УДК 629.4.016:517.977.5

МЕТОДИКА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ РАЗГОНА АВТОМОБИЛЯ

А.В. Губарев, П.В. Унжаков

Описано поведение разгоняющегося автомобиля как динамической системы. В среде MATLAB реализована математическая модель и разработан алгоритм, позволяющий найти оптимальное управление процессом разгона для достижения наилучшей экономичности.

Ключевые слова: автомобиль, математическая модель, оптимальное управление, разгон, экономичность.

Введение. Неустановившиеся режимы движения автомобиля составляют значительную часть от общего времени движения в городском и смешанном циклах. Целью исследования является нахождение оптимального управления автомобилем с механической ступенчатой трансмиссией, которое позволит создать автоматическую систему, снижающую затраты топлива при разгоне, повышающую общую экономичность. Был проведен анализ различных моделей движения автомобиля, как простых, основанных только на законах динамики для поступательного движения [1, 2], так и более сложных, учитывающих взаимодействие с опорной поверхностью, скольжение (буксование), перераспределение реакций [3].

В процессе исследования автомобиль описан как динамическая система с четырьмя фазовыми координатами: координата центра масс автомобиля; угол поворота ведущих колес относительно их оси вращения; скорость прямолинейного движения центра масс; угловая скорость вращения ведущих колес, непосредственно связанная с частотой вращения коленчатого вала двигателя. Несмотря на то, что стандартный тягово-динамический расчет включает оценку затрат топлива, он не может решить поставленную задачу, так как при работе двигателя на внешней скоростной характеристике высокая экономичность не обеспечивается, и такой режим не будет оптимален, следовательно, необходимо математическое описание режимов работы двигателя при неполной подаче топлива.

Математическая постановка задачи. В связи с вышеописанным, двигатель описан полной характеристикой, представляющей собой зависимость момента от двух параметров (1). При этом сделано допущение: функция момента не зависит от производных параметра управления топливоподачей и частоты вращения коленчатого вала двигателя,

$$M = f(n, \gamma), \tag{1}$$

где n – частота вращения коленчатого вала, γ – параметр управления топливоподачей; $\gamma = 0$ соответствует подаче топлива при полностью отпущенной педали акселератора, $\gamma = 1$ – полностью нажатой. Зависимость (1) может быть получена как результат аппроксимации экспериментальных данных (рис. 1).

Задача состоит в минимизации количества затраченного топлива за период разгона $[t_0, t_1]$, то есть в минимизации функционала (2). Момент времени t_0 соответствует началу разгона автомобиля с начальной скоростью v_0, момент времени t_1 – концу разгона, когда автомобиль набрал необходимую скорость v_1:

$$G = \int_{t_0}^{t_1} G_T(t, X(t), \gamma(t))dt, \tag{2}$$

где G_T – мгновенный расход топлива (г·с$^{-1}$); X – вектор состояния системы, $X = (\theta, \omega, x, v)^T$; где θ – угол поворота ведущего колеса, ω – угловая скорость вращения ведущих колес, x – абсцисса центра масс автомобиля; v – скорость прямолинейного движения кузова автомобиля; при этом выполняются условия: $x'(t_0) = v_0$; $x'(t_1) = v_1$; $\theta'(t_0) = \omega_0$; $x \in R$; $\gamma \in [0, 1]$.

Для случая прямолинейного разгона достаточно учесть один управляющий параметр γ – положение органа топливоподачи (γ). Моделью объекта управления является система дифференциальных уравнений второго порядка, приведенная к эквивалентной системе уравнений первого порядка для движения автомобиля с включенным сцеплением:

$$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = \omega; \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{M_e(\omega,\gamma)\cdot u\cdot\eta - M_{fdrive} - \varphi(\lambda)\cdot R_{zdrive}\cdot r}{J}; \\ \dfrac{dx}{dt} = v; \\ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{\varphi(\lambda)\cdot R_{zdrive} - F_{fdriven} - F_w - F_G}{m}, \end{cases} \tag{3}$$

где M_e – вращающий момент коленчатого вала двигателя на полной характеристике, соответствующий текущей частоте вращения и положению органа топливоподачи; u – передаточное число трансмиссии; η – КПД трансмиссии; M_{fdrive} – момент сопротивления качению ведущих колес; φ – удельная продольная реакция как функция от скольжения ведущих колес; R_{zdrive} – суммарная нормальная реакция дороги на ведущие колеса автомобиля; r – радиус качения ведущих колес; J – момент инерции двигателя, трансмиссии и ведущих колес, приведенный к оси их вращения; $F_{fdriven}$– сила сопротивления качению ведомых колес автомобиля; F_w – сила сопротивления воздуха; F_G – сила сопротивления подъему; m – масса автомобиля.

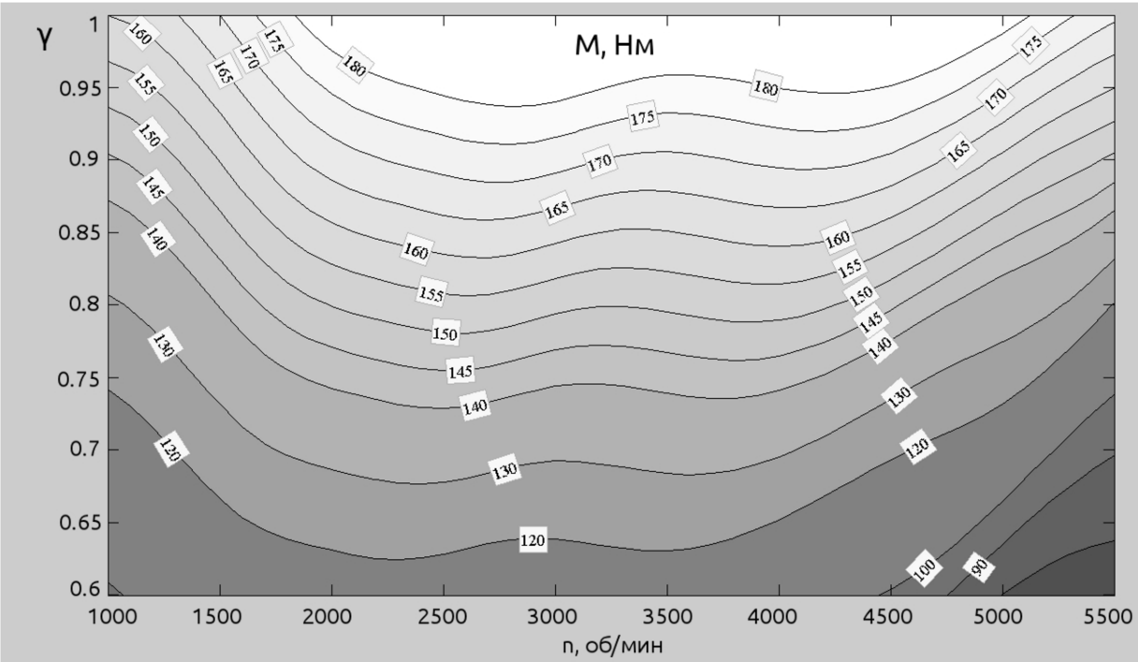

Рис. 1. Фрагмент полной характеристики бензинового двигателя

Для движения автомобиля с выключенным сцеплением моделью объекта управления является система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \omega; \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_e(\omega,\gamma) \cdot u \cdot \eta}{J}; \\ \frac{dx}{dt} = v; \\ \frac{dv}{dt} = \frac{-F_{fdriven}(v) - F_w(v) - F_G}{m}. \end{cases} \tag{4}$$

При составлении уравнений (3), (4) сделано допущение о равенстве динамического радиуса качения колеса статическому. Внешнее скольжение ведущих колес представляет собой зависимость

$$\lambda = 1 - \frac{v}{\omega \cdot r}, \tag{5}$$

где ω – угловая скорость вращения ведущих колес; v – скорость прямолинейного движения центра масс автомобиля; r – радиус качения ведущих колес.

Величина φ является отношением продольной реакции дороги на ведущее колесо к нормальной, в системе (3) описывается эмпирической зависимостью от скольжения. Вид функции φ(λ) для различных типов опорной поверхности различен.

При принятых допущениях управление системой является программным: система разомкнута по состоянию (управляющий параметр зависит только от времени) [4].

При построении математической модели учтены:

1) зависимость приведенного к оси вращения ведущих колес момента инерции двигателя, трансмиссии от передаточного числа трансмиссии (6)

$$J = J_e \cdot u^2 \cdot \eta + J_{tr} + J_{dw}, \tag{6}$$

где J_e – осевой момент инерции двигателя относительно оси вращения коленчатого вала; J_{tr} – момент инерции вращающихся частей трансмиссии, расположенных между коробкой передач и ведущими колесами; J_{dw} – момент инерции ведущих колес; u – передаточное число трансмиссии;

2) изменение нормальной реакции опорной поверхности на ведущие колеса R_{zdrive} из-за влияния внешних сил, изменения режимов движения;

3) нелинейная зависимость коэффициента сцепления от скольжения для данного типа опорной поверхности (рис. 2) [3].

Алгоритм. Задача нахождения оптимального управления сводится к поиску оптимальной тройки (t_1*, X*(t), γ*(t)),на которой достигается минимум функционала (2). Областью допустимых управлений Γ_0 является отрезок [0, 1] в евклидовом пространстве E^1.

Поиск (t_1*, X*(t), γ*(t)) затруднен рядом особенностей: момент времени t_1 не определен, и, соответственно, неизвестна величина промежутка времени [t_0, t_1]; функция γ*(t) имеет явные ограничения; время движения автомобиля на текущей передаче и, следовательно, момент переключения на следующую передачу однозначно не определены. Для нахождения оптимального режима разгона был выбран метод динамического программирования, в качестве среды использовалась среда MATLAB.

Для вычисления расхода топлива используется характеристика топливной экономичности: мгновенный удельный расход представляется как функция от частоты вращения коленчатого вала двигателя и вращающего момента с помощью аппроксимации экспериментально полученных данных, на каждой итерации выбранного метода решения системы (3) производится расчет количества затраченного топлива (7). За малый промежуток времени $\Delta\tau$ изменение удельного расхода топлива (ge) и мощности (N) принимается линейным:

$$G = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \left(\frac{\Delta ge}{\Delta t^2} \Delta N (t - \tau_i)^2 + \frac{1}{\Delta \tau} (N_i \Delta ge + ge_i \Delta N) + N_i ge_i \right) dt. \quad (7)$$

Для достаточно точного решения системы (3) подходят численные методы Рунге – Кутты четвертого и пятого порядка, для решения системы (4) эти методы не подходят, так как она является жесткой. С целью сокращения времени вычислений был использован многошаговый метод Рунге – Кутты переменного порядка.

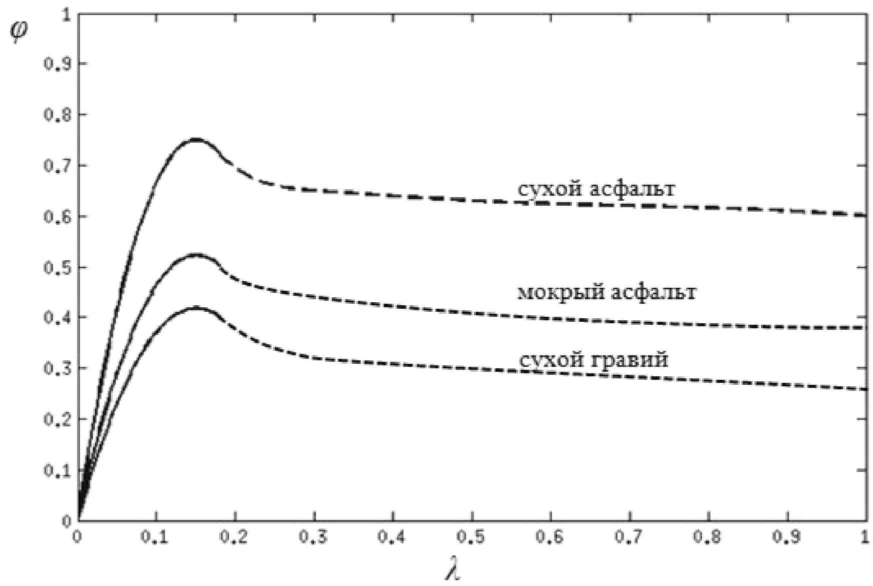

Рис. 2. Удельная продольная реакция на ведущие колеса автомобиля как функция от скольжениядля различных типов опорной поверхности

В основе алгоритма лежит принцип оптимальности [4], согласно которому оптимальный процесс ($X^*(t)$, $\gamma^*(t)$), $t \in (t_0, t_1)$ обладает таким свойством, что для произвольного момента $t = \tau$, $\tau \in (t_0, t_1)$, процесс ($X^*(t)$, $\gamma^*(t)$), $t \in (\tau, t_1)$ так же будетудовлетворять условию минимума функционала (2). Поиск оптимального режима осуществляется на некотором промежутке времени $[\tau_i, \tau_{i+1}]$, за который происходит изменение скорости автомобиля на Δv и на котором функцию управления $\gamma(t)$ можно считать постоянной, то есть $t \in [\tau_i, \tau_{i+1}]$, $x'(\tau_i) = v$, $x'(\tau_{i+1}) = v + \Delta v$, $\gamma(t) = \text{const}$. Величина Δv определяет точность нахождения оптимального режима.

Таким образом, весь промежуток времени моделирования движения автомобиля $[t_0, t_1]$ разбивается на конечное число (n) промежутков $[\tau_0, \tau_1]$, $[\tau_1, \tau_2]$, ..., $[\tau_{n-1}, \tau_n]$, для которых верны условия: $x'(\tau_0) = v_0$, $x'(\tau_1) = v_1$, ..., $x'(\tau_n) = v_n$, в каждом из которых решается задача о нахождении оптимальной тройки (t_1^*, $X_n^*(t)$, $\gamma_n^*(t)$), для которой расход топлива будет минимальным. Для нахождения времени движения на передачах и значений $\gamma^*(t)$ использовался направленный перебор; в качестве критерия переключения использована скорость автомобиля, выраженная в долях от максимальной скорости на передаче, чтобы отсеять большое количество нереализуемых вариантов переключения.

Выводы

1. Создана нелинейная математическая модель движения автомобиля, учитывающая внешнее скольжение (буксование), работу двигателя на частичных скоростных характеристиках, перераспределение реакций опорной поверхности на колеса.

2. Разработан алгоритм нахождения оптимального процесса разгона автомобиля с механической ступенчатой трансмиссией.

3. Создано программное обеспечение, реализующее выполнение этого алгоритма в среде MATLAB.

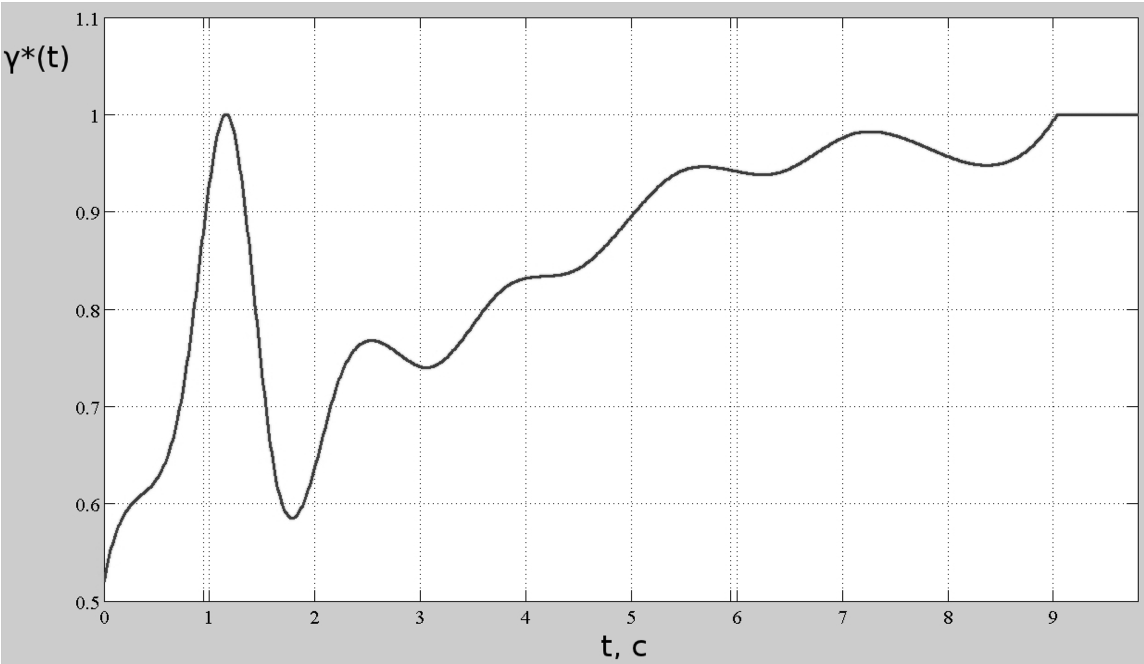

Рис. 3. Аппроксимация вычисленных значений γ*(*t*)

4. Проведено тестирование методики, в качестве исходных данных использованы параметры и характеристики автомобиля Subaru Impreza с двигателем EJ22 [5, 6]. Рассчитан разгон до достижения автомобилем скорости 100 км/ч, переключение передач принято последовательным. Полученное время оптимального разгона составило 8,87 с, переключение с первой на вторую передачу должно осуществляться в момент времени $t = 0{,}93$ с, со второй на третью – в момент времени $t = 5{,}94$ с. Расход топлива за оптимальный разгон составил 6,04 г. Для сравнения рассчитан режим разгона при тех же критериях переключения для постоянного $\gamma = 1$: расход топлива составил 7,1 г, следовательно, оптимальный режим экономичнее данного на 14,93 %. Следует отметить, что режим движения при $\gamma = \text{const} = 1$ не является самым неэкономичным. На рис. 3 представлена аппроксимация функции $\gamma^*(t)$ кубическими сплайнами (встроенная функция spline).

Литература

1. *Вахламов, В.К. Конструкция, расчет и эксплуатационные свойства автомобилей / В.К. Вахламов. – М.: Издат. центр «Академия», 2007.*
2. *Кравец, В.Н. Теория автомобиля / В.Н. Кравец. – Н. Новгород: НГТУ, 2007.*
3. *Тарасик, В.Н. Теория движения автомобиля / В.Н. Тарасик. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.*
4. *Егоров, А.И. Основы теории управления / А.И. Егоров. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.*
5. *RRI, RototestResearchInstitute. – http://www.rsi.se/ (дата обращения 01.12.2011).*
6. *FuelEconomy, Hypermiling, EcoModdingNewsandForum. – http://ecomodder.com/ (дата обращения: 01.12.2011).*

Губарев Александр Васильевич. Кандидат технических наук, доцент кафедры «Колесные, гусеничные машины и автомобили», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск). E-mail: prkom@susu.ac.ru

Унжаков Павел Владимирович. Аспирант кафедры «Колесные, гусеничные машины и автомобили», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск). E-mail: phm.psthmn@gmail.com

OPTIMAL CONTROL OF THECAR ACCELERATION PROCESSFINDING METHODS

A.V. Gubarev, P.V. Unzhakov

Automobile dynamic behavior is described. The mathematical model and the algorithm allowing the most economy control to befound were written in MATLAB.
Keywords: automobile, mathematical model, optimal control, acceleration, economy.

Alexander V. Gubarev. Candidate of engineering science, associate professor of “Wheel, caterpillar machines and automobiles” department, South Ural State University (Chelyabinsk). E-mail: prkom@susu.ac.ru

Pavel V. Unzhakov. Postgraduate of “Wheel, caterpillar machines and automobiles” department, South Ural State University (Chelyabinsk). E-mail: phm.psthmn@gmail.com

Поступила в редакцию 12 декабря 2012 г.