# РАЗРАБОТКА ТЕСТОВОГО ПОЛЕТНОГО ЗАДАНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ

## В.О. Чернецкий, В.Б. Садов, Е.А. Алёшин

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Работа посвящена теме разработки тестового полетного задания для ракеты-носителя. Актуальность темы обусловлена тем, что синтез системы управления в современное время обычно производится на основе цифрового и/или полунатурного моделирования движения летательного аппарата. Задачей является синтез параметров корректирующих устройств системы управления. При этом необходимо знать входное задание системы управления, то есть иметь полетное задание. Сама задача получения полетного задания является весьма сложной, так как необходимо учитывать как характеристики ракеты и двигателей, рассматриваемые в их моделях, так и внешние воздействующие факторы – воздействие Земли и атмосферы. Также необходимо учесть ограничения управления и перегрузки. Вследствие этого законы движения летательного аппарата получаются сложными, зависящими от вида маневра и выделенного участка траектории движения. В работе рассматривается только активный участок траектории движения. Рассмотрены применяемые системы координат, уравнения движения центра масс с учетом влияния Земли и аэродинамики аппарата. Рассматривается управление движением изменением тяги двигателей. Приводятся все необходимые формулы для расчета траектории, необходимые допущения. По всей программной траектории были рассчитаны коэффициенты модели возмущенного движения ракеты-носителя. Производилось компьютерное моделирование приведенной методики расчета тестового полетного задания, приведены полученные по результатам моделирования графики, позволяющие сделать вывод о том, что основные ограничения на программную траекторию выполняются. Исходя из этого, можно считать, что полученное полетное задание может использоваться на этапе предварительной разработки системы управления многоразовой одноступенчатой ракеты-носителя.

Ключевые слова: управление, полетное задание, моделирование.

### Введение

Проектирование системы управления ракеты-носителя невозможно без разработки полетного задания. Анализ известных алгоритмических решений построения программного движения ракеты-носителя на активном участке, опубликованных в литературе, показывает, что базовыми монографиями по рассматриваемой тематике являются труды [1–8]. Основными параметрами, которые включаются в полетное задание, являются проекции кажущегося ускорения на оси связанной системы координат, их первые и вторые интегралы, углы Крылова и их производные, углы атаки и скольжения, коэффициенты модели возмущенного движения ракеты-носителя.

Очевидно, что для того, чтобы такое полетное задание могло быть рассчитано, должна существовать конструкция ракеты-носителя, должны быть известны аэродинамические характеристики, характеристики маршевого двигателя, массо-центровочные характеристики, ограничения на осевые, боковые и нормальные перегрузки и т. п.

Таким образом, полетное задание и, соответственно, система управления могут быть получены только после того, как ракета-носитель практически полностью разработана. Однако первичное проектирование системы управления ракеты-носителя необходимо начинать заранее, так как оно занимает много времени, и, кроме того, в процессе разработки системы управления могут возникнуть проблемы, которые потребуют изменения конструкции ракеты-носителя. Поэтому в ходе начальной стадии разработки системы управления приходится использовать упрощенное полетное (тестовое) задание, основанное на некоторых допущениях и упрощениях.

Обычно разработкой полетного задания занимается головное предприятие-разработчик ракеты-носителя. Но в нашем случае проектирование самой ракеты-носителя находится на начальной стадии, а поскольку опыта в создании систем управления многоразовых одноступенчатых ракетносителей нет, то разработку системы управления приходится начинать раньше, чем это делается обычно. В связи с эти разработкой тестового полетного задания пришлось заниматься группе проектирования системы управления ракеты-носителя.

#### Системы координат

Для разработки полетного задания используются следующие системы координат [9–11]:

– стартовая система координат  $0_{ln} x_{ln} y_{ln} z_{ln}$  (рис. 1). Ось  $y_{ln}$  направлена по местной вертикали, ось  $x_{ln}$  в плоскости горизонта в направлении стрельбы, ось  $z_{ln}$  дополняет до правой тройки. Не является инерциальной (вращается вместе с Землей);

– начальная стартовая (инерциальная) система координат  $0_{ln} x_{ln} y_{ln} z_{ln}$ . До старта совпадает со стартовой. В момент старта становится инерциальной и вместе с Землей не вращается;

– инерциальная система координат  $0_0 x_0 y_0 z_0$  (см. рис. 1). Оси параллельны осям начальной стартовой (инерциальной) системы координат, но начало находится в центре Земли;

— связанная система координат 0xyz. Начало системы координат совпадает с центром масс ракеты. Ось 0x направлена по продольной оси ракеты. Нормальная ось 0y направлена в плоскости I–III. Поперечная ось 0z замыкает правую прямоугольную систему координат.



Рис. 1. Системы координат

На рис. 1 используются следующие обозначения: M – точка, в которой находится центр масс ракеты;  $\vec{r}$  – радиус-вектор центра масс в инерциальной системе координат;  $R_E$  – условный радиус Земли;  $\Omega_E$  – угловая скорость вращения Земли;  $\varphi_0$  – геоцентрическая широта точки старта;  $\varphi_{\Gamma 0}$  – геодезическая широта точки старта; A – азимут стрельбы.

Для пересчета векторов из инерциальной или начальной стартовой (инерциальной) системы координат в связанную необходима матрица перехода (матрица направляющих косинусов), которая может быть получена с помощью последовательных поворотов, переводящих одну систему координат в другую [12].

Примем в качестве первого поворота поворот на угол  $\vartheta$  (угол тангажа) вокруг оси  $0_0 z_{ln}$ . Второй поворот – на угол  $\psi$  (угол рыскания) вокруг промежуточной оси  $0_0 y'$ , третий поворот – на угол  $\gamma$  (угол крена) вокруг связанной оси 0x. В результате матрица перехода от инерциальной (или начальной стартовой) системы координат к связанной имеет вид

|     | cosψcosθ                            | cosy sin 9                               | $-\sin\psi$ |
|-----|-------------------------------------|--|-------------|
| L = | $\sin\gamma\sin\psi\cos\vartheta -$ | $\sin \gamma \sin \psi \sin \vartheta +$ | sinγcosψ    |
|     | $-\cos\gamma\sin\vartheta$          | $+\cos\gamma\cos\vartheta$               |             |
|     | $\cos\gamma\sin\psi\cos\vartheta +$ | $\cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta -$      | 2000/2000   |
|     | $+\sin\gamma\sin\vartheta$          | $-\sin\gamma\cos\vartheta$               | εσεγεσεψ    |

Упрощенные уравнения движения центра масс в центральном поле тяготения Земли с учетом аэродинамических сил

Ускорение силы земного притяжения. В данном случае ускорение силы земного притяжения направлено к центру Земли, а его величина определяется выражением

$$|g| = \frac{GM_E}{|\vec{r}_0|^2},$$
(2)

где G – гравитационная постоянная;  $M_E$  – масса Земли;  $|\vec{r}_0|$  – расстояние от центра масс ракеты до центра Земли.

Таким образом, проекции ускорения земного притяжения на оси инерциальной системы координат будут иметь значения

$$\vec{g}_{0} = \begin{bmatrix} g_{x0} \\ g_{y0} \\ g_{z0} \end{bmatrix} = -\frac{GM_{E}}{\left| \vec{r}_{0} \right|^{3}} \begin{bmatrix} x_{0} \\ y_{0} \\ z_{0} \end{bmatrix},$$
(3)

где

$$\left|\vec{r}_{0}\right| = \sqrt{x_{0}^{2} + y_{0}^{2} + z_{0}^{2}} \ . \tag{4}$$

Сила тяги. Сила тяги направлена по связанной оси 0*x* и складывается из силы тяги маршевого двигателя и силы тяги рулевых камер:

$$P = P_{md} + P_{ctr}, (5)$$

где  $P_{md}$  – сила тяги маршевого двигателя;  $P_{ctr}$  – суммарная сила тяги рулевых камер.

$$P_{md} = J_{y\partial} \dot{m}_{cam}^0 N_{cam} K_{tr} \,, \tag{6}$$

где  $J_{y\partial}$  – удельный импульс;  $\dot{m}_{cam}^0$  – максимальный расход для одной камеры маршевого двигателя;  $N_{cam}$  – количество работающих камер маршевого двигателя;  $K_{tr}$  – коэффициент дросселирования маршевого двигателя.

$$P_{ctr} = J_{y0} \dot{m}_{ctr} \,, \tag{7}$$

где  $\dot{m}_{ctr}$  – суммарный расход рулевых камер.

Проекции силы тяги на оси инерциальной системы координат определяются выражением

$$\begin{bmatrix} P_{x0} \\ P_{y0} \\ P_{z0} \end{bmatrix} = L^{-1} \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = L^{T} \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
(8)

где *L* – матрица перехода (1). Таким образом,

$$\begin{bmatrix} P_{x0} \\ P_{y0} \\ P_{z0} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\vartheta \\ \cos\psi\sin\vartheta \\ -\sin\psi \end{bmatrix}.$$
(9)

В случае движения ракеты с нулевым углом рыскания *ψ* = 0 проекции силы тяги будут иметь значения

$$\begin{bmatrix} P_{x0} \\ P_{y0} \\ P_{z0} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}.$$
 (10)

Поскольку параметры маршевого двигателя и рулевых камер, необходимые для расчета зависимости силы тяги от высоты, в настоящее время недоступны, данная зависимость при расчете полетного задания не учитывается.

Аэродинамические силы. В случае движения ракеты в плоскости  $0x_0y_0$  инерциальной системы координат при расчете программной траектории нет смысла учитывать проекцию полной аэродинамической силы ни на ось  $0z_0$  инерциальной системы координат, ни на ось 0z связанной системы координат [13, 14].

В результате проекции X, Y полной аэродинамической силы на оси 0x и 0y связанной системы координат могут быть получены в виде

$$X = (C_x \cos \alpha - C_y \sin \alpha) qS, \quad Y = (C_x \sin \alpha + C_y \cos \alpha) qS, \tag{11}$$

где  $C_x$ ,  $C_y$  – аэродинамические коэффициенты;  $\alpha$  – угол атаки;  $q = \frac{\rho (V^{air})^2}{2}$  – скоростной напор;

ρ – плотность воздуха на данной высоте; V<sup>air</sup> – воздушная скорость; S – площадь миделя.

Соответственно, проекции  $X_0$ ,  $Y_0$  полной аэродинамической силы на оси инерциальной системы координат могут быть найдены по формулам

$$X_0 = X\cos\theta + Y\sin\theta, \ Y_0 = -X\sin\theta + y\cos\theta.$$
(12)

**Уравнения движения центра масс.** Уравнения движения центра масс в инерциальной системе координат (в случае движения в плоскости  $0x_0y_0$ ) будут иметь вид

$$\begin{cases} \dot{x}_{0} = V_{x0}, \, \dot{y}_{0} = V_{y0}, \, \dot{z}_{0} = 0, \\ \dot{V}_{x0} = \dot{V}_{x0} + g_{x0}, \, \dot{V}_{y0} = \dot{V}_{y0} + g_{y0}, \, \dot{V}_{z0} = 0, \\ \dot{m} = -\dot{m}_{cam}^{0} N_{cam} K_{tr} - \dot{m}_{ctr}, \end{cases}$$
(13)

где *m* – масса ракеты в текущий момент времени, а проекции кажущегося ускорения на оси инерциальной системы координат определяются соотношениями

$$\dot{\overline{V}}_{x0} = \frac{1}{m} (P_{x0} - X_0), \quad \dot{\overline{V}}_{y0} = \frac{1}{m} (P_{y0} + Y_0), \quad \dot{\overline{V}}_{z0} = 0.$$
(14)

Из-за того, что точка старта находится не в начале инерциальной системы координат и Земля вращается, начальные условия в (13) не нулевые. Если пренебречь отличием геодезической широты точки старта от геоцентрической широты, то начальные условия в (13) будут определяться соотношениями

$$\begin{cases} x_0(0) = 0, \ y_0(0) = R_E, \ z_0(0) = 0, \\ V_{x0}(0) = R_E \Omega_E \cos \varphi_0 \sin A, V_{y0}(0) = 0, \\ V_{z0}(0) = R_E \Omega_E \cos \varphi_0 \cos A. \end{cases}$$
(15)

При движении в плоскости  $0x_0y_0$  проекции кажущегося ускорения на оси связанной системы координат и их первые, и вторые интегралы находятся интегрированием системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{\overline{X}} = \overline{V}_x, \ \dot{\overline{Y}} = \overline{V}_y, \ \dot{\overline{Z}} = \overline{V}_z, \\ \dot{\overline{V}}_x = \frac{1}{m} (P - X) + \dot{9} \overline{V}_y, \ \dot{\overline{V}}_y = \frac{Y}{m} - \dot{9} \overline{V}_x, \ \dot{\overline{V}}_z = 0, \end{cases}$$
(16)

Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2022. Т. 22, № 3. С. 16–29 .....

где  $\dot{V}_x$ ,  $\dot{V}_y$ ,  $\dot{V}_z$  – проекции кажущегося ускорения на связанные оси;  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  и  $\overline{X}$ ,  $\overline{Y}$ ,  $\overline{Z}$  – их первые и вторые интегралы.

Начальные условия в (16) нулевые.

Данные для вычисления коэффициентов модели ракеты

Коэффициенты модели ракеты, полученной на основании уравнений возмущенного движения, зависят от аэродинамических коэффициентов, углов атаки и скольжения, воздушной скорости, скоростного напора. В свою очередь, аэродинамические коэффициенты зависят от углов атаки и скольжения и числа Маха. В связи с этим в полетном задании все эти величины должны быть вычислены [15–17].

**Воздушная скорость.** Обусловленная вращением Земли скорость атмосферы  $\vec{V}_0^{atm} = \begin{bmatrix} V_{x0}^{atm} & V_{y0}^{atm} & V_{z0}^{atm} \end{bmatrix}^{T}$  в точке центра масс ракеты, заданной радиус-вектором  $\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \end{bmatrix}^{T}$  имеет значение

$$\vec{V}_0^{atm} = \vec{\Omega}_{E0} \times \vec{r}_0, \tag{17}$$

где  $\vec{\Omega}_{E0}$  – вектор угловой скорости вращения Земли, заданный проекциями на оси инерциальной системы координат  $0x_0y_0z_0$ .

В результате

$$\begin{cases} V_{x0}^{atm} = \Omega_E (z_0 \sin \phi_0 + y_0 \cos \phi_0 \sin A), \\ V_{y0}^{atm} = \Omega_E (-x_0 \cos \phi_0 \sin A - z_0 \cos \phi_0 \cos A), \\ V_{z0}^{atm} = \Omega_E (y_0 \cos \phi_0 \cos A - x_0 \sin \phi_0). \end{cases}$$
(18)

В случае движения ракеты в плоскости 0x<sub>0</sub>y<sub>0</sub> (18) примет вид

$$\begin{cases} V_{x0}^{atm} = \Omega_E y_0 \cos\varphi_0 \sin A, \ V_{y0}^{atm} = -\Omega_E x_0 \cos\varphi_0 \sin A, \\ V_{z0}^{atm} = \Omega_E (y_0 \cos\varphi_0 \cos A - x_0 \sin\varphi_0). \end{cases}$$
(19)

 $\begin{bmatrix} V_{z0}^{ain} = \Omega_E (y_0 \cos \varphi_0 \cos A - x_0 \sin \varphi_0). \end{bmatrix}$ Очевидно, что воздушная скорость  $\vec{V}_0^{air} = \begin{bmatrix} V_{x0}^{air} & V_{y0}^{air} & V_{z0}^{air} \end{bmatrix}^{\Gamma}$  определяется выражениями

$$V_{xo}^{air} = V_{x0} - V_{x0}^{atm}, \quad V_{yo}^{air} = V_{y0} - V_{y0}^{atm}, \quad V_{zo}^{air} = V_{z0} - V_{z0}^{atm}, \tag{20}$$

$$\left|\vec{V}^{air}\right| = \sqrt{\left(V_{x0}^{air}\right)^2 + \left(V_{y0}^{air}\right)^2 + \left(V_{z0}^{air}\right)^2} \quad (21)$$

Углы атаки и скольжения, скоростной напор, число Маха и аэродинамические коэффициенты. Для нахождения углов атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$  рассмотрим взаимное расположение связанной 0xyz и полусвязанной  $0x_{sb}y_{sb}z_{sb}$  систем координат (рис. 2).



Рис. 2. К вычислению углов атаки α и скольжения β

Проекции воздушной скорости на оси связанной системы координат 0*xyz* могут быть найдены как

$$\begin{bmatrix} V_x^{air} & V_y^{air} & V_z^{air} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = L \begin{bmatrix} V_{x0}^{air} & V_{y0}^{air} & V_{z0}^{air} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
(22)

При у = 0 имеем

$$\begin{cases} V_x^{air} = V_{x0}^{air} \cos\psi \cos\vartheta + V_{y0}^{air} \cos\psi \sin\vartheta - V_{z0}^{air} \sin\psi, \\ V_y^{air} = -V_{x0}^{air} \sin\vartheta + V_{y0}^{air} \cos\vartheta, \\ V_z^{air} = V_{x0}^{air} \sin\psi \cos\vartheta + V_{y0}^{air} \sin\psi \sin\vartheta + V_{z0}^{air} \cos\psi, \end{cases}$$
(23)

а при  $\gamma = 0$ ,  $\psi = 0$ 

$$V_x^{air} = V_{x0}^{air} \cos \vartheta + V_{y0}^{air} \sin \vartheta, \ V_y^{air} = -V_{x0}^{air} \sin \vartheta + V_{y0}^{air} \cos \vartheta, \ V_z^{air} = V_{z0}^{air}.$$
 (24)

С другой стороны, из рис. 2 видно, что

$$V_x^{air} = \left| \vec{V}^{air} \right| \cos\beta \cos\alpha, \ V_y^{air} = -\left| \vec{V}^{air} \right| \cos\beta \sin\alpha, \ V_z^{air} = \left| \vec{V}^{air} \right| \sin\beta.$$
(25)

В результате имеем

$$\beta = \arcsin \frac{V_z^{air}}{\left|\vec{V}^{air}\right|}, \ \alpha = -\arcsin \frac{V_y^{air}}{\left|\vec{V}^{air}\right|\cos\beta}.$$
(26)

Скоростной напор вычисляется по формуле

$$q = \rho(h) \frac{\left|V^{air}\right|^2}{2},$$
(27)

где  $\rho(h)$  – плотность воздуха на высоте  $h = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - R_E$ .

Число Маха

$$M = \frac{\left|V^{air}\right|}{V^{snd}(h)},\tag{28}$$

где  $V^{snd}(h)$  – скорость звука на высоте h.

Значения  $\rho(h)$  и  $V^{snd}(h)$  рассчитываются в соответствии с методикой, приведенной в [18].

Поскольку аэродинамические коэффициенты являются функциями угла атаки  $\alpha$  и числа Маха M, их текущие значения находятся с помощью интерполяции аэродинамического банка. Аэродинамический банк представлен в виде набора таблиц значений аэродинамических коэффициентов при различных значениях  $\alpha$  и M.

## Вычисление коэффициентов модели возмущенного движения

Уравнения возмущенного движения относительно проекций кажущегося ускорения на оси связанной системы координат и их интегралов, а также угла тангажа имеют вид

$$\begin{cases} \Delta \dot{\overline{V}}_{x} + C_{VxVx} \Delta \overline{V}_{x} + C_{VxVy} \Delta \overline{V}_{y} + C_{Vx\dot{9}} \Delta \dot{\Theta} + C_{Vx9} \Delta \Theta + C_{VxP} \Delta P = \frac{X_{B}}{m}, \\ \Delta \dot{\overline{V}}_{y} + C_{VyVx} \Delta \overline{V}_{x} + C_{VyVy} \Delta \overline{V}_{y} + C_{Vy\dot{9}} \Delta \dot{\Theta} + C_{Vy\vartheta} \Delta \Theta + C_{Vy\delta} \Delta \delta_{II,IV} = \frac{Y_{B}}{m}, \\ \Delta \ddot{\Theta} + C_{\vartheta\dot{9}} \Delta \dot{\Theta} + C_{\vartheta Q} \Delta \Theta + C_{\vartheta Vx} \Delta \overline{V}_{x} + C_{\vartheta Vy} \Delta \overline{V}_{y} + C_{\vartheta\delta} \Delta \delta_{II,IV} = \frac{M_{\vartheta}}{I_{z}}, \end{cases}$$
(29)

где

Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2022. Т. 22, № 3. С. 16–29

$$\begin{cases} C_{VxVx} = \frac{2}{m} (C_x - C_y \alpha) \frac{q}{V^{air}} S; \ C_{VxVy} = -\dot{9}; \ C_{Vx\dot{9}} = -\overline{V_y}; \ C_{Vx\theta} = -\frac{2}{m} C_y q S; \ C_{VxP} = -\frac{1}{m}; \\ C_{VyVx} = \dot{9}; \ C_{VyVy} = \frac{2}{m} (C_x + C_y^{\alpha}) \frac{q}{V^{air}} S; \ C_{Vy\dot{9}} = \overline{V_x}; \ C_{Vy\theta} = -\frac{1}{m} (C_x + C_y^{\alpha}) q S; \ C_{Vy\delta} = -\frac{2}{m} P_{ctr1}; \\ C_{9\dot{9}} = 0; \ C_{9\theta} = \frac{1}{I_z} (C_x + C_y^{\alpha}) q S x_F; \ C_{9Vx} = 0; \\ C_{9Vy} = -\frac{2}{I_z} (C_x + C_y^{\alpha}) \frac{q}{V^{air}} S x_F; \ C_{9\delta} = \frac{2}{I_z} P_{ctr1} x_{ctr}; \end{cases}$$
(30)

 $S = \pi r_{max}^2$  – площадь миделя; r – максимальный радиус корпуса;  $P_{ctr1}$  – тяга рулевой камеры;  $x_F = l_{cd} - l_{cm}$  – плечо аэродинамической силы;  $l_{cd}$  – расстояние от носка ракеты до центра давления (вычисляется путем интерполяции аэродинамического банка);  $l_{cm} = 20$  м – расстояние от носка ракеты до центра масс (на данном этапе считается постоянным);  $x_{ctr}$  – плечо управляющей

силы (при неизменном положении центра масс принято 10 м);  $I_z = \frac{3}{5}m\left(\frac{r_{\text{max}}^2}{4} + l^2\right)$  – момент инер-

ции относительно оси 0z; l – длина ракеты (принято 30 м).

#### Полетное задание

**Принятые допущения.** 1. Модель Земли – сферическая. Гравитационное поле – центральное. Гравитационная постоянная –  $6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ H} \cdot \text{m}^2/\text{kr}^2$ . Масса Земли –  $5,9726 \cdot 10^{24}$  кг. Радиус Земли –  $6371,0 \cdot 10^3$  м. Угловая скорость вращения Земли –  $7,29211 \cdot 10^{-5}$  с<sup>-1</sup>.

2. Геодезическая широта не отличается от геоцентрической широты.

3. Широта точки старта – 51,9 градуса (соответствует широте космодрома «Восточный»). Азимут стрельбы – 90 градусов (т. е. строго на восток).

4. Стартовая масса – 300 т.

5. Длина ракеты – 30 м.

6. Положение центра масс не меняется и находится на расстоянии 20 м от носка ракеты.

7. Расстояние от осей вращения рулевых камер до центра масс (плечо управляющих сил) – 10 м.

8. Наибольший радиус корпуса – 5 м.

9. Маршевый двигатель имеет 16 камер сгорания. Максимальная тяга при всех работающих камерах – 450 тс. Удельный импульс – 4500 м/с (от высоты не зависит).

10. Тяга рулевых камер постоянна и составляет 40 тс (суммарно).

11. Расход топлива и окислителя в работающих камерах маршевого двигателя может принимать значения от 55 до 95 % от максимального, т. е. коэффициент дросселирования может находиться в диапазоне 0,55–0,95.

12. Максимальная допустимая перегрузка – 70 м/с<sup>2</sup>. Ограничение перегрузки осуществляется изменением коэффициента дросселирования до тех пор, пока это возможно.

13. Программные углы крена и рыскания нулевые.

14. Система стабилизации работает «идеально» (фактические углы тангажа, рыскания и крена не отличаются от программных).

15. Управляющие силы при расчете траектории не учитываются.

Программа управления тягой маршевого двигателя для ограничения максимальной перегрузки. Проекции кажущегося ускорения на оси связанной системы координат при  $\dot{\psi} = \dot{\gamma} = 0$  определяются из (16).

В результате квадрат перегрузки

$$K^{2} = \dot{\overline{V}}_{x}^{2} + \dot{\overline{V}}_{y}^{2} = \left(\frac{P}{m}\right)^{2} + \left(\frac{2}{m}\dot{\overline{S}}\overline{V}_{y}P - \frac{2}{m^{2}}XP\right) + \dot{\overline{B}}^{2}\left(\overline{V}_{x}^{2} + \overline{V}_{y}^{2}\right) + \frac{1}{m^{2}}\left(X^{2} + Y^{2}\right) - \frac{2}{m}\dot{\overline{S}}\left(X\overline{V}_{y} + Y\overline{V}_{x}\right).$$
(31)

В момент старта коэффициент дросселирования  $K_{tr}$  маршевого двигателя и, соответственно, суммарная тяга максимальны. Когда из-за уменьшения массы ракеты перегрузка достигает максимально допустимого значения  $K_{max}$ , из условия

$$\left(\frac{1}{m}\right)^{2}P^{2} + \left(\frac{2}{m}\dot{\vartheta}\overline{V_{y}} - \frac{2}{m^{2}}X\right)P + \left(\dot{\vartheta}^{2}\left(\overline{V_{x}}^{2} + \overline{V_{y}}^{2}\right) + \frac{1}{m^{2}}\left(X^{2} + Y^{2}\right) - \frac{2}{m}\dot{\vartheta}\left(X\overline{V_{y}} + Y\overline{V_{x}}\right) - K_{\max}^{2}\right) = 0 \quad (32)$$

находится требуемое значение суммарной тяги и, как следствие, требуемое значение коэффициента дросселирования маршевого двигателя  $K_{tr}$ . Если (32) не имеет вещественного положительного решения или требуемое значение  $K_{tr}$  становится меньше минимально допустимого, для  $K_{tr}$ устанавливается минимально допустимое значение, и ограничение перегрузки становится невозможным.

Маршевый двигатель и рулевые камеры отключаются при достижении орбитальной скорости.

**Программа управления тангажом.** От тестового полетного задания не требуется «оптимальности»: главное – получить программную траекторию, обеспечивающую выход ракеты на низкую опорную орбиту при выполнении ограничений по углу атаки на аэродинамическом участке. Поэтому при расчете программы тангажа траектория была разбита на отдельные участки и осуществлялся простой подбор их параметров без решения краевых задач [19, 20].

#### 1. Начальный набор скорости

На интервале времени  $0 \le t < t_1$  ракета движется вертикально вверх, т. е.  $\vartheta(t) = \frac{\pi}{2}$ ,  $\dot{\vartheta}(t) = 0$ .

Изменяемый параметр: t<sub>1</sub>.

## 2. Начальный разворот

Ракета разворачивается на небольшой угол по тангажу. Это необходимо для обеспечения в дальнейшем гравитационного разворота. Интервал времени  $t_1 \le t < t_2$ . Для плавного сопряжения тангажа на границах участков принят закон его изменения

$$\vartheta(t) = at^3 + bt^2 + ct + d.$$
CootBettCTBetho.
(33)

 $\dot{\vartheta}(t) = 3at^2 + 2bt + c.$ (34)

Коэффициенты (34) рассчитываются из граничных условий

$$\vartheta(t_1) = \frac{\pi}{2}, \ \dot{\vartheta}(t_1) = 0, \ \vartheta(t_2) = \vartheta_1, \ \dot{\vartheta}(t_2) = \dot{\vartheta}_1,$$
 (35)

где 9<sub>1</sub>, 9<sub>1</sub> – требуемые значения тангажа и его производной в конце начального разворота.

Изменяемые параметры:  $t_2$ ,  $\vartheta_1$ ,  $\dot{\vartheta}_1$ .

## 3. Ожидание начала гравитационного разворота

В результате начального разворота появляется отрицательный угол атаки, который в дальнейшем из-за разгона ракеты будет постепенно возвращаться к нулевому значению. Поскольку следующий участок гравитационного разворота нужен для обеспечения нулевого значения угла атаки на аэродинамическом участке траектории, необходимо дождаться, когда угол атаки вернется к нулю. Интервал времени  $t_2 \le t < t_3$ ;  $\vartheta(t) = \vartheta_1$ ;  $\dot{\vartheta}(t) = \dot{\vartheta}_1$ .

Изменяемые параметры: отсутствуют.

## 4. Гравитационный разворот

Выполняется на интервале времени  $t_3 \le t < t_4$ . Нужен для поддержания близкого к нулю значения угла атаки на аэродинамическом участке траектории. Для этого требуется, чтобы угол атаки изменялся по закону

$$\vartheta(t) \approx \arctan \frac{V_{y0}^{air}}{V_{x0}^{air}},$$
(36)

и, соответственно

$$\dot{\Theta}(t) \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{V_{y0}^{air}}{V_{x0}^{air}}\right)^2} \cdot \frac{\left(\dot{V}_{y0} + \Omega_E V_{x0} \cos\varphi_0\right) V_{x0}^{air} - \left(\dot{V}_{x0} - \Omega_E V_{y0} \cos\varphi_0\right) V_{y0}^{air}}{\left(V_{x0}^{air}\right)^2} \,. \tag{37}$$

Изменяемый параметр: t<sub>4</sub>.

## 5. Основной разворот

Выполняется на интервале времени *t*<sub>4</sub> ≤ *t* < *t*<sub>5</sub>. Нужен для обеспечения выхода ракеты на низкую опорную орбиту. Закон изменения тангажа и его производной соответствует (33), (34). Коэффициенты (33) рассчитываются из граничных условий

$$\vartheta(t_4) = \vartheta_2, \ \dot{\vartheta}(t_4) = \dot{\vartheta}_2, \ \vartheta(t_5) = \vartheta_3, \ \dot{\vartheta}(t_5) = 0,$$
(38)

где  $\vartheta_2$ ,  $\dot{\vartheta}_2$  – значение тангажа и его производной в конце гравитационного разворота;  $\vartheta_3$  – значение тангажа в конце основного разворота.

Изменяемые параметры:  $t_5$ ,  $\vartheta_3$ .

### 6. Набор орбитальной скорости

Выполняется на интервале времени  $t \ge t_5$ . При этом  $\vartheta(t) = \vartheta_3$ ,  $\dot{\vartheta}(t) = 0$ . При достижении орбитальной скорости выключаются маршевый двигатель и рулевые камеры. Изменяемые параметры: отсутствуют.

Результаты расчета тестового полетного задания

На рис. 3-8 приведены основные зависимости, иллюстрирующие результаты расчета полетного задания.



Рис. 3. Траектория выхода на орбиту и орбита в инерциальной системе координат



Рис. 4. Зависимость высоты над поверхностью Земли от времени







Рис. 6. Зависимость скоростного напора от времени

Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2022. Т. 22, № 3. С. 16–29



Рис. 7. Зависимость угла тангажа от времени





#### Выводы

Из рис. 3–7 видно, что на аэродинамическом участке траектории, когда скоростной напор превышает 70 % от максимального значения, а также при числе Маха вблизи M = 1 угол атаки равен нулю. По всей программной траектории рассчитаны коэффициенты модели возмущенного движения ракеты-носителя, графики зависимостей которых от времени в работе не приводятся.

Таким образом, основные ограничения на программную траекторию выполняются. Исходя из этого, можно считать, что полученное полетное задание может использоваться на этапе предварительной разработки системы управления многоразовой одноступенчатой ракеты-носителя.

#### Литература

1. Сихарулидзе, Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов / Ю.Г. Сихарулидзе. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 407 с.

2. Баллистические ракеты и ракеты-носители / О.М. Алифанов, А.Н. Андреев, В.Н. Гущин и др.; под ред. О.М. Алифанова. – М.: Дрофа, 2004. – 512 с.

3. Лоуден, Д.Ф. Оптимальные траектории для космической навигации / Д.Ф. Лоуден. – М.: Мир, 1966. – 154 с.

4. Разоренов, Г.Н. Системы управления летательными аппаратами / Г.Н. Разоренов, Э.А. Бахрамов, Ю.Ф. Титов. – М.: Машиностроение, 2003. – 584 с.

5. Аппазов, Р.Ф. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли / Р.Ф. Аппазов, О.Г. Сытин. – М.: Наука, 1987. – 440 с.

6. Летов, А.М. Динамика полета и управление / А.М. Летов. – М.: Наука, 1969. – 360 с.

7. Разыграев, А.П. Основы управления полетом космических аппаратов / А.П. Разыграев. – М.: Машиностроение, 1990. – 480 с.

8. Лебедев, Г.Н. Системы управления летательными аппаратами / Г.Н. Лебедев. – М.: Издво МАИ, 2007. – 756 с.

9. Ракета как объект управления / И.М. Игдалов, Л.Д. Кучма, Н.В. Поляков и др.: под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.

10. Шалыгин, А.С. Наведение и навигация космических аппаратов / А.С. Шалыгин, В.А. Санников, И.Л. Петрова. – СПб.: Изд-во Балт. гос. техн. ун-та, 2008. – 141 с.

11. Колесников, К.С. Динамика ракет / К.С. Колесников. – М.: Машиностроение, 1980. – 376 с.

12. Кузовков, Н.Т. Системы стабилизации летательных аппаратов / Н.Т. Кузовков. – М.: Высшая школа, 1976. – 304 с.

13. Остославский, И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов / И.В. Остославский, И.В. Стражева. – М.: Машиностроение, 1969. – 502 с.

14. Шалыгин, А.С. Траекторные задачи динамики беспилотных летательных аппаратов: учеб. пособие / А.С. Шалыгин, И.Л. Петрова. – СПб.: Изд-во Балт. гос. техн. ун-та, 2009. – 130 с.

15. Иванов, Н.М. Баллистика и навигация космических аппаратов / Н.М. Иванов, Л.Н. Лысенко. – М.: Дрофа, 2004. – 544 с.

16. Автоматизация расчёта траекторий / А.С. Шалыгин, С.А. Кабанов, В.А. Санников и др.– СПб.: Гособразование СССР, 1990. – 139 с.

17. Беневольский, С.В. Баллистические основы выбора программы угла тангажа ракет / С.В. Беневольский. – М.: Изд-во Военной академии имени Ф.Э. Дзержинского, 1996. – 89 с.

18. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. – М.: Изд-во стандартов, 2004. – 181 с.

19. Лазарев, Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов / Ю.Н. Лазарев. – Самара: Самар. науч. центр РАН, 2007. – 274 с.

20. Санников, В.А. Основные принципы расчета траектории летательных аппаратов / В.А. Санников, А.Г. Юрескул. – СПб.: Изд-во Балт. гос. техн. ун-та, 2008. – 118 с.

**Чернецкий Владимир Олегович,** кандидат технических наук, доцент, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, chernetckiivo@susu.ru.

Садов Виктор Борисович, кандидат технических наук, доцент, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, sadovvb@susu.ru.

Алёшин Евгений Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, aleshinea@susu.ru.

#### Поступила в редакцию 23 мая 2022 г.

# DEVELOPMENT OF A TEST FLIGHT MISSION FOR SIMULATION OF AIRCRAFT MOTION ON THE ACTIVE SECTION OF THE TRAJECTORY

V.O. Chernetsky, chernetckiivo@susu.ru V.B. Sadov, sadovvb@susu.ru E.A. Alyoshin, aleshinea@susu.ru South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

> The work is devoted to the development of a test flight mission for a launch vehicle. The relevance of the topic is due to the fact that the synthesis of a control system in modern times is usually based on digital and / or semi-natural simulation of the movement of an aircraft. The task is to synthesize the parameters of the corrective devices of the control system. In this case, it is necessary to know the input task of the control system, that is, to have a flight task. The very task of obtaining a flight mission is very difficult, since it is necessary to take into account both the characteristics of the rocket and engines considered in their models, and external influencing factors: the impact of the Earth and the atmosphere. Control and overload limitations must also be taken into account. As a result, the laws of motion of the aircraft are complex, depending on the type of maneuver and the selected section of the trajectory. The paper considers only the active part of the motion trajectory. The applied coordinate systems, the equations of motion of the center of mass are considered, taking into account the influence of the Earth and the aerodynamics of the apparatus. The control of movement by changing the thrust of engines is considered. All the necessary formulas for calculating the trajectory, the necessary assumptions are given. For the entire program trajectory, the coefficients of the model of the perturbed motion of the launch vehicle were calculated. The computer simulation of the above methodology for calculating the test flight task was carried out, the graphs obtained from the results of the simulation are shown, allowing us to conclude that the main restrictions on the program trajectory are met. Based on this, we can assume that the received flight task can be used at the stage of preliminary development of the control system for a reusable single-stage launch vehicle.

Keywords: control, flight task, modeling.

## References

1. Sikharulidze Yu.G. *Ballistika i navedenie letatel'nykh apparatov* [Ballistics and guidance of aircraft]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy, 2013. 407 p.

2. Alifanov O.M., Andreev A.N., Gushchin V.N., Zolotov A.A., Matveev Yu.A. *Ballisticheskie rakety i rakety-nositeli* [Ballistic missiles and launch vehicles]. Moscow, Drofa, 2004. 512 p.

3. Louden D.F. *Optimal'nye traektorii dlya kosmicheskoy navigatsii* [Optimal trajectories for space navigation]. Moscow, Mir, 1966. 154 p.

4. Razorenov G.N., Bakhramov E.A., Titov Yu.F. *Sistemy upravleniya letatel'nymi apparatami* [Aircraft control systems]. Moscow, Mashinostroenie, 2003. 584 p.

5. Appazov R.F., Sytin O.G. *Metody proektirovaniya traektoriy nositeley i sputnikov Zemli* [Methods for designing the trajectories of carriers and satellites of the Earth]. Moscow, Nauka, 1987. 440 p.

6. Letov A.M. *Dinamika poleta i upravlenie* [Flight dynamics and control]. Moscow, Nauka, 1969. 360 p.

7. Razygraev A.P. Osnovy upravleniya poletom kosmicheskikh apparatov [Fundamentals of spacecraft flight control. Moscow, Mashinostroenie, 1990. 480 p.

8. Lebedev G.N. *Sistemy upravleniya letatel'nymi apparatami* [Aircraft control systems]. Moscow, MAI, 2007. 756 p.

9. Igdalov I.M., Kuchma L.D., Polyakov N.V., SheptunYu.D. *Raketa kak ob"ekt upravleniya* [Rocket as a control object]. Dnepropetrovsk, ART-PRESS, 2004. 544 p.

10. Shalygin A.S., Sannikov V.A., Petrova I.L. *Navedenie i navigatsiya kosmicheskikh apparatov* [Guidance and navigation of spacecraft]. Sankt-Peterburg, Balt. gos. tekhn. un-ta, 2008. 141 p.

11. Kolesnikov K.S. Dinamika raket [Rocket dynamics]. Moscow, Mashinostroenie, 1980. 376 p.

12. Kuzovkov N.T. *Sistemy stabilizatsii letatel'nykh apparatov* [Aircraft stabilization systems]. Moscow, Vysshaya shkola, 1976. 304 p.

13. Ostoslavskiy I.V., Strazheva I.V. *Dinamika poleta. Traektorii letatel'nykh apparatov* [Flight dynamics. Aircraft trajectories]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 502 p.

14. Shalygin A.S., Petrova I.L. *Traektornye zadachi dinamiki bespilotnykh letatel'nykh apparatov* [Trajectory problems of the dynamics of unmanned aerial vehicles]. Sankt-Peterburg, Balt. gos. tekhn. un-ta, 2009. 130 p.

15. Ivanov N.M., Lysenko L.N. *Ballistika i navigatsiya kosmicheskikh apparatov* [Ballistics and navigation of space vehicles]. Moscow, Drofa, 2004. 544 p.

16. Shalygin A.S., Kabanov S.A., Sannikov V.A., Tolpegin O.A. *Avtomatizatsiya rascheta traektoriy* [Trajectory calculation automation]. Sankt-Peterburg, Gosobrazovanie SSSR, 1990. 139 p.

17. Benevol'skiy S.V. *Ballisticheskie osnovy vybora programmy ugla tangazha raket* [Ballistic fundamentals for choosing a missile pitch angle program]. Moscow, Voennya akademiya imeni F.E. Dzerzhinskogo, 1996. 89 p.

18. *GOST 4401-81. Atmosfera standartnaya. Parametry* [State Standard 4401-81. The atmosphere is standard. Options]. Moscow, Standartinform Publ., 2004. 181 p.

19. Lazarev Yu.N. *Upravlenie traektoriyami aerokosmicheskikh apparatov* [Aerospace Trajectory Control]. Samara, Samar. nauch. tsentr RAN, 2007. 274 p.

20. Sannikov V.A., Yureskul A.G. *Osnovnye printsipy rascheta traektorii letatel'nykh apparatov* [Basic principles for calculating the trajectory of aircraft].Sankt-Peterburg, Balt. gos. tekhn. un-t, 2008. 118 p.

Received 23 May 2022

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Чернецкий, В.О. Разработка тестового полетного задания для моделирования движения летательного аппарата на активном участке траектории / В.О. Чернецкий, В.Б. Садов, Е.А. Алёшин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2022. – Т. 22, № 3. – С. 16–29. DOI: 10.14529/engin220302

#### FOR CITATION

Chernetsky V.O., Sadov V.B., Alyoshin E.A. Development of a test flight mission for simulation of aircraft motion on the active section of the trajectory. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2022, vol. 22, no. 3, pp. 16–29. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin220302