

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ БОРТОВОЙ СИСТЕМЫ ИЗМЕНЕНИЯ МАССОВО-ИНЕРЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

**Е.А. Михайлов, В.Б. Федоров**

*Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия*

В работе представлены результаты исследования новой концепции системы изменения массово-инерционных характеристик номинально осесимметричных роторных конструкций, в частности летательных аппаратов осесимметричной формы. Данная система может применяться для статической и динамической балансировки изделия непосредственно в процессе эксплуатации и представляет собой балансировочный груз, устанавливаемый на подвижную платформу механизма с параллельной кинематикой типа «гексапод». Она может быть применима в том числе и для номинально осесимметричных летательных аппаратов для парирования возмущений от асимметрий различного рода путем целенаправленного создания массово-инерционной асимметрии конструкции. В работе проведен анализ вариантов приведения системы в требуемое состояние (путем линейного изменения длин стержней привода, а также путем перемещения и поворотов балансировочного груза по линейным законам). Произведена оценка соотношений массово-инерционных характеристик (продольного и поперечного момента инерции балансировочного груза) системы «корпус – балансировочный груз» и их влияния на кинематические параметры механизма, в частности на величины потребных смещений и углов поворота балансировочного груза, величины изменения длин штанг привода. На основе исходной модели как системы из двух тел «корпус – балансировочный груз» создана расширенная модель с учетом массово-инерционных характеристик стержней привода. Произведен анализ применимости модели из двух тел в зависимости от массово-инерционных характеристик стержней привода, в частности от массы стержней. Проанализировано влияние точности изменения длин стержней привода на итоговые массово-инерционные характеристики системы, такие как осевые моменты инерции системы и остаточный некомпенсированный центробежный момент инерции.

*Ключевые слова: осесимметричный летательный аппарат, массово-инерционные характеристики, смещение центра масс, балансировка, механизм с параллельной кинематикой.*

## **Введение**

В работе исследуются параметры бортовой системы изменения массово-инерционных характеристик (МИХ), которую в [1] предлагается использовать в летательных аппаратах (ЛА). Данную систему можно также рассматривать как основной элемент автобалансировочной системы роторной конструкции. Бортовые системы балансировки ЛА описаны в работах [2, 3], в них в качестве балансировочных грузов предлагается использовать элементы конструкции. Автобалансировочные системы роторов не подходят для использования на ЛА, так как они в большинстве случаев позволяют скомпенсировать только смещение ЦМ от оси вращения и иногда устранить центробежный момент. Для ЛА же необходимо скомпенсировать три центробежных момента и устранить смещение ЦМ по 3-м осям. К тому же такие автобалансировочные системы без системы управления могут эффективно работать только на закритических частотах [4, 5]. Также такие конструкции будут не работоспособны в момент перехода через резонансные частоты, хотя могут работать на более высоких частотах, что было показано для автобалансира с четырьмя маятниковыми грузами [6]. Для пассивных балансировочных устройств шарового типа актуальны требования по качеству и точности выполнения поверхности, по которой движутся балансировочные шары – она должна быть приближена к окружности, при эллиптической форме – работоспособность балансировочного устройства теряется [7]. Пассивные автобалансировочные устройства, где рабочим телом является вязкая несжимаемая жидкость, по данным [8, 9], могут

работать на резонансных частотах, а также ниже и выше резонансных частот, но наиболее эффективно при приближении к критическим частотам. Сильное влияние на работу устройств оказывает вязкость жидкости. Такие системы функциональны при вертикальном расположении ротора. Указанных выше недостатков лишены системы с активной системой управления [10, 11]. Так, в работе [12] описывается автобалансирующая система, включающая в себя блоки вычисления дисбаланса и балансирующее устройство. Оно представляет собой два груза, устанавливаемых на подвижном кольце, крепящемся на роторе. Подвижное кольцо может поворачиваться с помощью электромагнитов, закрепленных на неподвижном кольце по команде от системы управления. Грузы фиксируются в требуемом положении и тем самым компенсируют вектор дисбаланса. Как отмечают авторы, максимальный дисбаланс, который может устранить система, равен  $2mR$ , где  $m$  – масса балансирующего груза,  $R$  – радиус окружности, по которой двигаются грузы. Очевидно, что такая конструкция, может обеспечить в большинстве случаев только статическую балансировку ротора, так как грузы располагаются в одной плоскости. Несколько иная автобалансирующая система представлена в исследовании [10]. Так называемая an actively actuated eccentric mass system (AAEMS) – активно приводимая в действие эксцентриковая система масс – представляет собой два груза, движущихся с помощью собственных электродвигателей по кольцевой направляющей, закрепленной на роторе. Каждый груз имеет аккумуляторную батарею и систему дистанционной связи с вычислительной системой. Алгоритмы, заложенные в системе управления, позволяют определять вектор дисбаланса, а также учитывать силы трения в подвижных элементах. По своей компенсирующей способности система аналогична устройству из работы [12]. Предлагаемая нами система позволяет менять МИХ конструкции, устранять 3-центробежных момента инерции и смещать ЦМ по трем осям. Это становится возможным при закреплении балансирующего груза на подвижной платформе механизма с параллельной кинематикой типа «гексапод», реализующим 6 степеней свободы и обеспечивающим жесткость системы в статическом положении [13–17]. В этой работе проведено исследование такой системы с точки зрения как кинематических параметров, так и МИХ в зависимости от проектных параметров компонентов конструкции.

### 1. Описание предлагаемой концепции роторной конструкции с системой изменения МИХ

Рассматриваемая конструкция представляет собой систему из 8-ми тел: корпус, балансирующий груз (БГ), способный перемещаться относительно корпуса с использованием 6-ти стержневой привода механизма с параллельной кинематикой (рис. 1). Изменяя положение БГ, можно изменить МИХ ЛА (сместить положение ЦМ, устранить центробежные моменты инерции, привести главную центральную ось к оси вращения или симметрии корпуса), скомпенсировать возмущения, вызванные массовой и аэродинамической асимметрией и изменить параметры движения ЛА, смещая ЦМ от ЦД [1].

#### 1.1. Описание используемых систем координат

Для вычисления МИХ ЛА как системы двух твердых тел задействованы следующие системы координат (СК):

- 1) вспомогательная конструкторская система координат (КСК)  $O_k x_k y_k z_k$  с началом в некоторой точке  $O_k$ , будем считать, что ось  $x_k$  направлена вдоль продольной оси симметрии ЛА;
- 2) связанная система координат (ССК)  $O_c x_c y_c z_c$  с началом в ЦМ и осями, параллельными осям  $O_k x_k y_k z_k$ ,  $O_c x_c y_c z_c$ , перемещается в процессе смещения ЦМ системы;
- 3) центральная система координат (ЦСК) корпуса  $O_1 x_1 y_1 z_1$  (ее оси параллельны осям КСК  $O_k x_k y_k z_k$ );
- 4) ЦСК БГ  $O_2 x_2 y_2 z_2$  (ее оси параллельны осям КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ).

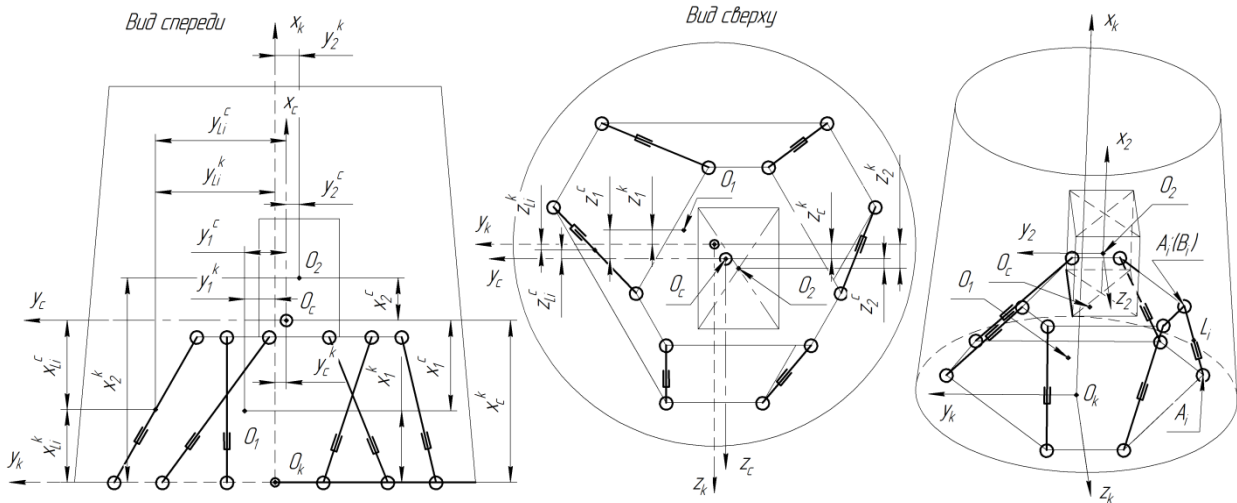


Рис. 1. Схема конструкции с системой изменения МИХ и используемые СК

1.2. Описание математической модели

Для исследования МИХ и кинематических характеристик системы будем использовать в качестве базы математическую модель, представленную в работе [1]. Согласно ей, конструкция описывается как система из двух твердых тел «корпус – БГ», в которой БГ может смещаться относительно корпуса и поворачиваться по трем осям. На основе этой модели в данном исследовании была сформирована расширенная модель системы, состоящей из 8-ми тел: корпус, БГ и 6 стержней привода. В этой модели МИХ стержней вычисляются, как и для БГ, с учетом поворотов и смещений ЦМ i-го стержня. МИХ системы определяются как суммы МИХ элементов:

$$\begin{cases} I_{x_{c\Xi}} = I_{x_{c1}} + I_{x_{c2}} + \sum_{i=1}^6 I_{x_{cLi}}; & I_{y_{c\Xi}} = I_{y_{c1}} + I_{y_{c2}} + \sum_{i=1}^6 I_{y_{cLi}}; & I_{z_{c\Xi}} = I_{z_{c1}} + I_{z_{c2}} + \sum_{i=1}^6 I_{z_{cLi}}; & I_{x_{c\Xi}y_{c\Xi}} = \\ I_{x_{c1}y_{c1}} + I_{x_{c2}y_{c2}} + \sum_{i=1}^6 I_{x_{cLi}y_{cLi}}; & I_{y_{c\Xi}z_{c\Xi}} = I_{y_{c1}z_{c1}} + I_{y_{c2}z_{c2}} + \sum_{i=1}^6 I_{y_{cLi}z_{cLi}}; & I_{z_{c\Xi}x_{c\Xi}} = I_{z_{c1}x_{c1}} + I_{z_{c2}x_{c2}} + \sum_{i=1}^6 I_{z_{cLi}x_{cLi}}. \end{cases} \quad (1)$$

МИХ корпуса в ССК  $O_c x_c y_c z_c$  с учетом смещений ЦМ определяются по выражениям:

$$\begin{cases} I_{x_{c1}} = I_{x_1} + m_1 \left( (y_1^c)^2 + (z_1^c)^2 \right); & I_{y_{c1}} = I_{y_1} + m_1 \left( (x_1^c)^2 + (z_1^c)^2 \right); & I_{z_{c1}} = I_{z_1} + m_1 \left( (x_1^c)^2 + (y_1^c)^2 \right); \\ I_{x_{c1}y_{c1}} = I_{x_1 y_1} + m_1 x_1^c y_1^c; & I_{y_{c1}z_{c1}} = I_{y_1 z_1} + m_1 y_1^c z_1^c; & I_{z_{c1}x_{c1}} = I_{z_1 x_1} + m_1 z_1^c x_1^c; \end{cases} \quad (2)$$

где  $m_1$  – масса корпуса;  $x_1^c, y_1^c, z_1^c$  – координаты ЦМ корпуса в ГЦСК  $O_c x_c y_c z_c$ ;  $I_{x_1}, I_{y_1}, I_{z_1}, I_{x_1 y_1}, I_{y_1 z_1}, I_{z_1 x_1}$  – осевые и центробежные моменты инерции корпуса в ЦСК  $O_1 x_1 y_1 z_1$ .

В свою очередь:

$$x_1^c = x_1^k - x_c^k; \quad (3)$$

где  $x_1^k$  – координата ЦМ корпуса в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $x_c^k$  – координата ЦМ ЛА в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ , которую можно определить по выражению:

$$x_c^k = \left( m_1 x_1^k + m_2 x_2^k + m_{cm} \cdot \sum_{i=1}^6 x_{L_i}^k \right) / (m_1 + m_2 + 6m_{cm}); \quad (4)$$

где  $x_2^k$  – координата ЦМ БГ в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $x_{L_i}^k$  – координата ЦМ i-го стержня привода в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $m_2$  – масса БГ;  $m_{cm}$  – масса стержня привода (принимается равной у всех стержней);

$$y_1^c = y_1^k - y_c^k; \quad (5)$$

где  $y_1^k$  – координата ЦМ корпуса в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $y_c^k$  – координата ЦМ ЛА в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ , которую можно определить по выражению:

$$y_c^k = \left( m_1 y_1^k + m_2 y_2^k + m_{cm} \cdot \sum_{i=1}^6 y_{L_i}^k \right) / (m_1 + m_2 + 6m_{cm}); \tag{6}$$

где  $y_2^k$  – координата ЦМ БГ в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $y_{L_i}^k$  – координата ЦМ  $i$ -го стержня привода в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;

$$z_1^c = z_1^k - z_c^k; \tag{7}$$

где  $z_1^k$  – координата ЦМ корпуса в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $z_c^k$  – координата ЦМ ЛА в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ , которую можно определить по выражению:

$$z_c^k = \left( m_1 z_1^k + m_2 z_2^k + m_{cm} \cdot \sum_{i=1}^6 z_{L_i}^k \right) / (m_1 + m_2 + 6m_{cm}); \tag{8}$$

где  $z_2^k$  – координата ЦМ БГ в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $z_{L_i}^k$  – координата ЦМ  $i$ -го стержня привода в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ .

Так как  $y_c^k, z_c^k$  являются, по сути, величинами смещения ЦМ ЛА от оси продольной симметрии и определяются, например, измерением на стенде в наземных условиях, а  $y_2^k, z_2^k$  являются искомыми величинами требуемых смещений БГ для компенсации смещения ЦМ, то выведем выражения для их определения на основе выражений (5)–(8):

$$y_2^k = \frac{y_c^k (m_1 + m_2 + 6m_{cm}) - m_1 y_1^k - m_{cm} \cdot \sum_{i=1}^6 y_{L_i}^k}{m_2}; z_2^k = \frac{z_c^k (m_1 + m_2 + 6m_{cm}) - m_1 z_1^k - m_{cm} \cdot \sum_{i=1}^6 z_{L_i}^k}{m_2}. \tag{9}$$

Перейдем к определению МИХ БГ в ГЦСК  $O_c x_c y_c z_c$ . В общем виде их можно определить по выражениям:

$$\begin{cases} I_{x_{c2}} = I_{x_2^m} + m_2 \left( (y_2^c)^2 + (z_2^c)^2 \right); I_{y_{c2}} = I_{y_2^m} + m_2 \left( (x_2^c)^2 + (z_2^c)^2 \right); \\ I_{z_{c2}} = I_{z_2^m} + m_2 \left( (x_2^c)^2 + (y_2^c)^2 \right); \end{cases} \begin{cases} I_{x_{c2}y_{c2}} = I_{x_2^m y_2^m} + m_2 x_2^c y_2^c; \\ I_{y_{c2}z_{c2}} = I_{y_2^m z_2^m} + m_2 y_2^c z_2^c; \\ I_{z_{c2}x_{c2}} = I_{z_2^m x_2^m} + m_2 z_2^c x_2^c; \end{cases} \tag{10}$$

где  $I_{x_2^m}, I_{y_2^m}, I_{z_2^m}, I_{x_2^m y_2^m}, I_{y_2^m z_2^m}, I_{z_2^m x_2^m}$  – осевые и центробежные моменты инерции БГ в ЦСК  $O_2 x_2 y_2 z_2$ , определенные после серии из 3-х компенсационных поворотов БГ вокруг осей ССК.

Так как необходимо обеспечить параллельность осей ГЦСК  $O_c x_c y_c z_c$  осям КСК  $O_k x_k y_k z_k$  после смещения ЦМ ЛА, то центробежные моменты должны быть равны нулю  $I_{x_{c2}y_{c2}} = 0, I_{y_{c2}z_{c2}} = 0, I_{z_{c2}x_{c2}} = 0$ . Это условие можно выполнить путем последовательных поворотов БГ вокруг осей, связанных с конструкцией и с началом в ЦМ БГ ( $O_2$ ). Так, для компенсации  $I_{y_{c2}z_{c2}}$  необходимо повернуть БГ вокруг оси  $x_2$  на угол  $\varphi_1$ . В этом случае инерционные характеристики БГ в ЦСК  $O_2 x_2 y_2 z_2$  будут определяться по выражениям [18] (количество штрихов в обозначении осей равно количеству компенсирующих поворотов БГ):

$$\begin{cases} I_{x_2'} = I_{x_2}; \\ I_{y_2'} = I_{y_2} \cdot \cos^2 \varphi_1 + I_{z_2} \cdot \sin^2 \varphi_1 - I_{y_2 z_2} \cdot \sin 2\varphi_1; \\ I_{z_2'} = I_{y_2} \cdot \sin^2 \varphi_1 + I_{z_2} \cdot \cos^2 \varphi_1 + I_{y_2 z_2} \cdot \sin 2\varphi_1; \end{cases} \begin{cases} I_{y_2' z_2'} = 0,5 (I_{y_2} - I_{z_2}) \cdot \sin 2\varphi_1 + I_{y_2 z_2} \cdot \cos 2\varphi_1; \\ I_{z_2' x_2'} = I_{z_2 x_2} \cdot \cos \varphi_1 - I_{x_2 y_2} \cdot \sin \varphi_1; \\ I_{x_2' y_2'} = I_{z_2 x_2} \cdot \sin \varphi_1 + I_{x_2 y_2} \cdot \cos \varphi_1; \end{cases} \tag{11}$$

где  $I_{x_2'}, I_{y_2'}, I_{z_2'}, I_{x_2' y_2'}, I_{y_2' z_2'}, I_{z_2' x_2'}$  – осевые и центробежные моменты инерции БГ в ЦСК  $O_2 x_2 y_2 z_2$  до поворотов.

Далее для компенсации  $I_{z_{c2}x_{c2}}$  необходимо произвести поворот вокруг оси  $y_2'$  на угол  $\varphi_2$ . Инерционные характеристики БГ в ЦСК  $O_2 x_2 y_2 z_2$  [18]:

$$\begin{cases} I_{x_2^*} = I_{z_2^*} \sin^2 \varphi_2 + I_{x_2^*} \cos^2 \varphi_2 + I_{z_2^* x_2^*} \sin 2\varphi_2; & \begin{cases} I_{y_2^* z_2^*} = I_{y_2^* z_2^*} \cos \varphi_1 + I_{x_2^* y_2^*} \sin \varphi_1; \\ I_{z_2^* x_2^*} = 0,5(I_{z_2^*} - I_{x_2^*}) \sin 2\varphi_2 + I_{z_2^* x_2^*} \cos 2\varphi_2; \end{cases} \\ I_{y_2^*} = I_{y_2^*}; & \\ I_{z_2^*} = I_{z_2^*} \cos^2 \varphi_2 + I_{x_2^*} \sin^2 \varphi_2 - I_{z_2^* x_2^*} \sin 2\varphi_2; & \begin{cases} I_{x_2^* y_2^*} = -I_{y_2^* z_2^*} \sin \varphi_2 + I_{x_2^* y_2^*} \cos \varphi_2; \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

Заключительным поворотом вокруг оси  $z_2^*$  на угол  $\varphi_3$  можно скомпенсировать  $I_{x_{c2} y_{c2}}$ . Инерционные характеристики БГ в ЦСК  $O_2 x_2 y_2 z_2$  определяются по выражениям [18]:

$$\begin{cases} I_{x_2^m} = I_{x_2^*} \cos^2 \varphi_3 + I_{y_2^*} \sin^2 \varphi_3 - I_{x_2^* y_2^*} \sin 2\varphi_3; & \begin{cases} I_{y_2^m z_2^m} = I_{y_2^* z_2^*} \cos \varphi_3 - I_{z_2^* x_2^*} \sin \varphi_3; \\ I_{z_2^m x_2^m} = I_{y_2^* z_2^*} \sin \varphi_3 + I_{z_2^* x_2^*} \cos \varphi_3; \end{cases} \\ I_{y_2^m} = I_{x_2^*} \sin^2 \varphi_3 + I_{y_2^*} \cos^2 \varphi_3 + I_{x_2^* y_2^*} \sin 2\varphi_3; & \\ I_{z_2^m} = I_{z_2^*}; & \begin{cases} I_{x_2^m y_2^m} = 0,5(I_{x_2^*} - I_{y_2^*}) \sin 2\varphi_3 + I_{x_2^* y_2^*} \cos 2\varphi_3; \end{cases} \end{cases} \quad (13)$$

Координаты ЦМ БГ в ГЦСК  $O_c x_c y_c z_c$  определяются по выражениям:

$$x_2^c = x_2^k - x_c^k; y_2^c = y_2^k - y_c^k; z_2^c = z_2^k - z_c^k. \quad (14)$$

МИХ стержней в ГЦСК  $O_c x_c y_c z_c$  определяются подобно МИХ БГ:

$$\begin{cases} I_{x_{cLi}} = I_{x_i^{*L}} + m_{cm} \left( (y_{Li}^c)^2 + (z_{Li}^c)^2 \right); I_{y_{cLi}} = I_{y_i^{*L}} + m_{cm} \left( (x_{Li}^c)^2 + (z_{Li}^c)^2 \right); \\ I_{z_{cLi}} = I_{z_i^{*L}} + m_{cm} \left( (x_{Li}^c)^2 + (y_{Li}^c)^2 \right); \\ I_{x_{cLi} y_{cLi}} = I_{x_i^{*L} y_i^{*L}} + m_{cm} x_{Li}^c y_{Li}^c; I_{y_{cLi} z_{cLi}} = I_{y_i^{*L} z_i^{*L}} + m_{cm} y_{Li}^c z_{Li}^c; I_{z_{cLi} x_{cLi}} = I_{z_i^{*L} x_i^{*L}} + m_{cm} x_{Li}^c z_{Li}^c; \end{cases} \quad (15)$$

где  $I_{x_i^{*L}}, I_{y_i^{*L}}, I_{z_i^{*L}}, I_{x_i^{*L} y_i^{*L}}, I_{y_i^{*L} z_i^{*L}}, I_{z_i^{*L} x_i^{*L}}$  – осевые и центробежные моменты инерции  $i$ -го стержня в его ЦСК  $O_L x_L y_L z_L$  (ее оси параллельны осям КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ), определенные после серии из 2-х поворотов каждого стержня вокруг осей своих ССК.

Так как продольные оси повернуты на два угла  $\alpha_i^L$  и  $\beta_i^L$  относительно осей ЦСК  $O_L x_L y_L z_L$  и, как следствие, осей КСК  $O_k x_k y_k z_k$ , то с учетом поворота на угол  $\alpha_i^L$  МИХ  $i$ -го стержня определяются по зависимостям:

$$\begin{cases} I_{x_i^L} = I_{z_i^L} \sin^2 \alpha_i^L + I_{x_i^L} \cos^2 \alpha_i^L + I_{z_i^L x_i^L} \sin 2\alpha_i^L; & \begin{cases} I_{y_i^L z_i^L} = I_{y_i^L z_i^L} \cos \alpha_i^L + I_{x_i^L y_i^L} \sin \alpha_i^L; \\ I_{z_i^L x_i^L} = 0,5(I_{z_i^L} - I_{x_i^L}) \sin 2\alpha_i^L + I_{z_i^L x_i^L} \cos 2\alpha_i^L; \end{cases} \\ I_{y_i^L} = I_{y_i^L}; & \\ I_{z_i^L} = I_{z_i^L} \cos^2 \alpha_i^L + I_{x_i^L} \sin^2 \alpha_i^L - I_{z_i^L x_i^L} \sin 2\alpha_i^L; & \begin{cases} I_{x_i^L y_i^L} = -I_{y_i^L z_i^L} \sin \alpha_i^L + I_{x_i^L y_i^L} \cos \alpha_i^L. \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

С учетом поворота на угол  $\beta_i^L$  МИХ  $i$ -го стержня:

$$\begin{cases} I_{x_i^L} = I_{x_i^L} \cos^2 \beta_i^L + I_{y_i^L} \sin^2 \beta_i^L - I_{x_i^L y_i^L} \sin 2\beta_i^L; & \begin{cases} I_{y_i^L z_i^L} = I_{y_i^L z_i^L} \cos \beta_i^L - I_{z_i^L x_i^L} \sin \beta_i^L; \\ I_{z_i^L x_i^L} = I_{y_i^L z_i^L} \sin \beta_i^L + I_{z_i^L x_i^L} \cos \beta_i^L; \end{cases} \\ I_{y_i^L} = I_{x_i^L} \sin^2 \beta_i^L + I_{y_i^L} \cos^2 \beta_i^L + I_{x_i^L y_i^L} \sin 2\beta_i^L; & \\ I_{z_i^L} = I_{z_i^L}; & \begin{cases} I_{x_i^L y_i^L} = (I_{x_i^L} - I_{y_i^L}) / 2 \cdot \sin 2\beta_i^L + I_{x_i^L y_i^L} \cos 2\beta_i^L. \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

В свою очередь, координаты ЦМ  $i$ -го стержня в ГЦСК  $O_c x_c y_c z_c$  можно определить по зависимостям:

$$x_{Li}^c = (x_{Ai} + x_{A_i}') / 2 - x_c^k; y_{Li}^c = (y_{Ai} + y_{A_i}') / 2 - y_c^k; z_{Li}^c = (z_{Ai} + z_{A_i}') / 2 - z_c^k; \quad (18)$$

где  $x_{Ai}, y_{Ai}, z_{Ai}$  – координаты точек крепления стержней привода к корпусу в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $x_{A_i}', y_{A_i}', z_{A_i}'$  – координаты точек крепления стержней привода к подвижной платформе (БГ) в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ . Отметим, что в сбалансированном состоянии  $y_c^k = z_c^k = 0$ .

Координаты узловых точек крепления стержней к подвижной платформе в связанной КСК  $O_k x_k y_k z_k$  можно вычислить, используя выражения, применяемые в решении обратной задачи кинематики механизма типа гексапод по определению длин штанг:

$$x_{A_i} = l_1 x_{B_i} + l_2 y_{B_i} + l_3 z_{B_i} + x_2^k; y_{A_i} = m_1 x_{B_i} + m_2 y_{B_i} + m_3 z_{B_i} + y_2^k; z_{A_i} = n_1 x_{B_i} + n_2 y_{B_i} + n_3 z_{B_i} + z_2^k; \quad (19)$$

где  $i \in [1; 6]$ ,  $x_{B_i}$ ,  $y_{B_i}$ ,  $z_{B_i}$  – координаты точек крепления стержней привода к подвижной платформе (БГ) в ЦСК  $O_2 x_2 y_2 z_2$ .

При известных координатах точек крепления стержней в КСК  $O_k x_k y_k z_k$  можно вычислить углы их наклона  $\alpha_i^L$  и  $\beta_i^L$ :

$$\alpha_i^L = -\arctan\left[\frac{(y_{A_i} - y_{A_i}')}{(z_{A_i} - z_{A_i}')}\right]; \beta_i^L = -\arctan\left[\frac{(x_{A_i} - x_{A_i}')}{(z_{A_i} - z_{A_i}')}\right]. \quad (20)$$

Для определения необходимых длин штанг, обеспечивающих нужное перемещение и повороты БГ, используется следующее выражение, являющееся решением обратной задачи кинематики механизма типа «гексапод»:

$$L_i^2 = (x_{A_i} - l_1 x_{B_i}' - l_2 y_{B_i}' - l_3 z_{B_i}' - x_{0_2})^2 + (y_{A_i} - m_1 x_{B_i}' - m_2 y_{B_i}' - m_3 z_{B_i}' - y_{0_2})^2 + (z_{A_i} - n_1 x_{B_i}' - n_2 y_{B_i}' - n_3 z_{B_i}' - z_{0_2})^2; \quad (21)$$

где  $x_{0_2}$ ,  $y_{0_2}$ ,  $z_{0_2}$  – координата ЦМ БГ в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $x_{A_i}$ ,  $y_{A_i}$ ,  $z_{A_i}$  – координаты точек крепления стержней к корпусу в КСК  $O_k x_k y_k z_k$ ;  $x_{B_i}'$ ,  $y_{B_i}'$ ,  $z_{B_i}'$  – координаты точек крепления стержней к платформе БГ в СК  $O_2 x_2 y_2 z_2$ . Коэффициенты ориентации вычисляются через углы Эйлера [16, 19] или Крылова ( $\psi = \varphi_1$ ,  $\nu = \varphi_3$ ,  $\gamma = \varphi_2$ ) [20]:

$$\begin{cases} l_1 = \cos \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma; \\ l_2 = \sin \psi \cos \vartheta; \\ l_3 = -\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma. \end{cases} \begin{cases} m_1 = -\sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma; \\ m_2 = \cos \psi \cos \vartheta; \\ m_3 = \sin \psi \sin \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma. \end{cases} \begin{cases} n_1 = \cos \vartheta \sin \gamma; \\ n_2 = -\sin \vartheta; \\ n_3 = \cos \vartheta \cos \gamma. \end{cases} \quad (22)$$

## 2. Численное исследование характеристик системы

К рассмотрению принята система со следующими характеристиками:  $m_1 = 11,39$  кг,  $m_2 = 50,19$  кг,  $I_{x_1} = 0,663$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{y_1} = 0,763$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{z_1} = 0,774$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{x_2} = 0,33$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{y_2} = 0,238$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{z_2} = 0,431$  кг·м<sup>2</sup>. Координаты узловых точек крепления стержней привода:  $A_1(0,289;0;0)$ ,  $A_2(0,145;-0,25;0)$ ,  $A_3(-0,145;-0,25;0)$ ,  $A_4(-0,289;0;0)$ ,  $A_5(-0,145;0,25;0)$ ,  $A_6(0,145;0,25;0)$ ,  $B_1(0,145;0;-0,1)$ ,  $B_2(0,073;-0,125;-0,1)$ ,  $B_3(-0,073;-0,125;-0,1)$ ,  $B_4(-0,073;0;-0,1)$ ,  $B_5(-0,073;0,125;-0,1)$ ,  $B_6(0,073;0,125;-0,1)$ . Отметим, что для каждого из рассмотренных случаев математическая модель проверялась посредством твердотельного моделирования конструкции в SolidWorks с определением МИХ и геометрии элементов механизма с параллельной кинематикой.

### 2.1. Исследование вариантов приведения системы в требуемое состояние

Возможны два варианта приведения системы в требуемое состояние:

- 1) линейное изменение длин штанг привода;
- 2) линейное изменение величины смещения ЦМ ЛА и угла наклона БГ.

Очевидно, что для 1-го варианта необходимо решение прямой задачи кинематики с целью определения неизвестных величин смещения ЦМ ЛА и углов наклона БГ. Рассмотрим случай, когда происходит смещение ЦМ только вдоль  $y_k$  и осуществляется поворот БГ вокруг  $z_k$ . Тогда длины штанг будут попарно равны, т. е.  $L_1 = L_4$ ,  $L_2 = L_3$ ,  $L_5 = L_6$ . Неизвестными будут выступать координаты ЦМ БГ ( $y_{0_2}$ ,  $z_{0_2}$ ) и угол  $\varphi_3$ . Уравнения для решения прямой задачи кинематики можно представить в следующем виде для каждого  $i$ -го стержня ( $i \in [1; 6]$ ):

$$f_i(y_{0_2}, z_{0_2}, \varphi_3) = (x_{A_i} - l_1 x'_{B_i} - l_2 y'_{B_i} - l_3 z'_{B_i} - x_{0_2})^2 + (y_{A_i} - m_1 x'_{B_i} - m_2 y'_{B_i} - m_3 z'_{B_i} - y_{0_2})^2 + (z_{A_i} - n_1 x'_{B_i} - n_2 y'_{B_i} - n_3 z'_{B_i} - z_{0_2})^2 - L_i^2 = 0. \quad (23)$$

Так как данная система уравнений не имеет аналитического решения, то она была решена численно с использованием встроенных алгоритмов программного комплекса Matlab (функция vpsolve). Отметим, что работоспособность данной схемы была проверена при различных исходных данных, и было выявлено, что при некоторых значениях система уравнений (23) не имеет решений. В этих случаях путем моделирования по твердотельной модели было выявлено «заклинивание» механизма, т. е. при данных комбинациях длин штанг не возможно существование конструкции. Поэтому в общем случае для нормальной работы конструкции применим только второй вариант приведения системы, для которого необходимо решить обратную задачу кинематики и определить величины длин штанг  $L_i$  по известным величинам угла наклона БГ  $\varphi_3$  и смещения ЦМ ЛА. На рис. 2 представлены результаты моделирования приведения системы в сбалансированное состояние по 2-му варианту. Дисбаланс конструкции имитировался грузом  $m_{zp} = 0,1$  кг на нижнем торце корпуса на расстоянии от оси симметрии 0,35 м вдоль радиуса под углом  $30^\circ$  от оси  $y_k$ . Изменение центробежных моментов инерции ЛА имеет слабовыраженный нелинейный характер, так как они являются функциями от линейных смещений и имеют в своем составе тригонометрические функции от малых углов. Относительное отклонение инерционных характеристик от исходных не превысило 0,05 %.

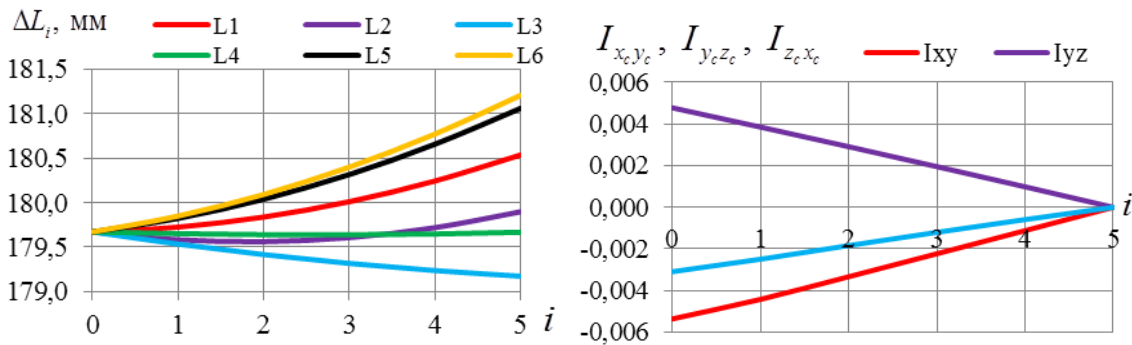


Рис. 2. Изменение длин штанг  $\Delta L_i$  и центробежных моментов инерции ЛА  $I_{x_c y_c}, I_{y_c z_c}, I_{z_c x_c}$

**2.2. Анализ влияния инерционной анизотропии БГ на компенсационные возможности системы**

Будем считать инерционной анизотропией БГ отношение поперечных моментов инерции БГ  $Aniz = I_{y_2} / I_{z_2}$ ; Выражение по определению  $I_{y_c z_c}$  можно привести к виду:

$$I_{y_c z_c}^{max} = \Delta y \Delta z \left( m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} \right) - 0,5 I_{z_2} (1 - Aniz_{БГ}) \cdot \sin 2\varphi_1 \cdot \cos \varphi_1. \quad (24)$$

Анализируя полученное выражение, можно прийти к выводу, что с увеличением  $Aniz_{БГ}$  происходит увеличение способности системы по устранению центробежного момента  $I_{y_c z_c}$ .

**2.3. Анализ соотношения продольного  $I_{x_2}$  и поперечного  $I_{y_2} (I_{z_2})$  моментов инерции БГ на величины изменения длин стержней и угла наклона БГ**

Проведено исследование влияния соотношения  $I_{x_2} / I_{y_2}$  на изменение длин стержней и угла наклона БГ для компенсации центробежного момента от дисбалансирующего груза массой 24,5 гр на нижнем торце корпуса по оси  $y_k$ . Как видно с графиков на рис. 3, имеются нелинейные зависимости  $\varphi_3 = f(I_{x_2} / I_{y_2})$  и  $\Delta L_i = f(I_{x_2} / I_{y_2})$ , стремящиеся к бесконечности при соотношении  $I_{x_2} / I_{y_2} = 1$  и к нулю при  $I_{x_2} / I_{y_2} \rightarrow \infty$ . Это объясняется тем, что при  $I_{x_2} / I_{y_2} = 1$  невозможно

скомпенсировать центробежный момент  $I_{x_c y_c}$  поворотом БГ на угол  $\varphi_3$ . Также при  $I_{x_2} / I_{y_2} \gg 1$  величины изменений длин штанг  $\Delta L_i$  стремятся к некоторым значениям – наименьшим из возможных для поворота БГ на минимальный угол  $\varphi_3$  с целью компенсации  $I_{x_c y_c}$ .

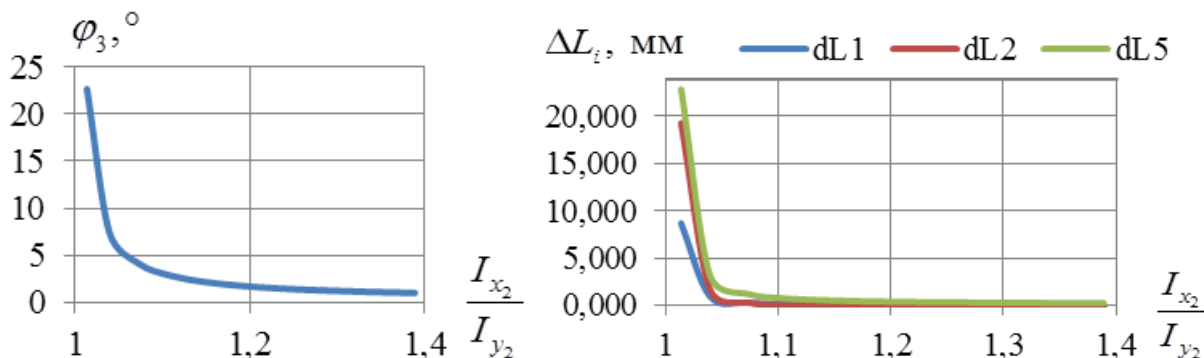


Рис. 3. График влияния  $I_{x_2} / I_{y_2}$  на величину угла  $\varphi_3$ , и изменение длин штанг  $\Delta L_i$

### 3. Исследование применимости модели системы из 2-х тел

Было проведено исследование влияния массы стержней на применимость модели из 2-х тел «корпус-БГ». Определялись относительные отклонения осевых моментов инерции ЛА  $\delta I_{x_c}$ ,  $\delta I_{y_c}$ ,  $\delta I_{z_c}$  в ССК  $0_c x_c y_c z_c$  и положения ЦМ ЛА  $\delta x_{cm}$  в КСК  $0_k x_k y_k z_k$  при использовании модели из 2-х тел (без учета МИХ привода – вариант 1) в сравнении с моделью ЛА из 8-ми тел. Также определялись относительные отклонения перечисленных величин при использовании модели из 2-х тел с учетом МИХ стержней, определенных при начальном положении привода (вариант 2). Параметры системы брались из пункта 1. Полученные результаты представлены на рис. 4. Относительные отклонения моментов инерции и положения ЦМ ЛА в целом не превышают 20 % для расчетных и 0,0006 % для реальных отклонений при суммарной массе штанг 7,57 % от массы ЛА для варианта 1. Для варианта 2 как расчетные (0,014 %), так и реальные (0,0006 %) относительные отклонения осевых моментов инерции и положения ЦМ ЛА пренебрежимо малы. Также стоит отметить нелинейный характер изменения отклонений МИХ и кинематических параметров для варианта 2. Это может свидетельствовать о том, что при определенных сочетаниях МИХ элементов системы и геометрии привода может наблюдаться снижение требуемого угла поворота БГ с ростом МИХ стержней. Относительный остаточный центробежный момент инерции  $\delta I_{x_c y_c}$  составил около 0,65 % от исходного при суммарной массе стержней 7,57 % от массы ЛА для 1-го и 2-го вариантов.

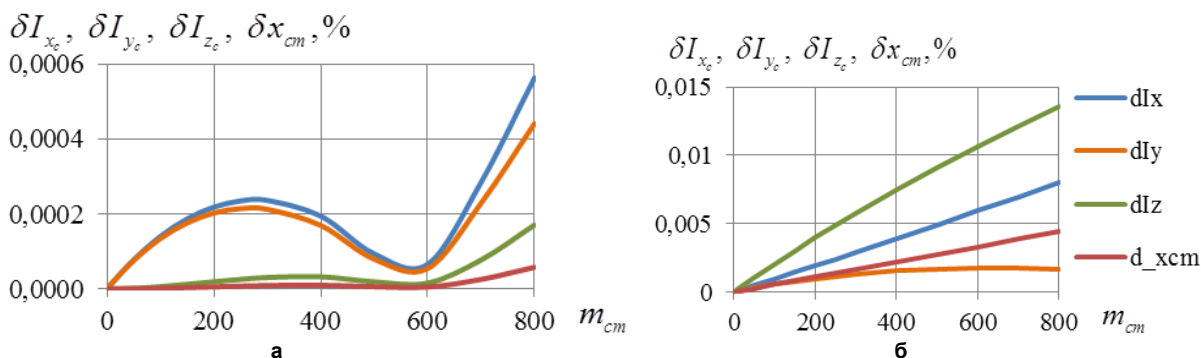


Рис. 4. Реальные (а) и расчетные (б) относительные отклонения осевых моментов инерции  $\delta I_{x_c}$ ,  $\delta I_{y_c}$ ,  $\delta I_{z_c}$  и положения ЦМ ЛА  $\delta x_{cm}$  при использовании модели из 2-х тел с учетом МИХ стержней, определенных при начальном положении привода



## Контроль и испытания

### 4. Анализ влияния отклонений длин стержней привода на корректность работы механизма изменения МИХ

Были рассмотрены следующие сочетания отклонений длин стержней привода (величина отклонений варьировалась в пределах  $\delta = 0,05 \div 1$  мм):

1)  $L_1 + \delta; L_2 + \delta; L_5 + \delta$ ; 2)  $L_1 - \delta; L_2 - \delta; L_5 - \delta$ ; 3)  $L_1 + \delta; L_2 - \delta; L_5 + \delta$ ; 4)  $L_1 - \delta; L_2 + \delta; L_5 + \delta$ ; 5)  $L_1 + \delta; L_2 + \delta; L_5 - \delta$ ; 6)  $L_1 - \delta; L_2 + \delta; L_5 - \delta$ .

При наихудшем сочетании отклонений (4 сочетание) при  $\delta = 0,1$  мм величины  $y_2^c \approx 2,1$  %,  $\delta I_{x_c y_c}^{osc} = 22$  % от номинальных значений. Однако стоит отметить, что для рассматриваемого случая максимальные величины изменения длин штанг составили  $\Delta L_1 = 0,14$  мм,  $\Delta L_2 = 0,07$  мм,  $\Delta L_5 = 0,8$  мм. А это означает, что величина принятого отклонения составляет 143 % от минимальной величины изменения длин штанг. Отсюда напрашивается вывод о высоких требованиях к точности механизма с параллельной кинематикой либо необходимости увеличения величины диапазона изменения длин штанг.

### Вывод

Предлагаемую систему изменения МИХ конструкции можно использовать для обеспечения стабилизации движения ЛА, создания динамической и статической сбалансированности. Подобную систему можно применить на стабилизированных вращением ЛА, в отличие от пассивных систем автоматической балансировки роторов, работающих в закритической области частот вращения. По результатам проведенного исследования удалось выявить следующие особенности изучаемой системы изменения МИХ.

1. Для получения необходимых МИХ системы необходимо производить смещение и наклон БГ по линейным законам, при этом длины стержней привода должны меняться нелинейно.

2. Компенсационная способность системы по устранению центробежного момента инерции  $I_{y_c z_c}$  линейно зависит от соотношения поперечных моментов инерции БГ  $I_{y_2} / I_{z_2}$ .

3. Соотношение моментов инерции БГ  $I_{x_2} / I_{y_2}$  оказывает сильное влияние на угол наклона БГ  $\varphi_3$  и величины изменения длин стержней привода: при соотношении  $I_{x_2} / I_{y_2} = 1$  угол  $\varphi_3$  и  $\Delta L_i$  стремятся к наименьшим из возможных значений для поворота БГ на минимальный угол  $\varphi_3$  с целью компенсации  $I_{x_c y_c}$ .

4. Для упрощения расчетов МИХ таких систем можно использовать модель системы из 2-х тел с учетом МИХ стержней привода, определенных при начальном положении привода и включенных в МИХ корпуса. По проведенным расчетам, это допустимо для значений суммарной массы стержней до 7,5 % от массы всей конструкции.

5. Величины отклонения длин штанг привода с параллельной кинематикой могут оказывать сильное влияние на характеристики системы, в частности осевые моменты инерции и остаточные некомпенсированные центробежные моменты инерции. Отклонения длин штанг по проведенным оценкам должны быть на порядок меньше минимальной величины изменения длин штанг  $\Delta L_i$ . Если точность изменения длин стержней невысока, то это влечет за собой необходимость увеличения углов наклона и величин смещения БГ. В свою очередь, это потребует уменьшения МИХ БГ по отношению к корпусу и увеличения пространства внутри корпуса для свободного перемещения БГ.

Источник финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание #FENU-2021-0014).

### Литература

1. Михайлов, Е.А. Внешняя и внутренняя механика летательного аппарата с системой смещения центра масс / Е.А. Михайлов, В.Б. Федоров // Вестник Пермского национального исследо-

вательского политехнического университета. *Аэрокосмическая техника*. – 2022. – № 70. – С. 18–28. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.70.02.

2. Chaisena, K. An Automatic stabilizing system for balancing a multi-rotor subject to variations in center of gravity and mass / K. Chaisena, K. Chamniprasart, S. Tantrairatn // 2018 Third International Conference on Engineering Science and Innovative Technology (ESIT). – 2019. – Number article 8665339. DOI:10.1109/esit.2018.8665339.

3. Chaisena, K. Automatic balancing system in quadcopter with change in center of gravity / K. Chaisena, B. Nenchoo, S. Tantrairatn // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 886. – Number article 012006. DOI:10.1088/1757-899x/886/1/012006.

4. Зайцев, Н.Н. Моделирование динамики однодискового ротора с шаровым автобаланси́ром на переходных и установившихся режимах вращения / Н.Н. Зайцев, Д.Н. Зайцев, Д.А. Минеев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. *Аэрокосмическая техника*. – 2019. – № 57. – С. 148–161. DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.12.

5. Chen, H.-W. Automatic balancing of a flexible supported rotor with two disks by two ball balancers / H.-W. Chen, Y.-B. Chen, Z. Sun et al. // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2021. – Vol. 35(7). – P. 2781–2792. DOI:10.1007/s12206-021-0602-4.

6. Артюнин, А.И. Исследование автоматической балансировки ротора в форме цилиндра, жестко установленного в корпусе на упругих опорах / А.И. Артюнин, О.Ю. Суменков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2019. – Т. 64, № 4. – С. 13–19. DOI: 10.26731/1813-9108.2019.4(64).13–19.

7. Быков, В.Г. Динамика статически неуравновешенного ротора с эллиптическим шаровым автобаланси́ровочным устройством / В.Г. Быков, А.С. Ковачев // Вестник Санкт-Петербургского университета. *Математика. Механика. Астрономия*. – 2019. – Т. 6 (64), № 3. – С. 452–462. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2019.310.

8. Rozman, V. Operation of passive fluid self-balancing device at resonance transition regime / V. Rozman, I. Drach, V. Tkachuk et al. // *Mechanika*. – 2018. – Vol. 24(6). – P. 805–810. DOI: 10.5755/j01.mech.24.6.22469.

9. Drach, I. Passive balancing of the rotor with an auto-balancing device with a viscous incompressible liquid / I. Drach, V. Rozman, A. Bubulis et al. // *Mechanika*. – 2021. – Vol. 27(1). – P. 45–51. DOI: 10.5755/j02.mech.23789.

10. Dae, Yi. A control strategy of actively actuated eccentric mass system for imbalance rotor vibration / Yi. Dae // *Actuators*. – 2020. – Vol. 9 (3). – Number article 69. DOI: 10.3390/ACT9030069.

11. Su, X. Rotor balancing via an enhanced automatic dynamic balancer with inductively coupled shunt circuit / X. Su, H.A. DeSmidt // *Journal of Vibration and Acoustics*. – 2018. – P. 1–44. DOI: 10.1115/1.4042200.

12. Chen, L. An optimized pulse-counting method for compensation vector calculation in the automatic balancer / L.Chen, B. Zhou, Z. Li et al. // *Shock and vibration*. – 2020. – P. 1–9. DOI: 10.1155/2020/8402864.

13. Yagur, A.A. Inverse kinematics analysis and path planning for 6DOF RSS parallel manipulator / A.A. Yagur, A.A. Belov // 2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing. – 2018. – Number article 8540728. – P. 789–793. DOI: 10.1109/icstcc.2018.8540728.

14. Alkhedher, M. Modeling, simulation and design of adaptive 6DOF vehicle stabilizer / M. Alkhedher, U. Ali, O. Mohamad // 2019 8th International Conference on Modeling Simulation and Applied Optimization. – 2019. – Number article 8880417. DOI: 10.1109/icmsao.2019.8880417.

15. He, Z. An error identification and compensation method of a 6-DoF parallel kinematic machine / Z. He, B. Lian, Q. Li et al. // *IEEE Access*. – 2020. – Vol. 8. – Number article 9126790. – P. 119038–119047. DOI: 10.1109/access.2020.3005141.

16. Wei, W. Inverse kinematics analysis of 6 – DOF Stewart platform based on homogeneous coordinate transformation / W. Wei, Z. Xin, Li-li Han et al. // *Ferroelectrics*. – 2018. – Vol. 522 (1). – P. 108–121. DOI: 10.1080/00150193.2018.1392755.

17. Camacho, F.D. Validation through a digital twin of a Stewart platform with irregular geometry with 6 DOF for simulation of a transport vehicle / F.D. Camacho, A.Q. Medrano, L.E. Carvajal // IEEE 16th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE). – 2021. – Vol. 2020-August. – Number article 9216995. – P. 1084–1089. DOI: 10.1109/case48305.2020.9216995.

18. Фаворин, М.В. Моменты инерции тел: справочник / М.В. Фаворин. – М.: Машиностроение, 1977. – 511 с.

19. Datta, S. Kinematic Analysis of Stewart Platform using MATLAB / S. Datta, A. Das, Gayen Rintu Kumar // 5th International Conference on Electronics, Materials Engineering and Nano-Technology, IEMENTech. – 2021. DOI: 10.1109/IEMENTech53263.2021.9614923.

20. Смирнов, В.А. Научные основы и алгоритмы управления оборудованием с параллельными приводами: монография / В.А. Смирнов. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – 163 с.

**Михайлов Евгений Александрович**, аспирант, кафедра «Летательные аппараты», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, [evgeniy-mihaylov-09@mail.ru](mailto:evgeniy-mihaylov-09@mail.ru).

**Федоров Виктор Борисович**, кандидат технических наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой «Летательные аппараты», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, [vbf64@mail.ru](mailto:vbf64@mail.ru).

*Поступила в редакцию 21 февраля 2023 г.*

---

DOI: 10.14529/engin230105

## STUDY OF THE DESIGN PARAMETERS OF THE ONBOARD SYSTEM FOR CHANGING THE MASS-INERTIA CHARACTERISTICS OF THE AIRCRAFT

**E.A. Mikhailov**, [evgeniy-mihaylov-09@mail.ru](mailto:evgeniy-mihaylov-09@mail.ru)

**V.B. Fedorov**, [vbf64@mail.ru](mailto:vbf64@mail.ru)

*South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation*

The paper presents the results of a study of a new concept of a system for changing the mass-inertial characteristics of nominally axisymmetric rotor structures, in particular, aircraft of an axisymmetric shape. This system can be used for static and dynamic balancing of the product directly during operation and is a balancing weight installed on the movable platform of the mechanism with parallel kinematics of the hexapod type. It can be applied, including for nominally axisymmetric aircraft, to parry disturbances from asymmetries of various kinds by purposefully creating a mass-inertial asymmetry of the structure. The paper analyzes the ways to bring the system to the required state (by linearly changing the lengths of the drive rods, as well as by moving and rotating the balancing weight according to linear laws). The ratios of the mass-inertia characteristics (longitudinal and transverse moment of inertia of the balancing weight) of the “body of the aircraft – balancing weight” system and their influence on the kinematic parameters of the mechanism, in particular on the required displacements and rotation angles of the balancing weight, the magnitude of the change in the lengths of the drive rods were evaluated. Based on the original model as a system of two bodies “body of the aircraft – balancing weight”, an extended model was created taking into account the mass-inertial characteristics of the drive rods. The applicability of the two-body model is analyzed depending on the mass-inertia characteristics of the drive rods, in particular, on the mass of the rods. The influence of the accuracy of changing the lengths of the drive rods on the final mass-inertia characteristics of the system, such as the axial moments of inertia of the system and the residual uncompensated centrifugal moment of inertia, is analyzed.

*Keywords: axisymmetric aircraft, mass-inertial characteristics, displacement of the center of mass, balancing, mechanism with parallel kinematics.*

## References

1. Mikhailov E.A., Fedorov V.B. [External and internal mechanics of the aircraft with the system of displacement of the center of mass.] *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2022, no. 70, pp. 18–28. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.70.02. (in Russ)
2. Chaisena K., Chamniprasart K., Tantrairatn S. An Automatic stabilizing system for balancing a multi-rotor subject to variations in center of gravity and mass. *2018 Third International Conference on Engineering Science and Innovative Technology (ESIT)*. 2019, Number article 8665339. DOI: 10.1109/esit.2018.8665339.
3. Chaisena K., Nenchoo B., Tantrairatn S. Automatic balancing system in quadcopter with change in center of gravity. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, vol. 886, Number article 012006. DOI: 10.1088/1757-899x/886/1/012006.
4. Zaytsev N.N., Zaytsev D.N., Mineev D.A. [Simulation of single-disc rotor dynamics with a ball autobalancer on transient and steady-state modes of rotation]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2019, vol. 57, pp. 148–161. DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.12. (in Russ)
5. Chen, H.-W., Chen Y.-B., Sun Z., Wang Z. Automatic balancing of a flexible supported rotor with two disks by two ball balancers. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2021, vol. 35(7), pp. 2781–2792. DOI: 10.1007/s12206-021-0602-4.
6. Artyunin A.I., Sumenkov O.Yu. [Research of the automatic balancing process of the cylindrical rotor, rigidly fixed in the housing on elastic supports]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie [Modern Technologies. System Analysis. Modeling]*, 2019. Vol. 64, No. 4. pp. 13–19. DOI: 10.26731/1813-9108.2019.4(64). pp. 13–19. (in Russ).
7. Bykov V.G., Kovachev A.S. Dynamics of a statically unbalanced rotor with an elliptic automatic ball balancer. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2019, vol. 6 (64), issue 3, pp. 452–462. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2019.310> (In Russ.).
8. Royzman V., Drach I., Tkachuk V., Pilkauskas K., Cizauskas G., Sulgina A. Operation of passive fluid self-balancing device at resonance transition regime. *Mechanika*. 2018, vol. 24(6), pp. 805–810. DOI: 10.5755/j01.mech.24.6.22469.
9. Drach I., Royzman V., Bubulis A., Juzenas K. Passive balancing of the rotor with an auto-balancing device with a viscous incompressible liquid. *Mechanika*. 2021, vol. 27(1), pp. 45–51. DOI: 10.5755/j02.mech.23789.
10. Dae Yi. control strategy of actively actuated eccentric mass system for imbalance rotor vibration. *Actuators*. 2020, vol. 9(3), Number article 69. DOI: 10.3390/ACT9030069.
11. Su X., DeSmidt H.A. Rotor balancing via an enhanced automatic dynamic balancer with inductively coupled shunt circuit. *Journal of Vibration and Acoustics*. 2018, pp. 1–44. DOI: 10.1115/1.4042200.
12. Chen L., Zhou B., Li Z., Guo Y., Yan Z. An optimized pulse-counting method for compensation vector calculation in the automatic balancer. *Shock and vibration*. 2020, pp. 1–9. DOI: 10.1155/2020/8402864.
13. Yagur A.A., Belov A.A. Inverse kinematics analysis and path planning for 6DOF RSS parallel manipulator. *2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing*. 2018, Number article 8540728, pp. 789–793. DOI: 10.1109/icstcc.2018.8540728.
14. Alkhedher M., Ali U., Mohamad O. Modeling, simulation and design of adaptive 6DOF vehicle stabilizer. *2019 8th International Conference on Modeling Simulation and Applied Optimization*. 2019, Number article 8880417. DOI: 10.1109/icmsao.2019.8880417.
15. He Z., Lian B., Li Q., Zhang Y., Song Y., Yang Y., Sun T. An error identification and compensation method of a 6-DoF parallel kinematic machine. *IEEE Access*. 2020, vol. 8, Number article 9126790, pp. 119038–119047. DOI: 10.1109/access.2020.3005141.
16. Wei W., Xin Z., Han Li-li, Min W., You-bo Z. Inverse kinematics analysis of 6 – DOF Stewart platform based on homogeneous coordinate transformation. *Ferroelectrics*. 2018, vol. 522 (1), pp. 108–121. DOI: 10.1080/00150193.2018.1392755.
17. Camacho F.D., Medrano A.Q., Carvajal L.E. Validation through a digital twin of a Stewart platform with irregular geometry with 6 DOF for simulation of a transport vehicle. *IEEE 16th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*. 2021, vol. 2020-August, Number article 9216995, pp. 1084–1089. DOI: 10.1109/case48305.2020.9216995.

## Контроль и испытания

---

18. Favorin M.V. *Momenty inercii tel* [Moments of inertia of bodies] Moscow, Mashinostroenie Publishers, 1977, 511 p.

19. Datta S., Das A., Kumar G. R. Kinematic Analysis of Stewart Platform using MATLAB // *5th International Conference on Electronics, Materials Engineering and Nano-Technology, IEMENTech*. 2021. DOI: 10.1109/IEMENTech53263.2021.9614923

20. Smirnov V.A. *Nauchnye osnovy i algoritmy upravlenija oborudovaniem s parallel'nymi privodami* [Scientific foundations and algorithms for controlling equipment with parallel drives]. Chel-yabinsk, South Ural State University, 2009, 163 p.

*Received 21 February 2023*

---

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Михайлов, Е.А. Исследование проектных параметров бортовой системы изменения массово-инерционных характеристик летательного аппарата / Е.А. Михайлов, В.Б. Федоров // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2023. – Т. 23, № 1. – С. 50–62. DOI: 10.14529/engin230105

### FOR CITATION

Mikhailov E.A., Fedorov V.B. Study of the design parameters of the onboard system for changing the mass-inertia characteristics of the aircraft. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2023, vol. 23, no. 1, pp. 50–62. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin230105

---