентам A_i и B_j соответствуют вектора $u = (A_m; A_{m-1}; \dots; A_0) = (u_1; u_2; \dots; u_{m+1})$ и $v = (B_m; B_{m-1}; \dots; B_0) = (v_1; v_2; \dots; v_{l+1})$, а приближенным значениям $t_k^{\text{этал}}$ – вектор $T_\delta = (T_1^{\text{этал}}; T_2^{\text{этал}}; \dots; T_n^{\text{этал}})$. Тогда система (2) примет вид

$$\begin{cases} P_1 u = T_\delta, \\ P_2 v = T_\delta, \end{cases} \quad (5)$$

а уравнение (3) преобразуется к виду

$$P_1 u = P_2 v. \quad (6)$$

Для решения задачи (5), (6) построен численный метод, схема которого имеет следующий вид.

Шаг 1. Находим степени полиномов, стоящих в левых частях системы (5). Пусть M – максимальное число линейно независимых столбцов матрицы P_1 , а L – матрицы P_2 . Если расширенные матрицы $(P_1 | T_\delta)$ и $(P_2 | T_\delta)$ имеют тоже число линейно независимых столбцов, то из курса линейной алгебры [5] известно, что система (5) будет иметь решение в том случае, когда $m = M$ и $l = L$.

Шаг 2. Для получения решения $(u_\delta^{\alpha 1}; v_\delta^{\alpha 2})$ системы (5), устойчивого относительно погрешностей исходных данных, используем регуляризирующий алгоритм, основанный на введении стабилизирующего функционала. Согласно такому подходу [6] вместо системы (5) рассмотрим систему

$$\begin{cases} P_1^* P_1 u + \alpha_1 u = P_1^* T_\delta, & \alpha_1 > 0, \\ P_2^* P_2 v + \alpha_2 v = P_2^* T_\delta, & \alpha_2 > 0, \end{cases} \quad (7)$$

где P_1^* и P_2^* – матрицы, сопряженные к P_1 и P_2 соответственно, а α_1, α_2 – некоторые параметры регуляризации.

Для выбора параметров регуляризации используем принцип невязки, согласно которому в качестве параметров регуляризации рассматривают решения уравнений [7]:

$$\left\| u_\delta^{\alpha 1} - (P_1^* P_1 + \alpha_1 E)^{-1} T_\delta \right\| = \frac{\delta}{\sqrt{\alpha_1}}, \quad (8)$$

$$\left\| v_\delta^{\alpha 2} - (P_2^* P_2 + \alpha_2 E)^{-1} T_\delta \right\| = \frac{\delta}{\sqrt{\alpha_2}}, \quad (9)$$

где E – единичная матрица.

Такой подход к выбору параметров позволяет не только найти устойчивые решения системы (5), то есть восстановить коэффициенты в системе (2), но и получить гарантированную оценку погрешности восстановленных коэффициентов [7].

Шаг 3. Для оценки погрешности найденных коэффициентов используем результаты, полученные в работе [8]. Тогда Δ_1 – величина погрешности определения коэффициентов первого материала и Δ_2 – второго материала удовлетворяет неравенствам:

$$\frac{\delta}{2\sqrt{\alpha_1}} \leq \Delta_1 \leq \frac{\delta}{\sqrt{\alpha_1}}, \quad \frac{\delta}{2\sqrt{\alpha_2}} \leq \Delta_2 \leq \frac{\delta}{\sqrt{\alpha_2}}.$$

Полученные оценки являются неулучшаемыми по порядку.

Шаг 4. Подставляя $u_\delta^{\alpha 1} = (A_m^{\alpha 1}; A_{m-1}^{\alpha 1}; \dots; A_0^{\alpha 1})$ и $v_\delta^{\alpha 2} = (B_l^{\alpha 2}; B_{l-1}^{\alpha 2}; \dots; B_0^{\alpha 2})$ в систему (2), найдем значения

$T^{\text{изм}1} = (t_{11}^{\text{изм}1}; t_{12}^{\text{изм}1}; \dots; t_{1n}^{\text{изм}1})$ для никеля и

$T^{\text{изм}2} = (t_{21}^{\text{изм}2}; t_{22}^{\text{изм}2}; \dots; t_{2n}^{\text{изм}2})$ для платины. Вычислим экспериментальную оценку погрешности $\bar{\Delta}_{1k}$ и $\bar{\Delta}_{2k}$ для каждого металла по правилу

$$\bar{\Delta}_{1k} = T_{1k}^{\text{изм}1} - T_k^{\text{этал}}, \quad \bar{\Delta}_{2k} = T_{2k}^{\text{изм}2} - T_k^{\text{этал}}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Такой подход позволит оценить погрешности восстановленных температур [2].

Шаг 5. Так как в процессе эксплуатации значения $t_k^{\text{этал}}$ неизвестны, то подставив

$u_\delta^{\alpha 1} = (A_m^{\alpha 1}; A_{m-1}^{\alpha 1}; \dots; A_0^{\alpha 1})$ и $v_\delta^{\alpha 2} = (B_l^{\alpha 2}; B_{l-1}^{\alpha 2}; \dots; B_0^{\alpha 2})$

в уравнение (6), оценим погрешность восстановленной температуры $T^{\text{изм}}$ следующим образом.

Для любого k найдем

$$\Delta_k = \left| (A_m R_{1k}^m + A_{m-1} R_{1k}^{m-1} + \dots + A_1 R_{1k}^1 + A_0) - (B_l R_{2k}^l + B_{l-1} R_{2k}^{l-1} + \dots + B_1 R_{2k}^1 + B_0) \right|.$$

Рассмотрим величину

$$\Delta = \frac{\min_k \Delta_k}{\max_k \Delta_k}. \quad (10)$$

Если имеет место неравенство $0,1 < \Delta < 1$, то погрешность прибора находится в заявленных пределах. Если неравенство нарушено, то погрешность прибора вышла за заявленные пределы.

Результаты вычислительного эксперимента

С целью проверки эффективности построенного алгоритма и получения экспериментальных оценок погрешности температуры были проведены вычислительные эксперименты как для серии модельных примеров, так и на основе экспериментальных данных.

Пример 1. В проведенной серии вычислительного эксперимента рассматривались модельные функции при $t^{\text{этал}} \in [-50; 250]$ °C. Значения сопротивлений вычислялись по формуле (1). В качестве значения $t_k^{\text{этал}}$ рассматривались значения равномерно распределенной случайной величины t_k . Интервалы распределения согласовывались с величинами допуска для каждого сенсора [3, 4].

На рис. 1 изображены величины погрешностей для восстановленных температур при условии, что $t_k^{\text{этал}}$ находится в пределах соответствующих классов допуска. Величина погрешности, определяемой формулой (10) составляет $\Delta = 0,17901$.

На рис. 2 изображены величины погрешностей для восстановленных температур при условии, что $t_k^{\text{эталь}}$ находится вне пределов соответствующих классов допуска. Величина погрешности, определяемая формулой (10), составляет $\Delta = 0,010672$.

Пример 2. В проведенной серии вычислительного эксперимента рассматривались модельные функции при $T^{\text{эталь}} \in [-50; 250]$. В качестве значения $t_k^{\text{эталь}}$ рассматривались значения равномерно распределенной случайной величины t_k . Интервалы распределения согласовывались с классами допуска для каждого металла.

Величины сопротивлений вычислялись по формуле (1) и в полученные значения вносились

дополнительные погрешности h_1 и h_2 для каждого материала соответственно. Эти погрешности определялись как значения равномерно распределенных случайных величин на интервале $[-H; H]$.

На рис. 3 изображены величины погрешностей для восстановленных температур при условии, что $T_k^{\text{эталь}}$ выходит за пределы соответствующих классов допуска. Величина погрешности, определяемая формулой (10), составляет $\Delta = 1,001204$.

Пример 3. В проведенной серии вычислительного эксперимента рассматривались экспериментальные данные. На рис. 4 изображены величины погрешностей восстановленных температур для данных, полученных при проведении экспе-

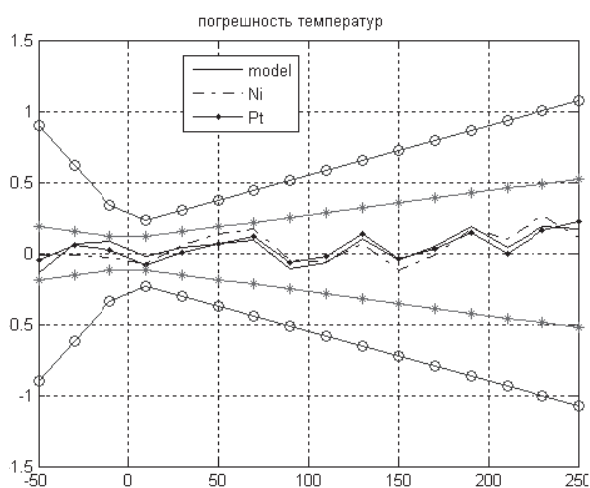


Рис. 1. Графики погрешности температур. Линии обозначения: —о— границы класса допуска для Ni, —*— для Pt

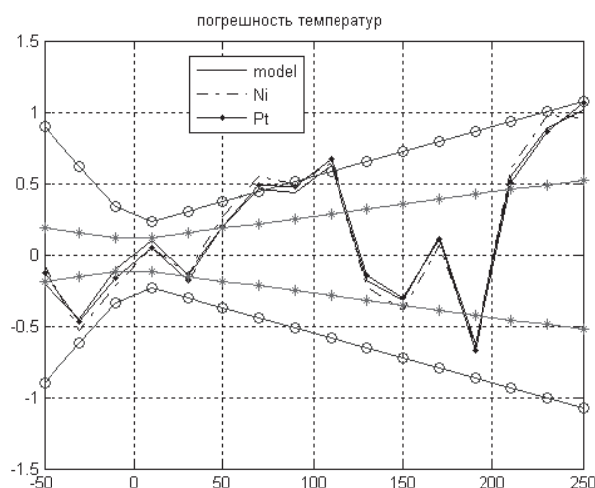


Рис. 2. Графики погрешности температур. Линии обозначения: —о— границы класса допуска для Ni, —*— для Pt

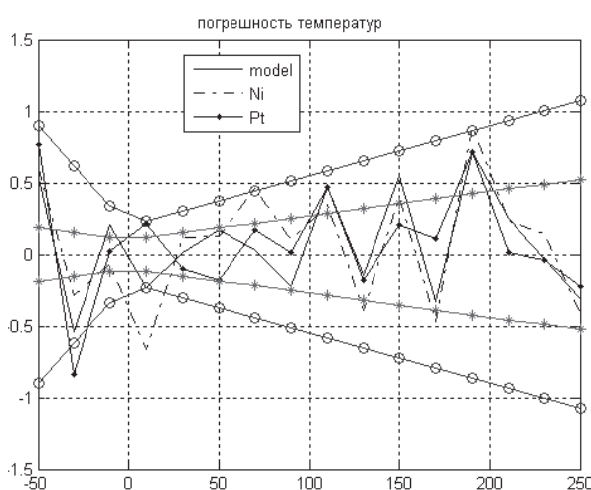


Рис. 3. Графики погрешности температур. Погрешности сопротивления h_1 и h_2 выбраны из $[-0,1; 0,1]$. Линии обозначения: —о— границы класса допуска Ni, —*— для Pt

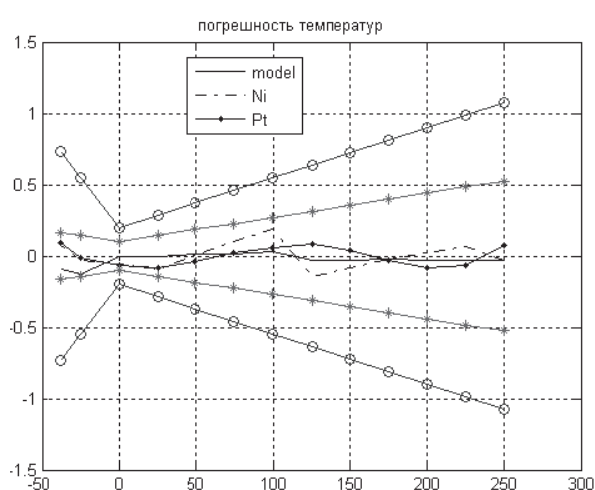


Рис. 4. Графики погрешности температур для экспериментальных данных. Линии обозначения: —о— границы класса допуска для Ni, —*— для Pt

риментов. Провод тока и провод напряжения с одной стороны термосопротивления были закорочены шунтирующим магазином сопротивлений со стороны измерительного преобразователя. Величина погрешности Δ , определяемая соотношением (10), составила 0,001962.

По результатам, полученным при проведении вычислительного эксперимента, можно сделать вывод о том, что предложенный регуляризующий алгоритм позволяет восстанавливать значения температур с требуемой точностью. Этот алгоритм является устойчивым относительно температурных погрешностей и не зависит от того, находится ли измеряемая температура в пределах требуемого класса допуска или вышла за его пределы.

Более того, предложенный подход позволяет выделить критерии, на основании которых можно проводить оценку собственного состояния средств измерения.

Заключение

Проведенный вычислительный эксперимент показывает, что использование регуляризующего алгоритма для определения коэффициентов в задаче оценки собственного состояния термометров сопротивления позволяет получать устойчивые решения, восстанавливать коэффициенты и температуру по результатам измерения сопротивления с достаточной точностью. Кроме того, предложенный подход может послужить основой для оценки погрешности восстановленной температуры, а также для выбора критериев, позволяющих прово-

дить оценку собственного состояния средств измерения.

Литература

1. Тайманов, Р.Е. Метрологическое обеспечение «Вчера и сегодня» / Р.Е. Тайманов, К.В. Сапожникова. – <http://www.metrob.ru/HTML/Stati/vzglad.html>
2. Белоусов, М.Д. Метод принятия решения в процессе работы о выходе термометра сопротивления за предел допускаемой погрешности / М.Д. Белоусов, А.Л. Шестаков // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2011. – № 23. (240). – С. 17–19.
3. Resistance Temperature Detectors (RTD'S). – access mode: <http://www.atpsensor.com/pdfs/rtd.pdf>, free.
4. ГОСТ Р 8.625–2006. Термометры сопротивления из платины, меди и никеля. Общие технические требования и методы испытаний.
5. Курош, А.Г. Курс линейной алгебры / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1967. – 738 с.
6. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
7. Япарова, Н.М. Об оптимальности метода Тихонова нулевого порядка на некоторых классах корректности / Н.М. Япарова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2009. – № 2. – С. 23–31.
8. Иванов, В.К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. – М.: Наука, 1978. – 208 с.

Поступила в редакцию 2 сентября 2012 г.