

ДИСКРЕТНОЕ ТВЕРДОТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАНДАРТНЫХ СПИРАЛЬНЫХ СВЕРЛ

Е.И. Щурова

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Для оперативного прогнозирования в службах технологической подготовки производства отклонений расположения осей отверстий, получаемых сверлением, необходимо рассчитывать деформации сверл от сил резания и закрепления в момент засверливания. Наиболее распространенным методом расчета деформаций сверл является метод конечных элементов, который отдельно или совместно с SPH-методом расчета процесса резания заготовок позволяет получить наиболее точные оценки увода сверл. В связи с этим возникает необходимость оперативного получения сеток конечных элементов, точно соответствующих геометрии инструментов для сверления. Ранее описанные в литературе аналитические геометрические модели либо аппроксимируются сплайнами, либо их решения основаны на итерационных подходах. В статье предлагается точный расчет поверхностей и кромок стандартных спиральных сверл на основе алгебры множеств и воксельного моделирования. Приводятся зависимости для описания главных задних поверхностей, полученных при заточке по плоскости, цилиндрической, конической (два типа заточки) и винтовой поверхностям, что, с учетом ранее опубликованных автором зависимостей для винтовых стружечных канавок, спинок и ленточек, позволяет получить геометрические модели практически всех стандартных спиральных сверл. Дальнейшее автоматическое преобразование рассчитанных вокселей в конечные элементы позволяет выполнить необходимые расчеты деформаций сверл, а вслед за этим оценить и положение получаемых отверстий деталей. Полученные зависимости были использованы для создания компьютерных программ, на базе чего были рассчитаны различные виды сверл: со всеми указанными выше типами задних поверхностей, с одной и двумя ленточками, с различными подточками ленточек. Таким образом, была доказана универсальность данной модели стандартных сверл и ее достаточность для получения конечно-элементных сеток.

Ключевые слова: спиральное сверло, деформация сверла, увод сверла, 3D-моделирование, воксельная модель, конечно-элементная модель.

Введение

Поддержка жизненного цикла изделия Product Lifecycle Management (PLM) включает в себя все вопросы проектирования и производства изделий [1, 2]. Современные тенденции уменьшения программы выпуска отдельных изделий с одновременным повышением их точности обуславливают формирование требований к универсальности используемых моделей проектирования элементов технологических систем, повышению адекватности этих моделей и росту оперативности расчетов. Очевидно, что точность изготовления деталей является следствием правильной работы всех элементов технологической системы, включая инструменты, и следствием воздействия большого количества общеизвестных технологических факторов. Все эти вопросы изучаются многие десятилетия с использованием аналитической геометрии, векторной алгебры, теории упругости, термодинамики и элементами других классических наук [3]. Однако опыт их использования показал как преимущества аналитических подходов, так и их недостатки, особенно в сложных случаях [4]. В связи с этим находят применение различные приближения, включая аппроксимации сплайнами [5–8], или 3D-моделирование в CAD-системах с применением дополнительных зависимостей формообразования [9, 10]. С появлением компьютерной техники и ее широким применением во всех сферах все большее распространение получают и численные методы расчета. Для решения физических задач – это методы сеток (конечных разностей и конечных элементов) и бессеточные методы (SPH-метод – гидродинамики сглаженных частиц [11]); для решения геометрических задач – это пиксельное, воксельное, дексельное виды моделирования [12], которые все шире применяются в задачах формообразования [13–15].

Одной из наиболее сложных задач в производстве деталей является задача выполнения требований их чертежей с использованием позиционного допуска положения осей отверстий. Трудности вызваны тем, что в момент засверливания из-за недостатков геометрии поперечных режущих кромок спиральных сверл возникают существенные радиальные составляющие силы резания. Такие составляющие сил обуславливают увод режущей части сверл от первоначального идеального положения. Зачастую полученное отклонение осей оказывается существенным. Для минимизации этого недостатка используются кондукторные втулки, располагаемые в жестких кондукторных плитах или на магнитных опорах, применяется предварительное засверливание и другие способы. Несмотря на указанные меры, наличие неустраняемых обстоятельств, таких как наличие зазоров, наличие сложных по форме поверхностей, в которых начинается сверление, не дает возможности полностью устранить увод сверл. В связи с этим прогнозирование возможной величины увода заданного сверла при сверлении заданного отверстия в заготовке с определенными ее параметрами на стадии разработки технологической операции является актуальной задачей работы технологов.

Исходя из этого, в службе технологической подготовки производства должны быть компьютеризированные средства для решения поставленной задачи прогнозирования точности обработки. К таким средствам относятся наборы компьютерных моделей сверл, позволяющие задать параметры инструментов путем выбора их из стандартов и рассчитать деформации в момент засверливания и в процессе формирования отверстия в каждый момент времени обработки. Подобные модели формообразования и определения параметров отверстий представлены в различных публикациях. Однако жесткость сверл и их динамика в таких моделях все еще определяется или по упрощенным формулам сопротивления материалов, или упрощенным формулам теории упругости. Очевидно, что адекватность таких упрощенных расчетов существенно уменьшается. Для преодоления указанной трудности широко применяется твердотельное моделирование с использованием САД-систем. Такие системы применяются и для моделирования спиральных сверл [9, 10], но адекватность их в силу отсутствия формообразования инструментами второго порядка остается открытой. В ряде случаев применяются комбинированные подходы: отдельные части сверл моделируются собственными зависимостями, а далее используются операции булевой алгебры САД-систем [16]. Таким образом, имеется практическая необходимость создания универсальных геометрических моделей мерных инструментов, включая сверла, что позволило бы в службе технологической подготовки производства предприятий получать конечно-элементные сетки или множества SPH-частиц для оперативного расчета жесткости данных инструментов и последующей оценки их деформаций от сил резания и закрепления. Необходимость этих и других подобных расчетов подтверждается в опубликованных работах [17, 18].

Ранее отмечались работы, направленные на получение поверхностей и кромок сверл, однако они являются приближенными, поскольку связаны с аппроксимациями сплайновыми поверхностями [5–8]. Имеются также другие работы, связанные с точными зависимостями, однако определение кромок на основе совместного решения уравнений сопрягаемых поверхностей производится численным методом в итерационной форме, что ограничивает точность вычислений количеством таких итераций [19]. Таким образом, задача получения точных и универсальных геометрических моделей мерных инструментов остается актуальной задачей машиностроения. **Целью** данной работы является получение точной универсальной геометрической модели стандартных спиральных сверл для последующего возможного получения сеток конечных элементов и оценки жесткости этих сверл.

1. Расчетные схемы и математические модели

В соответствии со стандартом ГОСТ Р 50427-92 «Сверла спиральные. Термины, определения и типы» стандартное спиральное сверло имеет на рабочей части следующие поверхности: главную заднюю поверхность; стружечные канавки, которые вместе с дополнительными подточками образуют у режущей кромки переднюю поверхность; спинку и одну или две направляющие ленточки. Ранее автором данной статьи были опубликованы все необходимые зависимости для расчета точек на поверхности стружечных канавок, а также спинок и ленточек [20]. В связи с этим данные зависимости в этой статье не приводятся. Ниже рассмотрим зависимости для описания главных задних поверхностей, которые, как показывает практика, формируются из следующих четырех канонических поверхностей: плоскости, цилиндрической, конической или винтовой по-

верхностей. Данные поверхности в ряде случаев могут быть реализованы еще несколькими вариантами, что будет отражено ниже.

1.1. Заточка по плоскости. Положение плоскости характеризуется задним углом. Обычно у сверла задние углы задаются или нормально к режущей кромке, или в плоскости, параллельной оси сверла. В учебной и научной литературе связь между этими углами описывается тривиальной зависимостью с использованием главного угла в плане: $\text{tg}(\alpha_n) = \text{tg}(\alpha_0)\sin(\varphi)$. Таким образом, примем в качестве задаваемого параметра задний угол в плоскости, параллельной оси сверла α_0 (рис. 1). Для получения необходимых зависимостей воспользовались уравнением плоскости, проходящей через две точки режущей кромки $P_1(x_1, y_1, z_1)$ и $P_2(x_2, y_2, z_2)$ и имеющей вектор: $l = \cos(\alpha_0)$, $m = 0$, $n = -\sin(\alpha_0)$, параллельный этой плоскости и одновременно проходящий в осевой плоскости сверла:

$$n[(x-x_1)(y_2-y_1)-(y-y_1)(x_2-x_1)]-m[(x-x_1)(z_2-z_1)-(z-z_1)(x_2-x_1)]+l[(y-y_1)(z_2-z_1)-(z-z_1)(y_2-y_1)]=0 \quad (1)$$

Из рис. 1 можно определить координаты названных выше точек:

$$x_1 = -a, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = L, \quad x_2 = -a, \quad y_2 = 0,5d, \quad z_2 = L - 0,5d / \text{tg}(\varphi), \quad (2)$$

где a – половина толщины сердцевины, L – длина рабочей части сверла и d – диаметр сверла.

В результате решения уравнения (1) с учетом (2) получим уравнение плоскости в виде:

$$Vx + Wy + Fz + D = 0, \quad V = \sin(\alpha_0), \quad W = \cos(\alpha_0) / \text{tg}(\varphi), \quad F = \cos(\alpha_0), \quad D = a \sin(\alpha_0) - L \cos(\alpha_0). \quad (3)$$

При выборе фиксированного значения z уравнение плоскости преобразуется к уравнению прямой линии. В полярной системе координат для такой линии (см. рис. 1 справа) справедливо уравнение $R_\alpha(\varphi_i, z) = D^* / \cos(\varphi_i^*)$, где полярный угол: $\varphi_i^* = \varphi_i - \psi$.

Если обозначить для уравнения прямой (3), полученной пересечением радиальным сечением $z = z_i$ искомой задней поверхности параметры: $A_s = \cos(\psi)$ и $B_s = \sin(\psi)$, то угол между нормалью к этой прямой и осью x на рис. 1 справа $\text{tg}(\psi) = B_s / A_s$. Тогда искомым решением станет уравнение

$$A_s x + B_s y + D^* = 0, \quad (4)$$

$$R_\alpha(\varphi_i, z) = D^* / \cos(\varphi_i - \arctan(V/W)), \quad \text{где } D^* = -(Fz + D). \quad (5)$$

Следовательно, условием моделирования сверла по плоской главной задней поверхности является неравенство $\rho \leq R_a(\varphi_i, z)$. Заметим, что для моделирования второй задней поверхности необходимо для нее также еще раз использовать эту зависимость, но применить $\varphi_i = \varphi_i + \pi$. Общее условие с индексами 1 и 2 для этих поверхностей (параметры (φ_i, z) для краткости записаны) будет иметь следующий вид:

$$\rho \leq R_{\alpha,1} \quad \text{и} \quad \rho \leq R_{\alpha,2}. \quad (6)$$

В стандартах и на практике используются сверла не только с прямолинейными, но и с ломаными главными режущими кромками. В этом случае, как и в уравнении (6), используются аналогичные интервальные значения для z и на каждом интервале применяется свое значение угла в плане φ .

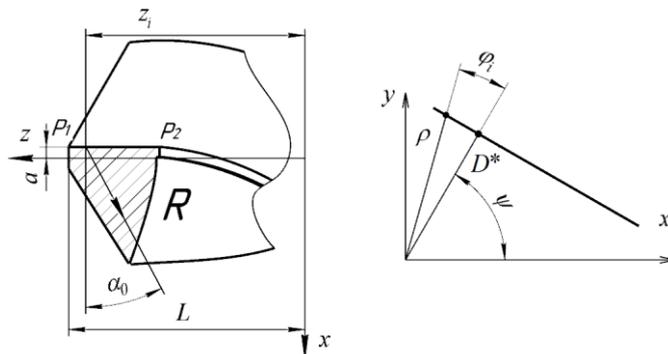


Рис. 1. Осевое сечение сверла у режущей части

1.2. Заточка по цилиндрической поверхности. Заточка по цилиндру радиусом R_c характеризуется углом σ между осью такого цилиндра и осью z сверла. Кроме того, величина главного заднего угла определяется смещением оси данного цилиндра в направлении оси x , то есть величиной A (рис. 2). Для получения необходимых зависимостей расчета радиус-вектора точки задней цилиндрической поверхности для выбранного полярного угла в радиальной плоскости сверла выполним первоначально ряд преобразований систем координат. Пусть первоначально система координат сверла x, y, z и система координат цилиндра x_c, y_c, z_c (на рис. 2 показан пунктиром) совпадают. Далее повернем против часовой стрелки систему координат цилиндра (на рис. 2 показан штрих-пунктиром) на угол σ^* вокруг оси x_c . В результате получим систему x'_c, y'_c, z'_c . Далее сместим полученную систему в направлении, противоположном оси y'_c , на величину $B = R_c / \cos(\sigma^*)$, где R_c – радиус этого цилиндра. Вслед за этим сместим полученную систему на расстояние A в направлении оси x'_c . Полученный цилиндр отображен на рис. 2 тонкой сплошной линией, а его система координат – x''_c, y''_c, z''_c .

Данные преобразования могут быть описаны следующей общей зависимостью с матрицей преобразований поворота вокруг оси абсцисс $M_{x_c}(\sigma^*)$:

$$\begin{pmatrix} x''_c \\ y''_c \\ z''_c \end{pmatrix} = M_{x_c}(\sigma^*) \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A \\ B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

Для удобства вывода примем $\sigma = -\sigma^*$. Используя каноническое уравнение цилиндра в его собственной системе координат и используя общеизвестные уравнения взаимосвязи декартовой и цилиндрической систем координат, получим следующие уравнения главной задней цилиндрической поверхности в системе координат рабочей части сверла:

$$x = y / \operatorname{tg}(\varphi_i), \quad (8)$$

$$y = (-W - \sqrt{W^2 - 4VQ}) / 2V \quad \text{и} \quad R_\alpha(\varphi_i, z) = y / \sin(\varphi_i), \quad (9)$$

где:

$$V = (\operatorname{ctg}(\varphi_i))^2 + (\cos(\sigma))^2, \quad (10)$$

$$W = 2\cos(\sigma)((z_{c0} - L)\sin(\sigma) - B\cos(\sigma)) - 2A\operatorname{ctg}(\varphi_i), \quad (11)$$

$$Q = A^2 - R_c^2 + ((z_{c0} - L)\sin(\sigma) - B\cos(\sigma))^2. \quad (12)$$

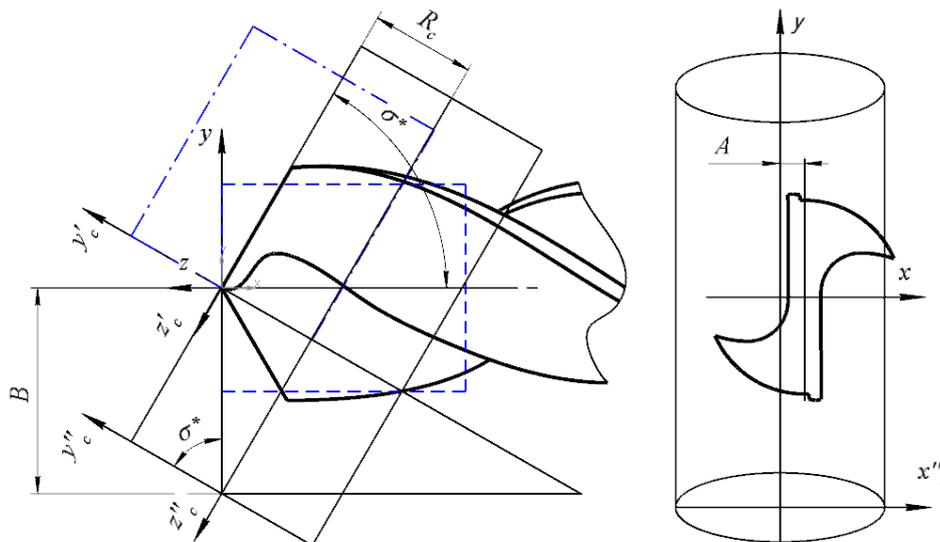


Рис. 2. Осевое и радиальное сечения сверла и цилиндрическая главная задняя поверхность

Численные методы моделирования

Таким образом, задавая аппликацией $z_{cb} = z + L$ радиального сечения сверла и полярным углом φ_i , $\varphi_i = -\pi/2 \dots + \pi/2$, по формуле (8) и по зависимости $R_{\alpha,k} = y/\sin(\varphi_i)$ можно найти необходимый радиус-вектор каждой точки на главной задней поверхности одного лезвия в этом сечении. Преобразование поворота на π позволяет получить заднюю поверхность второго лезвия. Условие моделирования главной задней поверхности остается тем же самым, то есть (6).

1.3. Заточка главной задней поверхности по конусу. Очевидно, что конус отличается от цилиндра тем, что с изменением координаты z прямо пропорционально изменяется радиус его радиального сечения R_c^* :

$$R_c^*(z) = kz + R_n, \quad (13)$$

где $k = \operatorname{tg}(\xi)$ – тангенс угла ξ конуса и R_n – радиус меньшей окружности усеченного конуса в сечении, проходящем через начало системы координат сверла.

Однако замена в вышеприведенных зависимостях (8) и (9) R_c на R_c^* не позволит получить модель для практического использования. Особенностью заточки сверл по конусу является их особая установка в заточном приспособлении относительно абразивного инструмента. Как известно, применяется два варианта расположения конуса вращения относительно оси сверла. Даются известные взаимосвязи главного заднего угла сверла α , его угла в плане φ и угла установки сверла φ_0 , который равен сумме угла конуса вращения ξ и угла скрещивания осей этого конуса и оси сверла σ . Помимо указанных параметров необходимо отметить еще два важных параметра. Первый связан со смещением вершины конуса в направлении, перпендикулярном оси сверла. Обозначим его как B . Данная величина, согласно имеющимся в литературе рекомендациям, задается в зависимости от диаметра сверла D формулами. Обычно $B = 1,16D$ – для первого варианта заточки и $B = 1,9D$ – для второго варианта. Второй параметр обеспечивает положительную величину заднего угла и связан со смещением в тангенциальном направлении на величину A . Таким образом, оба параметра считаются заданными.

1.3.1. Первоначально рассмотрим первый вариант заточки. Примем, что в начальный момент преобразований систем координат вершина конуса совпадала с вершиной системы координат сверла и смещена относительно системы сверла x, y, z на величину L вдоль оси z (рис. 3 – пунктирная линия). Кроме того, переместим эту систему влево вдоль оси x на величину A . В этом случае такой перенос даст систему координат x'_c, y'_c, z'_c . Повернем ее на угол σ против хода часовой стрелки и получим новую систему x''_c, y''_c, z''_c . Сместим эту систему вниз вдоль оси y''_c на величину B^* и потом вдоль z''_c на величину G^* . Получим систему x'''_c, y'''_c, z'''_c . Через гипотенузу прямоугольного треугольника, образованного этими катетами, можно увидеть, что $B^* = B \cdot \sin(\xi)/\sin(\varphi)$ и $G^* = B \cdot \cos(\xi)/\sin(\varphi)$. Здесь B – параметр смещения вершины конуса в радиальном направлении сверла, показанный выше. В результате будет получена система (14)–(16) и уравнение конуса (17)–(18):

$$x'''_c = x + A, \quad (14)$$

$$y'''_c = y \cos(\sigma) - [(z - L) \sin(\sigma) + B^*], \quad (15)$$

$$z'''_c = y \sin(\sigma) + [(z - L) \cos(\sigma) - G^*], \quad (16)$$

$$R_c'''(z'''_c) = -z'''_c \operatorname{tg}(\xi), \quad (17)$$

$$(x'''_c)^2 + (y'''_c)^2 = \{R_c'''(z'''_c)\}^2. \quad (18)$$

После преобразований получим следующую зависимость:

$$\left\{ \operatorname{ctg}^2(\varphi_i) + \cos^2(\sigma) - \sin^2(\sigma) \operatorname{tg}^2(\xi) \right\} y^2 + \left\{ 2A \operatorname{ctg}(\varphi_i) - 2S \cos(\sigma) - 2P \sin(\sigma) \operatorname{tg}^2(\xi) \right\} y + \left\{ A^2 + S^2 - P^2 \operatorname{tg}^2(\xi) \right\} = 0. \quad (19)$$

Обозначив три выражения в фигурных скобках, как V , W и Q , получим квадратное уравнение $Vy^2 + Wy + Q = 0$, откуда $y = (-W - \sqrt{W^2 - 4VQ})/2V$ и, как и прежде, $R_\alpha(\varphi_i, z) = y/\sin(\varphi_i)$.

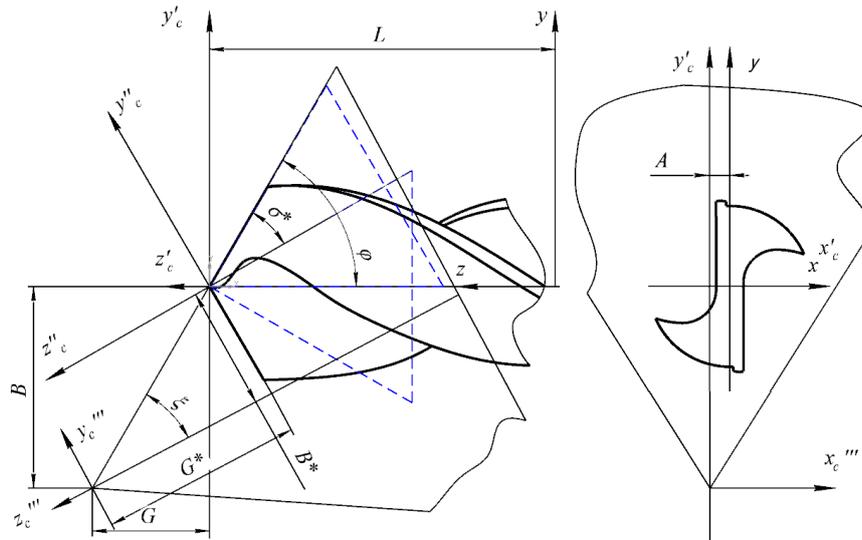


Рис. 3. Осевое и радиальное сечения сверла и коническая главная задняя поверхность по типу заточки 1

1.3.2. Далее рассмотрим второй вариант заточки. Прежде всего отметим, что между углом поворота, углом конуса и углом в плане у сверла есть описанная в литературе зависимость $\sigma^* = 180 - \xi - \varphi$. Как и в предыдущих случаях, примем $\sigma = -\sigma^*$. Примем начальную систему координат сверла x, y, z с началом в начале рабочей части. Сместим ее на величину L вдоль оси z на величину A против оси x и получим конусную поверхность, которая на рис. 4 показана пунктирной линией. Ее система x'_c, y'_c, z'_c . Далее сдвинем эту систему в вертикальном и горизонтальном направлениях соответственно на величины B и $G = B \cdot \text{ctg}(\varphi)$ и получим систему x''_c, y''_c, z''_c . Далее повернем ее на угол σ против хода часовой стрелки и получим новую систему x'''_c, y'''_c, z'''_c . В итоге получим уравнения всех этих преобразований:

$$x'''_c = x - A, \tag{20}$$

$$y'''_c = (y + B) \cos(\sigma) - (z - L + G) \sin(\sigma), \tag{21}$$

$$z'''_c = (y + B) \sin(\sigma) + (z - L + G) \cos(\sigma), \tag{22}$$

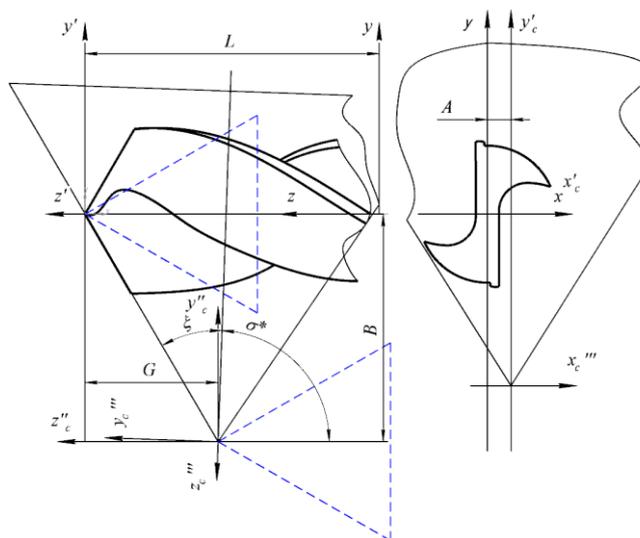


Рис. 4. Осевое и радиальное сечения сверла и коническая главная задняя поверхность по типу заточки 2

Итоговое выражение примет вид:

$$\left\{ \operatorname{ctg}^2(\varphi_i) + \cos^2(\sigma) - \sin^2(\sigma) \operatorname{tg}^2(\xi) \right\} y^2 + \left\{ -2A \operatorname{ctg}(\varphi_i) + 2S \cos(\sigma) - 2P \sin(\sigma) \operatorname{tg}(\xi) \right\} y + \left\{ A^2 + S^2 - P^2 \right\} = 0 \quad (23)$$

Обозначив, как и выше, три выражения в фигурных скобках, как V , W и Q , получим то же самое квадратное уравнение $Vy^2 + Wy + Q = 0$, откуда $y = (-W - \sqrt{W^2 - 4VQ}) / 2V$ и, как и прежде, $R_\alpha(\varphi_i, z) = y / \sin(\varphi_i)$.

1.4. Заточка сверл по винтовой поверхности. Эта заточка, по-видимому, является наиболее вариативным способом. В частности, в известных публикациях называются три формы винтовых поверхностей: эвольвентная с постоянным шагом, открытая развертывающаяся с постоянным шагом, некруговой конус. Также на практике используются три метода получения задних винтовых поверхностей: винтовая, сложно-винтовая, и эксцентрично-винтовая. При этом обычно для всех видов производящих поверхностей абразивных инструментов (плоской, цилиндрической, конической) в силу их размеров, намного превышающих размеры сверл, принимается, что заточка ведется плоской производящей поверхностью. Наиболее простым вариантом заточки является тип «винтовая», при которой «винтовое движение складывается из поступательного и поступательного с одной и той же осью». Существует общеизвестная простая зависимость для винтовой поверхности: $r_0 = p \operatorname{tg}(\varphi_{0x})$, где r_0 – радиус основного цилиндра; p – параметр винтового движения; φ_{0x} – угол между винтовой осью и образующей – это угол между осью и плоскостью в данный момент заточки [4]. Лишь в самом простом случае главная задняя поверхность является канонической винтовой поверхностью. В сложных случаях к исходным параметрам относятся не только параметр винтового движения p и радиус основного цилиндра r_0 , но и такой параметр, как угол между вектором движения абразивного круга к сверлу β и осью самого сверла (для винтовой заточки обычно принимается $\beta = \varphi - (10..30^\circ)$).

Для определения радиус-вектора винтовой поверхности можно воспользоваться известным подходом. Как правило, плоскость абразивного инструмента совершает винтовое движение вдоль оси получаемой винтовой поверхности. В нашем случае, как было описано выше, имеется дополнительное радиальное движение. Кроме того, ось винтового движения в начальный момент времени может не совпадать с осью сверла. В связи с этим далее получим необходимые расчетные зависимости.

У сверла имеется собственная система координат, аналогично каждому вышеописанному случаю. Обозначим ее x_0, y_0, z_0 (рис. 5). Однако пока что для упрощения зависимостей примем в качестве исходной систему x, y, z , которая получена от предыдущей смещением вдоль оси z на расстояние L . При этом такая система будет иметь свое начало на вершине сверла. Далее сместим эту систему в обратную сторону вдоль радиальной оси y . Величина смещения: $C(\varphi_i) = C_c \varphi_i + C_b$, где C_c – некоторая постоянная величина, равная перемещению абразивного круга к оси сверла при повороте первого этой оси на один радиан. C_b – величина начального смещения оси абразивного инструмента к оси сверла. В результате такого перемещения будет получена координатная система x', y', z' .

Запишем уравнения взаимосвязи всех перечисленных систем координат

$$\begin{cases} x'' = x \cos(\varphi_i) + (y + C(\varphi_i)) \sin(\varphi_i) \\ y'' = -x \sin(\varphi_i) + (y + C(\varphi_i)) \cos(\varphi_i) \\ z'' = z + p \varphi_i \end{cases} \quad (24)$$

Для решения данной задачи найдем уравнение характеристики как скалярное произведение двух векторов: нормали \mathbf{N} к производящей поверхности и скорости \mathbf{V} движения ее произвольной точки M : $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V} = 0$ [4]. С учетом τ – угла между плоскостью абразивного инструмента и осью сверла получим уравнения нормали и вектора скорости произвольной точки M в системе координат абразивного инструмента.

$$\mathbf{N} = \mathbf{i}0 + \mathbf{j}\cos(\tau) + \mathbf{k}\sin(\tau) \quad \text{и} \quad \mathbf{V} = \mathbf{i} \frac{dx}{d\varphi_i} + \mathbf{j} \frac{dy}{d\varphi_i} + \mathbf{k} \frac{dz}{d\varphi_i}. \quad (25)$$

В результате решения уравнения характеристики было получено следующее выражение:

$$x'' = C_c \cos(\varphi_i) + pt \operatorname{tg}(\tau). \quad (26)$$

Используя преобразования обратные (24) и полученное равенство (26), получим следующее уравнение главной задней винтовой поверхности относительно φ_i и z'' :

$$\begin{cases} x = (C_c \cos(\varphi_i) + pt \operatorname{tg}(\tau)) \cos(\varphi_i) + z'' \operatorname{tg}(\tau) \sin(\varphi_i), \\ y = (C_c \cos(\varphi_i) + pt \operatorname{tg}(\tau)) \sin(\varphi_i) + z'' \operatorname{tg}(\tau) \cos(\varphi_i) + C(\varphi_i), \\ z = z'' + p\varphi_i. \end{cases} \quad (27)$$

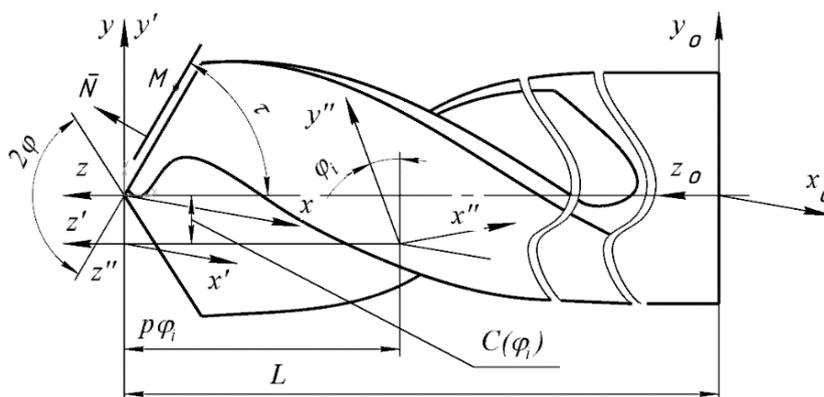


Рис. 5. Осевое сечение сверла и след производящей поверхности абразивного круга с произвольной точкой М

Для расчета радиус-вектора получаемой поверхности в радиальном сечении сверла достаточно использования все того же уравнения (8). Остальные условия для моделирования этой поверхности аналогичны предыдущим.

Таким образом, полученные выше зависимости позволяют далее по формулам определить координаты вокселей тел $\{\mathbf{T}\}$ и их поверхностей $\{\mathbf{\Pi}\}$ (28) сверл. Использование ранее созданной методики [20] позволяет в дальнейшем рассчитать его рабочие параметры и получить, например, сетки конечных элементов для расчета процесса сверления и тепловых и упругих деформаций сверла.

В выражении $\{\mathbf{\Pi}\}$ (28) первая строка является условием определения вокселей на передней поверхности и стружечной канавки для первого режущего клина сверла, вторая строка – аналогично для второго; третья строка является условием определения вокселей на главной задней поверхности первого режущего клина сверла, четвертая – аналогично для второго; пятая строка необходима для определения вокселей на ленточке и спинке, примыкающей к первому режущему клину, и шестая – аналогично для второго клина.

$$\begin{aligned} & ((\rho = R_{\gamma_i}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1})) \cap \\ & ((\rho = R_{\gamma_i}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_2})) \cap \\ \{\mathbf{T}\}: & ((\rho \leq R_{\gamma_i}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_2})), \{\mathbf{\Pi}\}: \\ & ((\rho \leq R_{\gamma_i}) \cup (\rho = R_{\alpha_1}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_2})) \cap \\ & ((\rho \leq R_{\gamma_i}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1}) \cup (\rho = R_{\alpha_1})) \cap \\ & ((\rho \leq R_{\gamma_i}) \cup (\rho \leq R_{\alpha_1}) \cup (\rho = R_{\alpha_2})) \end{aligned} \quad (28)$$

2. Расчет узловых точек вокселей поверхностей сверл и сеток конечных элементов

На основе приведенных выше и ранее опубликованных зависимостей [20] была разработана компьютерная программа. С использованием данной программы были рассчитаны точки поверхностей режущих частей сверл, представленные на рис. 6. Слева направо: с одной ленточкой на каждом пере и заточкой по плоскости; с двумя ленточками с подточками и заточкой по плоско-

Численные методы моделирования

сти; с одной подточенной ленточкой и заточкой по цилиндру; аналогично, с заточкой по конусу, тип 1; аналогично, с заточкой по конусу, тип 2; аналогично, с заточкой по винтовой поверхности. Последние три фигуры – сетки конечных элементов, включая расчет деформаций. Таким образом, полученная модель позволяет получать любые наборы поверхностей стандартных спиральных сверл с любыми размерами и конструктивными элементами. Это подтверждает универсальность модели.

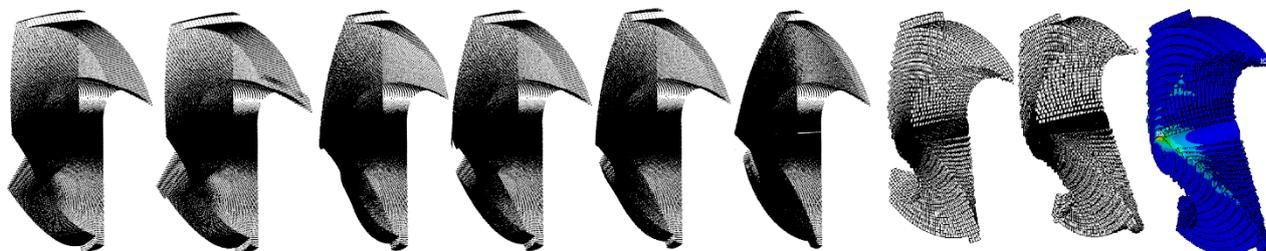


Рис. 6. Примеры расчета поверхностей сверл и полученные сетки конечных элементов

Выводы

1. Метод дискретного твердотельного моделирования является достаточным для создания единой геометрической и – на основе этого – конечно-элементной модели стандартных спиральных сверл.
2. Предложенный метод твердотельного моделирования показал свою универсальность и устойчивость для расчета координат точек поверхностей стандартных спиральных сверл.

Литература / References

1. Vila C., Abellán-Nebot J.V., Albiñana J.C., Hernández G. *An approach to sustainable product lifecycle management* [Green PLM. Procedia Engineering]. 2015, vol. 132, pp. 585–592. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.608.
2. Xu X. *Integrating advanced computer-aided design, manufacturing, and numerical control: principles and implementations* [IGI Global]. – New York: 2009. – 424 p.
3. Astakhov V. *Geometry of single-point turning tools and drills: [Fundamentals and practical applications]*. London: Springer. 2010, 584 p.
4. Radzevich S.P. *Generation of surfaces*. [Kinematic geometry of surface machining USA], Boca Raton: CRC Press. 2014, 724 p.
5. Sambhav K. Tandon P., Dhande S.G. Geometric modeling and validation of twist drills with a generic point profile // *Applied Mathematical Modelling*. 2012, vol. 36, pp. 2384–2403. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.08.034>.
6. Sambhav K., Dhande S.G., Tandon P. *CAD based mechanistic modeling of forces for generic drill point geometry* [Computer-Aided Design and Applications]. 2010, vol. 7(6), pp. 809–819. DOI: 10.3722/cadaps.2010.809-819.
7. Ashok1 R., Kamaraj K. *Geometric design of a generic form milling cutter* [International Journal of Advancement in Engineering Technology, Management & Applied Science]. 2015, vol. 2, Iss. 6, pp. 27–35.
8. Oancea N., Popa I., Teodor V.G., Oancea V.G. *Tool profiling for generation of discrete helical surfaces* [Int J Adv Manuf Technol]. 2010, vol. 50, pp. 37–46. DOI: 10.1007/s00170-009-2492-y.
9. Baroiu N., Berbinschi S., Teodor V., Oancea N. *Comparative study of drill's flank geometry developed with the Catia software* [The Annals of “Dunarea de Jos” University of Galati, Fascicle V, Technologies in machine building]. 2012. – Pp. 27–32.
10. Nikolcheva G. Likov I., Stoyanov K. *Computer modelling of twist drill shaped at conical Surface* [Scientific proceedings viii international congress “Machines, technologies, materials”]. 2011, pp. 78–81.

11. Heisel U., Zaloga W., Krivoruchko D., Storchak M., Goloborodko L. *Modelling of orthogonal cutting processes with the method of smoothed particle hydrodynamics* [Production Engineering. Res. Devel]. 2013, vol. 7, pp. 639–645. DOI: 10.1007/s11740-013-0484-0.

12. Kase K., Teshima Y., Usami S., Ohmori H., Teodosiu C., Makinouchi A. *Volume CAD* [Volume Graphics. ACM International Conference Proceeding Series]. 2003, vol. 45, pp. 145–150. DOI: 10.1145/827051.827073.

13. Jerard R.B., Angleton J.M., Drysdale R.L., Su P. *The use of surface points sets for generation, simulation, verification and automatic correction of NC machining programs* [Proceedings of NSF Design and Manufacturing Systems Conference]. 1990. Pp. 143–150.

14. Direct digital subtractive manufacturing of a functional assembly using voxel-based models / R. Lynn, M. Dinar, N. Huang et al // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2018. – Vol. 140. Pp. 1–14. DOI: 10.1115/1.4037631.

15. Wu J., Yu G., Wang D., Zhanga Y., Charlie C. L. Wang *Voxel-based interactive haptic simulation of dental drilling* [Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE]. 2009. Pp. 1–10. DOI:10.1115/DETC2009-86661.

16. Jovanovic J.D., Spaic O. *Geometric modeling of twist drills* [16th International Research/Expert Conference “Trends in the Development of Machinery and Associated Technology”]. Dubai: UAE. 2012. Pp. 115–118.

17. Abele E., Fujara M. *Simulation-based twist drill design and geometry optimization* [CIRP Annals – Manufacturing Technology]. 2010. vol. 59 (1). – Pp. 145–150. DOI: 10.1016/j.cirp.2010.03.063.

18. Ren K., Ni J. *Analyses of drill flute and cutting angles* [The International Journal of Advanced Manufacturing Technology]. 1999. Vol. 15. Pp. 546–553. DOI: 10.1007/s001700050100.

19. Hsieh, J-F. Lin P.D. *Drill point geometry of multi-flute drills* [The International Journal of Advanced Manufacturing Technology]. 2005. Vol. 26. Pp. 466–476. DOI: 10.1007/s00170-003-2027-x.

20. Shchurova E.I. *Voxel and Finite Element Modeling of Twist Drill* [Lecture Notes in Mechanical Engineering]. 2019. Vol. II. Pp. 181–190. DOI: 10.1007/978-3-030-22063-1_20.

Щурова Екатерина Игоревна, аспирант кафедры «Технология автоматизированного машиностроения», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, shchurovaei@susu.ru.

Поступила в редакцию 26 февраля 2020 г.

DOI: 10.14529/engin200207

DISCRETE SOLID MODELING OF THE STANDARD TWIST-DRILL

E.I. Shchurova, shchurovaei@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

Services of technological process planning need to forecast axis deviations of the holes obtained by drilling operationally. For this purpose, it is necessary to calculate drill bending caused by cutting and fixing forces during stating of drilling. The finite element method (FEM) is the most widespread method for calculating drill bending. FEM taken separately or in conjunction with the SPH method used for simulation the workpiece machining process provides the most accurate estimates of drill walking. In this regard, there is a need to generate finite element meshes that accurately correspond to the geometry of drilling tools. The analytical geometric models of cutting tools previously described in the publications either use spline approximation, or model solutions are based on iterative approaches. The presented paper proposes an accurate calculation of the surfaces and edges of standard twist drills based on algebra of sets and voxel modeling. The paper presents mathematical relations for describing major flanks obtained during tool grind-

ing in the form of flat surface, cylindrical, conical (two types of sharpening) and screw surfaces. These relations in combination with the relations for helical chip grooves, tooth backs and lands of margin early published by the author make it possible to develop geometric models of almost all standard twist drills. Further automatic conversion of the calculated voxels into finite elements provides an opportunity to perform the necessary calculations of drill bending and to evaluate the location of the machined holes of the parts. The obtained relations have been used to develop computer programs for modeling of various types of drills, including drills with all the types of major flanks indicated above, with one and two lands of margin, with different types of lands of margin sharpening. Thus, the universality of the presented model of standard drills and its sufficiency for finite element meshes generation has been proved.

Keywords: twist drill, drill bending, drill walking, 3D-modeling, voxel model, finite element model.

Received 26 February 2020

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Щурова, Е.И. Дискретное твердотельное моделирование стандартных спиральных сверл / Е.И. Щурова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2020. – Т. 20, № 2. – С. 70–80. DOI: 10.14529/engin200207

FOR CITATION

Shchurova E.I. Discrete Solid Modeling of the Standard Twist-Drill. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 70–80. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin200207