УДК 519.816 DOI: 10.14529/ctcr190312

СЛУЧАЙНОЕ ПОВЕДЕНИЕ УЧАСТНИКА КАК СПОСОБ МАКСИМИЗАЦИИ ВЕРОЯТНОСТИ ЕГО ВЫИГРЫША В ПАРАДОКСЕ МОНТИ ХОЛЛА

А.В. Копотева

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Березниковский филиал, г. Березники, Пермский край, Россия

Статья посвящена решению парадокса Монти Холла средствами теории принятия решений и имитационного моделирования. Задача представляет собой трехшаговую последовательность действий участника и ведущего. Цель участника – угадать, за какой из трех дверей находится ценный приз. На первом шаге он выбирает одну из трех дверей, на втором шаге ведущий открывает одну дверь без приза, на третьем шаге участник должен определиться, сохранить ли выбор с первого шага или сменить его. Задача имеет почти полувековую историю, и все это время интерес к ней со стороны математиков и психологов не ослабевает. Причина заключается в противоречащем интуитивным соображениям решении и, как следствие, крайней неэффективности человеческого поведения в рассматриваемой ситуации. Традиционно задача рассматривается как вероятностная, реже – игровая. Мы применили альтернативный подход и рассмотрели ее как задачу принятия решения. Для этого были определены варианты поведения участников ситуации и их вероятностные оценки и построено дерево решений задачи. Его концевые вершины определили множество исходов ситуации. Их вероятностная оценка была сформирована в предположении, что участник на третьем шаге сохраняет свой выбор с первого шага с произвольной постоянной вероятностью. Эта вероятность является аргументом общей вероятности выигрыша, построенной на основании формулы полной вероятности события. Максимизация функции вероятности выигрыша позволила определить оптимальное поведение участника, которое состоит в смене выбора. Поскольку здравый смысл подсказывает, что менять выбор бессмысленно, полученный результат был проверен путем имитационного моделирования ситуации при различных вероятностях сохранения участником выбора и подсчета относительных частот выигрышей при сохранении и смене участником своего выбора. Проведенный компьютерный эксперимент полностью подтвердил полученный теоретически результат, что позволило сделать вывод о правильности полученного решения.

Ключевые слова: парадокс Монти Холла, задача принятия решения, теория вероятностей, имитационное моделирование.

Введение

В условиях дефицита ресурсов всех видов люди стремятся принимать рациональные решения (нормативный принцип поведения). Принятие решения основывается на анализе доступной информации и ее корректной интерпретации, однако человеческий мозг устроен таким образом, что делается это путем интуитивных оценок, а не точных расчетов [1]. Поскольку мерой качества возможного решения обычно является здравый смысл, противоречащие ему варианты часто отбрасываются как неэффективные. Если строгое научное обоснование рационального выбора противоречит здравому смыслу, возникает парадокс. Одним из таких парадоксов теории принятия решений является парадокс Монти Холла – задача, привлекшая наше внимание при просмотре фильма 2008 года «Двадцать одно» и имеющая почти полувековую историю. Наиболее ранняя ее постановка датируется, по-видимому, 1975 годом и представляет собой статью в американском журнале «American Statistical Association» [2]. В терминах естественного языка задача формулируется следующим образом. Представьте, что Вы – участник игры, в которой необходимо выбрать одну из трех дверей, за одной из которых находится автомобиль, а за двумя другими – козы. Вы выбираете одну из дверей, после чего ведущий (Монти Холл), который знает, где находится автомобиль, открывает одну из оставшихся дверей, за которой находится коза. После этого

Вам (участнику) предлагается решить: открыть выбранную ранее дверь или сменить свой выбор и открыть ранее не выбранную дверь. При этом предполагается, что вероятности нахождения автомобиля за каждой из дверей одинаковы; ведущему известна дверь, за которой находится автомобиль; ведущий обязан открыть дверь, за которой находится коза, отличную от той, которую выбрал участник, и предложить участнику изменить свой выбор; если ведущий может открыть две двери с козами, он выбирает любую из них произвольно, т. е. с равными вероятностями.

С точки зрения здравого смысла нет никакого смысла менять выбор на втором шаге, поскольку вероятность выигрыша составляет 1/2. Однако математически обоснованным оптимальным вариантом поведения участника является смена выбора, позволяющая повысить вероятность выигрыша с 1/3 при сохранении выбора до 2/3. Несмотря на то, что описанный парадокс не имеет непосредственного практического приложения (за исключением азартных игр, в частности, в бридже в форме принципа ограниченного выбора), задача вот уже в течение полувека активно обсуждается специалистами в области математики и психологии по причине полностью противоречащего интуиции решения и существенных трудностей в понимании решения людьми – по данным [3] от 79 до 87 % людей различных национальностей предпочитают сохранять свой изначальный выбор.

В классической постановке [4–8] задача считается вероятностной, а ее решение предполагает оценку вероятности выигрыша автомобиля при сохранении и смене выбора дверей. Кроме того, существуют решения задачи в терминах теории игр и доминирования стратегий [9], сетевых графических моделей [10], в рамках практического эксперимента [11, 12]. Исследователей-психологов интересуют причины затруднений, возникающие у большинства людей при принятии правильного решения в предложенной ситуации [13–16]. Отметим, что большинство исследований англоязычные, качественные отечественные публикации по теме, содержащие формальную математическую постановку и подробное убедительное решение задачи, по крайней мере в открытом доступе, нами не обнаружены. Кроме того, показавшаяся нам естественной постановка парадокса Монти Холла как задачи принятия решения в условиях неполной информации [17, 18], решением которой является обоснованный выбор оптимального поведения участника, в литературе также не найдена, что определяет актуальность и цель данного исследования.

1. Постановка задачи

Для формальной постановки задачи введем следующие обозначения:

– множество вариантов поведения участника на первом шаге

X_1 = {x_{11} = (участник выбирает дверь № 1); x_{12} = (участник выбирает дверь № 2);

x_{13} = (участник выбирает дверь № 3)};

– множество вариантов поведения ведущего на втором шаге

Y_1 = {y_{21} = (ведущий открывает дверь № 1); y_{12} = (ведущий открывает дверь № 2);

y_{13} = (ведущий открывает дверь № 3)};

– множество вариантов поведения участника на третьем шаге

X_3 = {x_{31} = (участник не меняет свой выбор и открывает дверь, выбранную на первом шаге);

x_{32} = (участник изменяет свой выбор и открывает дверь, отличную от выбранной на первом шаге)}.

Рациональная последовательность имеющихся в распоряжении участника и ведущего вариантов поведения в предположении, что автомобиль находится за второй дверью, позволяет сформировать дерево исходов задачи (рис. 1).

Если автомобиль находится за первой (третьей) дверью, то в дереве меняются местами второе и первое (третье) поддеревья, начиная с корневой вершины, т. е. расположение выигрышной двери меняет не структуру дерева, а его форму, и не влияет на результат решения. Кроме того, очевидно, что поддеревья для случаев, когда участник выбирает любую из дверей с козой, имеют одинаковую структуру.

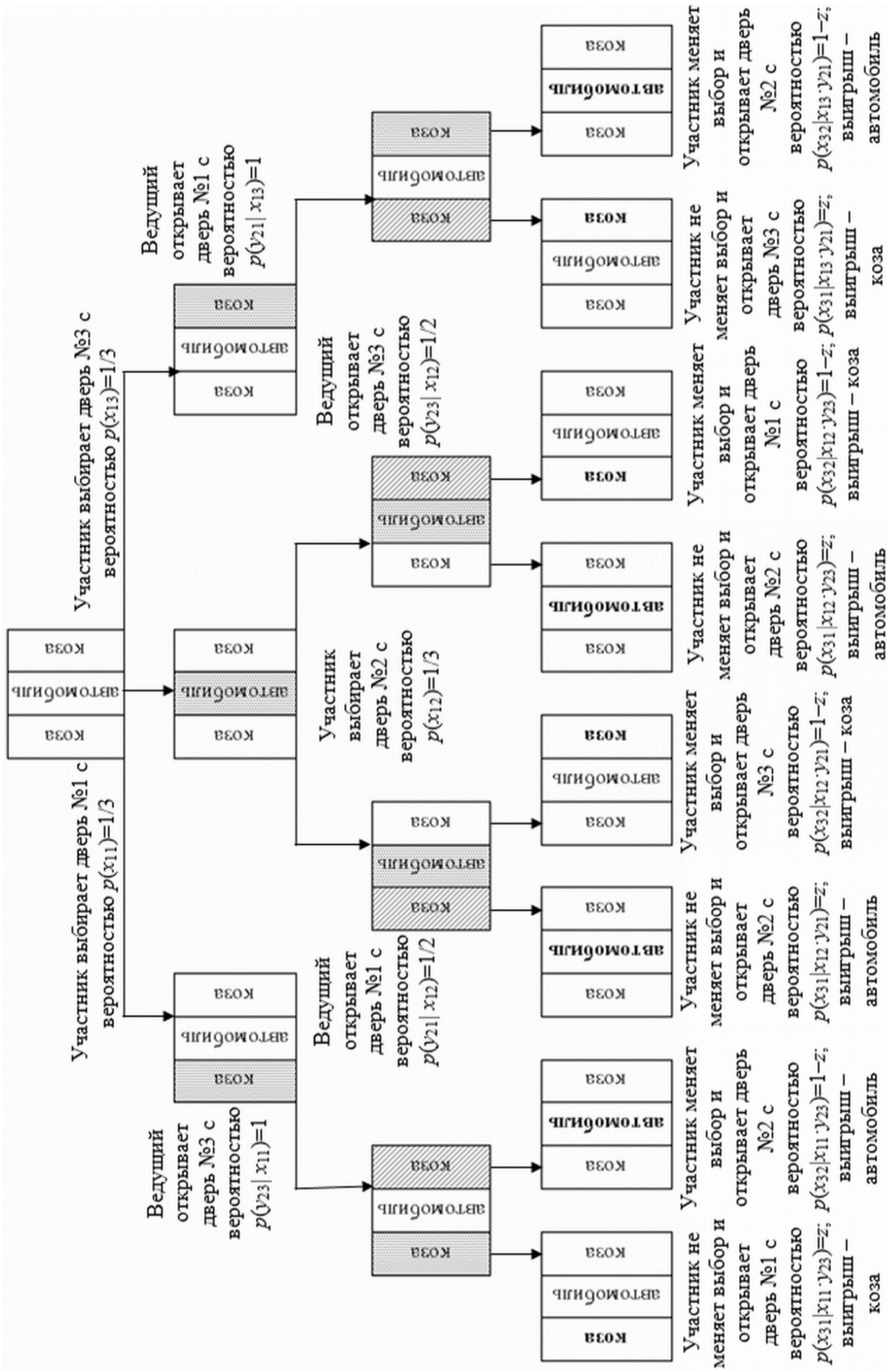

Рис. 1. Дерево исходов в задаче «Парадокс Монти Холла»

2. Решение задачи «Парадокс Монти Холла» путем максимизации вероятности выигрыша участника по вероятности сохранения им выбора на третьем шаге

Поскольку по условию задачи вероятности нахождения автомобиля за каждой из дверей одинаковы, то и выбор двери участником на первом шаге также равновероятен, т. е. $p(x_{11}) = p(x_{12}) = p(x_{13}) = 1/3$. Если участник на первом шаге выбрал первую (третью) дверь с козой, то ведущий может открыть лишь третью (первую) дверь, поскольку он должен открыть дверь, за которой находится коза, отличную от той, что выбрал участник, т. е. $p(y_{23}|x_{11}) = p(y_{21}|x_{13}) = 1$. Если же участник на первом шаге выбрал дверь, за которой находится автомобиль, то ведущий с равными вероятностями может открыть любую из дверей (первую или третью), за которыми находятся козы, т. е. $p(y_{21}|x_{12}) = p(y_{23}|x_{12}) = 1/2$. Предположим, что на последнем шаге участник реализует смешанную стратегию, и обозначим вероятность сохранения участником своего выбора на третьем шаге $p(x_{31}) = z$, следовательно, вероятность смены участником своего выбора на третьем шаге как вероятность противоположного x_{31} события равна $p(x_{32}) = 1 - z$. Тогда:

– если участник на первом шаге выбрал первую (третью) дверь, то при сохранении своего выбора с вероятностью $p(x_{31}|x_{11}\cdot y_{23}) = p(x_{31}|x_{13}\cdot y_{21}) = z$ он получает козу, а при смене выбора с вероятностью $p(x_{32}|x_{11}\cdot y_{23}) = p(x_{32}|x_{13}\cdot y_{21}) = 1 - z$ – автомобиль;

– если участник на первом шаге выбрал вторую дверь, то при сохранении своего выбора и любой открытой на втором шаге двери он выигрывает автомобиль с вероятностью $p(x_{31}|x_{12}\cdot y_{23}) = p(x_{31}|x_{12}\cdot y_{21}) = z$, а при смене выбора с вероятностью $p(x_{32}|x_{12}\cdot y_{23}) = p(x_{32}|x_{12}\cdot y_{21}) = 1 - z$ – козу.

Оптимальным будем считать тот вариант поведения на третьем шаге, который обеспечивает максимум вероятности выигрыша автомобиля. Анализ дерева исходов позволил установить, что вероятность выиграть автомобиль при условии сохранения участником своего выбора на третьем шаге составляет $P_W|x_{31}(z) = z/3$, а вероятность выиграть автомобиль при условии изменения участником своего выбора на третьем шаге составляет $P_W|x_{32}(z) = 2\cdot(1–z)/3$. Тогда по формуле полной вероятности совокупная вероятность выигрыша составит $P_W(z) = p(x_{31})\cdot P_W|x_{31}(z) + p(x_{32})\cdot P_W|x_{32}(z) = z\cdot z/3 + (1 - z)\cdot 2\cdot(1 - z)/3 = z^2 - 4\cdot z/3 + 2/3 = (z - 2/3)^2 + 2/9$. Поскольку z – вероятность, т. е. $z \in [0; 1]$, то задача максимизации вероятности выигрыша представляет собой задачу нахождения максимального значения функции $P_W(z)$ на отрезке $z \in [0; 1]$. Функция $P_W(z)$ представляет собой параболу с ветвями, направленными вверх, и минимумом в точке $z = 2/3$. Это означает, что максимума функция достигает на одном из концов рассматриваемого отрезка. Поскольку $P_W(z = 0) = 0^2 - 4\cdot 0/3 + 2/3 = 2/3$, а $P_W(z = 1) = 1^2 – 4\cdot 1/3 + 2/3 = 1/3$, то максимальное значение вероятности выигрыша составляет $P_W^{\max}(z) = 2/3$ и достигается при нулевой вероятности сохранения участником своего выбора на третьем шаге $p^*(x_{31}) = z^* = 0$. Тогда вероятность смены участником своего выбора на третьем шаге, обеспечивающая максимум вероятности выигрыша, равна $p^*(x_{32}) = 1 - z^* = 1 - 0 = 1$. Это означает, что наиболее рациональная стратегия поведения участника – x_{32} = (участник изменяет свой выбор и открывает дверь, отличную от выбранной на первом шаге).

3. Экспериментальное решение задачи «Парадокс Монти Холла»

Полученный результат, вообще говоря, противоречит здравому смыслу, подсказывающему, что на последнем шаге вероятности выиграть и проиграть одинаковы и равны 1/2, поскольку выбирать приходится из двух дверей, за каждой из которых с одинаковой вероятностью находится автомобиль. Чтобы проверить правильность полученного решения задачи, мы провели численный эксперимент, в котором подсчитали относительную частоту выигрышей и проигрышей участника при различных значениях $p(x_{31}) = z$. Эксперимент был реализован в соответствии со следующим алгоритмом:

1) генерируется первое случайное число A, равное 0, 1 или 2, как остаток от деления случайного целого положительного числа на 3, тогда $A + 1$ – номер двери, за которой находится автомобиль;

2) аналогично генерируется второе случайное число B, равное 0, 1 или 2, тогда $B + 1$ – номер двери, выбранной участником на первом шаге;

3) генерируется третье случайное число C, равномерно распределенное на отрезке [0; 1], если его величина меньше заданного $p(x_{31}) = z$, то считаем, что участник не меняет свой выбор на

третьем шаге, если же C превышает $p(x_{31}) = z$, то считаем, что участник меняет свой выбор на третьем шаге;

4) если участник на первом шаге выбрал дверь, за которой находится автомобиль (т. е. $A = B$), то при $C < z$ (сохранение выбора) он его выигрывает, если же участник выбрал на первом шаге дверь с козой ($A \neq B$), то автомобиль он выиграет при $C > z$ (смена выбора).

Алгоритм реализован средствами пакета Mathcad, нами были определены относительные частоты выигрышей участником автомобиля при различных значениях вероятности сохранения им своего выбора, начиная от нуля и заканчивая единицей с шагом $h = 0{,}1$ и числом итераций $N = 100\,000$. Для получения наиболее полного описания ситуации были подсчитаны относительные частоты выигрышей участника при сохранении и смене им выбора двери на третьем шаге ($\hat{P}_{W|x31}(z)$ и $\hat{P}_{W|x32}(z)$ соответственно), а также определена совокупная относительная частота его выигрыша $\hat{P}_W(z) = z\cdot \hat{P}_{W|x31}(z) + (1-z)\cdot \hat{P}_{W|x32}(z)$ (рис. 2). Очевидно, что $1/3 = z/3 = P_{W|x31}(z=1) \approx$ $\approx \hat{P}_{W|x31}(z=1) = 0{,}33$ и $2/3 = 2\cdot(1-0)/3 = P_{W|x32}(z=0) \approx \hat{P}_{W|x32}(z=0) = 0{,}67$, т. е. точные вероятности выигрышей приблизительно равны соответствующим относительным частотам. Кроме того, максимум совокупной относительной частоты выигрыша, равный $\hat{P}_W^{\max}(z) = \hat{P}_{W|x32}(z) = 0{,}67$, действительно достигается при $z = 0$, т. е. при смене участником двери на третьем шаге. Таким образом, численный эксперимент полностью подтверждает правильность аналитического решения задачи.

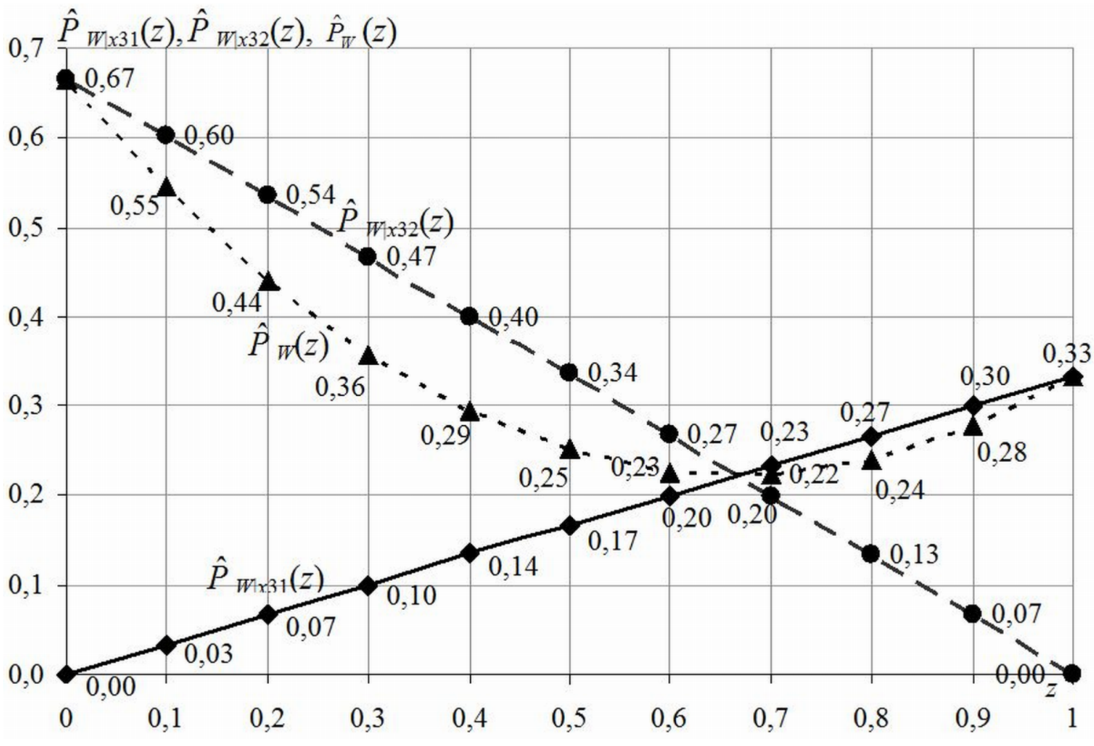

Рис. 2. Относительные частоты выигрыша автомобиля при различных вероятностях сохранения участником выбора на третьем шаге

Заключение

В рамках проведенного нами исследования выполнена формальная математическая постановка парадокса Монти Холла как задачи принятия решения. Задача решена двумя способами – аналитически и экспериментально. Аналитически оптимальный вариант поведения участника определен исходя из максимума вероятности выигрыша автомобиля. Экспериментальное решение найдено путем подсчета относительных частот выигрышей при многократной компьютерной имитации ситуации. Оба варианта решения привели к одинаковым результатам: наиболее рациональным вариантом поведения участника является реализация чистой стратегии x_{32} = (участник изменяет свой выбор и открывает дверь, отличную от выбранной на первом шаге). Вероятность выигрыша автомобиля в этом случае максимальна и равна 2/3, тогда как при сохранении выбора двери вероятность выигрыша вдвое меньше и составляет 1/3. Реализация смешанной стратегии, заключающейся в том, что вариант x_{31} выбирается с вероятностью $z > 0$, а x_{32} – с вероятностью $1 - z < 1$ приводит к снижению вероятности выигрыша $P_W(z) = (z - 2/3)^2 + 2/9$, а значит, нерациональна.

Литература

1. Бернанке, Б. Экономикс. Экспресс-курс: пер. с англ. / Б. Бернанке, Р. Фрэнк. – СПб.: Питер, 2012. – 720 с.

2. Letters to the Editor / St. Selvin, M. Bloxham, A.I. Khuri et. al. // The American Statistician. – 1975. – Vol. 29, no. 1. – P. 67–71. – http://www.jstor.org/stable/2683689 (дата обращения: 10.04.2019). DOI: 10.1080/00031305.1975.10479121

3. Why Humans Fail in Solving the Monty Hall Dilemma: A Systematic Review / L. Saenen, M. Heyvaert, W. van Dooren et. al. // Psychologica Belgica. – 2018. – No. 58. – P.128–158. – https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6194549/ (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.5334/pb.274

4. Тулохонова, И.С. Исследование парадокса Монти Холла / И.С. Тулохонова, М.Д. Цыремпилон // Информационные технологии в экономике и управлении. Материалы III Всероссийской научно-практической конференции. Махачкала, 29–30 ноября 2018. – С. 79–82. – https://elibrary.ru/item.asp?id=37052250 (дата обращения: 10.04.2019).

5. Воронцов, И.Д. Парадокс Монти Холла / И.Д. Воронцов, А.М. Райцин // Телекоммуникационные и информационные технологии. – 2016. – Т. 3, № 2. – С. 5–7. – https://elibrary.ru/item.asp?id=29045698 (дата обращения: 10.04.2019).

6. Lucas, St. The Monty Hall Problem, Reconsidered / St. Lucas, J. Rosenhouse, A. Schepler // Mathematics Magazine. – 2009. – No. 82. – P. 332–342. – https://www.researchgate.net/publication/233565559 (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.4169/002557009X478355

7. Baratgin, J. Updating our beliefs about inconsistency: The Monty-Hall case / J. Baratgin // Mathematical Social Sciences. – Vol. 57, iss. 1. – 2009. – P. 67–95. – https://www.researchgate.net/publication/222243239 (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2008.08.006

8. Gillman, L. The Car and the Goats / L. Gillman // The American Mathematical Monthly. – 1992. – Vol. 99, no. 1. – P. 3–7. – https://www.jstor.org/stable/2324540 (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1080/00029890.1992.11995797

9. Gnedin, A. The Monty Hall Problem: Switching is Forced by the Strategic Thinking / A. Gnedin // Computing Research Repository. – 2011. – https://www.researchgate.net/publication/50425504 (дата обращения: 01.04.2019).

10. Gill, R. The Monty Hall Problem is not a Probability Puzzle (It's a challenge in mathematical modelling) / R. Gill // Statistica Neerlandica. – 2011 – No. 65. – P. 58–71. – https://www.researchgate.net/publication/22767444 (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1111/j.1467-9574.2010.00474.x

11. Kaivanto, K. Bias Trigger Manipulation and Task-Form Understanding in Monty Hall / K. Kaivanto, E.B. Kroll, M. Zabinski // Economics Bulletin. – 2014. – No. 34. – P. 89–98. – www.accessecon.com/Pubs/EB/2014/Volume34/EB-14-V34-I1-P10.pdf (дата обращения: 01.04.2019).

12. Stibel, J.M. The Collapsing Choice Theory: Dissociating Choice and Judgment in Decision Making / J.M. Stibel, I.E. Dror, T. Ben-Zeev // Theory and Decision. – 2009. – No. 66. – P. 149–179. – https://link.springer.com/article/10.1007/s11238-007-9094-7 (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1007/s11238-007-9094-7

13. Hirao, T. Brain activities associated with learning of the Monty Hall dilemma task / T. Hirao, T.I. Murphy, H. Masaki // Psychophysiology. – 2017. – No. 54. – P. 1359–1369. – https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/28480973 (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1111/psyp.12883

14. Herbranson, W.T. Are birds smarter than mathematicians? Pigeons (Columba livia) perform optimally on a version of the Monty Hall Dilemma / W.T. Herbranson, J. Schroeder // Journal of comparative psychology. – 2010. – No. 124 (1). – P. 1–13. – https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3086893/ (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1037/a0017703

15. Mazur, J.E. Choice behavior of pigeons (Columba livia), college students, and preschool children (Homo sapiens) in the Monty Hall dilemma / J.E. Mazur, P.E. Kahlbaugh // Journal of comparative psychology. – 2012. – No. 126. – P. 407–420. – https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3086893/ (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.1037/a0028273

16. Tubau, E. Reasoning and choice in the Monty Hall Dilemma (MHD): implications for improving Bayesian reasoning / E. Tubau, D. Aguilar-Lleyda, E.D. Johnson // Frontiers in psychology. – 2015. – Vol. 6, no. 353. – https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4379739/ (дата обращения: 01.04.2019). DOI: 10.3389/fpsyg.2015.00353

17. Копотева, А.В. Поддержка принятия решения о модернизации производства на промышленном предприятии / А.В. Копотева // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – № 6. – С. 14–25.

18. Копотева, А.В. Математическая модель выбора ресурсосберегающих мероприятий на промышленном предприятии в условиях риска / А.В. Копотева, А.В. Затонский // Управление финансовыми рисками. – 2017. – № 1. – С. 60–70.

Копотева Анна Владимировна, канд. техн. наук, доцент, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Березниковский филиал, г. Березники, Пермский край; kopoteva_av@mail.ru.

Поступила в редакцию 15 апреля 2019 г.

DOI: 10.14529/ctcr190312

WINNING PROBABILITY MAXIMIZATION USING RANDOM PARTICIPANT BEHAVIOR IN THE MONTY HALL DILEMMA

***A.V. Kopoteva**, kopoteva_av@mail.ru*
Perm National Research Politechnic University, Berezniki branch, Berezniki, Perm region, Russian Federation

In the issue we consider Monty Hall Dilemma. We use decision making approach and computer simulation to solve it. Monty Hall Dilemma is a three step problem involving a participant, a host and three doors with a valuable prize behind one of them and worthless prizes behind two others. The participant should guess where it is to win the valuable prize. After the participant makes an initial choice for one door, the host opens a non-chosen door with a worthless prize behind it. Then the participant is asked whether he wants to stay with his initial choice, or to switch to the remaining unopened door. The problem is quite old and still of much interest for mathematicians and psychologists because of counterintuitive solution and most humans erroneous situation behavior. Traditionally Monty Hall Dilemma is considered as a probability or a game theory problem. We choose an alternative approach and solve it as a decision making task. We determine possible participant's and host's actions and their probabilities and construct a problem decision tree. Its leaf nodes represent the situation outcomes. Then we evaluate the outcomes probabilities assuming that the participant sticks to his initial choice with a constant unknown probability. It allowed us to construct a total winning probability function. Its maximization allowed us to determine that an optimal participant behavior is to switch. We also performed computer simulation to verify our theoretical solution.

Keywords: Monty Hall dilemma, decision making task, probability theory, simulation.

References

1. Bernanke B., Frenk R. *Ekonomiks. Ekspress-kurs* [Economics. Express-Course]. St. Petersburg, Piter Publ., 2012. 720 p.

2. Selvin St., Bloxham M., Khuri A.I., Moore M., Coleman R., Bryce G.R., Hagans J.A., Chalmers Th. C., Maxwell E.A., Smith G.N. Letters to the Editor. *The American Statistician*, 1975, vol. 29, no. 1, pp. 67–71. Available at: http://www.jstor.org/stable/2683689 (accessed 10.04.2019). DOI: 10.1080/00031305.1975.10479121

3. Saenen L., Heyvaert M., Van Dooren W., Schaeken W., Onghena P. Why Humans Fail in Solving the Monty Hall Dilemma: A Systematic Review. *Psychologica Belgica*, 2018, no. 58, pp. 128–158. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6194549/ (accessed 01.04.2019). DOI: 10.5334/pb.274

4. Tulokhonova I.S., Tsyrempilon M.D. [The Monty Hall Paradox Research]. *Informatsionnye tekhnologii v ekonomike i upravlenii*. *Materialy III Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Information Technologies in Economy and Management. Materials III of the All-Russian Scientific and Practical Conference]. Makhachkala, 2018, pp. 79–82. Available at: https://elibrary.ru/item.asp?id=37052250 (accessed 10.04.2019). (in Russ.)

5. Vorontsov I.D., Raytsin A.M. [The Monty Hall Paradox]. *Telecommunication and Information Technologies*, 2016, vol. 3, no. 2, pp. 5–7. Available at: https://elibrary.ru/item.asp?id=29045698 (accessed 10.04.2019). (in Russ.)

6. Lucas St., Rosenhouse J., Schepler A. The Monty Hall Problem, Reconsidered. *Mathematics Magazine*, 2009, no. 82, pp. 332–342. Available at: https://www.researchgate.net/publication/233565559 (accessed 01.04.2019). DOI: 10.4169/002557009X478355

7. Baratgin J. Updating Our Beliefs about Inconsistency: The Monty-Hall Case. *Mathematical Social Sciences*, 2009, vol. 57, iss. 1, pp. 67–95. Available at: https://www.researchgate.net/publication/222243239 (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2008.08.006

8. Gillman L. The Car and the Goats. *The American Mathematical Monthly*. 1992, vol. 99, no. 1, pp. 3–7. Available at: https://www.jstor.org/stable/2324540 (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1080/00029890.1992.11995797

9. Gnedin A. The Monty Hall Problem: Switching is Forced by the Strategic Thinking. *Computing Research Repository*, 2011. Available at: https://www.researchgate.net/publication/50425504 (accessed 01.04.2019).

10. Gill R. The Monty Hall Problem is Not a Probability Puzzle (It's a Challenge in Mathematical Modelling). *Statistica Neerlandica*, 2011, no. 65, pp. 58–71. Available at: https://www.researchgate.net/publication/22767444 (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1111/j.1467-9574.2010.00474.x

11. Kaivanto K., Kroll E.B., Zabinski M. Bias Trigger Manipulation and Task-Form Understanding in Monty Hall. *Economics Bulletin*, 2014, no. 34, pp. 89–98. Available at: www.accessecon.com/Pubs/EB/2014/Volume34/EB-14-V34-I1-P10.pdf (accessed 01.04.2019).

12. Stibel J.M., Dror I.E., Ben-Zeev T. The Collapsing Choice Theory: Dissociating Choice and Judgment in Decision Making. *Theory and Decision*, 2009, no. 66, pp. 149–179. Available at: https://link.springer.com/article/10.1007/s11238-007-9094-7 (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1007/s11238-007-9094-7

13. Hirao T., Murphy T.I., Masaki H. Brain Activities Associated with Learning of the Monty Hall Dilemma Task. *Psychophysiology*, 2017, no. 54, pp. 1359–1369. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/28480973 (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1111/psyp.12883

14. Herbranson W.T., Schroeder J. Are Birds Smarter than Mathematicians? Pigeons (Columba livia) Perform Optimally on a Version of the Monty Hall Dilemma. *Journal of Comparative Psychology*, 2010, no. 124 (1), pp. 1–13. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3086893/ (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1037/a0017703

15. Mazur JE, Kahlbaugh PE. Choice Behavior of Pigeons (Columba Livia), College Students, and Preschool Children (Homo Sapiens) in the Monty Hall Dilemma. *Journal of Comparative Psychology*, 2012, no. 126, pp. 407–420. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3086893/ (accessed 01.04.2019). DOI: 10.1037/a0028273

16. Tubau E., Aguilar-Lleyda D., Johnson E.D. Reasoning and Choice in the Monty Hall Dilemma (MHD): Implications for Improving Bayesian Reasoning. *Frontiers in Psychology*, 2015, vol. 6, no. 353. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4379739/ (accessed 01.04.2019). DOI: 10.3389/fpsyg.2015.00353

17. Kopoteva A.V. [Decision Making Support in the Task of Industrial Enterprise Manufacture Modernization]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2014, no. 6, pp. 14–25. (in Russ.)

18. Kopoteva A.V., Zatonskiy A.V. [Mathematical Model of Resource-Saving Projects Selection under Risk Conditions at an Industrial]. *Management of Financial Risks*, 2017, no. 1, pp. 60–70. (in Russ.)

Received 15 April 2019

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Копотева, А.В. Случайное поведение участника как способ максимизации вероятности его выигрыша в парадоксе Монти Холла / А.В. Копотева // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2019. – Т. 19, № 3. – С. 126–134. DOI: 10.14529/ctcr190312

FOR CITATION

Kopoteva A.V. Winning Probability Maximization Using Random Participant Behavior in the Monty Hall Dilemma. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 126–134. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr190312