

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СОВЕРШЕННОГО ГАЗА В КОЛЬЦЕВЫХ СОПЛАХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*М.А. Карташева*

## MODELING OF DYNAMICS OF PERFECT GAS IN ANNULAR NOZZLES OF AIRCRAFTS

*M.A. Kartasheva*

Рассмотрена динамика совершенного газа в кольцевых соплах летательных аппаратов. Представлены расчетная область кольцевого сопла и система уравнений для математического моделирования нестационарных осесимметричных смешанных течений совершенного газа в интегральной форме. Решение системы уравнений проводится методом установления с использованием конечно-разностной схемы С.К. Годунова – В.П. Колгана. Представлены результаты математического моделирования течений совершенного газа в кольцевом сопле с укороченным центральным телом.

*Ключевые слова:* кольцевое сопло, динамика совершенного газа, математическое моделирование, система уравнений, коэффициент тяги.

The dynamics of perfect gas in annular nozzles of aircrafts is considered. The computational field of annular nozzles and system equations for mathematical modeling of unsteady axisymmetric compound flows of perfect gas in integral form are presented. The solving of system equations carry out by procedure of assignment with using scheme S.K. Godunov – V.P. Kolgan. The results of mathematical modeling of flows of perfect gas in annular nozzle with short-cut central body are presented.

*Keywords:* annular nozzle, dynamic of perfect gas, mathematical modeling, system of equations, trust coefficient.

Кольцевое сопло, как и любое другое сопло, представляет собой газодинамическое устройство, предназначенное для создания осевой тяги и управляющих усилий либо для создания на выходе из сопла газового потока с заданными свойствами. Тяговые характеристики сопла при заданных параметрах рабочего тела на входе и параметрах внешней среды полностью определяются его геометрической конфигурацией.

Поэтому при заданной геометрической конфигурации кольцевого сопла задача определения тяговых характеристик сводится в основном к определению газодинамических характеристик потока в рассматриваемом сопле, то есть к решению «прямой» задачи теории сопла (расчету поля течения в сопле с последующим определением его тяговых характеристик).

Решение поставленной выше задачи находится с помощью математического моделирования течения газа [1]. Выбор надежного и эффективного метода математического моделирования необходимо провести с учетом характера газодинамических процессов, протекающих в кольцевых соплах, и анализа ударно-волновой структуры течения в кольцевом сопле заданной геометрической конфигурации при заданных параметрах рабочего тела. Геометрическая конфигурация такого сопла предполагает наличие кольцевого минимального сечения, которое имеет достаточно малую ширину по сравнению с радиусом минимального сечения сопла Лаваля той же площади, так как оно расположено на значительном радиусе. На рис. 1 представлена геометрическая конфигурация кольцевого сопла и его основные параметры.

Течения в кольцевых соплах всех описанных типов имеют одну общую черту, а именно: наличие в поле течения интенсивных ударных волн и волн разрежения, положение которых внутри сопла определяется его геометрическими параметрами, параметрами рабочего тела и давлением внешней среды. Следовательно, многообразие конфигураций кольцевых сопел и условий их работы предполагает и многообразие ударно-волновых конфигураций в рассматриваемых соплах.

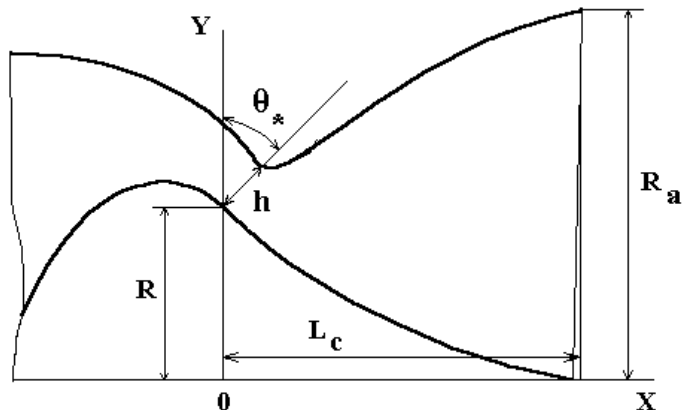


Рис. 1. Геометрические параметры кольцевого сопла: R – радиус, на котором расположена внутренняя граница кольцевого минимального сечения; Ra – радиус выходной части сопла; h – ширина кольцевого минимального сечения сопла; Lc – длина сверхзвуковой части сопла;  $\theta^*$  – угол наклона плоскости минимального сечения сопла

Поэтому для проведения математического моделирования течений в кольцевых соплах целесообразно использовать численные методы, не связанные с выделением особенностей в поле течения и обеспечивающие проведение «сквозного» расчета. Численные методы, в которых необходимо выделение особенностей, могут быть использованы для уточнения картины течения в тех случаях, когда положение разрывов в потоке установлено с помощью предварительных расчетов.

В рассматриваемых геометрических конфигурациях кольцевых сопел в поле течения присутствуют дозвуковые и сверхзвуковые области (расчетная область кольцевого сопла представлена на рис. 2).

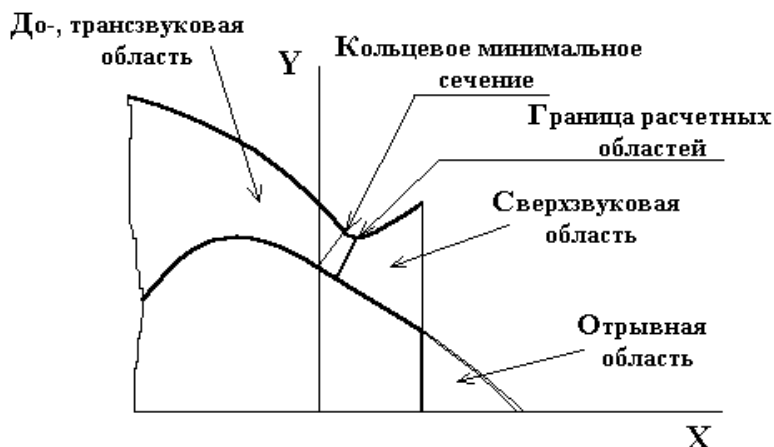


Рис. 2. Расчетная схема кольцевого сопла

Область перехода потока через скорость звука будем рассматривать как область трансзвукового течения. Сложность расчета поля течения в кольцевом сопле обусловлена тем, что все три области течения: до-, транс-, сверхзвуковая расположены во внутреннем объеме сопла не последовательно, как в сопле Лавала, а более сложным образом: три области течения могут чередоваться друг с другом и быть распределены по внутреннему объему сопла нерегулярно, что определяется геометрическими параметрами сопла и условиями его работы.

## Расчет и конструирование

Течение газа в кольцевом сопле представляет собой двумерное осесимметричное течение. Нестационарная система уравнений газовой динамики, описывающая осесимметричное течение невязкого газа, в интегральной форме имеет следующий вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\sigma} \rho r dx dy + \oint_{\Gamma} \rho r (u dy - v dx) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\sigma} \rho r u dx dy + \oint_{\Gamma} \rho r ((\rho u^2 + p) dy - u v dx) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\sigma} \rho r v dx dy + \oint_{\Gamma} \rho r (\rho u v dy - (\rho v^2 + p) dx) &= \iint_{\sigma} p dx dy; \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\sigma} \rho r \left( e + \frac{V^2}{2} \right) dx dy + \oint_{\Gamma} \rho r \left( \frac{p}{\rho} + e + \frac{V^2}{2} \right) (u dy - v dx) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность газа;  $p$  – давление газа;  $u, v$  – осевая и радиальная компоненты вектора скорости  $\vec{V}$ ;  $x, y$  – осевая и радиальная координаты;  $e = \frac{1}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho}$  – удельная внутренняя энергия газа;  $t$  – время;  $\sigma$  – произвольная замкнутая область в плоскости  $X, Y$  с границей  $\Gamma$ .

Вопрос о количестве граничных условий для рассматриваемой системы уравнений решается на основе анализа ее характеристических свойств. На стенках ставится условие непротекания  $V_n = 0$ ; на границе струи задается давление  $p = p_n$ ; на входной дозвуковой границе должны быть поставлены три граничных условия, в качестве которых используется постоянство энтропии  $S = \text{const}$ , полной энтальпии  $H_0 = \text{const}$ , распределение угла наклона вектора скорости  $\Theta_* = \Theta_*(x, y)$ . На сверхзвуковой входной границе необходимо задание всех параметров течения. Выходная граница выбирается таким образом, чтобы нормальная к границе составляющая скорости была сверхзвуковой. Граничных условий в этом случае не требуется.

В качестве уравнения состояния рассматриваемого газа принято уравнение состояния совершенного газа

$$p = \rho R T. \quad (2)$$

Расчет поля течения в кольцевом сопле представляет собой расчет смешанного течения, так как в поле течения кольцевых сопел имеются зоны дозвукового и сверхзвукового течения. В этом случае стационарные уравнения газовой динамики являются уравнениями смешанного типа: эллиптическими в дозвуковой зоне и гиперболическими в сверхзвуковой зоне, причем местоположение и геометрическая конфигурация поверхностей, разделяющих эти зоны (а в поле течения кольцевого сопла их может быть несколько) заранее неизвестны. Численный расчет течения в рассмотренном случае наталкивается на две взаимосвязанные трудности: необходимо применение различных численных методов в областях, расположение которых заранее неизвестно. Для разрешения этих трудностей целесообразно использовать метод установления [3], заключающийся в рассмотрении нестационарного физического процесса и его установления по времени (решении стационарной задачи с помощью нестационарной). Введение временной координаты означает переход к гиперболической системе уравнений, справедливой во всех областях рассматриваемого течения, для решения которой применяется один численный метод.

Решение данной нестационарной системы сходится с течением времени к решению стационарной задачи. В связи с этим важное значение имеет выбор критерия установления, по которому можно судить о достижении искомого результата. В качестве такого критерия целесообразно использовать постоянство какой-либо интегральной характеристики течения на определенном временном промежутке. В случае кольцевого сопла одним из таких критериев может быть постоянство давления на поверхностях сопла, так как именно интеграл давления по поверхностям сопла определяет его тяговую характеристику (в зависимости от поставленной цели расчета могут быть использованы и другие критерии установления).

Алгоритм расчета смешанных течений идеального газа в кольцевых соплах построен на основе общего подхода к численному решению задач газовой динамики, предложенного в работе

С.К. Годунова, А.В. Забродина, М.Я. Иванова, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопова «Численное решение многомерных задач газовой динамики» [4], а также на методах, изложенных в работах [5, 6].

Рассматриваемая разностная схема имеет первый порядок точности по пространству и времени, что не в полной мере удовлетворяет задаче моделирования течений в кольцевых соплах ввиду многообразия и геометрической сложности волновых структур, так как в этом случае требуется повышенная точность расчета. Кроме того, известно, что схема [4] в ее первоначальном варианте не совсем адекватно описывает разрывы параметров различных типов (ударные волны, волны разрежения, контактные разрывы), используя решение одной задачи о распаде разрыва при определении параметров газа в ячейке разностной сетки.

Поэтому в данной работе для расчета параметров кольцевых сопел использована модификация В.П. Колгана схемы [4], имеющая второй порядок точности по пространственным переменным и более точно описывающая параметры газа при рассмотрении разрывов параметров газа в поле течения [7, 8]. Данная модификация построена с применением принципа минимальных значений производной к построению разностной схемы. В работе также использованы идеи, описанные в работе Н.И. Тилляевой [9], представляющие некоторые аспекты практического применения модификации [7, 8] схемы [4] для произвольных нерегулярных расчетных сеток.

Для расчета параметров сверхзвукового течения в кольцевых соплах в случаях, когда заранее известен характер течения, используется разностная схема М.Я. Иванова – А.Н. Крайко – Н.В. Михайлова, являющаяся стационарным аналогом схемы С.К. Годунова. В данной работе использовано обобщение схемы М.Я. Иванова – А.Н. Крайко – Н.В. Михайлова, необходимость использования которого связана с тем, что в кольцевых соплах направление, вдоль которого скорость течения больше скорости звука, в общем случае не совпадает с осью симметрии потока. Как правило, в кольцевом сопле в поле течения присутствует значительная радиальная компонента скорости (причем она может быть направлена как к оси сопла, так и в противоположном направлении). Такая особенность течения газа в кольцевом сопле требует вычисления осевой и радиальной компонент вектора скорости и проверки наличия сверхзвукового течения в направлении, перпендикулярном выходной границе расчетной области сопла.

На основе указанных расчетных методов разработаны вычислительные алгоритмы, позволяющие проводить расчеты течений в кольцевых соплах без предварительного выделения особенностей и определить газодинамические параметры потока и тяговые характеристики кольцевого сопла. Основное отличие представляемых вычислительных алгоритмов от применяемых ранее – их модификация в части построения разностной сетки и постановки граничных условий. Такие различия обусловлены особой геометрией расчетной области кольцевого сопла: наличием двух обтекаемых поверхностей и сложной искривленной геометрией расчетной области, что приводит к наличию в исследуемом потоке значительных градиентов газодинамических параметров и необходимости «подстраивать» разностную сетку под особенности течения.

Необходимо также отметить, что в уравнении энергии системы (1) не учитывается вращательная энергия вихрей, возникающих при движении газа по искривленному проточному тракту кольцевого сопла. При проведении математического моделирования предполагалось, что величина вращательной энергии таких вихрей существенно меньше, чем величина кинетической и внутренней энергии газового потока.

В соответствии с целью настоящего исследования проведено математическое моделирование кольцевых сопел внешнего расширения. Рассмотрено течение совершенного газа в кольцевых соплах внешнего расширения (без внешней обечайки), разгон газового потока в которых происходит при обтекании профилированного центрального тела. Рассмотрены две конфигурации кольцевых сопел с частично и полностью укороченными центральными телами (рис. 3).

Характерной особенностью течения в таком сопле является наличие развитой отрывной области за торцем укороченного центрального тела, параметры которой определяются ударно-волновым взаимодействием газовых потоков, истекающих из минимального сечения сопла, представляющего кольцевую щель, плоскость которой имеет существенный наклон к продольной оси сопла. Данная особенность приводит к возникновению в потоке значительных градиентов газодинамических параметров, определяющих волновую структуру течения. В ходе проведенного численного моделирования исследована детальная структура течения в кольцевых соплах с укор-

## Расчет и конструирование

роченным центральным телом с целью определения распределения давления по поверхности кольцевого сопла, которое в конечном итоге и определяет тяговые характеристики сопла.

Сравнение тяговых характеристик кольцевых сопел (да и, вообще, сопел любого типа) удобно проводить, используя такую характеристику, которая бы не зависела от габаритных размеров сопла и величины расхода рабочего тела через сопло, а характеризовала бы эффективность организации процесса истечения газа из сопла, которое определяется геометрической конфигурацией сопла. Такой характеристикой является коэффициент тяги, определяемый как отношение тяги сопла к площади минимального сечения сопла и давлению торможения на входе в сопло:

$$K_T = \frac{R_{\text{сопла}}}{F_* \cdot P_0}, \quad (3)$$

где  $R_{\text{сопла}}$  – тяга сопла,  $F_*$  – площадь минимального сечения сопла,  $P_0$  – давление торможения на входе в сопло.

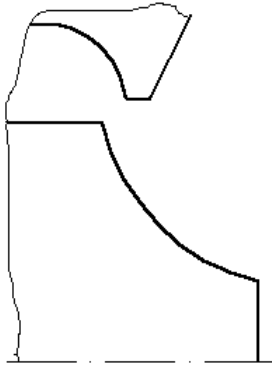


Рис. 3. Конфигурация кольцевого сопла для проведения математического моделирования

Для проведения математического моделирования характеристик кольцевых сопел выбрано сопло с частично укороченным центральным телом, которое является типичной конфигурацией для кольцевых сопел исследуемого типа (все геометрические параметры сопла обезразмерены на радиус центрального тела: радиус, на котором расположено кольцевое минимальное сечение). В рассматриваемом случае угол наклона плоскости минимального сечения составляет  $\sim 45^\circ$  (на расчетной сетке размером 80 ячеек по длине и 15 ячеек по ширине), укорочение центрального тела составляет  $\sim 70\%$  ( $\bar{L}_c = 0,3$ ), ширина минимального сечения сопла  $h \sim 0,15$ .

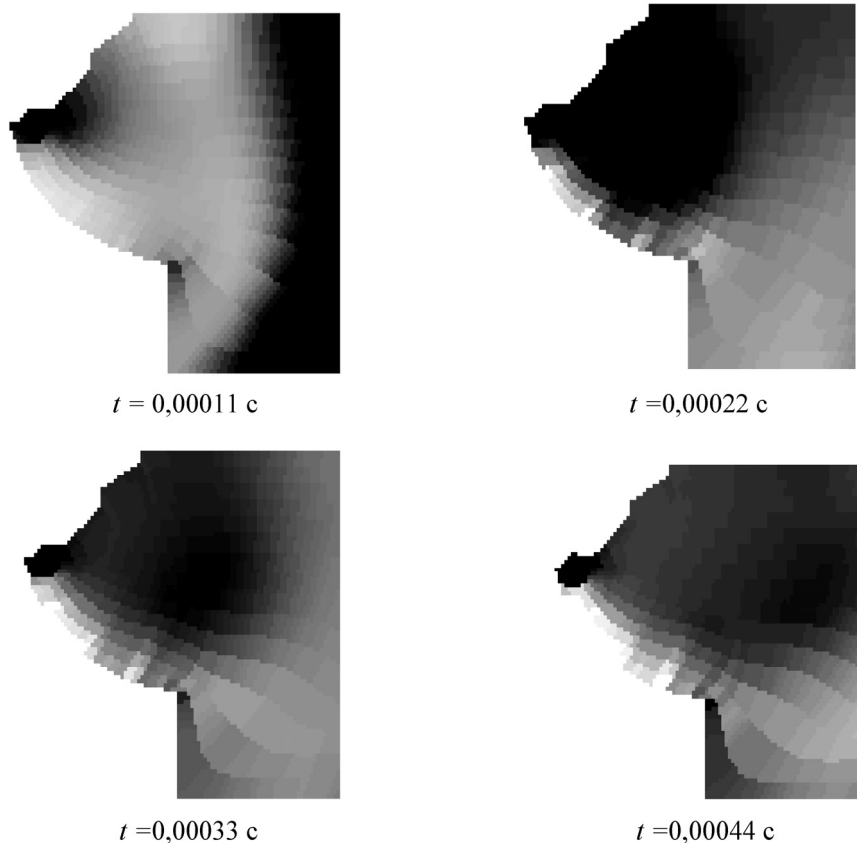


Рис. 4. Поля давлений в кольцевом сопле в различные моменты времени (более светлые области соответствуют более высокому давлению)

Расчет поля течения в кольцевом сопле с углом наклона минимального сечения  $\sim 45^\circ$  осуществлен с помощью метода установления с использованием расчетной схемы, описанной выше. В поле течения строится расчетная сетка с большим количеством ячеек, что позволяет существенно повысить точность расчета и увеличить скорость сходимости нестационарного решения к стационарному. Расчеты проведены при следующих параметрах газа: отношение давлений на входе в сопло и во внешней среде  $P_0/P_n = 5$ ; показатель изоэнтропы газа  $k = 1,4$ . В качестве критерия установления параметров потока принято постоянство распределения давления по обтекаемым поверхностям сопла и постоянство расхода газа через кольцевое минимальное сечение сопла. При постоянстве этих параметров, как показывает практика вычислений, величина тяги также является установившейся величиной.

В результате расчета получена картина течения, представленная на рис. 4. Контур сопла совпадает с левой границей поля давления. Приведены поля давления для различных моментов времени, наглядно иллюстрирующие процесс «запуска» сопла и позволяющие определить момент установления течения [1].

В рассматриваемой конфигурации кольцевого сопла заметно существенное повышение давления на поверхности центрального тела в результате наличия системы скачков уплотнения, возникающей непосредственно после прохождения газом через кольцевую щель. При принятом в расчете отношении давлений  $P_0/P_n = 5$  какого-либо заметного расширения сверхзвуковой струи не наблюдалось. Газ движется вдоль центрального тела в тонком сжатом слое, при этом диаметр ближнего следа существенно меньше диаметра, на котором расположено кольцевое минимальное сечение. Такой характер течения определяется низким перепадом давлений в сопле и является проявлением свойства саморегулируемости течения в кольцевом сопле по давлению внешней среды. За торцом укороченного центрального тела формируется замкнутая отрывная донная область, давление в которой меньше, чем в окружающей эту область струе. В целом, тяговые характеристики сопла определяются интегралом давления по всем поверхностям сопла с учетом тяги, создаваемой кольцевым минимальным сечением.

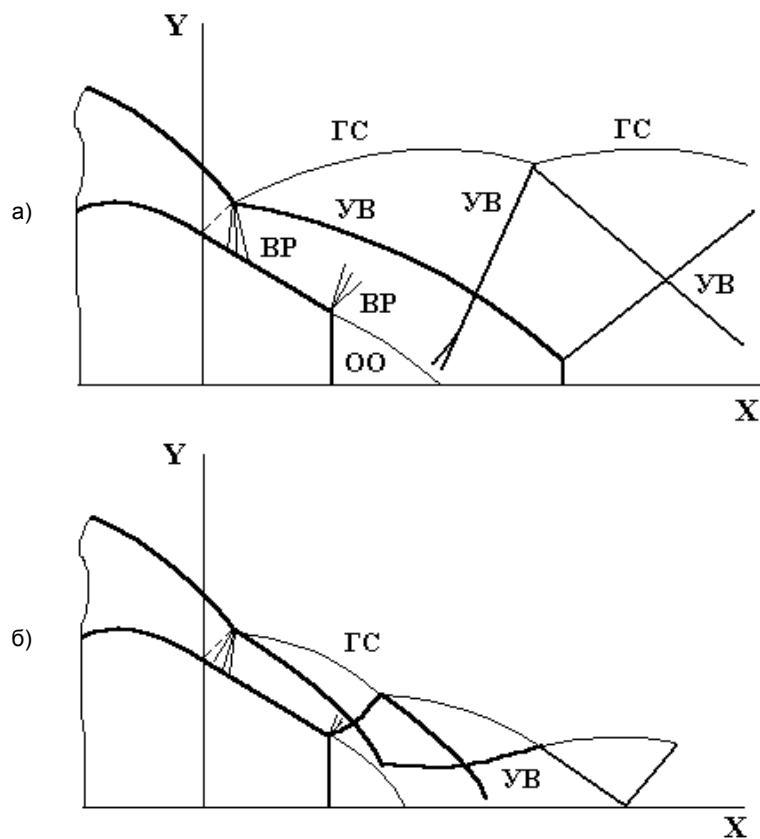


Рис. 5. Схемы течения в кольцевом сопле с укороченным центральным телом при различных отношениях давлений: а –  $P_a > P_n$ ; б –  $P_a < P_n$

## Расчет и конструирование

Для рассмотренного кольцевого сопла получено следующее значение коэффициента тяги:  $K_T = 0,968$ .

Результаты математического моделирования газодинамических характеристик кольцевого сопла различных геометрических конфигураций показали высокую эффективность применяемых методов С.К. Годунова – В.П. Колгана и М.Я. Иванова – А.Н. Крайко – Н.В. Михайлова для расчета течений в кольцевых соплах.

По результатам численного моделирования определены картины течения в кольцевых соплах различных конфигураций [1]. На рис. 5 приведена типичная схема течения в кольцевом сопле с укороченным центральным телом для различных соотношений давления на срезе сопла  $P_a$  и давления внешней среды  $P_n$ . Сокращениями на нем обозначены: УВ – ударная волна, ВР – волна разрежения, ГС – граница струи, ОО – отрывная область.

Полученные результаты математического моделирования могут быть использованы при определении газодинамической структуры потока в кольцевых соплах летательных аппаратов различного назначения и их тяговой эффективности.

### Литература

1. Карташев, А.Л. Математическое моделирование течений в кольцевых соплах: моногр. / А.Л. Карташев, М.А. Карташева. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2011. – 158 с.
2. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами / Л.Е. Стернин, Б.Н. Маслов, А.А. Шрайбер и др. – М.: Машиностроение, 1980. – 176 с.
3. Годунов, С.К. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной / С.К. Годунов, А.В. Забродин, Г.П. Прокопов // ЖВМ и МФ. – 1961. – Т. 1, № 6. – С. 1020–1050.
4. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов и др. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
5. Иванов, М.Я. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах / М.Я. Иванов, А.Н. Крайко // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1969. – № 5. – С. 77–83.
6. Иванов, М.Я. Расчет смешанного течения газа в соплах / М.Я. Иванов, А.Н. Крайко // Труды секции по численным методам в газовой динамике 2-го Международного colloквиума по газодинамике взрыва и реагирующих систем, 19–23 авг. 1969 г., Новосибирск. – М.: ВЦ АН СССР, 1971. – Т. 2. – С. 3–26.
7. Колган, В.П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики / В.П. Колган // Уч. зап. ЦАГИ. – 1972. – Т. 3, № 6. – С. 68–77.
8. Колган, В.П. Конечно-разностная схема для расчета разрывных решений нестационарной газовой динамики / В.П. Колган // Уч. зап. ЦАГИ. – 1975. – Т. 6, № 1. – С. 9–14.
9. Тилляева, Н.И. Исследование возможностей модификации В.П. Колгана численной схемы С.К. Годунова, сохраняющей аппроксимацию на произвольных расчетных сетках / Н.И. Тилляева // Технический отчет ЦИАМ № 9860. – М., 1982. – 46 с.

Поступила в редакцию 19 сентября 2012 г.

**Карташева Марина Анатольевна.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Летательные аппараты и автоматические установки», Южно-Уральский государственный университет. Область научных интересов – математическое моделирование и проектирование энергетических установок и сложных технических систем. Тел.: 8(351)267-94-61; e-mail: ma\_kartasheva@mail.ru

**Marina A. Kartasheva.** Candidate of technical science, reader of «Flying machines and automatic apparatus» department, South Ural State University. The area of scientific interests – mathematical simulation and designing of power devices and complex engineering systems. Tel.: 8(351)267-94-61; e-mail: ma\_kartasheva@mail.ru