

# ОБ АНАЛИЗЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНТЕГРИРОВАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ И МЕТОДАХ ИХ ОЦЕНИВАНИЯ

Л.А. Фокин, В.И. Ширяев, Е.О. Подивилова

## ON THE MEASUREMENT ERRORS ANALYSIS OF INTEGRATED NAVIGATION SYSTEM AND ITS ESTIMATION METHODS

L.A. Fokin, V.I. Shiryaev, E.O. Podivilova

Анализируются погрешности измерительной информации астро-инерциальнопутниковой навигационной системы, рассматриваются подходы к описанию погрешностей и методы их оценивания, соответствующие предложенному описанию. Анализ проводится на основе научно-технической информации, эмпирических данных и выводов, изложенных в некоторых отечественных и зарубежных публикациях за последние 15 лет.

*Ключевые слова:* погрешность, фильтр Калмана, минимаксный фильтр, бесплатформенная инерциальная навигационная система, спутниковая навигационная система, астронавигационная система, астрокорректор.

This paper analyzes measurement errors of astro-satellite-inertial navigation system. Various approaches to error representation are considered as long as corresponding estimations methods. Analysis has been taken according with scientific and technical information along with several empirical data and conclusions shown in Russian and non-Russian papers for a 15 years.

*Keywords:* error, Kalman filter, minimax filter, strapdown inertial navigation system, satellite navigation system, astronavigation system, stellar-aid system.

Погрешности интегрированных навигационных систем, построенных на основе астронавигационной системы (АНС), бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и приемника спутниковой навигационной системы (СНС) многочисленны по своим типам и существенно различаются по природе возникновения. Необходимость повышения точности навигационных комплексов, основанных на инерциальнопутниковых и оптических технологиях, ставит задачи точного оценивания и компенсации погрешностей на этапах проектирования, развертывания и эксплуатации навигационного комплекса. Основными погрешностями являются.

1. Погрешности калибровки АНС, БИНС и СНС.
2. Погрешности выставки БИНС в системе координат (СК), связанной с Землей.

---

**Фокин Леонид Алексеевич** – м.н.с. Управления научной и инновационной деятельности, Южно-Уральский государственный университет; ezfm@yandex.ru

**Ширяев Владимир Иванович** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой систем управления, Южно-Уральский государственный университет; vis@prima.susu.ac.ru

**Подивилова Елена Олеговна** – аспирант, Южно-Уральский государственный университет; podivilova\_elena@mail.ru

3. Погрешности априорной информации – астрономического альманаха, информации о движении спутников навигационного созвездия, модели гравитационного ускорения, моделей внешней среды (при использовании неинвариантных алгоритмов).

4. Погрешности измерительной информации АНС, БИНС и СНС.

5. Погрешности вырабатываемой навигационной информации.

Практика использования фильтра Калмана для оценивания вектора погрешностей интегрированной системы достаточно распространена. В то же время представление о погрешностях 1–5 как о стационарных или нестационарных гауссовых процессах является, в строгом понимании, одной из разновидностей методических погрешностей, приводящей к необоснованному в строгом смысле использованию фильтра Калмана.

---

**Fokin Leonid Alekseevich** – junior scientific expert of the Scientific and innovation activity department of South Ural State University; ezfm@yandex.ru

**Shiryaev Vladimir Ivanovich** – PhD, professor, head of the Control systems department of South Ural State University; vis@prima.susu.ac.ru

**Podivilova Elena Olegovna** – postgraduate student of South Ural State University; podivilova\_elena@mail.ru

## 1. Подходы к описанию погрешностей и методы их оценивания

Применение фильтра Калмана ограничено, в строгом смысле, оцениванием состояния

- стационарных и нестационарных линейных систем,
- при условии линейных измерений,
- в условиях белошумных гауссовых несмещенных возмущений процесса и измерений (с учетом возможного наличия формирующих фильтров),
- при известных ковариациях шума процесса и измерений,
- при независимости начальных условий, шума процесса и шума измерений друг от друга.

При выполнении перечисленных условий гарантируется оценка состояния, оптимальная в смысле минимума среднеквадратического отклонения ошибки оценивания. Если же одно из выше-перечисленных условий не выполняется, то несмещенная оценка не гарантируется и рассуждения о той или иной степени точности оценки не имеют смысла без дополнительного аналитического обоснования [1–6].

Как отмечает ряд исследователей, понимание возможностей и условий использования фильтра Калмана оказалось в последнее время несколько размытым или утраченным [1, 3–6]. Автор подхода (Р.Э. Калман) в своих работах не раз предупреждал инженерное сообщество об ограничениях, присущих фильтрам калмановского типа [1, 3, 4]. В настоящее время типична ситуация, когда при достаточно адекватных линейных моделях процесса и измерений, представление о возмущениях как о гауссовых оказывается ничем не обоснованным. Величины ковариаций принимаются с высокой степенью произвола, без проведения каких-либо экспериментов и испытаний, которые могут быть как натурными, так и численными. Ситуация усложняется тем, что соответствующие эксперименты по определению плотности вероятности и ковариаций погрешности зачастую крайне затруднительно провести, а также тем, что характер возмущений и величины ковариаций могут существенно зависеть от динамики объекта и условий внешней среды. В этих условиях исчезает гарантия точного оценивания состояния. Однако несмотря на все это, использование фильтра Калмана часто позволяет получить приемлемый практический результат, что подтверждается в ходе испытаний технических систем и их дальнейшей эксплуатацией [3, 5].

При невозможности сделать однозначное заключение о случайной природе тех или иных погрешностей, характере их функций распределения, корреляционных свойствах или величинах ковариаций возникают вопросы о целесообразности использования фильтра Калмана и о рассмотрении альтернативных подходов к оцениванию вектора

погрешностей интегрированной навигационной системы.

Альтернативой стохастическому подходу к описанию погрешностей может служить описание погрешностей как статистически неопределенных, о которых известно лишь то, что они локализованы в некоторых ограниченных множествах. Границы множеств задаются на основе априорной информации о погрешностях, либо вычисляются. Задание множества допустимых значений для каждой погрешности (скаляра) в простейшем случае требует задания пары чисел, определяющей границы множества. Например, для погрешности первого акселерометра БИНС:  $\delta a_1 \in [-1 \text{ см}/\text{с}^2; 1 \text{ см}/\text{с}^2]$ . При этом гарантируется, что величина погрешности находится в пределах сформированного множества [7–14].

Минимаксное (гарантированное) оценивание вектора погрешностей  $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$  интегрированной системы на каждом шаге  $k = 0, 1, \dots, N-1$  представляет собой определение информационного множества  $\bar{\mathbf{X}}_k$ , такого, что  $\mathbf{x}_k \in \bar{\mathbf{X}}_k$ , и определение оценки  $\hat{\mathbf{x}}_k \in \bar{\mathbf{X}}_k$  следующим образом [10–15]. На основе уравнений состояния

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \Gamma_k \mathbf{w}_k \quad (1)$$

и измерения

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{T}_{k+1} \mathbf{v}_{k+1}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{A}_k$  и  $\mathbf{H}_k$  – известные матрицы состояния и измерения;  $\Gamma_k$  и  $\mathbf{T}_k$  – известные корреляционные матрицы шума процесса  $\mathbf{w}_k$  и измерений  $\mathbf{v}_k$ ; вектор измерения  $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^m$ ;

$$\mathbf{x}_0 \in \mathbf{X}_0; \mathbf{w}_k \in \mathbf{W}_k; \mathbf{v}_k \in \mathbf{V}_k, \quad (3)$$

где  $\mathbf{X}_0, \mathbf{W}_k, \mathbf{V}_k$  – заданные выпуклые многогранники, определяют множество прогнозов вектора состояния

$$\mathbf{X}_{k+1/k} = \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{X}}_k + \Gamma_k \mathbf{W}_k \quad (4)$$

и множество состояний совместимых с измерением

$$\begin{aligned} \mathbf{X}[\mathbf{y}_{k+1}] &= \left\{ \mathbf{x}_{k+1} \in \mathbf{R}^n \mid \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{T}_{k+1} \mathbf{v}_{k+1} = \right. \\ &\quad \left. = \mathbf{y}_{k+1}, \mathbf{v}_{k+1} \in \mathbf{V}_{k+1} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Все операции в (4) и (5) производятся над множествами: линейные преобразования множеств и сумма множеств в смысле Минковского. Множества  $\mathbf{X}_{k+1/k}$  и  $\mathbf{X}[\mathbf{y}_{k+1}]$  используются для определения информационного множества

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{X}_{k+1/k} \cap \mathbf{X}[\mathbf{y}_{k+1}]. \quad (6)$$

Определение оценки  $\hat{\mathbf{x}}_k$  представляет собой отыскание координат центра гиперсферы минимального радиуса, содержащей множество  $\bar{\mathbf{X}}_k$ .

Множественные оценки можно строить на основе оценок фильтра Калмана. Действительное значение вектора  $\mathbf{x}_k$  на уровне  $3\sigma$  попадает во множество  $(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T \mathbf{P}_k^{-1} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) = l^2$ , образую-

щее эллипс с центром в точке  $\hat{x}_k$ , где  $\hat{x}_k$  – оценка фильтра Калмана,  $P_k$  – ковариационная матрица ошибок. Но такие оценки не являются гарантированными.

Использование минимаксного подхода может быть проиллюстрировано следующим численным примером. Построим информационные множества (рис. 1), приняв,  $A_k = \begin{pmatrix} 0,9976 & 0,04639 \\ -0,09278 & 0,8584 \end{pmatrix}$ ,

$$H_k = \begin{pmatrix} 0,1189 \cdot 10^{-3} \\ 4,639 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}, H_k, T_k \text{ – единичные, множе-}$$

ства  $X_0 = \{x \in R^2 \mid -7,5 \cdot 10^{-4} \leq x(1) \leq 7,5 \cdot 10^{-4}, -0,03 \leq x(2) \leq 0,03\}$ ,  $W_k = \{w \in R \mid -1,5 \leq w \leq 1,5\}$ ,

$$V_k = \{v \in R^2 \mid -1,45 \cdot 10^{-4} \leq v(1) \leq 1,45 \cdot 10^{-4}, -0,0228 \leq v(2) \leq 0,0228\}, k = 0, 1, \dots, 20, x_0 = 0, w_k$$

и  $v_k$  периодически меняются по вершинам множеств  $W_k$  и . Для построения доверительных областей (рис. 2) матрицы ковариаций задаются таким образом, чтобы случайные величины  $x_0$ ,  $w_k$ ,  $v_k$  на уровне  $3\sigma$  попадали во множества  $X_0$ ,  $W_k$ ,  $V_k$ , т. е. аппроксимируем множества  $X_0$ ,  $W_k$ ,  $V_k$  описанными эллипсами.

Поскольку адекватное описание погрешностей и использование соответствующих обоснованных методов оценивания обеспечивают теоретически оговоренный результат и напрямую влияют на точность оценок, то можно ожидать, что минимаксный подход обеспечит более высокую точность оценивания  $x_k$ , чем фильтр Калмана, в том случае, если часть погрешностей измерений или априорной информации не являются гауссовыми несмещенными с известными ковариациями [13, 15, 16]. Повышение точности оценок в неко-

торых случаях при использовании минимаксного подхода по сравнению с фильтром Калмана иллюстрируется в работе [17].

В данной работе анализируется характер погрешностей измерительной информации АНС, БИНС и СНС с целью проработки вопроса о целесообразности использования минимаксного подхода для оценивания состояния вектора погрешностей интегрированной системы. Характер погрешностей анализируется применительно к сильно связанный АНС/БИНС/СНС. Псевдодальности и псевдоскорости БИНС вырабатываются с использованием основных навигационных переменных БИНС и эфемеридной информации, транслируемой со спутников навигационного созвездия.

## 2. Анализ погрешностей измерительной информации

### 2.1. Погрешности АНС

Погрешности первичных измерений АНС включают [18–21]:

- нескомпенсированные погрешности линии распространения и спектра сигнала, привносимые верхней атмосферой, а также смещениями, дрейфом ориентации, запыленностью и механическими повреждениями оптической системы АНС;

- погрешности, связанные с шумами засветки и собственными шумами ПЗС-матрицы;
- погрешности программного или аппаратного детектирования центроид небесных объектов [27].

Необходимо заметить, что погрешности, связанные с механическими, в том числе термическими и гравитационными деформациями конструкции АНС, вносят вклад в погрешность первичных измерений также и в том смысле, что фокальная СК, в которой производятся первичные измерения, оказывается смещенной по отношению к базовой СК АНС или объектной СК объекта.

Погрешности линии распространения и спек-

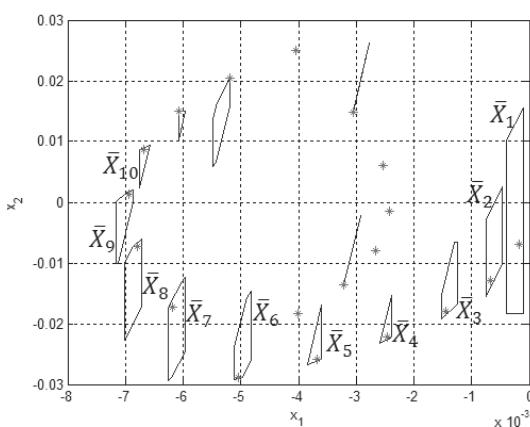


Рис. 1. Эволюция информационных множеств  $\bar{X}_k$ ,  
 $k = 1, 2 \dots 20$

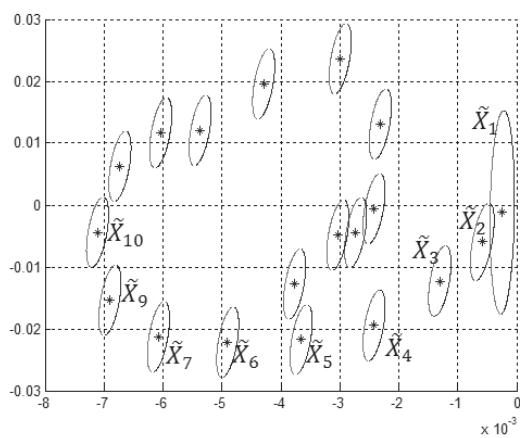


Рис. 2. Эволюция доверительных областей  $\tilde{X}_k$ ,  
 $k = 1, 2 \dots 20$

тра сигнала, связанные с атмосферой, неполностью компенсируемые с использованием моделей атмосферы, уменьшаются и стабилизируются по мере увеличения высоты полета.

Отмечается [19], что погрешности линии распространения и спектра, связанные с атмосферой и с оптической системой, могут вносить существенный вклад в абсолютную погрешность наиболее точных АНС (имеющих абсолютную точность 3–10'') и целесообразно дальнейшее исследование их влияния на результирующую точность приборов более низкого класса точности. По-видимому, целесообразно представление погрешностей указанного типа с использованием множеств допустимых значений, например, [−4''...−1''; 1''...4''] в пересчете на погрешность переменных ориентаций. Сформированные множества входят в  $\mathbf{V}_k$ .

Максимальные погрешности в каналах тангажа и рыскания, связанные с собственными шумами ПЗС-матрицы, могут быть оценены с вероятностью 90–95 % приблизительно в 5''–15'' при использовании оптической системы с углом обзора 15°, ПЗС-матрицы разрешением 512×512 пикселей и при условии удержания 20 звезд, с использованием аппроксимирующих формул, разработанных в [19]. В [19] также отмечается, что погрешности в канале крена (поворот вокруг фокальной оси), связанные с шумами, как правило, в 6–16 раз превышают соответствующие погрешности в каналах тангажа и рыскания. Характер указанных погрешностей отмечается как случайный, плотность вероятности погрешностей первичных измерений, связанных с собственными шумами, упоминается как в качестве близкой к гауссовой, так и не гауссовой [19, 27, 28].

Погрешности детектирования центроид звезд обусловлены конечным разрешением ПЗС-матрицы (погрешности квантования), неоднородностью светочувствительности ее элементов и светочувствительности в пределах каждого элемента, расфокусировкой оптической системы, особенностями реализации конкретного алгоритма выделе-

ния центроид [19]. Для подавляющего большинства современных АНС погрешности определения центроид варьируются в пределах 0,01–0,5 пикселя (0,5''–10'') в зависимости от расположения центроид относительно границ пикселей, яркости и спектральных характеристик звезды, имеют случайный характер с плотностью вероятности, близкой к гауссовой [19, 29]. В [29] также продемонстрировано явление существенного увеличения погрешности детектирования центроид с увеличением угловой скорости объекта.

## 2.2. Погрешности СНС

Погрешность псевдодальности «фазовый центр передающей антенны спутника – фазовый центр приемной антенны приемника» включает несколько составляющих, приведенных в таблице на примере системы GPS. Таблица составлена на основе данных, приведенных в [24, 30–33].

Практическая максимальная погрешность определения координат подвижного объекта для современного одночастотного приемника GPS навигационного класса составляет приблизительно 15–25 м ( $3\sigma$ ) (при условии коррекции основной части ионосферной и тропосферной рефракции, при наличии помех от многолучевого распространения, при отсутствии дифференциальной коррекции). Использование дифференциальной коррекции позволяет практически полностью компенсировать погрешности 1–3 (с точностью до 1–5 см), и частично 4, 5 (с точностью до 1–30 см на расстоянии до 100–300 км от дифференциальной станции). При использовании дифференциальной коррекции, в том числе региональных или широкозонных систем поддержки навигации погрешность составляет 3–10 м ( $3\sigma$ ) [31, 32].

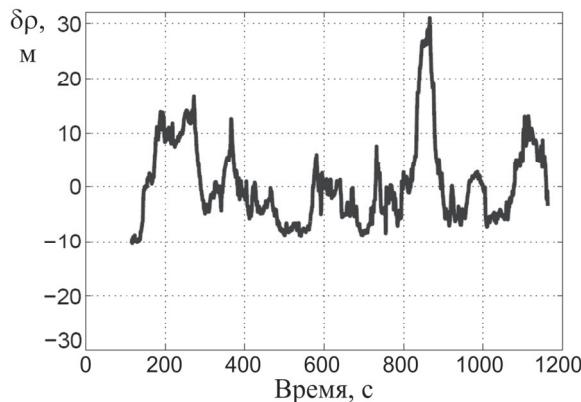
Использование двухчастотного приемника без дифференциальной коррекции позволяет достичь точности 1–4 м ( $3\sigma$ ) и субметровой точности позиционирования подвижного объекта при наличии дифференциальной коррекции.

Оценки  $\sigma$ , приведенные в таблице, получены

**Источники погрешности псевдодальности в системе GPS  
( $\sigma$  – СКО,  $\tau$  – постоянная времени корреляции)**

№	Источник погрешности	$\sigma$ , м	$\tau$ , ч
1	Уход часов спутника	0,3–1,6	> 2–6
2	Неточность эфемеридного обеспечения спутника	0,05–2	> 0,5
3	Групповая задержка в передающей аппаратуре спутника	0,2–0,9	> 2–6
4	Некомпенсируемая составляющая ионосферной рефракции	0,01–4	> 2 мин
5	Некомпенсируемая составляющая тропосферной рефракции	0,7–1,95	> 0,25
6	Многолучевое распространение	1–8	–
7	Шумы приемника	0,05–0,8	0,01–1 с
8	Погрешности слежения за фазой кода или фазой несущей	0,01–1,5	–
9	Уход часов приемника	1,9–3,1	3–600 с

в ходе измерений на протяжении длительных интервалов времени, от нескольких суток до нескольких месяцев на аппаратуре различных типов. Исследование пространственных и временных корреляционных свойств погрешностей 1–9 посвящены обширные натурные и аналитические исследования, описанные в [31, 32], результаты которых отражены в четвертом столбце таблицы. Отсутствие значения  $\tau$  для погрешности 6 обозначает практически любую возможную величину времени корреляции, зависящую от характера движения и наличия отражающих поверхностей; для погрешности 8 – практическое отсутствие корреляции при условии откалиброванного или оцененного среднего значения погрешности слежения за фазой. Для приемника GPS авиакосмического объекта погрешность 6 может быть как весьма значительной (на высоте 1–10 км), так и пренебрежимо малой [24]. На рис. 3 демонстрируется погрешность псевдодальности, полученная с использованием одночастотного приемника.



**Рис. 3. Экспериментальная зависимость погрешности псевдодальности ( $\delta\rho$ ) от времени (одночастотный приемник GPS, 2007 год) [31]**

Как видно из таблицы, погрешность псевдодальности имеет несколько значимых составляющих, различающихся величиной и корреляционными свойствами. Распространено описание погрешности псевдодальности и ее составляющих в виде гауссовых процессов 0–2 порядков [30–32]. Медленно меняющиеся погрешности 1–3 могут быть представлены в виде постоянных, подлежащих оцениванию, при продолжительности миссии до 10–20 мин. В то же время, каждая из погрешностей 1–6, и особенно 6, в силу большой изменчивости корреляционных свойств, могут быть описаны множествами допустимых значений, входящими в  $\mathbf{V}_k$ .

При использовании стохастического подхода к описанию погрешностей и фильтра Калмана необходимо учитывать, что погрешности 1–6 являются существенно различными для каждой из  $n$  псевдодальностей, измеренных от  $n$ -го спутника до приемника, при углах места спутников  $10^\circ$ – $40^\circ$ . Поэтому дополнение модели формирующими

фильтрами для каждой псевдодальности приведет к увеличению порядка модели на  $n$  при условии представления погрешности псевдодальности в виде гауссова процесса 1-го порядка. Если же отдельно рассматриваются составляющие погрешности псевдодальности или их группы, то порядок модели, в общем случае, возрастет на  $m \cdot n$ , либо на  $(m \cdot n + 1)$ , поскольку погрешность 9 является общей ( $m$  – количество групп). В приведенных рассуждениях учитывается, что погрешности 1–6 являются различными для каждой из  $n$  псевдодальностей, погрешности 7 и 8 являются различными, поскольку для сложения, в общем случае, используются независимые каналы, погрешность 9 является общей. Например, если удерживается  $n = 5$  спутников (как правило, удерживается 4–8 спутников), и погрешности группируются следующим образом: первая группа – погрешности 1–3; вторая группа – 4 и 5; третья группа – 6; четвертая группа 7 и 8, то  $m = 4$  и порядок модели возрастет на  $(m \cdot n + 1) = (4 \cdot 5 + 1) = 21$ . Полная наблюдаемость погрешностей псевдодальностей или их составляющих может быть гарантирована только при условии хорошего спектрального разделения всех компонент дополненного вектора погрешностей интегрированной системы и только при определенных типах движения объекта. Наличие ненаблюдаемых, либо периодически ненаблюдаемых компонент вектора состояния снижает точность оценок и увеличивает время сходимости оценок наблюдаемых компонент состояния.

Погрешность псевдоскорости, измеряемой на основе доплеровского смещения частоты несущей, определяется

- разностью дрейфов часов приемника и спутника ( $\Delta d$ );
- погрешностью скорости спутника, транслируемой в навигационном сообщении;
- шумом приемника.

Некоторые исследователи указывают также на влияние следующих факторов, которое, в большинстве случаев, незначительно [34]:

- скорости изменения ионосферной и тропосферной задержек;
- эффекты многолучевого распространения;
- ускорение приемника;
- погрешности координат приемника.

При погрешности координат приемника в 100 м ассоциированная погрешность определения псевдоскорости не превышает 1 см/с. Влияние погрешности координат на погрешность псевдоскорости является пренебрежимо малым в дифференциальном режиме работы приемника и составляет порядка 0,2–1 мм/с [34].

Распространено описание  $\Delta d$  в виде гауссова процесса 0 или 1-го порядка. Погрешность скорости спутника представляет собой медленно изменяющуюся величину, описываемую как гауссов процесс 1-го порядка, с постоянной времени кор-

реляции порядка 15–60 мин. Необходимо иметь в виду, что использование формирующих фильтров псевдоскорости или ее составляющих приводит к увеличению порядка модели погрешностей интегрированной системы в общем случае к увеличению числа ненаблюдаемых компонент подобно тому, как это было описано выше для погрешности псевдодальности.

### 2.3. Погрешности БИНС

Погрешность инерциального датчика каждого ускорения или угловой скорости включает три основных группы погрешностей при условиях, что сигнал превышает порог чувствительности, датчик эксплуатируется в пределах заявленной производителем полосы пропускания и не входит в насыщение [24, 35, 36]:

- нескомпенсированные систематические погрешности;
- некалибруемые псевдослучайные погрешности;
- собственный шум датчика.

Причиной появления нескомпенсированных систематических погрешностей являются погрешности калибровки, либо полное отсутствие калибровки, позволяющей компенсировать влияние того или иного фактора на показания датчика. К примеру, датчик может быть откалиброван на изменение температуры, но недостаточно качественно. Либо характеристики датчика могут измениться под влиянием, например, кратковременного стрессового воздействия, старения (с момента калибровки прошло длительное время). Также, будучи откалиброванным на изменение каких-либо параметров, датчик может быть не откалиброван на изменение других. К примеру, традиционной является калибровка на изменение температуры, но далеко не всегда производится калибровка на перекрестные перегрузки, на вибрации, находящиеся за пределами полосы пропускания, на изменение напряжения питания или на изменение радиационного фона. Погрешности калибровки нелинейности переходной характеристики датчика также относятся к данному классу погрешностей. Результирующая величина погрешностей описанной группы, как правило, меньше СКО собственного шума датчика [35, 37].

Некалибруемые псевдослучайные погрешности характерны для некоторых типов датчиков. Например, для микромеханических акселерометров и ДУС характерно наличие псевдослучайной от включения к включению датчика компоненты смещения нуля [38].

Причиной появления собственных шумов датчика являются особенности физического устройства чувствительного элемента и подсистем съема сигнала, термический шум микроэлектроники. Собственный шум во многих случаях с высокой степенью адекватности может быть охаракте-

ризован как белый гауссов с нулевым математическим ожиданием [35–38].

Нескомпенсированные систематические погрешности и некалибруемые псевдослучайные погрешности, как правило, группируются и рассматриваются в виде единой переменной. Модель погрешностей интегрированной системы дополняется формирующим фильтром 1–2 порядка, описывающим наиболее существенные корреляционные свойства этой переменной [24, 38]. Однако далеко не во всех случаях можно однозначно судить о корреляционных свойствах погрешности. Кроме того, особенностью инерциальных датчиков является существенная зависимость корреляционных свойств погрешности от динамики объекта. Поэтому в качестве альтернативы может быть предложено описание погрешности инерциального датчика в виде множества допустимых значений. Сформированное множество входит в  $\mathbf{W}_k$ . Размер множества допустимых значений погрешности одноосного акселерометра может определяться соотношением  $[-\alpha; \alpha]$ ,

$$\alpha = 1,2 \cdot 3 \cdot \sigma_{pr} + 3 \cdot \sigma_n,$$

где  $\sigma_{pr}$  – СКО некалибруемой псевдослучайной погрешности; коэффициент 1,2 учитывает возможный 20%-ный вклад нескомпенсированных систематических погрешностей;  $\sigma_n$  – СКО собственного шума датчика. Для микромеханического акселерометра ADXL103 фирмы Analog Devices [39]

$$\alpha = 1,2 \cdot 3 \cdot (8 \cdot 10^{-3} g_0) + 3 \cdot (3 \cdot 10^{-3} g_0) = 37,8 \cdot 10^{-3} g_0 \approx 37,1 \text{ см/с}^2.$$

Если основные погрешности, соответствующие первому слагаемому  $\alpha$ , определены в ходе начальной выставки, движение объекта происходит с постоянным ускорением и с постоянной угловой скоростью и факторы внешней среды изменяются незначительно, то можно положить

$$\alpha \approx 3 \cdot \sigma_n = 8,83 \text{ см/с}^2.$$

Расчеты проведены с использованием информации о погрешностях акселерометра ADXL103, опубликованной производителем [39].

### Заключение

Как показывает проведенный анализ, погрешности измерительной информации АНС, БИНС и СНС имеют комплексный характер. Каждая погрешность измерения представляют собой суперпозицию нескольких составляющих, являющихся по своей природе как случайными, так и систематическими. При этом достоверный вывод о приблизительно гауссовом характере тех или иных случайных погрешностей может быть сделан только в отдельных случаях. Наиболее сложную структуру имеют погрешности псевдодальности и псевдоскорости СНС. Сложность заключается в наличии нескольких близких по величине (СКО) составляющих погрешности, с существенно перекрывающимися или полностью накладывающимися спектрами. Анализ погрешностей, проводимый

в отрыве от конкретного объекта, характеристика навигационного оборудования, сценария миссии и конкретных условий внешней среды приобретает несколько опосредованный характер и может привести к чрезмерным обобщениям, слабо связанным с практикой построения интегрированных навигационных систем. Тем не менее выполненное в статье рассмотрение качественных свойств погрешностей, проявляющихся при различном движении объекта и различных условиях внешней среды, позволяет принять решение о целесообразности того или иного способа описания конкретной погрешности при конкретных условиях миссии. Исходя из выбранного способа описания погрешностей, фильтр Калмана или минимаксный подход используются для оценивания вектора погрешностей интегрированной системы. Практические преимущества того или иного подхода к оцениванию могут быть обнаружены или подтверждены в ходе аналитических исследований и имитационного моделирования.

### **Литература**

1. Калман, Р.Э. Идентификация систем с шумами / Р. Э. Калман // Успехи математических наук. – 1985. – Т. 40, Вып. 4(244). – С. 27–41.
2. Браммер, К. Фильтр Калмана-Бьюси. Детерминированное наблюдение и стохастическая фильтрация / К. Браммер, Г. Зиффлинг. – М.: Наука, 1982. – 200 с.
3. Степанов, О.А. Фильтр Калмана: история и современность (К 80-летию Рудольфа Калмана) / О.А. Степанов // Гирокопия и навигация. – 2010. – № 2(69). – С. 107–120.
4. Степанов, О.А. Рекуррентное оценивание и фильтрация: предыстория и современное состояние / О.А. Степанов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2010. – № 12. – С. 10–16.
5. Савинов, Г.Ф. О некоторых особенностях алгоритма оптимальной фильтрации Калмана-Бьюси / Г. Ф. Савинов // Авиакосмическое приборостроение. – 2007. – № 6. – С. 22–29.
6. Горбачев, А.Ю. Критерии оценки алгоритмов оптимальной фильтрации / А.Ю. Горбачев // Авиакосмическое приборостроение. – 2008. – № 6. – С. 19–23.
7. Krener, A. Kalman-Bucy and minimax filtering / A. Krener // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1980. – Vol. 25, № 2. – P. 291–292.
8. Schweppen, F.C. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs / F. C. Schweppen // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1968. – № 13(I). – P. 22–28.
9. Эльясберг, П.Е. Определение движения по результатам измерений / П. Е. Эльясберг. – М.: Наука, 1976. – 416 с.
10. Кац, И.Я. Минимаксная многошаговая фильтрация в статистически неопределенных ситуациях / И.Я. Кац, А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 11. – С. 79–87.
11. Черноуско, Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Ф.Л. Черноуско. – М.: Наука, 1988. – 320 с.
12. Ширяев, В. И. Синтез управления линейными системами при неполной информации / В.И. Ширяев // Изв. РАН. Техническая кибернетика. – 1994. – № 3. – С. 229–237.
13. Matasov, A.I. Estimators for uncertain dynamic systems / A.I. Matasov. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998. – 424 p.
14. Филимонов, Н.Б. Идентификация состояния и внешней среды дискретных динамических объектов методом полиэдрального программирования / Н.Б. Филимонов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2003. – № 2. – С. 11–15.
15. Кунцевич, В.М. Управление в условиях неопределенности / В.М. Кунцевич. – Киев: Наукова думка, 2006. – 264 с.
16. Овсеевич, А.И. К вопросу о сопоставлении вероятностного и гарантированного подходов к прогнозу фазового состояния динамических систем / А.И. Овсеевич, А.М. Шматков // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1997. – № 4. – С. 11–16.
17. Оценивание состояния динамической системы в условиях неопределенности / В.И. Ширяев, В.И. Долбенков, Е.Д. Ильин, Е.О. Подивилова // Экстремальная робототехника: сб. докл. междунар. науч.-техн. конф. – СПб.: Политехника-сервис. – 2011. – С. 234–243.
18. Levine, S.E. Stars in the USNO-B1 catalog with proper motions between 1.0 and 5.0 arcseconds per year / S.E. Levine // The Astronomical Journal. – 2005. – Vol. 130. – P. 319–336.
19. Liebe, C.C. Accuracy performance of the star trackers – A tutorial / C.C. Liebe // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2002. – Vol. 38, № 2. – P. 587–599.
20. Eisenman, A.R. Realization of a faster, cheaper, better star tracker for the new millennium / A.R. Eisenman, C.C. Liebe, J.L. Jorgensen, G.B. Jensen // IEEE Aerospace Conference Proceedings. – 1997. – Vol. 2. – P. 327–336.
21. Изв. вузов. Приборостроение. Тематический выпуск: Задачи навигации и ориентации космических аппаратов по бортовым астроизмерениям. – 2003. – Т. 46, № 4. – 89 с.
22. El-Rabbany, A. Introduction to GPS. The global positioning system / A. El-Rabbany. – Norwood, MA: Artech House, Inc., 2002. – 196 p.
23. Dousa, J. The impact of errors in predicted GPS orbits on zenith troposphere delay estimation / J. Dousa // GPS Solutions. – 2008. – Vol. 14, № 3. – P. 229–239.
24. Grewal, M.S. Global positioning systems, inertial navigation, and integration / M.S. Grewal, L.R. Weill, A.P. Andrews. – New-York: John Wiley & Sons, Inc, 2001. – 392 p.

25. Kwon, J.H. Gravity requirements for compensation of ultra-precise inertial navigation / J.H. Kwon, K. Jekeli // *The Journal of Navigation*. – 2005. – Vol. 58. – P. 479–492.
26. Dorota, A. et al. Gravity modeling for high-accuracy GPS/INS integration / A. Dorota // *Navigation*. – 1998. – Vol. 45, № 3. – P. 209–220.
27. Eisenman, A.R. The advancing state-of-the-art in second generation star trackers / A.R. Eisenman, C.C. Liebe // *IEEE Aerospace Conference Proceedings: Aspen, Colorado, US, 21–28 Mar, 1998*. – IEEE, 1998. – Vol. 1. – P. 111–118.
28. Sandau. R. Small satellites for earth observation: Selected contributions / R. Sandau, H.-P. Roeser, A. Valenzuela. – New-York: Springer, 2008. – 406 p.
29. Predictive centroiding for single and multiple FOVs star trackers / M.A. Samaan, D. Mortari, T.C. Pollock, L.J. Junkins // *AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting: San-Antonio, Texas, 27–31 January, 2002*. – San-Antonio, 2002. – P. 341–349.
30. Tamazin, M. Benefits of combined GPS/GLONASS processing for high sensitivity receivers / M. Tamazin // *Ms. of Science Degree Thesis*. – Calgary: University of Alberta, 2011. – 164 p.
31. Spangenberg, M. Safe navigation for vehicles / M. Spangenberg // *PhD Degree Thesis*. – Toulouse: University of Toulouse, 2009. – 211 p.
32. Kaplan, E.D. *Understanding GPS: Principles and applications*, 2<sup>nd</sup> ed. / E.D. Kaplan, C.J. Hegarty. – Boston: Artech House, 2006. – 723 p.
33. Яценков, В.С. Основы спутниковой навигации. Системы GPS Navstar и ГЛОНАСС / В.С. Яценков. – М.: Горячая линия – Телеком, 2005. – 272 с.
34. A GPS velocity sensor: How accurate can it be? – A first look / L. Serrano, D. Kim, R.B. Langley, K. Itani, M. Ueno // *Proceedings of ION National Technical Meeting: 26–28 January 2004, San-Diego, California, USA*. – ION, 2004. – P. 875–885.
35. Titterton, D. Strapdown inertial navigation technology / D. Titterton, J. Weston. – New-York: IEEE, 2004. – 558 p.
36. Алешин, Б.С. Ориентация и навигация подвижных объектов / Б.С. Алешин, К.К. Веременко, А.И. Черноморский. – М.: Физматлит, 2006. – 424 с.
37. Park, M. Error and performance analysis of MEMS-based inertial sensors with a low-cost GPS receiver / M. Park, Y. Gao // *Sensors*. – 2008. – Vol. 8. – P. 2240–2261.
38. Arden, D. The MEMS/GPS strapdown navigator: Defense R&D Canada contract report (CR 2007-094) / D. Arden. – Ottawa: DRDC, 2007. – 36 p.
39. Dual-axis iMEMS accelerometer ADXL103/ADXL203 Data Sheet. Rev. D. – Analog Devices, 2011. – D03757-0-9/11(D). – 16 p.

Поступила в редакцию 18 сентября 2012 г.