

ДИНАМИКА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С СИСТЕМОЙ СМЕЩЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС

Е.А. Михайлов, В.Б. Федоров

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Для современных летательных аппаратов осесимметричной формы, в том числе спускаемых аппаратов, аэробаллистических систем важным условием штатной эксплуатации является отсутствие асимметрий различного рода при условии, что они не были введеныумышленно в процессе проектирования и производства конструкции. Асимметрии, вызванные изменением формы наружной поверхности, приводят к изменению массово-инерционных характеристик аппарата, смещению центра масс, появлению центробежных моментов инерции, возникновению аэродинамических моментов. Все это может привести к отклонению траектории полета летательного аппарата от номинальной, к увеличению нагрузок, действующих на конструкцию, в связи с возрастанием угла атаки величин аэродинамических сил и перегрузок. Ко всему прочему асимметрии могут приводить к резонансным явлениям в процессе движения.

В работе представлена математическая модель движения летательного аппарата в атмосфере, позволяющая учитывать смещение центра масс, динамическую несбалансированность и аэродинамическую асимметрию. Проведено исследование влияния смещения центра масс, влияния аэродинамических моментов, приводящих к аэродинамической асимметрии, на движение летательных аппаратов без стабилизации и со стабилизацией вращением. Предложен закон для смещения центра масс летательного аппарата с целью создания составляющих подъемной силы как для коррекции возмущений, вызванных асимметриями, так и для пространственного маневрирования, позволяющего плавно изменять угол атаки и устанавливать аппарат в положении равновесия. Путем численного моделирования движения летательного аппарата со стабилизацией вращения показана эффективность применения смещения центра масс для снижения составляющих ускорений, угловых скоростей вращения и угла атаки.

Ключевые слова: осесимметричный летательный аппарат, смещение центра масс, уравнения движения, асимметрия, угол атаки, стабилизация вращением.

Введение

Для современных летательных аппаратов (ЛА) осесимметричной формы, в том числе спускаемых аппаратов, актуальна проблема различного рода асимметрий, которые могут негативно сказаться на параметрах движения таких систем. В процессе изготовления ЛА невозможно получить конструкцию без каких-либо асимметрий, вызванных погрешностями изготовления [1], помимо этого асимметрии могут возникать в процессе эксплуатации, например, может меняться форма наружной поверхности, что связано с уносом теплозащитного материала. Смещение центра масс (ЦМ) и аэродинамическая асимметрия могут вызвать изменение угла атаки, а также резкое возрастание угловой скорости вращения ЛА относительно собственной продольной оси. Это может привести к авариям, например, спускаемые аппараты с парашютными системами остаются работоспособными только в определенном диапазоне углов атаки и угловой скорости вращения вокруг собственной оси [2]. В исследовании [3], посвященном анализу результатов спусков аппаратов в атмосферу Марса и Венеры, отмечено, что важно выдерживать в процессе полета спускаемого аппарата величины угловых скоростей и угла атаки, не только для осуществления движения по заранее запланированной траектории, но и для корректной работы научной измерительной аппаратуры, например для отбора газа, доплеровских и динамических измерений, а также фото- и видеосъемки. В работе [4] дополнительно отмечается, что несоблюдение заданных ограничений может привести к перегреву конструкции аппарата и бортовой аппаратуры. Резкое возрастание угла атаки неизбежно приведет к отклонениям от номинальной траектории, возмущениям и неустойчивости углового движения [5], [6]. Кроме этого возможны случаи, когда даже при нерезонансном движении ЛА могут наблюдаться нарастания угла атаки и угловой скорости вращения, так называемые эволюции, что связывается с вторичными резонансными эффектами,

которые также вызываются сочетанием массовой и аэродинамической асимметрии в динамически несбалансированном аппарате [7]. Проведенный численный анализ вращательного движения ЛА с малыми аэродинамическими и массово-инерционными асимметриями, а также эксцентриситетом тяги двигательной установки показал, что при достижении угловой скорости вращения вокруг продольной оси критического значения, наблюдается резкое изменение параметров движения ЛА с возрастанием углов атаки [8]. Как отмечается в работе [9], одним из основных факторов негативно влияющим на параметры углового движения является асимметрия наружной поверхности, вызывающая аэродинамическую асимметрию. Максимальная вероятность резонансных явлений достигается при ортогональной асимметрии, т. е. когда массовая асимметрия и аэродинамическая находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (ортогональная асимметрия [10]) [11]. В работе [12] отмечается существование практического интереса к применению законов управления инерционной или аэродинамической асимметриями для осуществления штатного режима движения ЛА с ограничениями по углу атаки и угловой скорости вращения. В [13] также изучается вопрос безрезонансного спуска ЛА в плотных слоях атмосферы Венеры. Для снижения скорости вращения ЛА вокруг собственной продольной оси предлагается использовать управление аэродинамической асимметрией, что позволит избежать резонансных явлений [14]. Предлагаемый в исследовании [15] способ применения управления асимметрией формы спускаемого аппарата, показал свою эффективность при снижении угловой скорости вращения аппарата вокруг собственной продольной оси для предотвращения негативных явлений, таких как резонанс. Также в [16] предложено управление аэродинамической асимметрией при неизменной массовой асимметрии для снижения углового ускорения вращения аппарата вокруг продольной оси. Напротив, в статье [17] предлагается управлять массовой асимметрией спускаемого аппарата для безаварийного спуска в атмосфере с безрезонансным режимом движения. Применение бортовой системы смещения ЦМ позволило бы компенсировать возмущения, вызываемые различными асимметриями, возникающими как в процессе эксплуатации ЛА, например, из-за изменения формы наружной поверхности в связи с уносом теплозащитного покрытия, так и погрешностями изготовления. К тому же такая система позволит осуществлять пространственное маневрирование ЛА некоторых типов, не имеющих аэродинамических органов управления или рулевых двигателей.

Цели исследования: формирование математической модели движения, позволяющей учитывать изменение массово-инерционных и аэродинамических характеристик для ЛА без стабилизации и со стабилизацией вращением; изучение влияния смещения ЦМ и появления аэродинамических моментов на параметры движения, оценка эффективности смещения ЦМ ЛА для компенсации возмущений.

1. Математическая модель движения ЛА

Существует множество математических моделей, описывающих движение ЛА. Каждая из них предназначена для решения определенных задач, и все имеют свои допущения (ограничения). На этапе баллистического проектирования траекторий движения ЦМ ЛА используется математическая модель, содержащая дифференциальные уравнения движения по двум–трём линейным координатам, не рассматривающая вращательное движение ЛА. Она предназначена для определения дальности, высоты, скорости полета, углов наклона траектории и некоторых других параметров. Математические модели, позволяющие описывать пространственное движение ЛА в трех плоскостях инерционной системы координат (СК), а также вращательное движение относительно ЦМ наиболее сложны, требуют большого количества расчетных параметров и вычислительных мощностей. Математические модели, записанные в связанной с ЛА не главной центральной СК, позволяют учитывать смещение ЦМ и центра давления (ЦД), асимметрии различного рода и наиболее полно описывают движение ЛА [18]. В работе используется математическая модель движения, рассматривающая движение ЛА как сумму движений ЦМ (три уравнения поступательного движения в декартовой СК) и вращательного движения ЛА вокруг осей, связанных с конструкцией ЛА и с началом в ЦМ. Уравнения вращательного движения взяты из [19]; способ ориентации аналогичен способам, представленным в [18] и [20]; модель гравитационных сил взята из [18]. Также в исследовании принято допущение о линейной зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки.

1.1. Описание систем координат и способа ориентации ЛА

Движение ЛА будем описывать как сумму движения ЦМ ЛА в декартовой инерциальной СК $O'x_n y_n z_n$ и вращательного движение тела вокруг осей связанной системы координат (ССК) $Oxyz$ с началом в ЦМ и осями параллельными осям конструкторской системы координат (КСК) $Px_1 y_1 z_1$ с началом в некотором полюсе P . Внешние силы (аэродинамические и гравитационные) будем определять в проекциях на оси ССК и пересчитывать с помощью коэффициентов ориентации в проекции на оси инерциальной неподвижной СК. Будем использовать девятипараметрический способ ориентации ЛА. При таком способе ориентации используются направляющие косинусы, входящие в 9 коэффициентов ориентации A_{ij} . Девятипараметрические способы ориентации позволяют избежать неопределенностей ориентации, легко получать результирующий поворот, но обладают большим количеством параметров ориентации и как следствие требуют большего количества вычислений [18]. На рис. 1 показаны используемые в модели СК, составляющие аэродинамической силы $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$, величины смещения ЦМ от ЦД вдоль осей КСК $\Delta y, \Delta z$, а также угол атаки α , скольжения β и полный угол атаки α_n , необходимые для ориентации относительно набегающего потока.

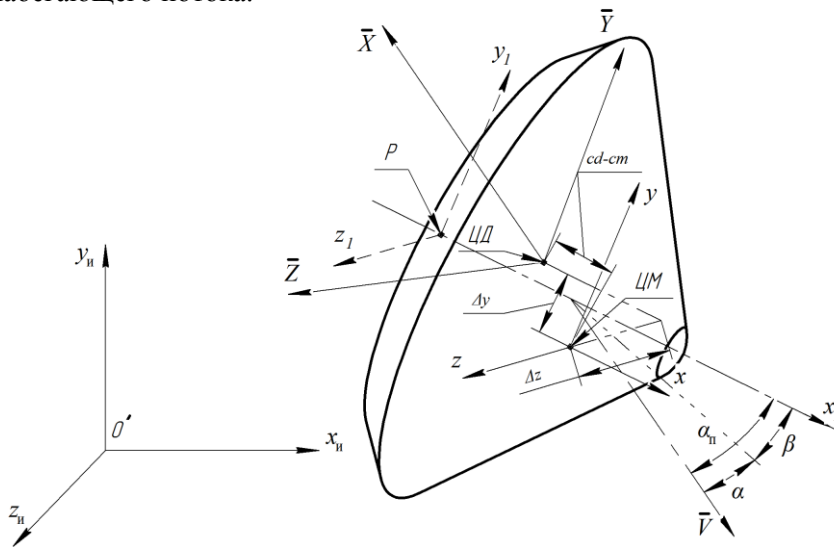


Рис. 1. Взаимное расположение систем координат

Коэффициенты ориентации A_{ij} определяются по уравнениям Пуассона [20]:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{11} &= \omega_z A_{21} - \omega_y A_{31}; & \dot{A}_{13} &= \omega_z A_{23} - \omega_y A_{33}; & \dot{A}_{31} &= \omega_y A_{11} - \omega_x A_{21}; \\ \dot{A}_{12} &= \omega_z A_{22} - \omega_y A_{32}; & \dot{A}_{21} &= -\omega_z A_{11} + \omega_x A_{31}; & \dot{A}_{32} &= \omega_y A_{12} - \omega_x A_{22}; \\ \dot{A}_{13} &= \omega_z A_{23} - \omega_y A_{33}; & \dot{A}_{22} &= -\omega_z A_{12} + \omega_x A_{32}; & \dot{A}_{33} &= \omega_y A_{13} - \omega_x A_{22}; \end{aligned} \tag{1}$$

где A_{ij} – коэффициенты ориентации, \dot{A}_{ij} – производные коэффициентов ориентации по времени, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости вращения ЛА относительно осей ССК $Oxyz$. Индекс i означает ось ССК $Oxyz$, так 1 – ось x , 2 – y , 3 – z . Аналогично, индекс j означает ось инерциальной неподвижной СК $O'x_n y_n z_n$, так 1 – ось x_n , 2 – y_n , 3 – z_n .

Для определения составляющих аэродинамических сил в ССК: продольной F_x , нормальной F_y и поперечной F_z – будем использовать углы скольжения β и атаки α . Углы атаки α и скольжения β с учетом изменения угла наклона траектории будет определяться по выражениям:

$$\alpha = \text{atan}(-A_{21} / A_{11}) + \text{asin}(V_y^i / V), \quad \beta = \text{atan}(A_{31} / A_{11}) + \text{asin}(V_z^i / V_i). \tag{2}$$

1.2. Описание уравнений движения (вращательное и поступательное движение)

Ускорения ЦМ ЛА в ССК будем определять по следующим зависимостям:

$$\begin{cases} a_x^i = -\left(A_{11_n}^i \cdot dU_i / dx_i + A_{12_n}^i \cdot dU_i / dy_i + A_{13_n}^i \cdot dU_i / dz_i\right) - F_x^i / m; \\ a_y^i = -\left(A_{21_n}^i \cdot dU_i / dx_i + A_{22_n}^i \cdot dU_i / dy_i + A_{23_n}^i \cdot dU_i / dz_i\right) - F_y^i / m; \\ a_z^i = -\left(A_{31_n}^i \cdot dU_i / dx_i + A_{32_n}^i \cdot dU_i / dy_i + A_{33_n}^i \cdot dU_i / dz_i\right) - F_z^i / m. \end{cases} \quad (3)$$

$A_{ij_n}^i$ – коэффициенты матрицы ориентации ЛА относительно инерциальной СК. Коэффициенты ориентации $A_{ij_n}^i$ определяются по зависимостям (1) с отличием только в начальных значениях, определяемых через начальные углы тангажа \mathcal{G}_n , крена γ_n и рысканья ψ_n .

Гравитационные составляющие ускорений заданы по зависимостям, представленным в [18], они позволяют учитывать кривизну Земли, изменение высоты над поверхностью и определяется по выражению:

$$\begin{cases} dU_i / dx_i = \left(\pi_0 / r^3\right) x_n - \mu \Delta b_{x_n}^{(1)} - \mu_2 \Delta b_{x_n}^{(2)}; \\ dU_i / dy_i = \left(\pi_0 / r^3\right) y_n - \mu \Delta b_{y_n}^{(1)} - \mu_2 \Delta b_{y_n}^{(2)}; \\ dU_i / dz_i = \left(\pi_0 / r^3\right) z_n - \mu \Delta b_{z_n}^{(1)} - \mu_2 \Delta b_{z_n}^{(2)}; \end{cases} \quad (4)$$

где $\Delta b_{x_n}^{(1)} = -n_1 \cdot (1 - 5m_1^2) x_n^i$; $\Delta b_{x_n}^{(2)} = -k_1 \cdot (3 - 42m_1^2 + 63m_1^4) x_n^i$; $m_1 = z_n^i / r_i$; $n_1 = 3\pi_0 a_s^2 r_i^{-5}$; $\pi_0 = m_{\text{Земли}} G = 39,84 \cdot 10^{13} \text{ м}^3 / \text{с}^2$; $m_{\text{Земли}}$ – масса Земли; G – постоянная всемирного тяготения; $\mu = G_{20} / 2$; $G_{20} = 1082,645 \cdot 10^{-6}$; $\mu_2 = G_{40} / 8$; $G_{40} = 1,649 \cdot 10^{-6}$; $a_s = 6378,136 \cdot 10^3 \text{ м}$ – экваториальная полуось; $\Delta b_{y_n}^{(1)} = -n_1 \cdot (1 - 5m_1^2) y_n^i$; $\Delta b_{y_n}^{(2)} = -k_1 \cdot (3 - 42m_1^2 + 63m_1^4) y_n^i$; $\Delta b_{z_n}^{(1)} = -n_1 \cdot (3 - 5m_1^2) z_n^i$; $\Delta b_{z_n}^{(2)} = -k_1 \cdot (15 - 70m_1^2 + 63m_1^4) z_n^i$; $m_1 = z_n^i / r_i$; $r_i = \sqrt{x_{ин}^2 + y_{ин}^2 + z_{ин}^2}$ – радиус вектор движения ЦМ летательного аппарата; x_n^i, y_n^i, z_n^i – координаты ЦМ ЛА в инерциальной СК.

Аэродинамические силы в ССК $Oxyz$ будем определять по следующим зависимостям:

$$\begin{cases} F_x^i = \left[C_y^\alpha |\alpha_i| \cdot \sin \alpha_i + C_z^\beta |\alpha_i| \cdot \sin \beta_i - C_x^i \cdot A_{11}^i \right] \cdot q_i \cdot S; \\ F_y^i = \left[C_y^\alpha \alpha_i \cdot \cos \alpha_i + C_x^i \cdot (-A_{21}^i) \right] \cdot q_i \cdot S; \\ F_z^i = \left[C_z^\beta \beta_i \cdot \cos \beta_i + C_x^i \cdot (-A_{31}^i) \right] \cdot q_i \cdot S; \end{cases} \quad (5)$$

где q_i – скоростной напор; S – площадь миделя; C_x^i – коэффициент лобового сопротивления; C_y^α – производная коэффициента подъемной силы; C_z^β – производная коэффициента боковой силы; A_{ij}^i – коэффициенты матрицы ориентации ЛА относительно первоначального положения относительно потока. В данном исследовании принято допущение о линейной зависимости коэффициентов подъемной и боковой сил от углов α и β , что допустимо для тел близкой к конической форме при малых значениях углов α и β .

Ускорения в инерциальной СК $O'x_n, y_n, z_n$ будем определять с использованием коэффициентов матрицы ориентации по выражениям:

$$a_{x_n}^i = A_{11_n}^i a_x^i + A_{12_n}^i a_y^i + A_{13_n}^i a_z^i; a_{y_n}^i = A_{21_n}^i a_x^i + A_{22_n}^i a_y^i + A_{23_n}^i a_z^i; a_{z_n}^i = A_{31_n}^i a_x^i + A_{32_n}^i a_y^i + A_{33_n}^i a_z^i. \quad (6)$$

Систему уравнений вращательного движения ЛА относительно осей ССК можно представить в общем виде [19]:

$$\begin{cases} -I_x \varepsilon_x = \sum M_x - (I_z - I_y) \omega_y \omega_z + I_{xy} (\varepsilon_y - \omega_x \omega_z) + I_{xz} (\varepsilon_z + \omega_x \omega_y) - I_{yz} (\omega_z^2 - \omega_y^2); \\ -I_y \varepsilon_y = \sum M_y - (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I_{xy} (\varepsilon_x - \omega_y \omega_z) - I_{xz} (\omega_x^2 - \omega_z^2) + I_{yz} (\varepsilon_z - \omega_x \omega_y); \\ -I_z \varepsilon_z = \sum M_z - (I_y - I_x) \omega_x \omega_y + I_{xz} (\varepsilon_x - \omega_y \omega_z) + I_{yz} (\varepsilon_y + \omega_x \omega_z) - I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2). \end{cases} \quad (7)$$

Знак минус в выражениях (7) указывает на то, что соответствующие угловые ускорения направлены в противоположную сторону от положительного направления соответствующего угла поворота. Суммы моментов внешних сил относительно ССК $Oxuz$ представляются в виде:

$$\begin{cases} \sum M_x^i = F_y^i \cdot \Delta z_i - F_z^i \cdot \Delta y_i + m_{\omega x} \omega_x^i / V_i \cdot q_i \cdot S - m_x^i q_i \cdot S; \\ \sum M_y^i = -(cd - cm) F_z^i + F_x^i \cdot \Delta z_i - F_z^i \cdot \Delta y_i + m_{\omega y} \omega_y^i / V_i \cdot q_i \cdot S - m_y^i q_i \cdot S; \\ \sum M_z^i = (cd - cm) F_y^i - F_x^i \cdot \Delta y_i + m_{\omega z} \omega_z^i / V_i \cdot q_i \cdot S - m_z^i q_i \cdot S; \end{cases} \quad (8)$$

где m_x^i – коэффициент аэродинамического момента относительно оси x ССК $Oxuz$; m_x^i , m_y^i , m_z^i – коэффициенты аэродинамических моментов относительно осей ССК; $m_{\omega x}$, $m_{\omega y}$, $m_{\omega z}$, коэффициенты демпфирующих аэродинамических моментов относительно ССК; cd – координата ЦД от носка ЛА; cm – координата ЦМ от носка ЛА; Δy_i – смещение ЦМ вдоль оси y от первоначального положения, Δz_i – смещение ЦМ вдоль оси z от первоначального положения.

2. Исследование движения ЛА при наличии асимметрий

Рассмотрим влияние смещения ЦМ и наличия аэродинамических моментов (в номинальном случае коэффициенты аэродинамических моментов принимаются равными нулю). Для этого решим задачи по изучению вращательного движения ЛА без стабилизации вращением; задачу по изучению вращательного движения ЛА при смещении ЦМ по закону, позволяющему устанавливать ЛА на балансировочный угол атаки без колебаний; задачу по изучению движения стабилизированного вращением ЛА с наличием асимметрий, в которой также проводится оценка эффективности смещения ЦМ для компенсации возмущений, вызванных массовой асимметрией и наличием аэродинамических моментов во время полета ЛА.

2.1. Оценка параметров вращательного движения ЛА при наличии смещения ЦМ и аэродинамического момента

В задаче рассматривается влияние смещение центра масс ЛА вдоль поперечных осей ССК $Oxuz$ на кинематические параметры движения ЛА без стабилизации вращением. Для упрощения рассматривается только вращательное движение относительно осей ССК $Oxuz$ при постоянных значениях скоростного напора $q_i = 45$ кПа и скорости набегающего потока $V_i = 300$ м/с. Приращения углов атаки $\Delta\alpha = \text{asin}(V_y^i / V)$ и скольжения $\Delta\beta = \text{asin}(V_z^i / V_i)$, вызываемыми изменением угла наклона траектории, пренебрегаем.

Предположим, что ЛА начинает движение со смещенным ЦМ вдоль оси y ССК. Численное решение системы уравнений вращательного движения дает результаты, показывающие, что ЛА установится на балансировочный угол атаки α_{δ} (рис. 2 а для величины смещения ЦМ $\Delta y = 0,002$ м; 2 б для $\Delta y = 0,002$ м) и появится постоянная составляющая аэродинамической силы F_y . Анализ влияния величины смещения ЦМ вдоль поперечных осей y и z ССК $Oxuz$ показывает, что имеется линейная зависимость балансировочного угла атаки от смещения ЦМ:

$$\alpha_{\delta}(\Delta y) = b \cdot \Delta y. \quad (9)$$

При рассмотрении случая смещения ЦМ ЛА вдоль оси z ССК видна аналогичная картина с той лишь разницей, что появляется постоянная составляющая аэродинамической силы F_z и ЛА установится на постоянном угле скольжения β_{δ} , что приведет к появлению боковой составляющей подъемной силы.

Аэродинамические асимметрии, вызванные аэродинамическими моментами относительно осей ССК $Oxuz$, также приводят к установлению ЛА на соответствующие углы α_{δ} и β_{δ} , т. е. в таком случае действие от массовой и аэродинамической асимметрии эквивалентны.

Рассмотрим случай одновременного действия аэродинамической и массовой асимметрии, вызванной появлением аэродинамического момента ($m_z \neq 0$) и смещением ЦМ вдоль оси y ССК (так называемая компланарная асимметрия [10]). Полученные данные численного расчета говорят о том, что возможно применить смещение ЦМ для парирования возмущений, вызванных аэ-

Численные методы моделирования

родинамической асимметрией, а также применять целенаправленное введение аэродинамической асимметрии для компенсации массовой разбалансированности, как описано в работе [16]. Для ЛА без аэродинамических поверхностей возможно применить систему смещения ЦМ с помощью специального механизма на борту ЛА для компенсации как массовых, так и аэродинамических асимметрий, а также для создания составляющих аэродинамической силы.

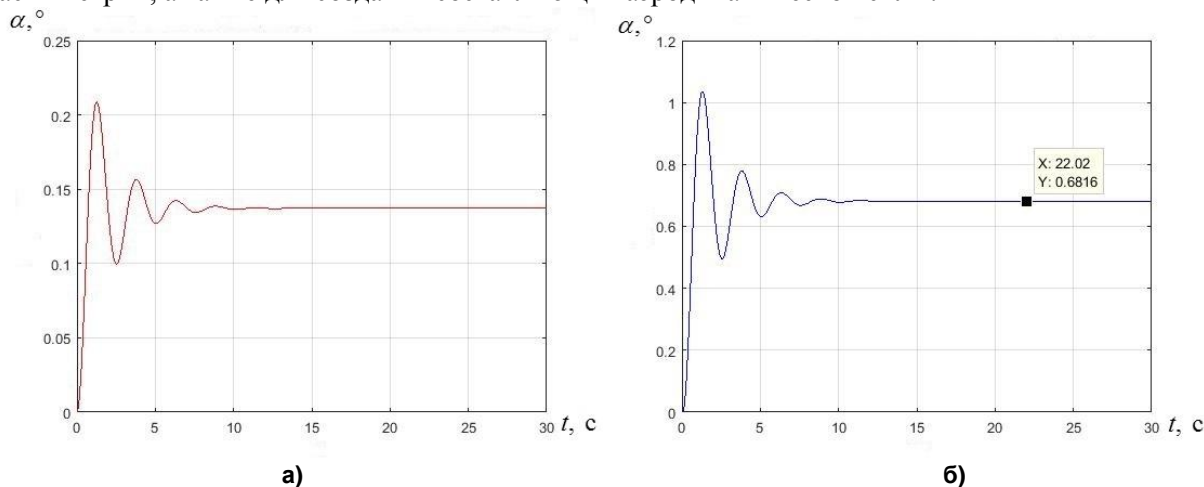


Рис. 2. а) угол атаки α ($\Delta y=0,002$ м); б) угол атаки α ($\Delta y=0,010$ м)

Далее рассмотрим случай, когда изначально имеется смещение ЦМ ЛА вдоль оси y ССК $Oxyz$ на величину $\Delta y=0,002$ м, и через некоторый промежуток времени $t=15$ с (после установления равновесия на балансировочном угле атаки α_0) происходит смещение ЦМ на величину $\Delta z=0,002$ м вдоль оси z . В момент времени 15 с после установления равновесия происходит скачек составляющей аэродинамической силы F_z (рис. 3 а), что вызвано быстрым (мгновенным) смещением ЦМ ЛА на величину Δz . В то же время после смещения ЦМ вдоль оси z на величину Δz наблюдается резкий скачок углового ускорения ε_x относительно оси x , появляется угловая скорость ω_x и ЛА поворачивается на угол φ_x вокруг оси x (рис. 3 б).

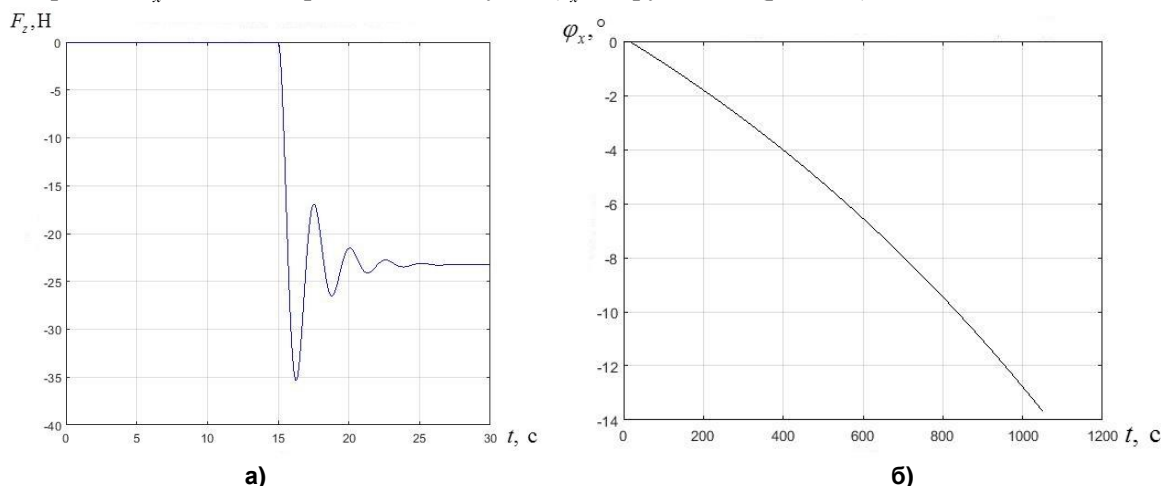


Рис. 3. а) проекция аэродинамической силы F_z на ось z ; б) угол поворота φ_x вокруг оси x

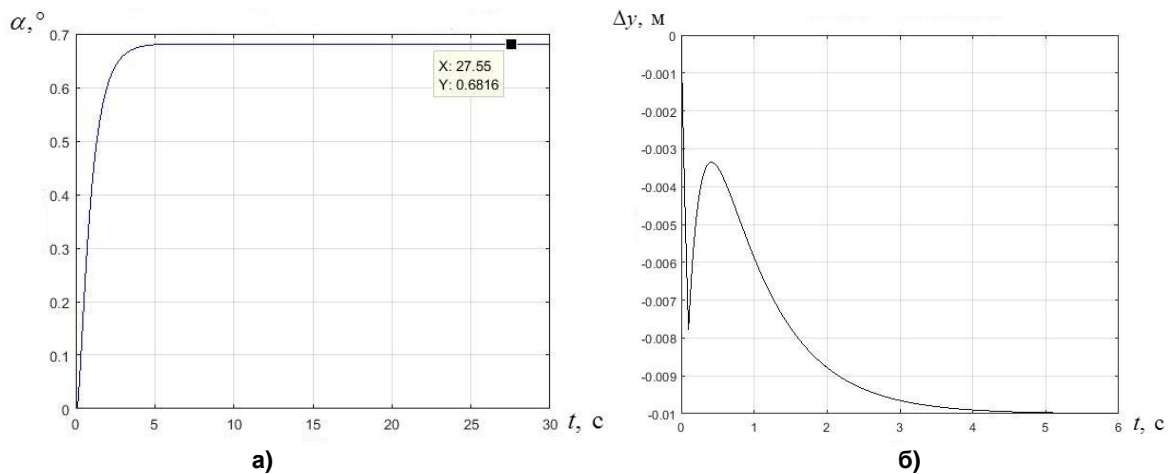
2.2. Оценка параметров вращательного движения ЛА при смещении ЦМ по закону, обеспечивающему установку ЛА на балансировочный угол атаки без колебаний

В задаче рассматривается применение смещения ЦМ ЛА для создания составляющей подъёмной силы за счет поворота ЛА относительно поперечных осей и установки на некоторый угол атаки α или скольжения β . Рассмотрим закон смещения ЦМ вдоль поперечных осей ССК, $Oxyz$, позволяющий устанавливать ЛА на требуемый балансировочный угол атаки α_0 или скольжения

β_0 без колебаний, в отличие от линейного закона смещения ЦМ. Этот закон смещения получен при анализе поведения ЛА при рассмотрении вращательного движения относительно поперечных осей. Как видно на рис. 2 а, 2 б, ЛА до установки в положение равновесия совершает затухающие колебания, параметры которых будут зависеть от величины демпфирующего момента, который в свою очередь зависит от коэффициента демпфирующего момента m_{ω_y} (m_{ω_z}). При достаточно большом значении коэффициента демпфирующего момента m_{ω_y} (m_{ω_z}) ЛА может прийти в равновесие практически без колебаний. Закон смещения ЦМ для установки ЛА в положение равновесия без колебаний имеет вид:

$$\Delta y_i = V_{\Delta y}^{\max} t + k \omega_z^i / V_i, t \in [0, t_{\text{уст}}], \Delta y_i = \Delta y_{\max} + k \omega_z^i / V_i, t \in [t_{\text{уст}}, \infty], \quad (10)$$

где k подбирается итерационно таким образом, чтобы отсутствовали колебания во время установки ЛА на балансировочный угол атаки α_0 или β_0 при текущих значениях скоростного напора, $V_{\Delta y}^{\max}$ – максимальная скорость смещения ЦМ вдоль осей ССК, $t_{\text{уст}}$ – время смещения ЦМ до величины Δy_{\max} при линейном законе смещения. Полученные результаты по моделированию вращательного движения ЛА со смещением ЦМ вдоль оси y по закону (10) с параметрами $V_{\Delta y}^{\max} = 0,1$ м/с, $k = 3,7$, $t_{\text{уст}} = 0,1$ с (рис. 4).



а) угол атаки α при смещении ЦМ по закону (42);
б) закон смещения ЦМ ЛА $\Delta y(t)$

2.3. Оценка параметров движения ЛА, стабилизированного вращением, при наличии смещения ЦМ и аэродинамического момента. Оценка эффективности смещения ЦМ для компенсации возмущений, вызванных наличием массовой асимметрии

В задаче рассматривается движения ЛА, стабилизированного вращением вокруг собственной продольной оси. В отличие от рассмотренных ранее случаев совместно с тремя уравнениями вращательного движения вокруг осей ССК $Oxuz$ решаются уравнения поступательного движения ЦМ. В начальный момент движения аппарату придается угловая скорость вращения вокруг оси x $\omega_x = 20$ рад/с. Примем, что смещение ЦМ на величину $\Delta y = 0,001$ м произошло до начала движения. Такой случай возможен, например, из-за погрешностей изготовления конструкции ЛА.

В результате численного расчета с шагом интегрирования $dt = 1 \cdot 10^{-4}$ с были получены следующие результаты. Наблюдается псевдо-периодическое изменение углов атаки α и скольжения β . Как видно из графиков, углы атаки α не превышают $0,2^\circ$. Максимум на графике угла атаки α приходится на моменты времени, когда скоростной напор q_i максимален (рис. 5 а). Также были определены ускорения, направленные вдоль осей ССК $Oxuz$, в частности ускорения вдоль поперечных осей a_y и a_z . Как и в случае с углами атаки α и скольжения β наблюдается резкое возрастание ускорений сопоставимое по времени с максимумом скоростного напора q_i . Помимо скачкообразного возрастания углов атаки α , угла скольжения β , полного угла атаки α_n , и как

Численные методы моделирования

следствие, проекций аэродинамических сил на поперечные оси F_y , F_z , ускорений вдоль поперечных осей a_y и a_z , наблюдается скачкообразное возрастание угловой скорости вращения ЛА вокруг оси x ССК ω_x (рис. 5 б). Такие явления, как отмечается в работах [2, 5, 8–14, 17, 20], можно отнести к резонансу. Проведенные численные расчеты для случаев аэродинамической асимметрии ($m_z \neq 0$, $m_y \neq 0$) показывают схожие результаты с действием смещения ЦМ, однако не наблюдается изменения угловой скорости вращения ЛА ω_x .

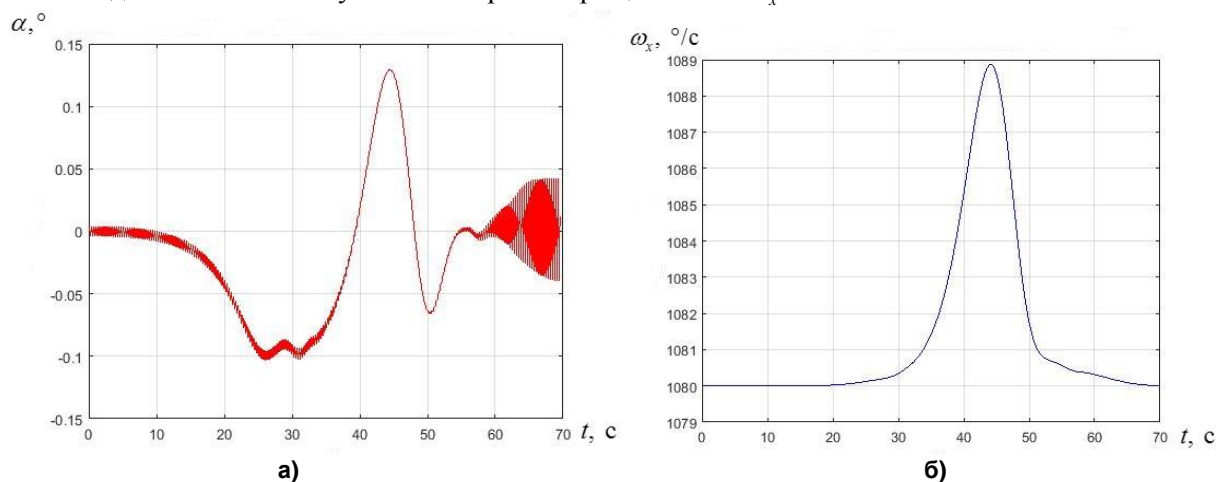


Рис. 5. а) угол атаки α ($\Delta y = 0,001 \text{ м}$);
б) угловая скорость ω_x вращения вокруг оси z

На заключительном этапе исследования был проведен численный анализ движения ЛА с массовой асимметрией ($\Delta y = 0,005 \text{ м}$), имеющейся с начала движения ЛА, которая была скомпенсирована бортовой системой смещения ЦМ в процессе полета. Компенсация произведена смещением ЦМ вдоль оси y по линейному закону с постоянной скоростью смещения $V_{\Delta y} = 0,005 \text{ м/с}$. В качестве времени начала смещения было выбрано время начала возрастания скоростного напора q_i ($t \approx 20 \text{ с}$). Полученные результаты показывают, что поперечные ускорения a_y и a_z , и как следствие, поперечные перегрузки снизились более чем в 6 раз, приблизившись к значениям при номинальном движении, также произошло кратное снижение угла атаки и все параметры движения ЛА приблизились к номинальным.

Выводы

В проведенном исследовании с помощью сформированной математической модели движения ЛА было выявлено, что для осесимметричных ЛА без стабилизации вращением вокруг продольной оси даже малые смещения ЦМ и аэродинамические асимметрии будут приводить к появлению составляющих сил направленных вдоль осей инерциальной неподвижной СК, что может привести, например, к появлению ускорения $a_{z_{ин}}$, направленного вдоль оси $z_{ин}$ инерциальной СК $O'x_{ин}y_{ин}z_{ин}$, и отклонению траектории от номинальной. Но в то же время применение смещения ЦМ для ЛА такого типа помимо функции компенсации возникающих возмущений, вызванных массо-инерционной и аэродинамической асимметрией, вызывающих появление угловых ускорений ε_x , ε_y , ε_z , позволяет осуществлять пространственное маневрирование, при условии наличия постоянного контроля за параметрами движения. Предложенный закон смещения ЦМ вдоль поперечных осей ССК позволяет устанавливать ЛА в положении равновесия на балансировочном угле атаки или скольжения без совершения колебаний. При анализе движения осесимметричного ЛА со стабилизацией вращением вокруг продольной оси обнаружено, что влияние массовой асимметрии (смещений ЦМ вдоль поперечных осей) приводит к появлению линейных и угловых ускоренийкратно превышающих значения соответствующих величин при номинальном движении ЛА. Наблюдаются резонансные пики для углов атаки α , скольжения β , угловой скорости

вращения ЛА вокруг продольной оси ω_x , ускорений вдоль поперечных осей a_y и a_z , совпадающих по времени с максимумом скоростного напора q . Анализируя информацию о показаниях поперечных ускорений вдоль осей ССК Ox_{uz} , об угловых скоростях вращения вокруг осей ССК в процессе полета ЛА, можно сделать вывод о наличии асимметрии и заблаговременно скомпенсировать ее действие путем смещения ЦМ специальной системой, установленной на борту ЛА. Моделирование такого процесса компенсации массовой асимметрии показало, что возможно кратное снижение поперечных ускорений, угловых ускорений и скоростей, а также приближение всех параметров движения к номинальным значениям непосредственно во время полета.

Литература

1. Kurkina, E.V. Acceptable range parameters of asymmetry of spacecraft descending in the Martian atmosphere / E.V. Kurkina // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2020. – Vol. 868. – Number article 012036. DOI: 10.1088/1757-899X/868/1/012036.
2. Lyubimov, V.V. Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere / V.V. Lyubimov, E.V. Kurkina // *CEUR Workshop Proceedings*. – 2016. – Vol. 1638. – P. 610–621. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-610-621.
3. Lorenz, R.D. Attitude and angular rates of planetary probes during atmospheric descent: Implications for imaging / R.D. Lorenz // *Planetary and Space Science*. – 2010. – Vol. 10. – P. 838–846. DOI: 10.1016/j.pss.2010.01.003.
4. Куркина, Е.В. Синтез приближенного оптимального управления углом ориентации межпланетного космического аппарата при уменьшении скорости в атмосфере Марса / Е.В. Куркина // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2018. – Т. 20. – № 4. – С. 88–92.
5. Lyubimov, V.V. Mathematical Simulation of Perturbations of Attack Angle of Asymmetric Nanosatellite Passing through Resonance / V.V. Lyubimov, E.V. Kurkina // *International Conference on Information Technologiess in Business and Industry 2018. Journal of Physics: Conference Series*. – 2018. – Vol. 1015. – № 032089. DOI: 10.1088/1742-6596/1015/3/032089.
6. Lyubimov, V. Optimal Discrete Control Law for Rotation of a Descent Probe with a Small Inertial Asymmetry during the Descent in the Atmosphere of Mars / V. Lyubimov, E. Kurkina // *Proceedings – 2019 21st International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems, CSCMP 2019*. – 2019. – Vol. 2019 – September. – № 8976630 – P. 504–508. DOI: 10.1109/CSCMP45713.2019.8976630.
7. Любимов, В.В. Эволюции во вращательном движении динамически асимметричных космических аппаратов в атмосфере / В.В. Любимов // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2006. – Т. 8. – № 3. – С. 849–856.
8. Ахмад Баракат Альахмад. Анализ динамики углового движения неуправляемого летательного аппарата методами качественной теории систем / Ахмад Баракат Альахмад // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение»*. – 2006. – № 1. – С. 24–30.
9. Kurkina, E.V. Estimation of the Probability of Capture into Resonance and Parametric Analysis in the Descent of an Asymmetric Spacecraft in an Atmosphere / E.V. Kurkina, V.V. Lyubimov // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. – 2018. – Vol. 125. – P. 492–500. DOI: 10.1134/S1990478918030092.
10. Куркина, Е.В. Анализ и синтез динамики спускаемых в атмосфере Марса космических аппаратов с малой асимметрией с учётом резонансных возмущений. [Текст]: дис. кандидата технических наук: 05.07.09 / Е.В. Куркина. – Самара: Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2020. – 139 с.
11. Belokonov, V.M. Estimation of the Probability of Capture into a Resonance Mode of Motion for a Spacecraft during Its Descent in the Atmosphere / V.M. Belokonov, M.Yu. Zabolotnov // *Cosmic Research*. – 2002. – Vol. 40. – P. 467–478. DOI: 10.1023/A:1020647017797.
12. Любимов, В.В. Внешняя устойчивость резонанса и стабилизация вращения космического аппарата с малой инерциальной и аэродинамической асимметриями при спуске в атмосфере Венеры / В.В. Любимов, В.С. Лашин // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2016. – Т. 18. – № 4(4). – С. 782–785.

13. Любимов, В.В. Оценка вероятности захвата в резонанс при спуске твердого тела с изменяемой асимметрией в атмосфере Венеры / В.В. Любимов, В.С. Лашин // *Достижения вузовской науки*. – 2015. – № 18. – С. 82–86.

14. Zabolotnov, Yu.M. Evaluation of Asymmetric Small Satellite with Electric Propulsion Perturbations when Passing through Resonance / Yu.M. Zabolotnov, V.V. Lyubimov, E.V. Kurkina // *Procedia Engineering*. – 2017. – Vol. 185. – P. 299–303. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.03.344.

15. Lyubimov, V.V. Application of the dynamic programming method to obtain of the angular velocity control law of a spacecraft with a small geometric asymmetry in the atmosphere / V.V. Lyubimov, E.V. Kurkina // *12th International Scientific and Technical Conference on Applied Mechanics and Systems Dynamics. Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1210. – № 012088. DOI: 10.1088/1742-6596/1210/1/012088.

16. Lyubimov, V.V. Dynamics and control of angular acceleration of a re-entry spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere in the presence of the secondary resonance effect / V.V. Lyubimov // *2015 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 – Proceedings*. – 2015. – № 7147134. DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147134.

17. Любимов, В.В. Исследование прохода через резонанс космического аппарата с изменяемой массовой асимметрией при спуске с малыми углами атаки в атмосфере Марса / В.В. Любимов, Е.В. Куркина // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2015. – Т. 1. – № 6(3). – С. 734–740.

18. Костров, А.В. Движение асимметричных баллистических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1984. – 272 с.

19. Дмитриевский, А.А. Внешняя баллистика. – М.: Машиностроение, 1991. – 640 с.

20. Ахмад Баракат Альахмад. Методика оценки устойчивости движения летательных аппаратов в условиях возникновения резонансных режимов. [Текст]: дис. кандидата технических наук: 05.07.09 / Ахмад Баракат Альахмад. – М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2006. – 196 с.

Михайлов Евгений Александрович, аспирант кафедры «Летательные аппараты», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, evgeniy-mihaylov-09@mail.ru

Федоров Виктор Борисович, кандидат технических наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой «Летательные аппараты», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, vbf64@mail.ru

Поступила в редакцию 11 марта 2022 г.

DOI: 10.14529/engin220106

DYNAMICS OF THE AIRCRAFT WITH THE SYSTEM OF DISPLACEMENT OF THE CENTER OF MASS

E.A. Mikhailov, evgeniy-mihaylov-09@mail.ru

V.B. Fedorov, vbf64@mail.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

For modern aircraft of axisymmetric shape, including lander, aeroballistic vehicles, an important condition for regular operation is the absence of asymmetries of various kinds, provided that they were not intentionally introduced during the design and production of the structure. Asymmetries caused by changes in the shapes of the outer surface lead to changes in the mass-inertial characteristics of the vehicles, displacement of the center of mass, the appearance of centrifugal moments of inertia, the appearance of aerodynamic moments. All this can lead to a deviation of the flight path of the aircraft from the nominal trajectory, to an increase in the loads appearing on the structure, due to an increase in the angle of attack, the magnitude of aerodynamic

forces and overloads. In addition, asymmetries can lead to resonant phenomena in the process of movement.

The paper presents a mathematical model of the motion of an aircraft in the atmosphere, which allows taking into account the displacement of the center of mass, dynamic imbalance and aerodynamic asymmetry. The influence of the displacement of the center of mass, the influence of aerodynamic moments leading to aerodynamic asymmetry on the movement of aircraft without spin stabilization and with spin stabilization has been studied. A law is proposed for displacement of the center of mass of an aircraft in order to create lifting force components, both for correcting disturbances caused by asymmetries, and for spatial maneuvering, which allows smoothly changing the angle of attack and setting the vehicle in the equilibrium position. By numerical simulation of the motion of an aircraft with spin stabilization, the effectiveness of using the displacement of the center of mass to reduce the components of accelerations, angular velocities of rotation and angle of attack is shown.

Keywords: axisymmetric aircraft, displacement of the center of mass, motion equations, asymmetry, angle of attack, spin stabilization.

References

1. Kurkina E.V. Acceptable range parameters of asymmetry of spacecraft descending in the Martian atmosphere. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, vol. 868, Number article 012036. DOI: 10.1088/1757-899X/868/1/012036.
2. Lyubimov V.V., Kurkina E.V. Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere. *CEUR Workshop Proceedings*. 2016, vol. 1638, pp. 610–621. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-610-621.
3. Lorenz R.D. Attitude and angular rates of planetary probes during atmospheric descent: Implications for imaging. *Planetary and Space Science*. 2010, vol. 10, pp. 838–846. DOI: 10.1016/j.pss.2010.01.003.
4. Kurkina E.V. Suboptimal control synthesis of the interplanetary spacecraft orientation angle at speed drop inside the Mars atmosphere [Sintez priblizhennogo optimal'nogo upravlenija uglom orientacii mezhplanetnogo kosmicheskogo apparata pri umen'shenii skorosti v atmosfere Marsa]. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2018, vol. 20, no 4, pp. 88–92.
5. Lyubimov V.V., Kurkina E.V. Mathematical simulation of perturbations of attack angle of asymmetric nanosatellite passing through resonance. *International Conference on Information Technologiess in Business and Industry 2018. Journal of Physics: Conference Series*. 2018, vol. 1015, Number article 032089. DOI: 10.1088/1742-6596/1015/3/032089.
6. Lyubimov V., Kurkina E. Optimal discrete control law for rotation of a descent probe with a small inertial asymmetry during the descent in the atmosphere of Mars. *Proceedings – 2019 21st International Conference "Complex Systems: Control and Modeling Problems", CSCMP 2019*. 2019, vol. 2019 – September, pp. 504–508, Number article 8976630. DOI: 10.1109/CSCMP45713.2019.8976630.
7. Lyubimov V.V. Evolutions in rotary movement dynamically asymmetric spacecrafts in atmosphere [Jevoljucii vo vrashhatel'nom dvizhenii dinamicheski asimmetrichnyh kosmicheskikh apparatov v atmosfere]. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2006, vol. 8, no 3, pp. 849–856.
8. Ahmad Barakat Al'ahmad. Analysis of the dynamics of the angular motion of an uncontrolled aircraft using methods of qualitative systems theory [Analiz dinamiki uglovogo dvizhenija neupravljaemogo letatel'nogo apparata metodami kachestvennoj teorii system]. *Bulletin of the Bauman MSTU. Series "Mechanical Engineering"*, 2006, no 1, pp. 24–30.
9. Kurkina E.V., Lyubimov V.V. Estimation of the probability of capture into resonance and parametric analysis in the descent of an asymmetric spacecraft in an atmosphere. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. 2018, vol. 125, pp. 492–500. DOI:10.1134/S1990478918030092.
10. Kurkina E.V. *Analiz i sintez dinamiki spuskaemyh v atmosfere Marsa kosmicheskikh apparatov s maloj asimmetriej s uchjotom rezonansnyh vozmushhenij*. PhD thesis. [Analysis and synthesis of the dynamics of spacecraft descending in the atmosphere of Mars with a small asymmetry, taking into account resonant disturbances. PhD thesis]. Samara, 2020, 139 p.

11. Belokonov V.M., Zabolotnov M.Yu. Estimation of the probability of capture into a resonance mode of motion for a spacecraft during its descent in the atmosphere. *Cosmic Research*. 2002, vol. 40. pp. 467–478. DOI:10.1023/A:1020647017797.

12. Lubimov V.V., Lachin V.S. External resonance stability and stabilization of the rotation of the spacecraft with a small inertial and aerodynamic asymmetries during the descent in the atmosphere of Venus [Vneshnjaja ustojchivost' rezonansa i stabilizacija vrashhenija kosmicheskogo apparata s maloj inercial'noj i ajerodinamicheskoj asimmetrijami pri spuske v atmosfere Venery]. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2016, vol. 18, no 4(4), pp. 782–785.

13. Lubimov V.V., Lachin V.S. Estimation of the probability of capture into resonance during the descent of a rigid body with variable asymmetry in the atmosphere of Venus [Ocenka verojatnosti zahvata v rezonans pri spuske tverdogo tela s izmenjaemoj asimmetriej v atmosfere Venery]. *Dostizhenija vuzovskoj nauki*, 2015, no 18, pp. 82–86.

14. Zabolotnov Yu.M., Lyubimov V.V., Kurkina E.V. Evaluation of asymmetric small satellite with electric propulsion perturbations when passing through resonance. *Procedia Engineering*. 2017, vol. 185, pp. 299–303. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.03.344.

15. Lyubimov V.V., Kurkina E.V. Application of the dynamic programming method to obtain of the angular velocity control law of a spacecraft with a small geometric asymmetry in the atmosphere. *12th International Scientific and Technical Conference on Applied Mechanics and Systems Dynamics. Journal of Physics: Conference Series*. 2019, vol. 1210, Number article 012088. DOI: 10.1088/1742-6596/1210/1/012088.

16. Lyubimov V.V. Dynamics and control of angular acceleration of a re-entry spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere in the presence of the secondary resonance effect. *2015 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 – Proceedings*. 2015, Number article 7147134. DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147134.

17. Lubimov V.V., Kurkina E.V. The study of a passage through resonance of a spacecraft with variable mass asymmetry when descending with small angles of attack in the atmosphere of Mars [Issledovanie prohoda cherez rezonans kosmicheskogo apparata s izmenjaemoj massovoj asimmetriej pri spuske s malymi uglami ataki v atmosfere Marsa]. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2015, vol. 1, no 6(3), pp. 734–740.

18. Kostrov A.V. *Dvizhenie asimmetrichnyh ballisticheskikh apparatov* [Movement of asymmetric ballistic vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publishers, 1984. 272 p.

19. Dmitrievskij A.A. *Vneshnjaja ballistika* [External ballistics] Moscow, Mashinostroenie Publishers, 1991, 640 p.

20. Ahmad Barakat Al'ahmad. *Metodika ocenki ustojchivosti dvizhenija letatel'nyh apparatov v uslovijah vozniknovenija rezonansnyh rezhimov*. PhD thesis. [Methodology for assessing the stability of the movement of aircraft in the conditions of the occurrence of resonant modes. PhD thesis]. Moscow, 2006, 196 p.

Received 11 March 2022

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Михайлов, Е.А. Динамика летательного аппарата с системой смещения центра масс / Е.А. Михайлов, В.Б. Федоров // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2022. – Т. 22, № 1. – С. 71–82. DOI: 10.14529/engin220106

FOR CITATION

Mikhailov E.A., Fedorov V.B. Dynamics of the aircraft with the system of displacement of the center of mass. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 71–82. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin220106