

Численные методы моделирования

УДК 621.9

DOI: 10.14529/engin210305

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАЗМЕННОГО ПОДОГРЕВА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ

А.В. Прохоров, А.В. Акинцева

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

В статье рассматривается вопрос математического моделирования процесса плазменно-механической обработки круглых цилиндрических заготовок для случая стационарного и нестационарного режимов. Подогрев заготовки плазменной дугой позволяет значительно снизить прочностные характеристики обрабатываемого материала и существенно повысить производительность операций формообразования. При построении теплофизической модели используется авторская методика, базирующаяся на действии фиктивных приповерхностных внутренних источников теплоты. Основой моделирования служат дифференциальные уравнения переноса тепла в частных производных в предположении анизотропности и температурной инвариантности физико-механических свойств обрабатываемых материалов. Начальные и граничные условия учитывают как конвективный теплообмен с окружающей средой, так и теплоотдачу излучением в инфракрасном диапазоне. Для стационарного и нестационарного режимов методом Фурье рассчитаны температурные поля, позволяющие определить значение и градиентную картину в приповерхностном слое заготовки, подвергающемся наибольшему нагреву. Полученные соотношения приведены к инженерному виду, удобному для проведения практических расчетов. Отличительной особенностью построенных моделей является возможность построения температурных полей вне зависимости от размеров заготовки, так как все соотношения выведены в безразмерном виде с единым характерным размером – радиусом обрабатываемого вала. Проведенный численный эксперимент показал границы применимости и необходимости использования соотношений, учитывающих нестационарность режима на уровне половины характерного размера. При обработке валов длиной более радиуса заготовки влияние времени становится несущественным и процесс можно считать стационарным. Кроме того, расчеты дали возможность найти оптимальное с точки зрения длительности бесперегревной работы инструмента расстояние между резцом и плазменной горелкой в безразмерном виде.

Ключевые слова: плазменно-механическая обработка, математическое моделирование, температурные поля.

Введение

Плазменный подогрев заготовок при их обработке на металлорежущем оборудовании является одним из самых эффективных способов увеличения производительности операций формообразования для изделий из труднообрабатываемых марок сталей и сплавов [1–4]. При нагреве происходит снижение прочности материала, повышение его пластичности и, как следствие, уменьшается сопротивление режущему инструменту. Это обстоятельство позволяет увеличивать продольную и осевую подачи, скорость вращения заготовки, что приводит к значительному сокращению времени обработки одной детали [5–7].

В этом случае к традиционным описаниям температурных полей, генерируемых непосредственно взаимодействием обрабатываемой детали и режущего инструмента [8–10], необходимо добавлять накладывающиеся на них градиенты температур от нагрева заготовки подогревающей плазменной дугой.

Описание действия внешнего источника теплоты на твердые тела и явления теплопереноса – сложная многоаспектная задача, решению которой посвящено значительное число работ как отечественных, так и зарубежных ученых [11–15]. При этом часто рассматривается вариант численного моделирования, позволяющего учесть изменяющуюся геометрию обрабатываемой заготовки и фазовые превращения в материале. Недостатком такого подхода является узконаправлен-

ность разностных схем и их явная зависимость от конкретных геометрических параметров, что влечет за собой трудности с адаптацией и экстраполяцией получаемых результатов на весь сортament изделий [16–19].

Поскольку при плазменно-механической обработке фазовые превращения недопустимы и неизбежно приводят к браку, указанное преимущество конечно-разностных схем не играет значимой роли и на первый план выходят аналитические методы моделирования, позволяющие получить в явном виде распределение температур в детали и режущем инструменте. В этом случае нам представляется целесообразным использование фиктивных приповерхностных источников тепловыделения, расположенных внутри заготовки [20]. Решение уравнения теплопроводности при таком подходе значительно упрощается, а получаемые соотношения являются более универсальными и удобными для проведения практических расчетов с использованием ЭВМ.

Для задачи моделирования нагрева цилиндрической заготовки необходимо определиться с видом и особенностями функции внутренних источников теплоты. В данном случае распределение температуры по углу поворота в сечении заготовки ввиду кольцевого характера влияния плазменной дуги является постоянной величиной и интерес будут представлять только радиальный и осевой градиенты, позволяющие оценить максимумы распределения и сделать выводы о наличии структурных особенностей и постоянстве физико-механических свойств обрабатываемого материала.

1. Расчетная схема, принятые допущения

Основным допущением при разработке модели является относительно высокая скорость вращения заготовки, приводящая к тому, что точечный источник теплоты (пятно дуги плазматрона) за малый промежуток времени фактически несколько раз проходит по одной и той же поверхности, образуя квазистационарный кольцеобразный факел с точки зрения теплового воздействия на вал. При этом, как уже отмечалось, можно считать распределение температур по углу поворота в каждом конкретном сечении инвариантным.

С точки зрения расчета температурных полей представляет интерес не только стационарное распределение, но и временные нестационарные зависимости, особенно при обработке коротких по длине участков детали, когда теплофизическая неравномерность проявляется наиболее сильно. Для универсальности получаемых соотношений все формулы и величины переведены в безразмерный вид, что позволяет делать обобщенные выводы по результатам проведенных численных экспериментов.

2. Стационарный режим

В случае стационарного режима плотность тепловыделения внутренних источников теплоты целесообразно в соответствии с центральной предельной теоремой задать распределенной по закону Гаусса по оси заготовки в предположении, что источник теплоты стационарен и по отношению к времени проводимой операции формообразования действует значительно дольше, находясь в начале координат. Это позволит максимально приблизить фиктивный источник к реальному потоку энергии в дуге плазмы и, в отличие от численных методов и конечно-разностных схем, провести расчет температурных полей непосредственно в зоне его действия, где наблюдаются максимальные градиенты.

В этом случае дифференциальное уравнение теплопроводности в частных производных в безразмерном виде для вала можно записать так:

$$\text{Re} \frac{\partial \Theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \phi(X, R), \quad (1)$$

где $\Theta = (T - T_0) / (T_{\text{пр}} - T_0)$ – значение обезразмеренной температуры; T – термодинамическая температура заготовки; $T_{\text{пр}}$ – эксплуатационная максимальная температура для режущего инструмента; T_0 – начальная температура заготовки; $X = x/R_0$, $R = r/R_0$ – обезразмеренные координаты с характерным размером – радиусом заготовки; r , x – координаты в цилиндрической системе с началом в точке действия плазменной дуги; $\phi(X, R)$ – соотношение для моделирования

действия фиктивных источников теплоты; $Pe = \nu R_0/a$ – критерий Пекле; ν – продольная скорость вала (относительно режущего инструмента и пятна дуги); R_0 – радиус цилиндрической заготовки.

Функция $\phi(X, R)$ моделирует эквивалентное действие кольца плазмы на материал заготовки. Вид соотношения $\phi(X, R)$ задается таким, чтобы фиктивные приповерхностные источники были локализованы в слое шириной в диаметр реального опорного пятна дуги плазматрона $2r_0$. Для нашего случая предлагается следующий явный вид функции источников теплоты:

$$\phi(X, R) = \frac{R_0^2 q_{V0}}{\chi(T_{np} - T_0)} \exp\left(k_1(R-1) - \left(X \frac{R_0}{r_0}\right)^2\right), \quad (2)$$

где q_{V0} – удельная плотность тепловыделения для точки с безразмерными координатами $X = 0$ и $R = 1$; $\chi = ac\rho$ – коэффициент теплопроводности; a – коэффициент температуропроводности; c, ρ – теплоемкость и плотность материала заготовки; k_1 – задаваемое большое число, позволяющее сместить источники тепловыделения ближе к поверхности изделия.

Уравнение (1) решалось методом Фурье с учетом ненулевого конвективного теплообмена вала с окружающей средой и теплообмена излучением с поверхности детали:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial R}\Big|_{R=0} = 0; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial R}\Big|_{R=1} = -Bi\Theta\Big|_{R=1}; \quad \Theta\Big|_{X=\pm\infty} = 0, \quad (3)$$

где $Bi = \alpha R_0/\chi$ – критерий Био; α – коэффициент теплоотдачи.

Решение (1) совместно с условиями (2) и (3) дает формулу для определения температурных полей в обрабатываемой детали при стационарном режиме в безразмерном виде:

$$\Theta = \frac{Q}{2\chi(T_{np} - T_0)\pi R_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_m)}{a_m} \cdot \frac{J_0(\mu_m R)}{J_0^2(\mu_m) + J_1^2(\mu_m)} \cdot \left\{ \exp\left(\frac{1}{2}(Pe + a_m)X + b_m^2\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{XR_0}{r_0} + b_m\right) \right] + \exp\left(\frac{1}{2}(Pe - a_m)X + c_m^2\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{XR_0}{r_0} + c_m\right) \right] \right\}, \quad (4)$$

где μ_m – корни характеристического уравнения $xJ_1(x) = BiJ_0(x)$, получаемого из граничных условий (3); J_0, J_1 – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков; $\operatorname{erf}(x)$ – функция интеграла ошибок; Q – тепловой поток от плазматрона; a_m, b_m, c_m – коэффициенты, которые находятся по формулам:

$$a_m = \sqrt{Pe^2 + 4\mu_m^2}, \quad (5)$$

$$b_m = r_0(Pe + a_m)/4R_0, \quad (6)$$

$$c_m = r_0(Pe - a_m)/4R_0. \quad (7)$$

Q связан с плотностями тепловыделения q_V и q_{V0} интегральными формулами:

$$Q = \int_V q_V dV = \frac{2q_{V0}\pi^{3/2}R_0^2 r_0}{k_1}. \quad (8)$$

Построение температурных полей по (4) выполнялось для сплава ХН73МБТЮ при следующих теплофизических и физико-механических параметрах: $c = 460$ Дж/(кг·К); $\rho = 8 \cdot 10^3$ кг/м³; $\chi = 30$ Вт/(м·К); $a = 8,15 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $2R_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ м; $r_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $Pe = 5$; $Bi = 0,1$; $T_{np} = 1100$ К; $T_0 = 300$ К. Подбор значения мощности внутренних источников теплоты Q проводился исходя из условия максимальности температуры зоны прогрева на уровне ниже температуры фазового перехода – плавления материала заготовки при $X = 0$ и $R = 1$.

Расчеты показали, что при удалении от поверхности заготовки максимум температуры смещается по оси Ox , что объясняется тепловой инерцией материала и продольным движением ва-

ла. Во избежание перегрева инструмента (предельная температура эксплуатации для режущей пластины из BK10XOM ≈ 1100 K) расстояние по оси Ox между центром опорного пятна дуги и вершиной лезвия резца должно быть в пределах $X = 1 \div 2$ (для указанных значений критерия Pe). При этом относительная температура заготовки непосредственно в зоне резания составляет $\Theta \approx 0,8$. Конвективный и лучистый теплообмен с окружающей средой обуславливают ситуацию, при которой для расстояний $X \geq 2$ наблюдается инверсия прогрева – температура на оси вала из-за действия радиальной теплопроводности оказывается выше (на $5 \div 10$ %), чем на поверхности.

3. Нестационарный режим

В рассмотренной выше задаче не учитывалась нестационарность процесса плазменно-механической обработки при обработке относительно коротких участков. Для учета временной составляющей в левую часть уравнения теплопроводности (1) необходимо ввести частную производную от температуры по времени в безразмерном виде через критерий Фурье:

$$Pe \frac{\partial \Theta}{\partial X} + \frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \phi(X, R, Fo), \quad (9)$$

где $Fo = a\tau/R_0^2$ – критерий Фурье; τ – время; $\phi(X, R, Fo)$ – функция внутренних источников тепла, учитывающая нестационарность процесса.

Для рассматриваемой задачи функцию внутренних источников теплоты $\phi(X, R, Fo)$, моделирующую нестационарного действия дуги, представим так:

$$\phi(X, R, Fo) = \frac{q_{V0} R_0^2}{\chi(T_{np} - T_0)} \exp\left(k_1(R-1) - X \frac{R_0}{r_0} - \frac{Fo R_0^2}{a\tau_0}\right). \quad (10)$$

Граничные условия на поверхности и торце заготовки следующие:

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right|_{R=1} = -Bi \Theta|_{R=1}, \quad \Theta|_{X=0} = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (9) с учетом (10) и (11) и нулевого начального условия дает выражение для расчета нестационарных температурных полей:

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{Q_{\Sigma}}{2\chi(T_{np} - T_0)\pi r_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_m)}{\left(\frac{1}{Fo} + d_m\right)} \cdot \frac{J_0(\mu_m R)}{J_0^2(\mu_m) + J_1^2(\mu_m)} \left\{ \exp(Pe X) \times \right. \\ & \times \left[-e^{-Fo d_m} \left\{ e^{-X\sqrt{b_m}} \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{Fo}} - \sqrt{b_m Fo}\right) + e^{X\sqrt{b_m}} \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{Fo}} + \sqrt{b_m Fo}\right) \right\} + \right. \\ & \left. \left. + e^{-\frac{Fo R_0^2}{a\tau_0}} \left\{ e^{-X\sqrt{c_m}} \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{Fo}} - \sqrt{Fo c_m}\right) + e^{X\sqrt{c_m}} \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{Fo}} + \sqrt{Fo c_m}\right) \right\} \right] \right\} + \\ & \left. + \exp\left(-X \frac{R_0}{r_0}\right) \left[\exp(-Fo d_m) + \exp\left(-\frac{Fo R_0^2}{a\tau_0}\right) \right] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где μ_m – корни характеристического уравнения $xJ_1(x) = Bi J_0(x)$, вытекающего из условий (11); Q_{Σ} – суммарный тепловой поток от источника; b_m, d_m, c_m – коэффициенты, которые находятся по формулам:

$$d_m = -\mu_m^2 + \frac{R_0^2}{r_0^2} + R_0 \frac{Pe}{r_0}, \quad (13)$$

$$b_m = Pe^2 + \frac{R_0^2}{r_0^2} + R_0 \frac{Pe}{r_0}, \quad (14)$$

$$c_m = \mu_m^2 + \text{Pe}^2 - \frac{R_0^2}{a\tau_0}. \tag{15}$$

Суммарный тепловой поток от источника Q_Σ связан с плотностями тепловыделения q_V и q_{V0} соотношениями:

$$Q_\Sigma = \int \int_{V_0} q_V dV = \frac{4q_{V0}\pi R_0^2 r_0 \tau_0}{k_1}. \tag{16}$$

Если устремить время в уравнении (12) в бесконечность, то можно получить частное решение, характеризующее случай стационарного нагрева:

$$\Theta_{ст} = \frac{Q}{\chi(T_{пр} - T_0)\pi r_0} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \exp[g_m X] - \exp\left[-X \frac{R_0}{r_0}\right] \right\} \frac{J_0(\mu_m R) J_0(\mu_m)}{d_m (J_0^2(\mu_m) + J_1^2(\mu_m))}, \tag{17}$$

где d_m, g_m – коэффициенты, которые находятся по формулам:

$$d_m = -\mu_m^2 + R_0^2/r_0^2 + R_0 \text{Pe}/r_0, \tag{18}$$

$$g_m = \text{Pe} - \sqrt{\text{Pe}^2 + \mu_m^2}. \tag{19}$$

Численный эксперимент показал, что для величин $\text{Fo}^* = 0,1$ достигается температурный пик, соответствующий безразмерной координате $X = 0,1$. Кроме того, установлено, что влияние нестационарности значительно только при обработке участков длиной до $X < \text{PeFo}^* = 0,5$. При обработке валов, как правило, значение безразмерной координаты $X > 1$, поэтому нестационарность процесса можно не учитывать и использовать вместо (12) и (17) более простое в расчетном плане соотношение (4).

Выводы

1. Для процесса плазменно-механической обработки построена аналитическая модель подогрева цилиндрических заготовок плазменной дугой, распределенной по закону Гаусса, для двух случаев – стационарного и нестационарного режима в безразмерной системе координат с использованием фиктивных приповерхностных источников теплоты.

2. Проведены численные эксперименты, установлены границы применимости и необходимости использования модельных соотношений, учитывающих нестационарность режима на уровне половины характерного размера. При обработке валов длиной более радиуса заготовки влияние времени становится несущественным и процесс можно считать стационарным. В этом случае можно для построения и анализа температурных полей при выборе оптимальных режимов резания использовать упрощенные выражения.

3. Найдено оптимальное с точки зрения длительности бесперегревной работы инструмента расстояние между резцом и плазменной горелкой в безразмерном виде. При меньшем расстоянии будет наблюдаться запредельный температурный режим для режущей пластины резца, а при увеличении линейного размера системы плазматрон – резец заготовка будет остывать и в целом при тех же энергозатратах эффективность плазменно-механической обработки заметно снизится.

Литература

1. Резников, Л.А. Теплофизические основы расчета мощности плазматрона при плазменно-механическом резании / Л.А. Резников // Физика и химия обработки материалов. – 1983. – № 5. – С. 37–40.
2. Коротких, М.Т. Плазменно-механическая обработка отверстий в высокопрочных и марганцовистых сталях / М.Т. Коротких, М.М. Радкевич, Д.Ю. Кряжев // Вестник машиностроения. – 2018. – № 10. – С. 70–73.
3. Коротких, М.Т. Особенности применения плазменного нагрева при обработке труднообрабатываемых материалов резанием / М.Т. Коротких, Л.А. Ушомирская // Металлообработка. – 2012. – № 2 (68). – С. 23–27.

4. Гаврыш, В.С. Плазменно-механическая обработка заготовок из труднообрабатываемых материалов / В.С. Гаврыш, Е.В. Бранспиз // Вестник Луганского национального университета имени Владимира Даля. – 2020. – № 3 (33). – С. 83–87.

5. Анализ используемых методик для назначения режимных условий процесса резания / В.Ф. Безъязычный, М.В. Тимофеев, Р.Н. Фоменко, Э.В. Киселёв // Технология металлов. – 2017. – № 12. – С. 2–10.

6. Корнеева, В.М. Теплофизическое обоснование возможности повышения скорости резания при обработке полимерных композиционных материалов / В.М. Корнеева, С.С. Корнеев // Технология металлов. – 2017. – № 6. – С. 2–7.

7. Влияние режимов резания на температуру при фрезеровании заготовок из труднообрабатываемых материалов / В.Н. Трусов, Д.Л. Скуратов, О.И. Законов, В.В. Шикин // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2011. – № 3-1 (27). – С. 57–62.

8. Ивченко, Т.Г. Учет температурных ограничений при оптимизации режимов резания труднообрабатываемых материалов / Т.Г. Ивченко, О.В. Пацук // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – 2018. – № 3 (62). – С. 30–35.

9. Жовтобрюх, В.А. Теоретическое определение теплового баланса и температуры резания при механической обработке / В.А. Жовтобрюх // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011. – Т. 5. – № 5 (53). – С. 51–54.

10. Разработка новой теории тепловых процессов резания. Определение режимов резания, оптимальных по стойкости инструмента / А.Л. Воронцов, Н.М. Султан-заде, А.Ю. Албагачиев, А.И. Савкин // Вестник машиностроения. – 2011. – № 9. – С. 74–77.

11. Denisenko, A.F. Development of the Heat Model of the Spindle Support Metal Cutting Machine / A.F. Denisenko, L.Y. Podkruglyak // Izvestiya of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. – 2020. – Vol. 22. – pp. 49-55. DOI: 10.37313/1990-5378-2020-22-3-49-55.

12. Wu, Z. Heat Modeling and Experiment of Micro-drilling with Multi-parameter Influence / Z. Wu, F. Zhang, K. Feng // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – No. 012035. DOI: 10.1088/1742-6596/1939/1/012035.

13. Investigation on Heat Dissipating Performance of Heat Pipe Cutter with Infrared Imager / L. Liang, Y. Quan, S. Zeng, Z. Ke // 10th International Conference on Progress of Machining Technology, ICPMT 2012. – P. 185–188.

14. The Effects of Heat Generation on Cutting Tool and Machined Workpiece / T. Ogedengbe, A. Okediji, A. Abioduna, A. Yussouff, O. Aderoba, A. Abiola, I. Alabi, A. Oluwasanmi // Journal of Physics Conference Series. – 2019. – Vol. 1378. – P. 1–10. DOI: 10.1088/1742-6596/1378/2/022012.

15. Okman, O. Generalized Transient Temperature Behavior in Induction Heated Workpieces / O. Okman, Z. Dursunkaya, A. Tekkaya // Journal of Materials Processing Technology. – 2009. – Vol. 209. – P. 5932–5939. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2009.07.010.

16. Babu, K. Mathematical Modeling of Surface Heat Flux During Quenching / K. Babu, P. T-S // Metallurgical and Materials Transactions B-process Metallurgy and Materials Processing Science. – 2010. – Vol. 41. – P. 214–224. DOI: 10.1007/s11663-009-9319-y.

17. Ohadi, M. Thermal Energy Distributions in the Workpiece During Cutting With an Abrasive Waterjet / M. Ohadi // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2008. – Vol. 114. – No. 67. DOI: 10.1115/1.2899760.

18. Agapitov, E. Mathematical Modelling of the Thermal State of a Ladle During Arc Heating of the Melt / E. Agapitov, M. Sokolova, M. Lemeshko // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 969. – No. 012044. DOI: 10.1088/1757-899X/969/1/012044.

19. Mathematic Model of Heat Transport in Materials During Cutting Process / D. Janáčková, P. Mokrejs, V. Vasek, R. Drga, O. Liska, J. Krenek. – 2016. DOI: 10.2507/26th.daaam.proceedings.005.

20. Prokhorov, A. A Thermal Model of Resistance Spot Welding / A. Prokhorov // Welding International. – 2016. – Vol. 31. – P. 1–3. DOI: 10.1080/09507116.2016.1243751.

Прохоров Александр Владимирович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Современные образовательные технологии», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, prokhorovav@susu.ru

Акинцева Александра Викторовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Современные образовательные технологии», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, akintsevaav@susu.ru

Поступила в редакцию 20 июня 2021 г.

DOI: 10.14529/engin210305

MATHEMATICAL MODELING OF PLASMA PREHEATING OF A CYLINDRICAL WORKPIECE

A. V. Prokhorov, prokhorovav@susu.ru

A. V. Akintseva, akintsevaav@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The article considers a problem of mathematical modeling of the plasma-mechanical processing of circular cylindrical workpieces for the case of stationary and non-stationary modes. Workpiece preheating by a plasma arc can considerably reduce the strength characteristics of the processed material and significantly increase the productivity of shaping operations. When constructing the thermophysical model, the author's technique is used, based on the effect of fictitious near-surface internal heat sources. The modeling is based on partial differential equations of heat transfer under the assumption of anisotropy and temperature invariance of the physical and mechanical properties of the processed materials. The initial and boundary conditions consider both convective heat exchange with the environment and heat transfer by radiation in the infrared band. For stationary and non-stationary modes, the temperature fields are calculated by the Fourier method, what makes it possible to determine the value and the gradient pattern in the near-surface layer of the workpiece that is subjected to the greatest heating. The obtained relations are presented in an engineering form, which is convenient for carrying out practical calculations. A distinctive feature of the constructed models is the possibility of constructing temperature fields regardless of the workpiece sizes, since all the relations are derived in a dimensionless form with a unified characteristic size – the radius of the processed shaft. The conducted numerical experiment showed the limits of applicability and the need to use relations, considering the nonstationarity of the mode at the level of half of the characteristic size. When processing shafts longer than the workpiece radius, the effect of time becomes insignificant and the process can be considered stationary. In addition, the calculations made it possible to get the optimal distance between the cutter and the plasma burner in a dimensionless form from the point of view of the duration of non-overheating operation of the tool.

Keywords: plasma-mechanical processing, mathematical modeling, temperature fields.

References

1. Reznikov L.A. [Thermophysical Basis of the Calculation Power of the Plasma Torch, Plasma Machine Cutting]. *Physics and Chemistry of Materials Processing*, 1983, vol. 5, pp. 37–40. (in Russ.)
2. Korotkikh M.T., Radkevich M.M., Kryazhev D.Yu. [Plasma Machining of Holes in High Strength and Manganese Steels]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, vol. 10, pp. 70–73. (in Russ.)
3. Korotkikh M.T., Ushomirskaya L.A. [Features of the Application of Plasma Heating in the Processing of Hard-to-Process Materials by Cutting]. *Metalloobrabotka* [Metalworking], 2012, vol. 2 (68), pp. 23–27. (in Russ.)
4. Gavrysh V.S., Branspiz E.V. [Plasma-Mechanical Processing of Blanks from Hard-to-Process Materials]. *Vestnik Luganskogo natsional'nogo universiteta imeni Vladimira Dalya* [Bulletin of the Luhansk National University Named After Vladimir Dal], 2020, vol. 3 (33), pp. 83–87. (in Russ.)
5. Bez"yazychnyy V.F., Timofeev M.V., Fomenko R.N., Kiselev E.V. [Analysis of the Used Methods for Assigning Regime Conditions of the Cutting Process]. *Tekhnologiya metallov* [Technology of Metals], 2017, vol. 12, pp. 2–10. (in Russ.)

6. Korneeva V.M., Korneev S.S. [Thermophysical Justification of the Possibility of Increasing the Cutting Speed when Processing Polymer Composite Materials]. *Tekhnologiya metallov* [Technology of Metals], 2017, vol. 6, pp. 2–7. (in Russ.)
7. Trusov V.N., Skuratov D.L., Zakonov O.I., Shikin V.V. [Influence of Cutting Modes on the Temperature During Milling of Blanks Made of Hard-to-Work Materials]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. academician S.P. Korolev (National Research University)* [Bulletin of the Samara State Aerospace University. Academician S.P. Koroleva (National Research University)], 2011, vol. 3–1 (27), pp. 57–62. (in Russ.)
8. Ivchenko T.G., Paschuk O.V. [Accounting for Temperature Restrictions when Optimizing Cutting Modes of Hard-to-Process Materials]. *Progressivnye tekhnologii i sistemy mashinostroeniya* [Progressive Technologies and Systems of Mechanical Engineering], 2018, vol. 3 (62), pp. 30–35. (in Russ.)
9. Zhovtobryukh V.A. [Theoretical Determination of the Heat Balance and Cutting Temperature in Mechanical Processing]. *Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnologiy* [East-European Journal of Advanced Technologies], 2011, vol. 5 (53), pp. 51–54. (in Russ.)
10. Vorontsov A.L., Sultan-zade N.M., Albagachiev A.Yu., Savkin A.I. [Development of a New Theory of Thermal Cutting Processes]. *Vestnik mashinostroeniya* [Bulletin of Mechanical Engineering], 2011, vol. 9, pp. 74–77. (in Russ.)
11. Denisenko A.F., Podkruglyak L.Y. Development of the Heat Model of the Spindle Support Metal Cutting Machine. *Izvestiya of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2020, vol. 22, pp. 49–55. DOI: 10.37313/1990-5378-2020-22-3-49-55.
12. Wu Z., Zhang Z., Feng K. Heat Modeling and Experiment of Micro-drilling with Multi-parameter Influence. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, no. 012035. DOI: 10.1088/1742-6596/1939/1/012035.
13. Liang L., Quan L., Zeng S., Ke Z. Investigation on Heat Dissipating Performance of Heat Pipe Cutter with Infrared Imager. *10th International Conference on Progress of Machining Technology, ICPMT 2012*, pp. 185–188.
14. Ogedengbe T., Okediji A., Abioduna A., Yussouff A., Aderoba O., Oluwasanmi A. The Effects of Heat Generation on Cutting Tool and Machined Workpiece. *Journal of Physics Conference Series*, 2019, vol. 1378, pp. 1–10. DOI: 10.1088/1742-6596/1378/2/022012.
15. Okman O, Dursunkaya. Z., Tekkaya A. Generalized Transient Temperature Behavior in Induction Heated Workpieces. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009, vol. 209, pp. 5932–5939. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2009.07.010.
16. Babu K. Mathematical Modeling of Surface Heat Flux During Quenching. *Metallurgical and Materials Transactions B-process Metallurgy and Materials Processing Science*, 2010, vol. 41, pp. 214–224. DOI: 10.1007/s11663-009-9319-y.
17. Ohadi M. Thermal Energy Distributions in the Workpiece During Cutting With an Abrasive Waterjet. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2008, vol. 114, no. 67. DOI: 10.1115/1.2899760.
18. Agapitov E., Sokolova M., Lemeshko M. Mathematical Modelling of the Thermal State of a Ladle During Arc Heating of the Melt. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol. 969, no. 012044. DOI: 10.1088/1757-899X/969/1/012044.
19. Janáčová D., Mokrejs P., Vasek V., Drga R., Liska O., Krenek J. Mathematic Model of Heat Transport in Materials During Cutting Process, 2016. DOI: 10.2507/26th.daaam.proceedings.005.
20. Prokhorov A. A Thermal Model of Resistance Spot Welding. *Welding International*, 2016, vol. 31, pp. 1–3. DOI: 10.1080/09507116.2016.1243751.

Received 20 June 2021

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Проخورов, А.В. Математическое моделирование плазменного подогрева цилиндрической заготовки / А.В. Проخورов, А.В. Акинцева // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2021. – Т. 21, № 3. – С. 53–60. DOI: 10.14529/engin210305

FOR CITATION

Prokhorov A.V., Akintseva A.V. Mathematical Modeling of Plasma Preheating of a Cylindrical Workpiece. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 53–60. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin210305