

АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО АДАПТИВНОГО ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДОМ ТОПЛИВА ЖИДКОСТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ. ЧАСТЬ II

А.Ф. Шориков¹, В.И. Калёв^{1, 2}

¹ Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия,

² АО «НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург, Россия

Предлагается алгоритм решения задачи управления расходом топлива жидкостной двигательной установки первой ступени ракеты-носителя, в котором эта задача формулируется как задача оптимального адаптивного терминального управления для соответствующей линейной дискретной динамической системы. Для этого исходная нелинейная непрерывная система, описывающая динамику объекта управления, линеаризуется относительно заданной опорной траектории и затем дискретизируется согласно требованиям к процессу управления, в результате чего сформированная аппроксимирующая модель представляет собой систему векторно-матричных рекуррентных соотношений. В аппроксимирующей системе учитываются все ограничения, наложенные на фазовый вектор и вектор управления, и, кроме того, предполагается, что эти ограничения имеют вид выпуклых, замкнутых и ограниченных многогранников с конечным числом вершин в соответствующих векторных пространствах. В работе формулируются задачи оптимального программного и адаптивного терминального управления для сформированной линейной дискретной динамической системы. На основе решения конечной последовательности задач оптимального программного терминального управления для аппроксимирующей линейной модели предлагается рекуррентный алгоритм оптимального адаптивного терминального управления исходной нелинейной динамической системой. При реализации алгоритма оптимального программного терминального управления используется аппарат построения и анализа областей достижимости, реализованный при помощи общего алгебраического рекуррентного метода построения областей достижимости линейных дискретных динамических систем с несколькими его модификациями, направленными в основном на снижение вычислительной сложности и, как следствие, на увеличение его быстродействия. Эффективность разработанного алгоритма оптимального адаптивного терминального управления демонстрируется на численном модельном примере оптимизации адаптивного управления расходом топлива жидкостной двигательной установки первой ступени ракеты-носителя.

Данная работа является второй частью статьи.

Ключевые слова: оптимальное программное и адаптивное управление, терминальное управление, расход топлива, ракета-носитель, области достижимости.

Введение

В данной статье на основании работ [1–10] для решения задачи оптимального адаптивного управления дискретной динамической системой предлагается рекуррентный алгоритм, который сводит исходную многошаговую задачу к решению конечной последовательности задач оптимального программного терминального управления в форме Задачи 1. В свою очередь, каждая Задача 1 сводится к реализации конечной последовательности одношаговых операций решения задач линейного и выпуклого математического программирования, алгебраических операций над выпуклыми компактными многогранниками, систем линейных алгебраических операций и вспомогательных одношаговых краевых задач для линейных управляемых систем.

Действие предлагаемых в работе алгоритмов реализовано в программной среде MATLAB и проиллюстрировано на модельном примере. Работа продолжает первую часть этой статьи, термины и обозначения из которой используются здесь без дополнительных пояснений.

1. Алгоритм формирования множества оптимальных программных терминальных управлений

Пусть в дискретной динамической системе

$$x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

с ограничениями фазового состояния и управления

$$x(t) \in X_1(t) \subset \mathbb{R}^4, \quad t \in \overline{0, T}; \quad (2)$$

$$u(t) \in U_1(t) \subset \mathbb{R}^1, \quad t \in \overline{0, T-1}, \quad (3)$$

качество управления в которой на временном интервале $\overline{\tau, T} \subseteq \overline{0, T}$ оценивается функционалом

$$\gamma_{\tau, T}(w(\tau), u(\cdot)) = \|x(T) - x_d\|_4 = \Phi(x(T)), \quad (4)$$

сформирована τ -позиция $w^{(e)}(\tau) = \{\tau, x^{(e)}(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$ ($w^{(e)}(0) = w_0$). Тогда для вычисления множества оптимальных программных управлений $\mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau, T}, \{x(\tau)\}, \mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T)) \subset \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$ разработан метод прямых и обратных конструкций [3, 6], который применительно к рассматриваемой управляемой динамической системе реализуется путем выполнения нижеследующих операций:

1) пошагового построения прямых областей достижимости $\mathbf{G}_+(\tau, x^{(e)}(\tau); t)$, $\forall t \in \overline{\tau+1, T}$ на основе модификации общего рекуррентного алгебраического метода [10] путем решения рекуррентной последовательности задач линейного математического программирования, выполнения одношаговых операций над компактными многогранниками и описания их с помощью вершин и конечных систем алгебраических равенств и неравенств;

2) оптимизации функционала $\gamma_{\tau, T}(w(\tau), u(\cdot))$, определяемого (4), на множестве $\mathbf{G}_+(\tau, x^{(e)}(\tau); T)$, т. е. формирования множества $\mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T) \subset \mathbb{R}^4$ оптимальных финальных состояний системы (1)–(4) путем решения следующей задачи выпуклого математического программирования [6, 11]:

$$\mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T) = \left\{ x^{(e)}(T) \mid x^{(e)}(T) \in \mathbf{G}_+(\tau, x^{(e)}(\tau); T), \right. \\ \left. c_{\gamma}^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) = \Phi_{\tau, T}^{(e)} = \min_{x(T) \in \mathbf{G}_+(\tau, x^{(e)}(\tau); T)} \|x^{(e)}(T) - x_d\|_4 \right\};$$

3) пошагового построения обратных областей достижимости $\mathbf{G}_-(T, \mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T); t)$, $\forall t \in \{T-1, T-2, \dots, \tau+1\}$ на основе модификации общего рекуррентного алгебраического метода [10] путем решения рекуррентной последовательности задач линейного математического программирования, выполнения одношаговых операций над компактными многогранниками и описания их с помощью вершин и конечных систем алгебраических равенств и неравенств;

4) последовательного построения пересечений сформированных прямых и обратных областей достижимости путем реализации конечной последовательности одношаговых операций перехода от вершинного описания областей достижимости к описанию соответствующими системами линейных алгебраических уравнений и неравенств и наоборот:

$$\mathbf{G}(\tau, x(\tau); t) = \mathbf{G}_+(\tau, x(\tau); t) \cap \mathbf{G}_-(T, \mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T); t), \quad \forall t \in \overline{\tau, T-1};$$

$$\mathbf{G}(\tau, x(\tau); \tau) = \{x(\tau)\}; \quad \mathbf{G}(\tau, x(\tau); T) = \mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T);$$

5) решения вспомогательных краевых задач на промежутке времени $\overline{\tau, T}$ для системы (1)–(4) с краевыми условиями $x(\tau)$ и $x(T) = x^{(e)}(T) \in \mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T)$, т. е. нахождения следующего множества оптимальных программных управлений путем реализации конечной последовательности алгебраических операций:

$$\mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau, T}, \{x(\tau)\}, \mathbf{X}_{\gamma_{\tau, T}}^{(e)}(T)) = \{u^{(e)}(\cdot) \mid u^{(e)}(t) \in U_1(t), \quad \forall t \in \overline{\tau, T-1},$$

$$x^{(e)}(t+1) = A(t)x^{(e)}(t) + B(t)u^{(e)}(t) \in \mathbf{G}(\tau, x(\tau); t+1), \quad x^{(e)}(\tau) \in X_1(\tau)\}.$$

2. Алгоритм формирования оптимального адаптивного терминального управления

Пусть в дискретной динамической системе (1)–(4) сформирована τ -позиция

$$w^{(e)}(\tau) = \{\tau, x^{(e)}(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau) \quad (w^{(e)}(0) = w_0).$$

Тогда для $\tau \in \overline{0, T-1}$ оптимальная адаптивная стратегия управления $U_a^{(e)} = \tilde{U}_a^{(e)} \in U_a^*$ формируется на основе применения метода прямых и обратных конструкций [3, 6] путем реализации следующей последовательности операций.

1. Решения Задачи 1, т. е. вычисления множества

$$U_\gamma^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) = U^{(e)}(\overline{\tau, T}, \{x(\tau)\}, \mathbf{X}_{\gamma, \overline{\tau, T}}^{(e)}(T)) \in U(\overline{\tau, T})$$

и числа $c_\gamma^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) = \Phi_{\overline{\tau, T}}^{(e)}$ на отрезке времени $\overline{\tau, T}$.

2. На основании формул (13)–(15) первой части статьи вычисления множества управлений

$$U_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) = \tilde{U}_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) \subseteq U_1(\tau).$$

3. Выбора любого управления $u^{(e)}(\tau) \in U_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau))$.

4. Вычисления по уравнениям нелинейного объекта $(\tau+1)$ -позиции:

$$w^{(e)}(\tau+1) = \{\tau+1, x^{(e)}(\tau+1)\}, \quad x^{(e)}(\tau+1) = \tilde{x}(\tau+1; \overline{\tau, \tau+1}, x^{(e)}(\tau), u^{(e)}(\tau)).$$

5. Если $(\tau+1) \leq T-1$, то осуществить переход на п. 1, иначе – на п. 6.

6. Расчет числа $c_{a, \gamma}^{(e)}(\overline{0, T}, w_0) = \gamma_{\overline{0, T}}(w_0, u^{(e)}(\cdot))$ – оптимального результата решения Задачи 2,

соответствующего реализации управления $u^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}} \in U(\overline{0, T})$, полученного посред-

ством применения оптимальной адаптивной стратегии $U_a^{(e)} = \tilde{U}_a^{(e)} \in U_a^*$.

В работах [3, 6] доказано, что для линейных дискретных систем вида (1)–(3) предложенный алгоритм адаптивного управления, основанный на решении вспомогательных задач оптимального программного терминального управления методом прямых и обратных конструкций, является оптимальным алгоритмом адаптивного управления для терминального функционала вида (4).

Отметим, что предложенный алгоритм решения задачи оптимального адаптивного управления сводится к решению конечного числа задач линейного и выпуклого математического программирования, выполнения одношаговых операций над многогранниками и описания их с помощью вершин и конечных систем алгебраических равенств и неравенств, решения вспомогательных краевых задач.

3. Численный модельный пример решения задачи оптимального адаптивного терминального управления ДУ РН

Покажем эффективность предложенного подхода и соответствующих алгоритмов на численном примере, моделирующем решение задачи оптимального адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ РН [8, 9]. Рассматривается нелинейная непрерывная управляемая система, описывающая динамику ДУ РН на промежутке времени $[0, t_1]$ уравнениями:

$$m_o(t) = \frac{(P + c_1 U(t)^2 + c_2 U(t))(K + U(t))}{(I + c_3 U(t)^2 + c_4 U(t))(1 + K + U(t))}, \quad (5)$$

$$m_f(t) = \frac{P + c_1 U(t)^2 + c_2 U(t)}{(I + c_3 U(t)^2 + c_4 U(t))(1 + K + U(t))},$$

$$M_o(t) = M_o^0 + \Delta M_o - \int_{t_0}^{t_1} m_o(t) dt, \quad (6)$$

$$M_f(t) = M_f^0 + \Delta M_f - \int_{t_0}^{t_1} m_f(t) dt,$$

с параметрами, заданными в табл. 1.

Параметры исходной нелинейной системы

I, c	$P, кг$	$K, б/р$	$M_o^0, кг$	$M_f^0, кг$	$\Delta M_o, кг$	$\Delta M_f, кг$
320	528 000	8/3	120 000	45 000	-500	300
$\Delta K, б/р$	$c_1, б/р$	$c_2, б/р$	$c_3, б/р$	$c_4, б/р$	$c_5, б/р$	t_1, c
-1/25	8/75	-6700	9000	-15	-12	100

Исходной нелинейной непрерывной системе поставлена в соответствие аппроксимирующая линейная дискретная динамическая система, полученная посредством линеаризации вдоль опорной траектории вида траектории:

$$\begin{cases} m_o^{ref}(t) = \frac{P \cdot K}{I + I \cdot K}, \\ m_f^{ref}(t) = \frac{P}{I + I \cdot K}; \end{cases} \begin{cases} M_o^{ref}(t) = M_o^0 - \frac{P \cdot K}{I + I \cdot K} t, \\ M_f^{ref}(t) = M_f^0 - \frac{P}{I + I \cdot K} t, \end{cases} \quad (7)$$

и дискретизации. Таким образом, аппроксимирующая рекуррентная векторно-матричная система, соответствующая (1), имеет вид

$$x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t), t \in \overline{0,15},$$

где $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\} \in \mathbb{R}^4$; $x_1(t)$ – расход окислителя ДУ РН; $x_2(t)$ – масса окислителя ДУ; $x_3(t)$ – расход горючего ДУ РН; $x_4(t)$ – масса горючего ДУ РН; $u(t) \in \mathbb{R}^1$ – вектор управления; $x(0) = x_0 = (1192.5, 119\ 500, 454, 45\ 300)^T$ – начальный фазовый вектор объекта управления; матрицы $A(t)$ и $B(t)$ стационарные и имеют следующие значения:

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6,25 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6,25 & 1 \end{pmatrix}, B(t) = \begin{pmatrix} 17 \\ 0 \\ -12 \\ 0 \end{pmatrix}, \forall t \in \overline{0,15}.$$

Фазовые ограничения ДУ РН для всех $t \in \overline{0,16}$ имеют вид

$$x_1(t) \in [1176; 1224], |x_2(t)| \leq 120\ 000, x_3(t) \in [432; 468], |x_4(t)| \leq 46\ 000.$$

Качество процесса управления жидкостной ДУ РН оценивается значением выпуклого терминального функционала в момент времени $T = 16$, соответствующий моменту времени $t_1 = 100$ для начальной нелинейной непрерывной системы, значения которого вычисляются по формуле

$$\Phi(x(T)) = \sqrt{(1200 - x_1(T))^2 + x_2(T)^2 + K^2(450 - x_3(T))^2 + K^2 x_4(T)^2},$$

где первый и третий члены под квадратным корнем обозначают отклонение расходов компонентов топлива от требуемых значений, а второй и четвертый члены – количество топлива в баках жидкостной ДУ РН.

Решение задачи оптимального программного терминального управления для линейной дискретной системы реализовано с помощью алгоритма, приведенного в первой главе данной работы, и представляет собой формирование множества оптимальных управлений $U^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e,j)}(\cdot)\}_{j \in \overline{1,k}}, \forall j \in \overline{1,k} : u^{(e,j)}(\cdot) = \{u^{(e,j)}(t)\}_{t \in \overline{0,15}}$, которое порождает соответствующие оптимальные траектории $x^{(e,j)}(\cdot) = \bar{x}(\cdot; \overline{0,16}, x_0, u^{(e,j)}(\cdot)), j \in \overline{1,k}$. Финальное состояние таких траекторий – $x^{(e,j)}(16) = \bar{x}(16; \overline{0,16}, x_0, u^{(e,j)}(\cdot))$, для всех $j \in \overline{1,k}$ есть вычисленный вектор $x^{(e,j)}(16) = (1200.1, 38.97, 450.03, 10.5)$, который доставляет функционалу качества Φ минимальное значение $\Phi^{(e)} = \Phi(x^{(e)}(16)) = 47,988$. Далее выбираются четыре программных управления

$u^{(e,j)}$, $j = \overline{1,4}$ и подставляются в исходную систему (5), (6) для сравнения результатов реализации процедур программного и адаптивного управления.

Решение задачи оптимального адаптивного терминального управления нелинейной системой реализовано с помощью алгоритма, приведенного во второй главе данной работы, и описывается множеством управлений $U_a^{(e)}(\cdot) = \{u_a^{(e,j)}(\cdot)\}_{j \in \overline{1,d}}$, $\forall j \in \overline{1,d} : u_a^{(e,j)}(\cdot) = \{u_a^{(e,j)}(x(t))\}_{t \in \overline{0,15}}$. Для сравнения полученных результатов реализации программного и адаптивного управления в рассматриваемом примере были выбраны и подставлены пошагово в систему (5), (6) четыре стратегии адаптивного управления $u_a^{(e,j)}(x(t))$, $j \in \overline{1,4}$. Проекция соответствующих траекторий представлены на рис. 1.

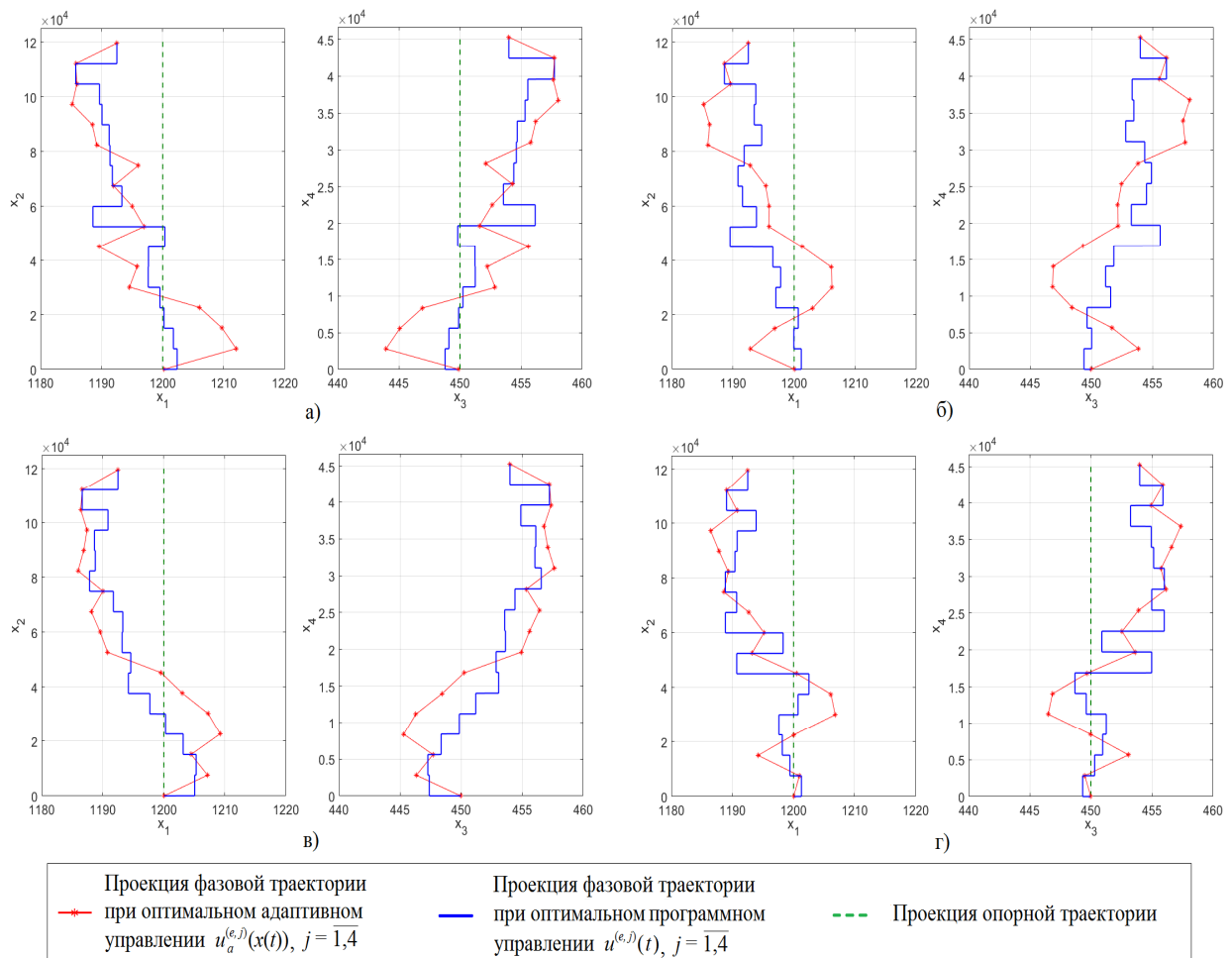


Рис. 1. Проекция фазовых траекторий при управлениях:
а) $u^{(e,1)}$ и $u_a^{(e,1)}$; б) $u^{(e,2)}$ и $u_a^{(e,2)}$; в) $u^{(e,3)}$ и $u_a^{(e,3)}$; г) $u^{(e,4)}$ и $u_a^{(e,4)}$

В табл. 2 приведены значения функционала Φ для траекторий, соответствующих реализациям оптимального программного терминального управления линейной и нелинейной системами, а также адаптивного терминального управления исходной нелинейной системой.

Период времени моделирования для одного варианта решения задачи оптимального программного терминального управления жидкостной ДУ РН составляет 0,4 с. Весь период времени моделирования решения задачи оптимального адаптивного терминального управления составляет 10 с. Из табл. 2 видно, что для исходной нелинейной системы результат реализации оптимального адаптивного терминального управления лучше, чем результат реализации оптимального программного терминального управления.

Результаты решения модельного примера

	Управление	$x_1(T)$	$x_2(T)$	$x_3(T)$	$x_4(T)$	$\Phi(x(T))$
Опорная траектория	$u(t) \equiv 0$	1200	0	450	0	0
Нелинейная система	$u^{(e,1)}(t)$	1200,1	39,1	450	10,6	48,261
	$u_a^{(e,1)}(x(t))$	1200,2	32,7	449,9	8,5	39,837
	$u^{(e,2)}(t)$	1200,1	39,6	450	12,1	51,021
	$u_a^{(e,2)}(x(t))$	1200,1	36,3	450	9,5	44,228
	$u^{(e,3)}(t)$	1200	38,7	450	9,6	46,339
	$u_a^{(e,3)}(x(t))$	1200,1	31,1	450	8,2	37,935
	$u^{(e,4)}(t)$	1200,1	39,9	450	10,6	48,906
	$u_a^{(e,4)}(x(t))$	1200	36,6	450	10,1	45,372
Линейная система	$u^{(e,j)}(t)$	1200,1	39	450	10,5	47,988

Численное моделирование примера решения задач оптимального программного и адаптивного терминального управления жидкостной ДУ РН реализовано в среде MATLAB R2014a на ПК с Intel® Core™ i7-3770 CPU @ 3.4 GHz, 8 Gb RAM.

Заключение

В статье динамическая система управления расходом топлива жидкостной ДУ РН описана как нелинейная непрерывная дифференциальная система. Задача терминального управления расходом топлива жидкостной ДУ РН сформулирована как задача оптимального адаптивного терминального управления соответствующей аппроксимирующей линейной дискретной динамической системой. Для вычисления оптимального адаптивного терминального управления ДУ РН с нелинейной динамикой предложена процедура, основанная на реализации решения конечной рекуррентной последовательности вспомогательных задач оптимального программного терминального управления соответствующей аппроксимирующей линейной дискретной системой. Подробно описаны алгоритмы решения основной и вспомогательной задач оптимального управления. Показано, что задачу оптимального адаптивного терминального управления можно свести к решению конечного числа задач линейного и выпуклого математического программирования, выполнения одношаговых операций над компактными многогранниками и описания их с помощью вершин и конечных систем алгебраических равенств и неравенств, решения вспомогательных краевых задач. Результаты компьютерного моделирования показали применимость общего рекуррентного алгебраического метода построения областей достижимости и метода прямых и обратных конструкций [3] к решению задачи оптимального адаптивного терминального управления расходом топлива жидкостной ДУ РН.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00544).

Литература

1. Бортные терминальные системы управления (принципы построения и элементы теории) / Б.Н. Петров, Ю.П. Портнов-Соколов, А.Я. Андриенко, В.П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 200 с.
2. Красовский, Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
3. Шориков, А.Ф. Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах / А.Ф. Шориков. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. ун-та, 1997. – 242 с.

4. Шориков, А.Ф. Формирование линейной дискретной динамической модели для решения задачи оптимального терминального управления расходом топлива ракеты-носителя / А.Ф. Шориков, Калёв В.И. // Информационные технологии и системы: тр. 5-й Междунар. науч. конф. – 2016. – С. 61–66.

5. Калёв, В.И. Моделирование задачи терминального управления расходом топлива жидкостных ракет / В.И. Калёв, А.Ф. Шориков // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59, № 8-2. – С. 45–48.

6. Тюлюкин, В.А. Об одном алгоритме построения области достижимости линейной управляемой системы / В.А. Тюлюкин, А.Ф. Шориков // Негладкие задачи оптимизации и управление. – Свердловск: УрО АН СССР. – 1988. – С. 55–63.

7. Тюлюкин, В.А. Алгоритм решения задачи терминального управления для линейной дискретной системы / В.А. Тюлюкин, А.Ф. Шориков // Автоматика и телемеханика. – 1993. – № 4. – С. 115–127.

8. Шориков, А.Ф. Алгоритм решения задачи оптимального терминального управления в линейных дискретных динамических системах / А.Ф. Шориков // Информационные технологии в экономике: теория, модели и методы: сб. науч. тр. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2005. – С. 119–138.

9. Шориков, А.Ф. Описание библиотеки компьютерных программ для моделирования решения задачи апостериорного минимаксного оценивания / А.Ф. Шориков, В.А. Тюлюкин // Известия Урал. гос. экон. ун-та. – 1999. – № 2. – С. 36–49.

10. Аппроксимация областей достижимости нелинейных дискретных управляемых динамических систем / А.Ф. Шориков, В.В. Булаев, А.Ю. Горанов, В.И. Калёв // Вестник БГУ. Математика, информатика. – 2018. – № 1. – С. 52–65.

11. Зойтендейк Г. Методы возможных направлений / Г. Зойтендейк. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 176 с.

Шориков Андрей Федорович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики Уральского энергетического института, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург; afshorikov@mail.ru.

Калёв Виталий Игоревич, аспирант кафедры прикладной математики Уральского энергетического института, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина; инженер-конструктор, АО «НПО автоматика им. академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург; v.i.kalev@urfu.ru.

Поступила в редакцию 25 января 2019 г.

THE OPTIMAL CLOSED-LOOP TERMINAL PROPELLANT CONSUMPTION CONTROL ALGORITHM FOR LIQUID PROPULSION SYSTEM OF LAUNCH VEHICLE. PART II

A.F. Shorikov¹, afshorikov@mail.ru,
V.I. Kalev^{1, 2}, v.i.kalev@urfu.ru

¹ Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russian Federation,

² JSC "Scientific and Production Association of automatics named after academician
N.A. Semikhatov", Ekaterinburg, Russian Federation

In this paper, we propose the algorithm of launch vehicle's liquid propulsion system propellant consumption control problem solving, in which this problem is formulated as the optimal closed-loop terminal control problem for corresponding linear discrete-time dynamical system. To achieve this, initial nonlinear continuous model, which describes the plant dynamics, is linearized along given reference trajectory and then is discretized in accordance to control process requirements. As the result of this, we have formed approximating model represented as the vector-matrix system of recurrence equations. The constraints of state vector and control vector are also taken into account in this approximating system, and we assume that the constraints are convex, closed and limited polyhedra with finite number of vertices in corresponding vector spaces. The optimal open-loop and closed-loop terminal control problems are formulated for generated linear discrete-time dynamical system. For solving the problems the optimal closed-loop terminal control recurrence algorithm is developed, which consists in the solving of number of optimal open-loop terminal control problems for linear discrete-time dynamical system. Based on solution of finite sequence of optimal open-loop terminal control problem for linear approximate model we provide recurrence optimal closed-loop terminal control algorithm for initial nonlinear dynamical system. In the implementation of proposed optimal open-loop control algorithm we use the tool of reachable sets computation and analysis based on general algebraic recurrence approach for linear discrete-time dynamical systems and some modifications of this approach intended for reducing the computational complexity and consequently for increasing the operation speed. The performance of developed optimal closed-loop terminal control algorithm is presented on numerical model example of launch vehicle's first stage liquid propulsion system propellant consumption closed-loop control optimization.

This work is a second part of a paper.

Keywords: optimal closed-loop control, terminal control, propellant consumption, launch vehicle, reachable sets.

References

1. Petrov B.N., Portnov-Sokolov A.Yu., Andrienko A.Ya., Ivanov V.P. *Bortovye terminalnye sistemy upravleniya* [On-board Terminal Control Systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 200 p.
2. Krasovskiy N.N. *Teoriya upravleniya dvizheniem (Lineynye sistemy)* [Theory of Motion Control (Linear Systems)]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 476 p.
3. Shorikov A.F. *Minimaksnoe otsenivanie i upravlenie v diskretnykh dinamicheskikh sistemakh* [Minimax Estimation and Control in Discrete-Time Dynamical Systems]. Ekaterinburg, Ural State University Publ., 1997. 242 p.
4. Shorikov A.F., Kalev V.I. [Linear Discrete-Time Dynamical Model Forming for Solving Optimal Terminal Fuel Consumption Problem of Launch Vehicle]. *Informatsionnye tekhnologii i sistemy. Proceedings of 5th International Conference*, 2016, pp. 61–66. (in Russ.)
5. Kalev V.I., Shorikov A.F. [Fuel Consumption Terminal Control Problem Statement for Liquid-Propellant Rockets]. *Russian Physics Journal*, 2016, vol. 59, no. 8-2, pp. 45–48. (in Russ.)

6. Tyulyukin V.A., Shorikov A.F. [About One Algorithm of Creation of Area of Approachability of the Linear Operated System]. *Optimization and Control Nonsmooth Problems*, 1988, pp. 55–63. (in Russ.)

7. Tyulyukin V.A., Shorikov A.F. [The Solution Algorithm of Terminal Control Problem for Linear Discrete-Time System]. *Automatics and Telemechanics*, 1993, no. 4, pp. 115–127. (in Russ.)

8. Shorikov A.F. [Algorithm of the Solution of a Problem of Optimum Terminal Control in Linear Discrete Dynamic Systems]. *Information Technologies in Economy: Theory, Models and Methods: Collection of Scientific Works*, Ekaterinburg, 2005, pp. 119–138. (in Russ.)

9. Shorikov A.F., Tyulyukin V.A. [Description of Library of Computer Programs for Modeling of the Solution of a Problem of a Posteriori Minimax Estimation]. *News the Ural State Econ. Univ.*, 1999, no 2, pp. 36–49. (in Russ.)

10. Shorikov A.F., Bulaev V.V., Goranov A.Yu., Kalev V.I., [Approximation of Attainability Domains of Nonlinear Discrete-Time Controlled Dynamical Systems]. *Bulletin of the Buryat State University. Mathematics, Informatics*, 2018, no. 1, pp. 52–65. (in Russ.)

11. Zoutendijk G. *Metody vozmozhnykh napravleniy* [Methods of Feasible Direction]. Moscow, Inostrannaya literatura Publ, 1963. 176 p.

Received 25 January 2019

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Шориков, А.Ф. Алгоритм оптимального адаптивного терминального управления расходом топлива жидкостной двигательной установки ракеты-носителя. Часть II / А.Ф. Шориков, В.И. Калёв // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2019. – Т. 19, № 2. – С. 29–37. DOI: 10.14529/ctcr190203

FOR CITATION

Shorikov A.F., Kalev V.I. The Optimal Closed-Loop Terminal Propellant Consumption Control Algorithm for Liquid Propulsion System of Launch Vehicle. Part II. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 29–37. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr190203