

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ АНАЛИЗА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

*В.В. Мокеев, К.Л. Соломахо*

Рассматривается задача анализа численности персонала и оценка эффективности его работы. Решение задачи базируется на построение «эталонной» модели предприятия и сопоставление ее с деятельностью предприятий. При построении «эталонной» модели используется метод главных компонент. Эффективность предлагаемого подхода демонстрируется на примере анализа эффективности работы филиалов энергосбытового предприятия.

*Ключевые слова: метод главных компонент, анализ деятельности предприятий.*

### Введение

Анализ резервов экономического роста предприятий, принятия обоснованных управленческих решений, направленных на их мобилизацию, возможен на основе анализа системы показателей, описывающих деятельность предприятия, который дает возможность объективно оценить эффективность деятельности предприятия в целом, отдельных видов производственных ресурсов и т. п. Оценка деятельности предприятий осуществляется на основе принципа рациональности, который направлен на достижение оптимального результата с помощью ограниченных ресурсов. Оценка результата деятельности должна базироваться не на факте достижения поставленных целей, а на оценке рациональности управленческих решений, способствующих ее достижению. В настоящее время большое внимание уделяется задаче управления трудовыми производственным потенциалом, т. е. определению такой численности персонала, которая бы соответствовала объему товаров и услуг, производимых предприятием. Актуальность задачи обусловлена тем, что эффективность работы организации тесно связана с количеством и качеством трудовых ресурсов.

Анализ методов расчета численности персонала и практика их использования показывают, что в настоящее время можно выделить следующие группы методов: экспертные, статистические; аналитические и нормативные. Нормативный метод предполагает расчет численности персонала на основе нормативов. Недостаток данного метода – быстрое старение нормативной базы. Метод, основанный на использовании данных о времени трудового процесса дает возможность рассчитать численность работающих сельщиков или работающих повременщиков, количество которых определяется непосредственно трудоемкостью процесса. В ходе расчетов используют нормативный фонд рабочего времени либо фонд рабочего времени на основе баланса рабочего времени одного работника [1]. Разновидностью рассматриваемого метода может быть подход, основанный на определении численности административно-управлен-

ческого персонала с использованием формулы Розенкранца [2]. В общем виде формула Розенкранца служит для проверки соответствия фактической численности персонала числу сотрудников, необходимых данному подразделению для выполнения своих функций. Как правило, метод требует дополнительных исследований с элементами нормирования труда.

Экспертные и статистические методы используются для обработки данных о деятельности однотипных предприятий или подразделений. Наиболее простой вариант экспертного метода получил широкое распространение. На практике это означает, что ориентируются на реально сложившуюся численность, фактические затраты рабочего времени.

К экспертным методам можно отнести метод Делфи. Метод может использоваться и для прогнозирования необходимой численности персонала. Его основное отличие от простого экспертного метода заключается в том, что он предполагает использование определенного математического аппарата для получения более обоснованного решения.

Статистические методы расчета основываются на анализе взаимосвязи между потребностью в персонале и другими показателями. При этом в расчет принимаются данные за предшествующий период. Предполагается, что потребность в будущем будет развиваться по аналогичной зависимости. Недостаток данного метода заключается в том, что точность зависит от количества накопленных данных

В данной работе для установления связи между численностью персонала экономического объекта и его параметрами деятельности предлагается использовать модели, построенные на основе главных компонент. Метод главных компонент применяется для группировки исходных факторов таким образом, чтобы члены группы обладали корреляцией между собой, но группа в целом была бы независима от других групп. Линейно независимые группы факторов называют главными компонентами [3]. Одно из важных достоинств метода главных ком-

понент заключается в том, что он позволяет представить процесс поведения изучаемого объекта в виде набора независимых (статистически) составляющих, что позволяет исследуемую систему описать с помощью эталонной модели и провести исследование путем сопоставления эталонной модели с поведением реальной системы [4].

### Анализ деятельности предприятий на основе метода главных компонент

Для анализа работы предприятий осуществляется выбор показателей, характеризующих их деятельность. Так, в качестве показателей можно использовать: стоимостный объем произведенной, отгруженной и реализованной продукции; валовая, товарная продукция и другие аналогичные показатели, характеризующие часть продукции, созданную трудом работников данного предприятия, среднесписочная численность сотрудников, число сотрудников.

Анализ включает в себя формирование эталонной модели предприятия, в которой взаимосвязь факторов деятельности предприятия удовлетворяет стратегическим целям предприятия. Стратегические цели предприятия здесь формулируются в виде некоторого ограничения на изменение факторов деятельности при изменении факторов трудового потенциала. Хотя такая модель и будет, с одной стороны, являться некоторым упрощением реальной деятельности предприятия, но, с другой стороны, она может служить образцом при анализе реальной деятельности предприятий.

Моделирование всегда предполагает принятие допущений той или иной степени важности, которые формулируются в виде требований. Одно из важных требований – это требование адекватности, то есть соответствие модели исходной реальной системе и учет, прежде всего, наиболее важных качеств, связей и характеристик. Адекватность модели определяется правильным выбором базовых факторов, описывающих деятельность предприятия, и факторов трудового потенциала предприятия.

Основным требованием эталонной модели является ограничение на взаимосвязь базовых факторов и факторов трудового потенциала, которое может носить как качественный, так и количественный характер. Эти требования позволяют установить отношение между факторами эталонной модели наилучшим образом.

Для создания эталонной модели выполняется вычисление главных компонент набора данных, описывающих деятельность предприятий и их трудовой потенциал. Пусть деятельность экономических объектов и их трудовой потенциал описывается набором факторов  $x_{ki}^0$ , где  $i$  – номер фактора ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ),  $k$  – номер экономического объекта ( $k = 1, 2, 3, \dots, m$ ),  $n$  – количество факторов,  $m$  – количество экономических объектов. Значения каждого фактора для различных

различных экономических объектов образуют вектор  $x_i^0 = \{x_{1i}^0, x_{2i}^0, \dots, x_{mi}^0\}^T$ .

Пространство факторов экономических объектов можно представить в виде матрицы исходных факторов  $X^0$ , где каждый столбец матрицы содержит значения одного фактора ( $i$ ) для различных состояний экономических объектов, а каждая строка включает значения всех факторов одного состояния экономического объекта. Таким образом, пространство состояний экономических объектов будет описываться в виде:

$$X^0 = [x_1^0 \ x_2^0 \ \dots \ x_m^0]. \quad (1)$$

Среднеарифметические значения факторов используются в качестве центра распределения пространства факторов. Отцентрированное пространство факторов будем обозначать матрицей  $X$ , каждый элемент которой определяется как:

$$x_{ki} = x_{ki}^0 - \bar{x}_i, \quad (2)$$

$$\text{где } \bar{x}_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{ki}^0.$$

Ковариации факторов экономических объектов описываются ковариационной матрицей  $A$ , которая вычисляется по формуле  $A = \frac{1}{m} X^T X$ .

Собственные векторы ковариационной матрицы  $A$  определяются из решения уравнения

$$(A - \lambda I)v = 0, \quad (3)$$

где  $I$  – единичная матрица,  $v$  – собственный вектор уравнения (3),  $\lambda$  – собственное значение. Описание методов вычисления главных компонент можно найти в работе [1].

Матрица главных компонент  $V_0$  формируется из собственных векторов, которым соответствуют наибольшие собственные значения

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_p] \quad (4)$$

Матрица главных компонент позволяет сформировать новые факторы в виде суммы исходных нормировано-центрированных факторов

$$z_{kj} = \sum_{i=1}^n v_{ij} x_{ki} \quad (5a)$$

или в матричном виде

$$Z = XV, \quad (5b)$$

где  $z_{kj}$  – значение  $j$ -го нового фактора для  $k$ -го экономического объекта,  $v_{ij}$  – элемент, соответствующий  $i$ -му исходному фактору  $j$ -й главной компоненты. Новые факторы будем в дальнейшем называть главными факторами.

Таким образом, главный фактор представляет линейную комбинацию исходных факторов экономических объектов, а главная компонента – набор весовых коэффициентов, на основе которых формируется эта комбинация. Первая главная

компонента позволяет сформировать главный фактор, которая среди прочих линейных комбинаций (главных факторов) обладает наибольшей дисперсией. При этом,  $k$ -й главный фактор – это такая линейная комбинация исходных факторов экономического объекта, которая не коррелирована с  $k-1$  предыдущими главными факторами, а среди прочих главных факторов обладает наибольшей дисперсией.

Значения  $j$  главного фактора для различных экономических объектов образуют вектор  $\mathbf{z}_j$ . Любой из исходных факторов матрицы  $\mathbf{X}$  может быть представлен в виде суммы главных компонент:

$$x_{ki} = \sum_{j=1}^p v_{ij} z_{kj}. \quad (6a)$$

Формула (5) может быть записана в матричной форме:

$$\mathbf{X} = \mathbf{ZV}^T, \quad (6b)$$

где  $\mathbf{V}^T$  – транспонированная матрица главных компонент.

Общая изменчивость процесса изменения исходных факторов определяется как:

$$\sigma = \sum_i^n \sigma_i, \quad (7)$$

где  $\sigma_i$  – дисперсия  $i$ -го фактора. Каждая главная компонента выделяет некоторую комбинацию факторов, описывающую некоторую тенденцию, характерную для всех экономических объектов.

Вклад главного фактора в величину исходных факторов можно оценить через его дисперсию, которая численно равна собственному значению главной компоненты. Сумма всех собственных значений главных компонент равна сумме дисперсий исходных факторов. Однако дисперсия главных компонент может служить приближенной оценкой, так как существует большая разница в изменчивости исходных факторов, и факторы с наибольшей изменчивостью будут доминировать в первых главных компонентах.

Используя ограничения на взаимосвязь факторов деятельности и трудового потенциала, из набора вычисленных главных компонент выделяются эталонные главные компоненты. Базовые факторы и факторы трудового потенциала эталонной модели вычисляются по формуле:

$$x_{ki}^0 = \bar{x}_i + \sum_{j=1}^s v_{ij}^* z_{kj}, \quad (8)$$

где  $s$  – число выделенных главных компонент,  $v_{0i}^*$  – эталонная главная компонента. Полученные факторы представляют значения показателей, которое описывают деятельность, полностью соответствующие модельным ограничениям. Таким образом, появляется возможность оценить соот-

ветствие реальной деятельности предприятий их эталонной модели.

### Анализ деятельности энергосбытовых предприятий

Анализ проводится для семи филиалов предприятия, работающего в области энергетики. В качестве ключевых факторов выделено 12 показателей деятельности филиалов энергосбытового предприятия за год по 7 филиалам:  $x_1^0$  – количество договоров с гражданами-потребителями;  $x_2^0$  – количество договоров с потребителями – юридическими лицами;  $x_3^0$  – непромышленные потребители электроэнергии;  $x_4^0$  – промышленные потребители электроэнергии;  $x_5^0$  – количество расчетных точек учета;  $x_6^0$  – количество договоров с юридическими лицами;  $x_7^0$  – количество договоров с потребителями бюджетными организациями;  $x_8^0$  – среднемесячное количество потребителей, находящихся на оперативном контроле;  $x_9^0$  – среднемесячное количество уведомлений, направляемых потребителям, находящихся на оперативном контроле;  $x_{10}^0$  – среднемесячный полезный отпуск электроэнергии;  $x_{11}^0$  – количество снятых показаний приборов учета граждан потребителей за последние 12 месяцев;  $y_1^0$  – количество сотрудников.

Относительные показатели деятельности предприятия в зависимости от филиала представлены в табл. 1.

В последней строке таблицы приводятся данные о численности персонала филиалов. Первые 11 факторов характеризуют деятельность филиалов, а последний фактор – их трудовой потенциал. Значения факторов представлены в безразмерном виде как отношение факторов к их среднеарифметическим величинам. Таким образом, каждый столбец таблицы содержит значения факторов, описывающих состояние филиала. Как видно из таблицы, состояние различных филиалов существенно отличаются друг от друга, что затрудняет сравнение результатов их деятельности.

Для создания эталонной модели необходимо сформулировать требования, устанавливающие отношения между результатами деятельности и трудовыми ресурсами. Для оценки деятельности выберем в качестве базовых факторов следующие:  $x_1^0$ ,  $x_2^0$ ,  $x_5^0$ ,  $x_6^0$  и  $x_7^0$ . Требование эффективности работы персонала формулируется следующим образом: рост численности персонала должен приводить к увеличению базовых факторов.

Для вычисления главных компонент используется программа МИДАС. В табл. 2 представлены шесть главных компонент, полученных на основе ковариационной матрицы. Каждая главная компо-

Относительные значения факторов реальной деятельности предприятий, %

	Филиал-1	Филиал-2	Филиал-3	Филиал-4	Филиал-5	Филиал-6	Филиал-7
$x_1^0 / \bar{x}_1$	218,1	30,6	123,8	178,7	44,1	60,2	44,5
$x_2^0 / \bar{x}_2$	180,6	25,9	144,2	177,1	46,2	66,4	59,6
$x_3^0 / \bar{x}_3$	199,6	26,3	132,2	178,1	40,1	66,2	57,6
$x_4^0 / \bar{x}_4$	93,4	51,0	166,5	258,3	25,5	56,1	49,3
$x_5^0 / \bar{x}_5$	57,7	28,9	210,7	204,7	53,7	55,4	89,0
$x_6^0 / \bar{x}_6$	180,6	25,9	144,2	177,1	46,2	66,4	59,6
$x_7^0 / \bar{x}_7$	101,6	21,1	171,9	192,3	82,5	67,9	62,6
$x_8^0 / \bar{x}_8$	261,2	27,4	178,4	140,3	45,6	22,1	25,0
$x_9^0 / \bar{x}_9$	164,8	6,9	174,9	232,9	29,5	61,0	30,0
$x_{10}^0 / \bar{x}_{10}$	200,0	40,0	169,6	140,2	45,5	54,5	50,3
$x_{11}^0 / \bar{x}_{11}$	198,3	25,2	144,1	189,7	48,4	64,5	29,8
$y^0 / \bar{y}$	159,3	29,6	147,2	158,3	71,4	79,4	54,8

нента связывает исходные факторы, так что они могут изменяться внутри группы только пропорционально своим весовым коэффициентам. Если исходные факторы получают приращение, пропорциональное весовым коэффициентам  $i$ -го главного фактора, то  $i$ -й главный фактор получает приращение, а изменение всех остальных главных факторов равно нулю. Это позволяет раскладывать состояние экономического объекта на независимые составляющие (независимые состояния) и анализировать каждую составляющую независимо от остальных.

Таким образом, выделено шесть независимых состояний, в рамках которых исходные факторы могут изменяться только определенным образом. Например, в рамках первого независимого состояния изменение базовых факторов  $x_1^0$ ,  $x_2^0$ ,  $x_5^0$ ,  $x_6^0$  и  $x_7^0$  происходит пропорционально коэффициентам 0,157, 0,0041, 0,00128, 0,004194 и 0,00045, соответственно. При этом численность персонала изменяется пропорционально коэффициенту 0,000122. Другими словами, увеличение численности персонала в рамках первой независимой составляющей (первой главной компоненты) приводит к увеличению базовых факторов.

Таким образом, анализ выделенных независимых составляющих позволяет сделать вывод, что увеличение численности персонала приводит к росту базовых факторов только в рамках первой и четвертой главных компонент, т. е. только первая и четвертая главная компонента удовлетворяют требованию эталонной модели.

Поэтому модель для оценки эффективности персонала будет описываться первой и четвертой главной компонентой. В рамках этой модели фак-

торы деятельности и численности сотрудников будем вычисляться по формуле (8).

Значения относительных факторов эталонной модели (отношение значений факторов, полученных с помощью эталонной модели, к значениям факторов реальной деятельности) представлены в табл. 3. Анализ результатов позволяет делать выводы о том, насколько деятельность филиалов соответствует образцу, который описывается эталонной моделью.

Наличие базовых факторов, значения которых превышает 100%, означает некоторую потенциальную возможность предприятия увеличивать показатели своей деятельности в процессе эталонной деятельности, например, обрабатывать большее число договоров.

Значения численности персонала базовой модели можно интерпретировать как признак, указывающий на необходимость увеличения или уменьшения численности персонала конкретного филиала, при условии, если относительные значения базовых факторов эталонной модели превышают 100 %.

Для сравнения филиалов между собой можно вводить различного рода численные оценки. Например, деятельность предприятия можно оценивать как количество факторов эталонной модели, значения которых превышают реальные значения базовых факторов. С точки зрения такого критерия наилучшим филиалом является второй, а наихудшим – шестой.

#### Заключение

Рассмотрена задача анализа деятельности предприятия путем сопоставления результатов деятельности предприятия и численности персонала. Для решения задачи используется метод главных компонент, на основе которого разрабо-

Таблица 2

## Главные компоненты

	Главные компоненты					
	1	2	3	4	5	6
$x_1^0$	0,157586	0,98052	-0,1013	0,04225	-0,0389	0,00999
$x_2^0$	0,004194	0,00143	-0,0067	0,33873	0,52096	0,05416
$x_3^0$	0,003821	0,01579	-0,0194	0,2022	0,42408	-0,3206
$x_4^0$	$4,4 \cdot 10^{-05}$	-0,0008	-0,0027	0,00909	-0,0352	-0,0211
$x_5^0$	0,00128	-0,0439	-0,0177	0,61778	-0,3257	0,50851
$x_6^0$	0,004194	0,00143	-0,0067	0,33873	0,52096	0,05416
$x_7^0$	0,00045	-0,0095	-0,0066	0,08265	0,01875	0,55109
$x_8^0$	0,014849	0,09478	0,98833	0,0886	-0,0397	-0,055
$x_9^0$	0,006328	-0,0498	-0,11	0,57545	-0,4061	-0,5682
$x_{10}^0$	$6,4 \cdot 10^{-05}$	0,00014	0,00344	0,00398	0,00776	-0,0264
$x_{11}^0$	0,987347	-0,1576	0,00217	-0,0163	0,00376	0,00274
$y_1^0$	0,000122	-0,0005	0,00116	0,00446	0,04006	0,04415

Таблица 3

## Относительные факторы эталонной модели, %

	Филиал 1	Филиал 2	Филиал 3	Филиал 4	Филиал 5	Филиал 6	Филиал 7
$x_1^* / x_1^0$	89,9	89,5	115,1	104,6	112,7	108,5	72,2
$x_2^* / x_2^0$	99,1	121,8	100,6	101,3	100,3	92,2	96,3
$x_5^* / x_5^0$	234,9	127,4	74,9	80,6	56,7	81,2	145,4
$x_6^* / x_6^0$	99,1	121,8	100,6	101,3	100,3	92,2	96,3
$x_7^* / x_7^0$	152,2	206,0	82,4	84,9	60,7	92,2	134,5
$y^* / y^0$	104,8	155,8	90,5	103,3	84,7	90,8	105,2

тана эталонная модель предприятия. Анализ эффективности персонала строится на сопоставлении характеристик эталонной модели и показателей реальной деятельности предприятия. Эффективность разработанной методики демонстрируется на примере анализа деятельности филиалов энергосбытовой компании.

**Литература**

1. Порцев, А.М. Методы определения численности персонала аппарата управления производственных предприятий / А.М. Порцев // Вестник удмуртского университета. Экономика и право. – 2009. – Вып. 1. – С. 76–84.

2. Управление персоналом организации / под ред. А.Я. Кибанова. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 638 с.

3. Мокеев, В.В. Решение проблемы собственных значений в задачах многофакторного анализа экономических систем / В.В. Мокеев // Экономика и математические методы. – М. – 2010. – № 4. – С. 82–90.

4. Мокеев, В.В. Анализ главных компонент как средство повышения эффективности управленческих решений в предпринимательских структурах // В.В. Мокеев, В.Г. Плужников // Вестник ЮУрГУ. Серия «Экономика и менеджмент». – 2011. – Вып. 20. – № 41(258). – С. 149–154.

**Мокеев Владимир Викторович.** Доктор технических наук, заведующий кафедрой информационных систем, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск). Область научных интересов – многофакторные модели анализа и прогнозирования социально-экономических систем, компьютерное зрение. Контактный телефон: (8-812) 267-94-79. E-mail: mokeyev@mail.ru.

**Соломахо Ксения Львовна.** Аспирант кафедры информационных систем, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск). Область научных интересов – многофакторные модели анализа и прогнозирования социально-экономических систем. Контактный телефон: (8-812) 267-94-79. E-mail: solomahok@mail.ru.

---

### ON THE USE OF A PRINCIPAL COMPONENT METHOD FOR THE ANALYSIS OF AN ENTERPRISE ACTIVITY

*V.V. Mokeyev, K.L. Solomakho*

The paper considers the problem of analyzing the number of personnel and evaluation of its working efficiency. The problem solution is based on the construction of a master model of an enterprise and its comparison to the activities of enterprises. The principal component method is used to build the master model. The effectiveness of the proposed approach is demonstrated by the analysis of operating efficiency of branches of power supply companies.

*Keywords: principal component analysis, analysis of enterprise activity.*

**Mokeyev Vladimir Viktorovich.** Doctor of Technical Sciences, Head of the Information Systems Department, South Ural State University. Field of scientific interests: multifactor models of analysis and forecasting of social and economic systems, and computer vision. Tel.: (8-812) 267-94-79. E-mail: mokeyev@mail.ru.

**Solomakho Ksenia Lvovna.** Postgraduate student of Information Systems Department, South Ural State University. Field of scientific interests: multifactor models of analysis and forecasting of social and economic systems. Tel.: (8-812) 267-94-79. E-mail: solomahok@mail.ru.

*Поступила в редакцию 18 апреля 2013 г.*