

## МЕТОДИКА МАРЖИНАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЯ

В.Г. Мохоев

Приведена методика построения степенных производственных функций и на их основе анализа абсолютных показателей производства предпринимателя. Описаны возможности использования построенных моделей как для решения задачи прогнозирования объемов выпуска, так и для определения ресурсного обеспечения под запланированный объем. Приведена методика определения оптимального финансового результата на основе анализа предельных показателей производства.

*Ключевые слова:* функция, анализ, предприниматель, предельный, результат.

Осуществление предпринимательской деятельности на эффективном уровне возможно лишь при наличии благоприятной предпринимательской среды, включающей в себя экономическую свободу в выборе вида деятельности, доминирование рыночного типа экономических связей, возможность формирования предпринимательского капитала и использования необходимых ресурсов, государственную поддержку без административно-барьерного регулирования.

В условиях переходного состояния российской экономики для успеха предпринимателя особую актуальность приобретает обоснованный выбор оптимальных сценариев перспективного развития на основе расчетов будущих альтернативных вариантов предпринимательской деятельности. Данную задачу невозможно реализовать без моделирования и прогностики.

Арсенал моделей, используемых в экономической теории, достаточно широк. Однако их применение в условиях становления отечественной рыночной экономики затруднено либо невозможно из-за отсутствия соответствующего методического обеспечения. Тем не менее, уже сегодня могут быть рекомендованы два новых для отечественной практики вида экономического анализа абсолютных показателей производства. Имеется в виду анализ объемов производства на основе производственных функций и оптимизация финансовых результатов на базе предельных издержек и предельного дохода. Рассмотрим их в указанной последовательности [1].

В микроэкономике для анализа абсолютных показателей производства с 70-х годов прошлого столетия сравнительно успешно используются степенные производственные функции. Производственная функция, известная в экономической теории как функция Кобба-Дугласа, позволяет исследовать объемы производства в зависимости от двух факторов производства – численности и основных производственных фондов:

$$ТП = A \cdot N^\alpha \cdot ОПФ^\beta, \quad (1)$$

где  $ТП$  – товарная продукция, тыс. руб./год;  $N$  – численность персонала, чел.;  $ОПФ$  – объем основных производственных фондов, тыс. руб.;  $A$  – эмпирически определяемый коэффициент, обеспечивающий сопряжение размерности левой и правой части и одновременно выполняющий роль масштабного переводного множителя между всеми компонентами формулы (1);  $\alpha, \beta$  – коэффициенты эластичности выпуска продукции по соответствующему ресурсу, безразм.

В случае, если хозяйственная деятельность имеет высокую материалоемкость продукции, в производственной функции имеет смысл учесть влияние материальных ресурсов на выпуск продукции:

$$ТП = A \cdot N^\alpha \cdot ОПФ^\beta \cdot ОС^\gamma, \quad (2)$$

где  $ОС$  – оборотные средства, тыс. руб./год;  $\gamma$  – эластичность выпуска продукции по оборотным средствам, безразм. Заметим, что все показатели степени  $\alpha, \beta, \gamma$  называемые ещё коэффициентами эластичности производства, меньше 1.

При проведении анализа на значительных интервалах времени (10–15 лет) негласно делается допущение, что технический прогресс отсутствует, и весь рост результата производства вызван изменением лишь ресурсных показателей. На самом деле результат производства может меняться из-за лучших в качественном отношении основных производственных фондов и материалов, вследствие лучшей организации труда, возрастающей стабильности кадрового состава и повышения квалификации, лучшей работы функциональных служб и обеспечивающих подразделений. Чтобы выявить подобные изменения, строится производственная функция, учитывающая так называемый «автономный» технический прогресс, когда результаты производства растут во времени при неизменном количестве вовлекаемых в производство ресурсов за счет совершенствования как их качества, так и условий использования. Так производственные функции (1) и (2), дополненные множителем  $e^{\lambda t}$ , позволяют учитывать «автономный» технический прогресс, нейтральный по Хиксу:

## Управление инвестициями и инновационной деятельностью

$$ТП = A \cdot N^\alpha \cdot ОПФ^\beta \cdot e^{\lambda t}, \quad (3)$$

$$ТП = A \cdot N^\alpha \cdot ОПФ^\beta \cdot ОС^\gamma \cdot e^{\lambda t}, \quad (4)$$

где  $e$  – основание натурального логарифма;  $\lambda$  – коэффициент эластичности, показывающий влияние «автономного» технического прогресса на результаты производства, безразм.;  $t$  – время, нормированное относительно базового года, год, ( $t_i = T_i - T_0$ ).

Производственные функции (1)–(4) представ-

ляют собой экономико-математические модели производства, отражающие с разной степенью детализации влияние ресурсного обеспечения производства на выпуск продукции. Параметры производственных функций  $A, \alpha, \beta, \gamma, \lambda$  в наиболее общем виде находятся на основе ретроспективных данных о  $ТП, N, ОПФ, ОС, t$  как решение системы уравнений. В системе уравнений (5)  $m$  – число лет за которое собраны ретроспективные данные ( $m > 4$ ):

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^m \ln ТП_i &= m \cdot \ln A + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m \ln N_i + \beta \cdot \sum_{i=1}^m \ln ОПФ_i + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m \ln ОС_i + \lambda \cdot \sum_{i=1}^m t_i, \\ \sum_{i=1}^m (\ln ТП_i \cdot \ln N_i) &= \ln A \cdot \sum_{i=1}^m \ln N_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (\ln N_i)^2 + \beta \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОПФ_i \cdot \ln N_i) + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОС_i \cdot \ln N_i) + \lambda \cdot \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln N_i), \\ \sum_{i=1}^m (\ln ТП_i \cdot \ln ОПФ_i) &= \ln A \cdot \sum_{i=1}^m \ln ОПФ_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОПФ_i \cdot \ln N_i) + \beta \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОПФ_i)^2 + \\ &\gamma \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОПФ_i \cdot \ln ОС_i) + \lambda \cdot \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln ОПФ_i), \\ \sum_{i=1}^m (\ln ТП_i \cdot \ln ОС_i) &= \ln A \cdot \sum_{i=1}^m \ln ОС_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОС_i \cdot \ln N_i) + \beta \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОС_i \cdot \ln ОПФ_i) + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m (\ln ОС_i)^2 + \lambda \cdot \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln ОС_i), \\ \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln ТП_i) &= \ln A \cdot \sum_{i=1}^m t_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln N_i) + \beta \cdot \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln ОПФ_i) + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m (t_i \cdot \ln ОС_i) + \lambda \cdot \sum_{i=1}^m t_i^2 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Использование метода степенных производственных функций для анализа экономики производства часто затруднено тем, что система уравнений (5) может не иметь решения. Это объясняется тем, что между статистическими данными может существовать зависимость, обусловленная не столько их функциональной связью, сколько близостью во времени наборов экзогенных переменных, когда все величины изменяются пропорционально. При этом возникает явление, названное Мендерсхаузенем эффектом мультиколлинеарности между независимыми переменными. Для преодоления этого барьера необходимо сделать следующие преобразования.

Разделим полный дифференциал функции (4) на саму функцию. Получим:

$$dТП / ТП = \alpha \cdot dN / N + \beta \cdot dОПФ / ОПФ + \gamma \cdot dОС / ОС + \lambda \cdot dt. \quad (6)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} dТП / ТП &= 2 \cdot \frac{ТП_{i+1} - ТП_i}{ТП_{i+1} + ТП_i} = z, & dN / N &= 2 \cdot \frac{N_{i+1} - N_i}{N_{i+1} + N_i} = x, & dОПФ / ОПФ &= 2 \cdot \frac{ОПФ_{i+1} - ОПФ_i}{ОПФ_{i+1} + ОПФ_i} = y, \\ dОС / ОС &= 2 \cdot \frac{ОС_{i+1} - ОС_i}{ОС_{i+1} + ОС_i} = w, & dt &= t_{i+1} - t_i = 1. \end{aligned}$$

Выражение (6) преобразуется в уравнение:

$$z = \alpha \cdot x + \beta \cdot y + \gamma \cdot w + \lambda. \quad (7)$$

На основе преобразованных исходных данных из системы уравнений находим коэффициенты эластичности  $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ :

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^m z_i &= \lambda \cdot m + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m x_i + \beta \cdot \sum_{i=1}^m y_i + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m w_i, \\ \sum_{i=1}^m (x_i \cdot z_i) &= \lambda \cdot \sum_{i=1}^m x_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m x_i^2 + \beta \cdot \sum_{i=1}^m (x_i \cdot y_i) + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m (x_i \cdot w_i), \\ \sum_{i=1}^m (y_i \cdot z_i) &= \lambda \cdot \sum_{i=1}^m y_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (x_i \cdot y_i) + \beta \cdot \sum_{i=1}^m y_i^2 + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m (y_i \cdot w_i), \\ \sum_{i=1}^m (w_i \cdot z_i) &= \lambda \cdot \sum_{i=1}^m w_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (x_i \cdot w_i) + \beta \cdot \sum_{i=1}^m (y_i \cdot w_i) + \gamma \cdot \sum_{i=1}^m w_i^2. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

По найденным числовым значениям коэффициентов эластичности по формуле находится коэффициент  $A$ :

$$A = \frac{\sum_{i=1}^m z_i \cdot x_i^\alpha \cdot y_i^\beta \cdot w_i^\gamma \cdot e^{\lambda \cdot t}}{\sum_{i=1}^m (x_i^\alpha \cdot y_i^\beta \cdot w_i^\gamma \cdot e^{\lambda \cdot t})^2} \quad (9)$$

В результате использования описанной методики будут построены 4 экономико-математические модели производственной деятельности предпринимателя (1)–(4). Их достоверность проверяется аналитически по оценке отклонений фактических значений экзогенного показателя на ретроспективном участке от соответствующих им теоретических значений. Оценка может осуществляться по широко известным критериям согласия: Фишера, Стьюдента, Колмогорова–Смирнова и другим, используемым для проверки статистических гипотез в обычных моделях аппроксимации.

Полученные производственные функции уже позволяют аналитически судить об эластичности выпуска и эластичности производства, материало-, трудо- или фондоинтенсивности процессов производства, рассчитать предельные нормы технологического замещения ресурсов. Действительно, все производственные функции (1)–(4) являются выпуклыми. Они предполагают уменьшающиеся предельные продукты всех факторов производства, а также то, что существует возможность замещения между факторами производства без изменения объемов выпуска продукции.

Для определения предельных продуктов факторов производства необходимо взять первую производную производственной функции по каждому фактору производства. Заметим, что предельный продукт фактора производства показывает величину изменения объема производства при росте данного фактора на одну дополнительную единицу. Например, предельный продукт труда в наиболее общем виде для функции (4) равен:

$$dT\Pi / dN = \alpha \cdot A \cdot N^{\alpha-1} \cdot ОПФ^\beta \cdot ОС^\gamma \cdot e^{\lambda \cdot t} \quad (10)$$

Так как  $\alpha - 1 < 0$ , то по мере увеличения затрат труда (как и любого другого фактора производства) его предельный продукт будет уменьшаться. Если правую часть последнего уравнения умножить и разделить на  $N$ , то выражение (10) может быть сведено к виду:

$$\mathcal{E}_N = \frac{\partial T\Pi / \partial N}{T\Pi / N} = \alpha \quad (11)$$

Таким образом,  $\alpha$  является коэффициентом эластичности выпуска по труду, который показывает процентное изменение объем товарной продукции при росте численности на 1%. Аналогичные преобразования можно сделать для остальных ресурсов производства. Опуская их, отметим, что  $\beta$  характеризует эластичность выпуска по основным производственным фондам, а  $\gamma$  отражает

эластичность выпуска по оборотным средствам. При этом коэффициент эластичности, имеющий наибольшее значение, характеризует специфику конкретного производственного процесса, т.е. каким является производство: трудо-, фондо-, или материалоинтенсивным.

Показатель  $h = \alpha + \beta + \gamma$  называется эластичностью производства. Его величина показывает, как масштаб производства воздействует на выпуск продукции. Если  $h = 1$ , то функция (4) предполагает постоянный эффект роста масштабов производства. Если  $h > 1$ , преобладает увеличивающийся эффект роста масштабов производства, т.е. в данном производственном процессе имеет место возрастающая отдача ресурсов производства. Если  $h < 1$ , проявляется уменьшающийся эффект роста масштабов производства, т.е. отдача ресурсов, вовлекаемых в производство, у предпринимателя снижается.

Для производственной функции вида (1) может быть рассчитана предельная норма технологического замещения материальных и трудовых факторов производства. На основе теоремы Эйлера прирост производства, характеризующегося функцией (1), может быть представлен в виде взвешенной суммы приращений обоих факторов:

$$dT\Pi = \frac{\partial T\Pi}{\partial N} \cdot dN + \frac{\partial T\Pi}{\partial ОПФ} \cdot dОПФ \quad (12)$$

При неизменном результате производства (когда  $dT\Pi = 0$ ) из уравнения (12) предельная норма технологического замещения основными производственными фондами труда  $ПНТЗ_{ОПФ, N}$  будет равна:

$$ПНТЗ_{ОПФ, N} = - \frac{dN}{dОПФ} = \frac{\partial T\Pi / \partial ОПФ}{\partial T\Pi / \partial N} \quad (13)$$

где  $\partial T\Pi / \partial ОПФ = ПП_{ОПФ}$  – предельный продукт основных производственных фондов,  $\partial T\Pi / \partial N = ПП_N$  – предельный продукт труда. Предельная норма технологического замещения основными производственными фондами труда показывает величину труда, которую может заменить каждая единица основных производственных фондов, не вызывая увеличения или сокращения объема выпуска товарной продукции.

Построенные экономико-математические модели (1)–(4) являются лишь исходным этапом в экономическом анализе деятельности предпринимателя. Главное, что на их основе в результате прогнозирования могут быть получены многовариантные решения. С этой целью по лучшим показателям выбранного критерия согласия для экономического анализа деятельности предпринимателя выбирается какая-то одна из построенных моделей, наиболее полно отражающая специфику данного конкретного производства. Для экстраполяции трендов (1)–(4) необходимы прогнозные значения аргументов  $N, ОПФ, ОС$ . Они могут быть

получены в результате автономного прогнозирования по полиномиальной зависимости квадратичного вида:

$$y = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2, \quad (14)$$

где  $y$  – последовательно прогнозируемые, автономно друг от друга, показатели  $N, ОПФ, ОС$ , а  $t$  – время, нормированное относительно базового года.

Первоначально по ретроспективным данным строится тренд показателей  $N, ОПФ, ОС$ . При этом неизвестные параметры  $a_0, a_1, a_2$  функции (14) находятся путём решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m y_i = m \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^m t_i + a_2 \cdot \sum_{i=1}^m t_i^2, \\ \sum_{i=1}^m (y_i \cdot t_i) = a_0 \cdot \sum_{i=1}^m t_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^m t_i^2 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^m t_i^3, \\ \sum_{i=1}^m (y_i \cdot t_i^2) = a_0 \cdot \sum_{i=1}^m t_i^2 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^m t_i^3 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^m t_i^4. \end{cases} \quad (15)$$

По построенным моделям (14), адекватность которых проверяется по критерию согласия, методом экстраполяции тренда по аргументу  $t$  рассчитываются прогнозные значения трудовых и материальных ресурсов, использование которых в моделях (1)–(4) позволяет спрогнозировать показатель объёма производства. При этом необходимо учитывать, что в соответствии с основным правилом прогнозтики, глубина ретроспекции должна быть в 2–2,5 раза больше прогнозного горизонта.

Кроме описанной задачи прогнозирования объёмов производства, назовём её прямой, на основе моделей (1)–(4) может быть решена и обратная задача прогнозирования, а именно: рассчитано необходимое ресурсное обеспечение под запланированный объём выпуска продукции. Результатом решения обратной задачи будет карта изоквант, показывающая всё многообразие способов возможного достижения того или иного объёма производства.

Описанная методика анализа экономической деятельности предпринимателя не нова для экономики фирмы, хотя достаточно сложна в реализации. Однако необходимо иметь в виду, что степенные производственные функции хорошо себя зарекомендовали в условиях устойчивого функционирования экономики, устойчивого на протяжении длительного интервала времени (10–15 лет).

К сожалению, предприниматели России со времени становления рыночных отношений работают в условиях нестабильной экономической среды, характеризующейся изменением правового поля и высокими темпами инфляционных процессов. С 2000 г. темпы инфляции снизились почти в 2 раза, но, как правило, не опускаются ниже уровня 10 % годовых. Особенное негативное воздействие на предпринимательскую деятельность оказал экономический кризис, начавшийся в 2008 г.

Для апробации описанной методики в условиях макроэкономической нестабильности в описанном аппарате исследования годовой интервал времени был заменён на квартальный и сделана успешная попытка исключить при анализе инфляционную составляющую. При этом небольшая глубина ретроспекции предопределила малый прогнозный горизонт, в основном в пределах одного года. На 9 из 10 исследованных предприятий достоверность построенных моделей оказалась достаточно высока, что подтверждено не только аналитически, но и практическими данными. Расхождение между спрогнозированными и сложившимися в предпринимательской практике реальными показателями товарной продукции составило от 0,1 до 5 %. Только в одном случае расхождение составило более 10%, что достаточно значимо и объясняется влиянием неучтённой детерминанты – сезонности спроса на продукцию производственно-технического комплекса «Химполимермаш» производственного объединения «Златоустовский машиностроительный завод». Весьма показательным, что на 50 % проанализированных промышленных предприятий Челябинской области, несмотря на то, что была исключена инфляционная составляющая, коэффициент эластичности, учитывающий «автономный» технический прогресс, получился отрицательным. Это свидетельствует об отрицательном воздействии экономической среды России на производственную деятельность многих промышленных предприятий с высоким уровнем технологий.

Особый интерес для предпринимателя представляет предельный анализ финансовых результатов производства, так как чистая прибыль является платой за предпринимательскую способность, вознаграждением за риск и труд предпринимателя. В экономической теории известно, что оптимального финансового результата (максимум прибыли или минимум убытков) предприятие достигает при таких объёмах производства, когда его предельный доход равен предельным издержкам. Предельные величины могут быть найдены на основе соответствующих им валовых показателей.

Валовые издержки могут быть аппроксимированы полиномом третьей степени:

$$U = b_0 + b_1 \cdot Q + b_2 \cdot Q^2 + b_3 \cdot Q^3, \quad (16)$$

где  $Q$  – объём производства конкретного вида промышленной продукции, тыс. шт./год. При этом свободный член полинома (16)  $b_0$  будет равен величине постоянных издержек, а абсцисса точки перегиба кубической параболы (16), равная  $(-b_2 / 3b_3)$ , будет соответствовать началу действия закона убывающей отдачи.

Валовой доход предприятия, в зависимости от структуры рынка, в котором оно работает, может быть представлен в виде линейной или квадратичной зависимости от объёмов производства, т. е. в

наиболее общем виде аппроксимирован полиномом второй степени:

$$ВД = c_0 + c_1 \cdot Q + c_2 \cdot Q^2. \quad (17)$$

Неизвестные в моделях (16) и (17) коэффициенты  $b_i, c_i$  находятся на основе ретроспективных данных по аналогичному использованному в модели (14) алгоритму.

Оптимальный объем производства, соответствующий лучшему финансовому результату предприятия, достигается тогда, когда равны первые производные функций (16) и (17):

$$dU / dQ = dВД / dQ$$

или когда

$$(b_1 - c_1) + 2 \cdot (b_2 - c_2) \cdot Q + 3 \cdot b_3 \cdot Q^2 = 0.$$

Апробация описанного предельного метода анализа финансового результата была проведена на Златоустовских промышленных предприятиях: ОАО «Завод «Булат» и ОАО «Синкрос», в то время, когда свыше 75 % акций отмеченных обществ находились в единоличной собственности.

Заключение. Описаны сравнительно новые для отечественной практики предпринимателей методики экономического анализа объемных и результативных показателей производства, основанные на известных моделях экономической теории. Их апробация на ряде промышленных предприятий Южного Урала показала, что современная экономическая среда России оказывает отрицательное воздействие на предприятия с высоким уровнем технологий. Кроме того, предпринимателям для максимизации финансового результата целесообразно использовать описанные методики даже в условиях нестабильной экономики.

#### Литература

1. Клейнер, Г.Б. Многофакторные производственные функции с постоянными эластичностями предельной замены факторов / Г.Б. Клейнер, Д.И. Пионтковский // Экономика и математические методы, 2000. – Т. 36. – № 1. – С. 90–114.

Поступила в редакцию 17 октября 2011 г.

**Мохов Вениамин Геннадьевич.** Доктор экономических наук, заведующий кафедрой предпринимательства и менеджмента, заместитель декана факультета экономики и предпринимательства по науке, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск). Область научных интересов – вопросы повышения эффективности деятельности промышленного производства. Контактный телефон: (8-351) 267-96-23.

**Mokhov Veniamin Gennadievich** is Doctor of Science (Economics), Head of the Business and Management Department, deputy Dean of the Economics and Business Faculty, South Ural State University, Chelyabinsk. Research interests: problems of increasing efficiency in the industrial production. Tel: (8-351) 267-96-23.