

# Численные методы моделирования Numerical simulation methods

Научная статья

УДК 622.6

DOI: 10.14529/engin240106

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УДАРНО-ВИБРАЦИОННОГО МЕХАНИЗМА

**М.А. Асфандияров**, [asfandiiarovma@susu.ru](mailto:asfandiiarovma@susu.ru)

**И.Е. Левшин**, [igor—levshin@mail.ru](mailto:igor—levshin@mail.ru)

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

**Аннотация.** В данной статье рассмотрена математическая модель работы ударно-вибрационного механизма для уплотнения сыпучих материалов (в том числе трудно деформируемых), основанного на четырёхзвенном механизме, в состав которого входит рычаг Архимеда. Приведены принципиальная схема ударно-вибрационного механизма, принцип работы и его достоинства относительно аналогичных механизмов уплотнения, формулы для расчета коэффициентов увеличения движущей силы привода. Описана математическая модель механизма, состоящая из геометрического, кинематического и динамического расчетов. Выделены необходимые исходные данные для расчета математической модели: размеры звеньев механизма (радиусы кривошипа и коромысла, длина шатуна), массы и моменты инерции этих звеньев, усилие уплотнения. В геометрическом расчете определяются положения звеньев механизма в пространстве в зависимости от угла поворота кривошипа, углы отклонения коромысла, шатуна относительно начального положения при работе механизма, а также положения звеньев в пространстве. Кинематический расчет включает в себя определение угловых скоростей и ускорений путем дифференцирования углов отклонения звеньев относительно начального положения, а также линейных скоростей и ускорений звеньев механизма и в особых точках. Исходя из динамического расчета, определяются необходимые крутящий момент и мощность с учетом усилия, необходимого для прессования, инерционных сил и моментов и сил тяжести. В ходе работы выделены следующие условия работы механизма, а именно: максимальный угол подъема рабочей плиты не должен превышать  $20^\circ$ , оптимальное положение кривошипа в конце рабочего хода для достижения максимального усилия прессования, необходима установка маховика для предотвращения резких колебаний и возникновения пиковых нагрузок.

**Ключевые слова:** математическая модель, дорожно-строительные машины, ударно-вибрационный механизм, рычаг Архимеда, четырехзвенный механизм

**Для цитирования:** Асфандияров М.А., Левшин И.Е. Математическая модель ударно-вибрационного механизма // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2024. Т. 24, № 1. С. 60–69. DOI: 10.14529/engin240106

Original article

DOI: 10.14529/engin240106

## MATHEMATICAL MODEL OF SHOCK-VIBRATION MECHANISM

**M.A. Asfandiyarov**, [asfandiiarovma@susu.ru](mailto:asfandiiarovma@susu.ru)

**I.E. Levshin**, [igor—levshin@mail.ru](mailto:igor—levshin@mail.ru)

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

**Abstract.** This article considers a mathematical model of the operation of a shock-vibration mechanism for compacting bulk materials (including those that are difficult to deform) based on a four-link mechanism that includes an Archimedes lever. The schematic diagram of the shock-vibration mechanism, the principle of operation and its advantages, relative to similar compaction mechanisms, formulas for calculating the

© Асфандияров М.А., Левшин И.Е., 2024

coefficients of increasing the driving force of the drive are given. A mathematical model of the mechanism consisting of geometric, kinematic and dynamic calculations is described. The necessary initial data for the calculation of the mathematical model are highlighted: the dimensions of the links of the mechanism (the radii of the crank and rocker arm, the length of the connecting rod), the masses and moments of inertia of these links, the compaction force. In the geometric calculation, the positions of the links of the mechanism in space are determined depending on the angle of rotation of the crank, the angles of deflection of the rocker arm, the connecting rod relative to the initial position during operation of the mechanism, as well as the positions of the links in space. Kinematic calculation includes the determination of angular velocities and accelerations by differentiating the angles of deviation of the links relative to the initial position, as well as linear velocities and accelerations of the links of the mechanism and at special points. Based on the dynamic calculation, the necessary torque and power are determined, taking into account the force required for pressing, inertial forces and moments, and gravity. During the work, the following operating conditions of the mechanism were highlighted, namely, the maximum lifting angle of the working plate should not exceed  $20^\circ$ , the optimal position of the crank at the end of the working stroke to achieve maximum pressing force, it is necessary to install a flywheel to prevent sudden fluctuations and peak loads.

**Keywords:** mathematical model, road construction machines, shock vibration mechanism, lever of Archimedes, four-link mechanism

**For citation:** Asfandiyarov M.A., Levshin I.E. Mathematical model of shock-vibration mechanism. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2024;24(1):60–69. (In Russ.) DOI: 10.14529/engin240106

Машины для строительства дорог с твердым покрытием используют вибрационные (погружные и поверхностные вибраторы) и ударные (трамбуемый брус) механизмы для уплотнения дорожно-строительных материалов. Только совокупность этих механизмов позволяет достичь современных требований к качеству дорожного покрытия. Современные бетоно- и асфальтоукладчики имеют по несколько рабочих органов и приводов к ним, что усложняет конструкцию, увеличивает массогабаритные характеристики и, как следствие, высокую стоимость машины [1–4].

Кафедры «Колесные и гусеничные машины» и «Гидравлика и гидропневмосистемы» ЮУрГУ (г. Челябинск) разработали устройство для уплотнения труднодеформируемых (жестких) композиционных материалов – ударно-вибрационный механизм. Данный механизм позволяет воздействовать на материал как ударным, так и вибрационным методом, что позволяет получать более плотные и прочные изделия. Ударно-вибрационный механизм (рис. 1) содержит плиту нагнетателя 1, кронштейн 2, заглаживающий участок 3 плиты нагнетателя, кривошип радиусом  $r$  и маятниковый стержень. Плита нагнетателя 1 содержит с одного конца кронштейн 2, а с другого конца – заглаживающий участок 3 [5, 6].

Главным достоинством нового механизма является двукратное увеличение приводной силы, то есть усилие прессования  $Q$ , оказывающее действие на уплотняемую частицу, находится по формуле

$$Q = P \cdot k_1 \cdot k_2, \quad (1)$$

где  $P$  – это сила, которую развивает движитель,  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты увеличения силы [7].

Изначально усилие, развиваемое приводом, увеличивается благодаря углу  $\alpha$ , то есть  $k_1 = \frac{1}{\cos(\alpha)}$ ; при движении кривошипа в рабочем ходе угол  $\alpha$  увеличивается от 0 до  $90^\circ$ , то есть коэффициент стремится к бесконечности,  $k_1 \geq 1$ . Далее это усилие увеличивается благодаря рычагу Архимеда, то есть чем ближе частица к точке  $C$ , тем сжимающее усилие на прессуемый материал больше, и  $k_2 = \frac{l}{a}$ , при  $a$ , стремящемся к нулю, коэффициент стремится к бесконечности,  $k_2 \geq 1$  [8, 9].

Математическая модель ударно-вибрационного механизма состоит из трех разделов: геометрического, кинематического и динамического расчетов. Исходными данными для геометрического расчета приняты [10, 11]:  $x$ ;  $y$  – расстояние от точки крепления кривошипа до точки крепления маятника по осям  $x$  и  $y$  соответственно;  $r$  – радиус кривошипа;  $R$  – радиус коромысла;  $R_1$  – длина шатуна;  $\varphi$  – угол поворота кривошипа относительно начального положения.

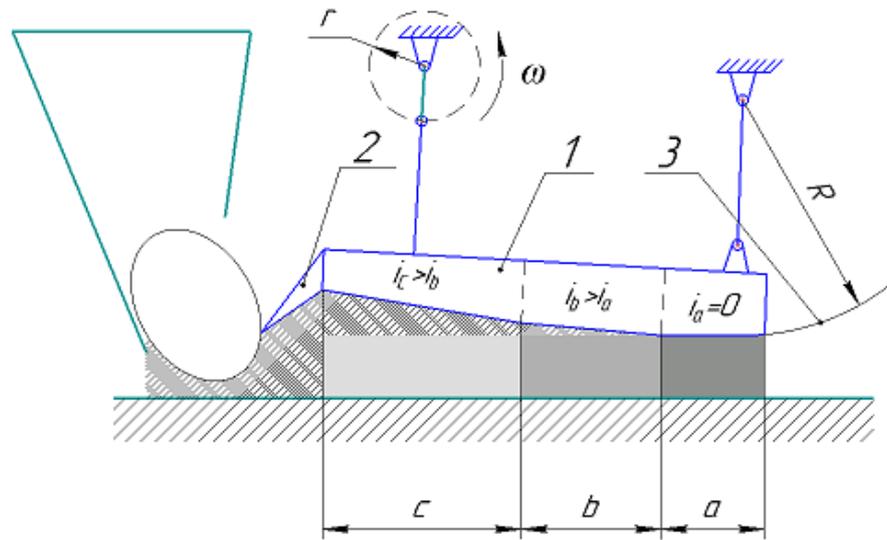


Рис. 1. Принципиальная схема ударно-вибрационного механизма  
Fig. 1. Schematic diagram of the shock-vibration mechanism

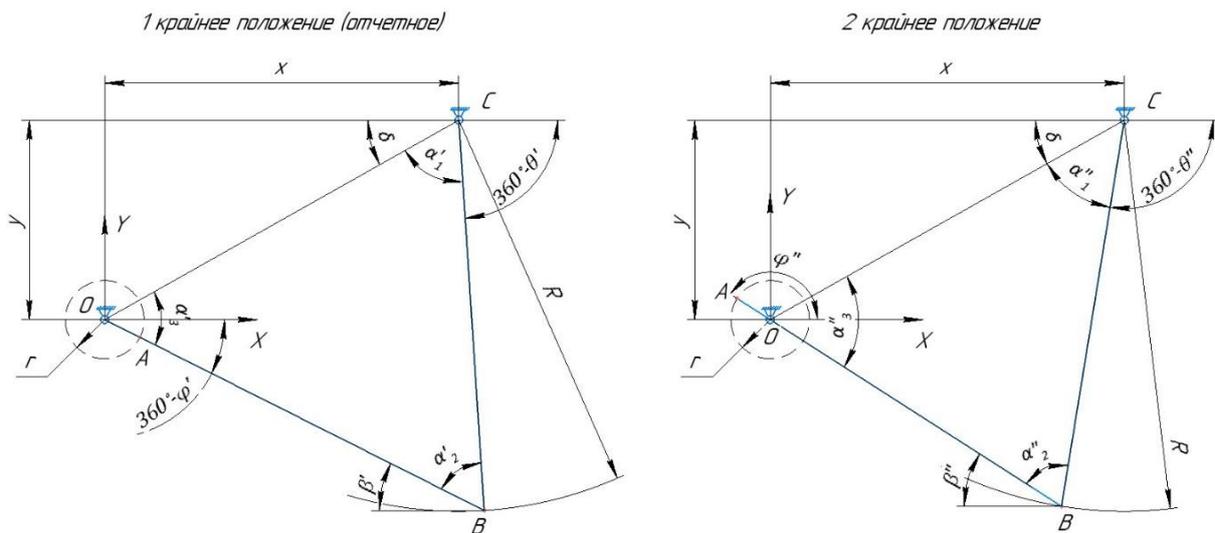


Рис. 2. Расчетная схема механизма для крайних положений  
Fig. 2. Calculation scheme of the mechanism for extreme positions

Первоначально исходя из основных конструктивных параметров механизма определяются 2 крайних положения, а именно переход с рабочего хода на холостой и наоборот. Расчет положения перехода из рабочего хода на холостой ход механизма:

$$\begin{cases} \theta' = 180 + \arctg\left(\frac{x}{y}\right) + \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 + R^2 - (R_1 + r)^2}{2 \cdot L \cdot R}\right) \\ \beta' = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 + (R_1 + r)^2 - R^2}{2 \cdot L \cdot (R_1 + r)}\right) - \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \\ \varphi' = 360 - \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 + (R_1 + r)^2 - R^2}{2 \cdot L \cdot (R_1 + r)}\right) + \arctg\left(\frac{y}{x}\right), \end{cases} \quad (2)$$

где  $\theta'$ ;  $\beta'$ ;  $\varphi'$  – углы отклонения коромысла, шатуна и кривошипа относительно оси Oх.



Определим угловую скорость коромысла, продифференцировав  $\Delta\theta$  из системы уравнений (4) относительно угла  $\varphi$ :

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot \left( \frac{b_1 + b_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + b_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}{\sqrt{c_1 + c_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + c_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + c_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + c_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}} + \frac{d_2 \cdot \sin(\alpha'_{3-\varphi}) + d_3 \cdot \sin(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}{\sqrt{f_1 + f_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + f_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + f_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + f_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}} \right). \quad (6)$$

Определим угловую скорость шатуна продифференцировав  $\Delta\beta$  из системы уравнений (4) относительно угла  $\varphi$ :

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \left( \frac{b_1 + b_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + b_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}{\sqrt{c_1 + c_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + c_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + c_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + c_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}} + \frac{d_2 \cdot \sin(\alpha'_{3-\varphi}) + d_3 \cdot \sin(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}{\sqrt{f_1 + f_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + f_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + f_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + f_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}} \cdot \frac{a_6 \cdot \sin(\alpha'_{3-\varphi})}{\sqrt{k_1 + k_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + k_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}} \right), \quad (7)$$

где  $b_1; b_2; b_3; c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; d_3; f_1; f_2; f_3; f_4; f_5; k_1; k_2; k_3$  – вспомогательные коэффициенты для упрощения полученного уравнения, определяются по следующим уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 = 1,5 \cdot r^2 \cdot L; \quad b_2 = -r^3 - r \cdot L^2; \quad b_3 = 0,5 \cdot r^2 \cdot L \\ c_1 = L^6 + 0,5 \cdot r^6 + 8,5 \cdot L^4 \cdot r^2 + 7,5 \cdot L^2 \cdot r^4; \quad c_2 = -17 \cdot r^3 \cdot L^3 - 5 \cdot r^5 \cdot L - 6 \cdot L^5 \cdot r; \\ c_3 = 0,5 \cdot r^6 + 6,5 \cdot L^4 \cdot r^2 + 7 \cdot L^2 \cdot r^4; \quad c_4 = -3 \cdot L^3 \cdot r^3 - L \cdot r^5; \\ c_5 = \frac{0,5 \cdot L^3 \cdot r + 0,5 \cdot L \cdot r^3 - 0,5 \cdot L \cdot r \cdot R^2 + 0,5 \cdot L \cdot r \cdot R_1^2}{R}; \quad d_3 = -\frac{0,5 \cdot L^2 \cdot r^2}{R} \\ f_1 = a_1^3 - a_1^2 \cdot a_3^2 + 1,5 \cdot a_1 \cdot a_2^2 - 0,5 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 - 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 - 0,5 \cdot a_1^2 \cdot a_4^2 - 0,375 \cdot a_2^2 \cdot a_4^2; \\ f_2 = 2 \cdot a_1^2 \cdot a_3 \cdot a_4 + 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3^2 - 3 \cdot a_1^2 \cdot a_2 + 1,5 \cdot a_2^2 \cdot a_3 \cdot a_4 - 0,75 \cdot a_3^3 + 1,5 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_4^2 \\ f_3 = 1,5 \cdot a_1 \cdot a_2^2 - 0,5 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 - 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 - 0,5 \cdot a_1^2 \cdot a_4^2 - 0,5 \cdot a_2^2 \cdot a_4^2 \\ f_4 = 0,5 \cdot a_2^2 \cdot a_3 \cdot a_4 - 0,25 \cdot a_3^3 + 0,5 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_4^2; \quad f_5 = -0,125 \cdot a_2^2 \cdot a_4^2 \\ k_1 = 1 - a_5^2 - 0,5 \cdot a_6^2; \quad k_2 = -\frac{(R_1)^2 \cdot L \cdot r + R^2 \cdot L \cdot r - L^3 \cdot r - L \cdot r^3}{R^2 \cdot R_1^2}; \quad k_3 = -0,5 \cdot \frac{L^2 \cdot r^2}{R^2 \cdot R_1^2} \end{array} \right. \quad (8)$$

Если значение угловой скорости получится положительным – то оно направлено против часовой стрелки, если отрицательным – то по часовой стрелке.

Формулы для определения линейных скоростей [14, 15]:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \in 1; \vec{V}_A \perp OA; V_A = \omega_1 \cdot r; \\ B \in 3; \vec{V}_B \perp BC; V_B = \omega_3 \cdot R \\ B \in 2; \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \text{ где } \vec{V}_{BA} \perp BA; V_{BA} = \omega_2 \cdot R_1. \end{array} \right. \quad (9)$$

Угловое ускорение коромысла определим, продифференцировав уравнение (6) относительно угла  $\varphi$ :

$$\varepsilon_3 = -\omega_1^2 \cdot \left( \frac{g_1 \cdot \sin(\alpha'_{3-\varphi}) + g_2 \cdot \sin(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + g_3 \cdot \sin(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + g_4 \cdot \sin(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + g_5 \cdot \sin(5 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}{2 \cdot (c_1 + c_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + c_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + c_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + c_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))} + \frac{h_1 + h_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + h_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + h_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + h_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))}{2 \cdot (f_1 + f_2 \cdot \cos(\alpha'_{3-\varphi}) + f_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + f_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_{3-\varphi})) + f_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_{3-\varphi}))} \right) \quad (10)$$

Угловое ускорение шатуна определим, продифференцировав уравнение (7) относительно угла  $\varphi$ :

$$\varepsilon_2 = -\omega_1^2 \cdot \left( \frac{g_1 \cdot \sin(\alpha'_3 - \varphi) + g_2 \cdot \sin(2 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + g_3 \cdot \sin(3 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + g_4 \cdot \sin(4 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + g_5 \cdot \sin(5 \cdot (\alpha'_3 - \varphi))}{2 \cdot (c_1 + c_2 \cdot \cos(\alpha'_3 - \varphi) + c_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + c_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + c_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)))^{1,5}} + \frac{h_1 + h_2 \cdot \cos(\alpha'_3 - \varphi) + h_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + h_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + h_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_3 - \varphi))}{2 \cdot (f_1 + f_2 \cdot \cos(\alpha'_3 - \varphi) + f_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + f_4 \cdot \cos(3 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)) + f_5 \cdot \cos(4 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)))^{1,5}} - \frac{l_1 + l_2 \cdot \cos(\alpha'_3 - \varphi) + l_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_3 - \varphi))}{2 \cdot (k_1 + k_2 \cdot \cos(\alpha'_3 - \varphi) + k_3 \cdot \cos(2 \cdot (\alpha'_3 - \varphi)))^{1,5}} \right), \quad (11)$$

где  $g_1; g_2; g_3; g_4; g_5; h_1; h_2; h_3; h_4; h_5; h_6; l_1; l_2; l_3$ ; – вспомогательные коэффициенты для упрощения полученного уравнения, определяются по следующим уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1 = b_1 \cdot c_2 - 2 \cdot b_2 \cdot c_1 - 2,5 \cdot b_3 \cdot c_2 + 3,5 \cdot b_3 \cdot c_4 + 2 \cdot b_2 \cdot c_3; \\ g_2 = -0,5 \cdot b_2 \cdot c_2 + 2 \cdot b_1 \cdot c_3 - 4 \cdot b_3 \cdot c_1 + 2,5 \cdot b_2 \cdot c_4 + 4 \cdot b_3 \cdot c_5 \\ g_3 = -1,5 \cdot b_3 \cdot c_2 + 3 \cdot b_2 \cdot c_5 + 3 \cdot b_1 \cdot c_4; g_4 = 0,5 \cdot b_2 \cdot c_4 + 4 \cdot b_1 \cdot c_5 - b_3 \cdot c_3; \\ g_5 = -0,5 \cdot b_3 \cdot c_4 + b_2 \cdot c_5; h_1 = 1,5 \cdot d_2 \cdot f_2 + 3 \cdot d_3 \cdot f_3; \\ h_2 = 2 \cdot d_2 \cdot f_1 + 2,5 \cdot d_3 \cdot f_2 + 2 \cdot d_2 \cdot f_3 + 3,5 \cdot d_3 \cdot f_4; \\ h_3 = 0,5 \cdot d_2 \cdot f_2 + 2,5 \cdot d_2 \cdot f_4 + 4 \cdot d_3 \cdot f_1 + 4 \cdot d_3 \cdot f_5; h_4 = 1,5 \cdot d_3 \cdot f_2 + 3 \cdot d_2 \cdot f_5 \\ h_2 = 2 \cdot d_2 \cdot f_1 + 2,5 \cdot d_3 \cdot f_2 + 2 \cdot d_2 \cdot f_3 + 3,5 \cdot d_3 \cdot f_4; \\ h_3 = 0,5 \cdot d_2 \cdot f_2 + 2,5 \cdot d_2 \cdot f_4 + 4 \cdot d_3 \cdot f_1 + 4 \cdot d_3 \cdot f_5; \\ h_4 = 1,5 \cdot d_3 \cdot f_2 + 3 \cdot d_2 \cdot f_5; h_5 = -0,5 \cdot d_2 \cdot f_4 + d_3 \cdot f_3; h_6 = -d_2 \cdot f_5 + 0,5 \cdot d_3 \cdot f_4; \\ l_1 = 1,5 \cdot a_6 \cdot k_2; l_2 = 2 \cdot a_6 \cdot k_1 + 2 \cdot a_6 \cdot k_3; l_3 = 0,5 \cdot a_6 \cdot k_2. \end{array} \right. \quad (12)$$

Если значение угловой скорости получится положительным – то оно направлено против часовой стрелки, если отрицательным – то по часовой стрелке.

Формулы для решения задачи ускорений:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \in 1; \vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t; \text{ где } \vec{a}_A^n \parallel OA; a_A^n = \omega_1^2 \cdot r; a_A^t = 0 \\ B \in 3; \vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t; \text{ где } \vec{a}_B^n \parallel BC; a_B^n = \omega_3^2 \cdot R; \vec{a}_B^t \perp BC; a_B^t = \varepsilon_3 \cdot R; \\ B \in 2; \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t; \text{ где } \vec{a}_{BA}^n \parallel BA; a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot R_1; \vec{a}_{BA}^t \perp BA; a_{BA}^t = \varepsilon_2 \cdot R_1. \end{array} \right. \quad (13)$$

Динамический расчет состоит из трех частей, первой частью является определение инерционных силовых факторов механизма для каждого из звеньев, второй частью является расчет группы Ассур II<sub>1</sub> (2-го и 3-го звена) и третьей частью – расчет механизма I класса (1-е звено) [16, 17].

Исходными данными являются результаты геометрического, кинематического расчетов и следующие исходные:

$m_1; m_2; m_3$  – массы звеньев 1, 2 и 3;  $I_1; I_2; I_3$  – моменты инерции звеньев 1, 2 и 3;  $Q(\varphi)$  – сила, необходимая для уплотнения, равная нулю при холостом ходе, а при рабочем ходе увеличивается линейно от 0 до максимального значения в конце рабочего хода, максимальное значение определяется по формуле

$$Q_{max} = q \cdot S, \quad (14)$$

где  $S$  – это площадь рабочей плиты,  $q$  – давление сжатия уплотняемого материала, определяемое из специализированных справочников либо экспериментально.

Определяем инерционные силовые факторы механизма для каждого из звеньев. К инерционным факторам относятся силы инерции звеньев и моменты сил инерции [18]:

$$\vec{P}_{инi} = -m_i \cdot \vec{a}_i; P_{инi} = \frac{G_i \cdot a_i}{g}, \quad (15)$$

$$\vec{M}_{инi} = -I_i \cdot \varepsilon_i; M_{инi} = I_i \cdot \varepsilon_i, \quad (16)$$

где  $a_i$  – ускорение в центре тяжести  $i$  звена;  $\varepsilon_i$  – угловое ускорение  $i$  звена;  $g$  – ускорение свободного падения.

Силовой расчет группы Ассура II<sub>1</sub> (2, 3)

Реакцию в шарнире С и А представляем как векторную сумму нормальной силы реакции и касательной. Тогда получаем:

$$\begin{cases} \sum \tilde{M}_{BC} = \vec{R}_C^t \cdot R + \tilde{M}_{ин3} + \vec{G}_3 \cdot h_{G_3} + \vec{P}_{ин3} \cdot h_{P_{ин3}} = 0 \\ \sum \tilde{M}_{BC} = \vec{R}_A^t \cdot R_1 + \tilde{M}_{ин2} + \vec{G}_2 \cdot h_{G_2} + \vec{P}_{ин2} \cdot h_{P_{ин2}} + \vec{Q} \cdot h_Q = 0 \\ \sum \vec{P} = \vec{R}_C^n + \vec{R}_C^t + \vec{G}_3 + \vec{P}_{ин3} + \vec{Q} + \vec{P}_{ин2} + \vec{G}_2 + \vec{R}_A^t + \vec{R}_A^n = 0 \\ \sum \vec{P}_3 = \vec{R}_B + \vec{G}_3 + \vec{P}_{ин3} + \vec{R}_C^n + \vec{R}_C^t = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Решая эту систему уравнений, мы находим реакцию в шарнире А, В и С [19].

Силовой расчет механизма I класса (1).

Реакцию в шарнире О представляем как векторную сумму нормальной силы реакции и касательной. Тогда получаем:

$$\begin{cases} \vec{R}_A = \vec{R}_A^t + \vec{R}_A^n; R_A = \sqrt{(R_A^t)^2 + (R_A^n)^2} \\ \sum \tilde{M}_O = \vec{R}_A \cdot h_{R_A} + \tilde{M}_{yp} = 0 \\ \sum \vec{P} = \vec{R}_A + \vec{G}_1 + \vec{R}_O = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Требуемую мощность двигателя рассчитываем по формуле [16]:

$$N = M_{yp} \cdot \omega_1. \quad (19)$$

Особенностью ударно-вибрационного механизма является изменение скоростей, ускорений, сил и моментов по положению механизма. Это вызывает колебания, падения и возрастания потребной мощности, поэтому в этом механизме необходимо предусмотреть маховик. Заменяем реальный механизм на эквивалентную динамическую модель, состоящую из одного звена с приведенными моментом инерции и моментом сил сопротивления, которые находятся:

$$I_{пр} = I_1 + \frac{G_2}{g} \cdot \left(\frac{V_2}{w_1}\right)^2 + I_2 \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 + \frac{G_3}{g} \cdot \left(\frac{V_3}{w_1}\right)^2 + I_3 \cdot \left(\frac{w_3}{w_1}\right)^2, \quad (20)$$

$$M_{пр} = G_2 \cdot \frac{V_2 \cdot \cos(\vec{G}_2; \vec{V}_2)}{w_1} + Q \cdot \frac{V_2 \cdot \cos(\vec{Q}; \vec{V}_2)}{w_1} + G_3 \cdot \frac{V_3 \cdot \cos(\vec{G}_3; \vec{V}_3)}{w_1}, \quad (21)$$

где  $V_2$  и  $V_3$  – скорости в центре тяжести 2-го и 3-го звена соответственно.

По формулам (20) и (21) рассчитываем моменты инерции и моменты сил сопротивления для 12 положений кривошипа за цикл. По полученным значениям строим диаграммы моментов инерции, моментов сил, работ и энергий. Совмещая диаграмму моментов инерции и энергий, получаем график энергомасс, по которому в последствии подбираем маховик [20].

### Выводы

1. Ударно-вибрационный механизм обеспечивает получение направленных сдвиговых деформаций в прессуемом материале (двойное воздействие на материал); двухступенчатое увеличение усилия, развиваемого приводом, при постоянной мощности; черпание материала из бункера и его транспортировка в зону прессования; затирка рабочей поверхности прессуемого образца.

2. При работе четырехзвенного механизма необходимо соблюдать следующие условия работы механизма:

а) максимальный угол подъема рабочего органа к поверхности прессуемого материала  $\gamma$  должен быть меньше  $20^\circ$  для лучшего прессования материала;

б) для повышения силы прессования в конце рабочего хода кривошип должен занимать определенное положение;

в) для предотвращения резких колебаний и возникновения пиковых нагрузок на валу кривошипа необходима установка маховика.

3. Разработана математическая модель ударно-вибрационного механизма. В геометрическом расчете определены аналитические зависимости углов отклонения шатуна и коромысла относительно угла поворота кривошипа и другие геометрические характеристики четырехзвенного механизма. В кинематическом расчете определены зависимости угловых скоростей и ускорений

звеньев механизма, скорости и ускорения в особых точках относительно угла поворота кривошипа. В динамическом расчете определены усилия, необходимое для сжатия, реакции в шарнирах механизма, уравнивающий крутящий момент на кривошипе и необходимая мощность на кривошипе.

### Список литературы

1. Довгяло В.А., Бочкарев Д.И. Дорожно-строительные машины. Гомель: БелГУ, 2014. 256 с.
2. Тимофеев Ю.Л. Технология вибрационного уплотнения бетона при устройстве монолитных конструкций: учебное пособие для технических вузов. Ростов н/Д., 2002. 47 с.
3. Гусев Б.В., Губанов Д.А., Губанова О.Ю. и др. Создание строительных композиционных материалов на основе некондиционного бетона по различным технологиям // Научные труды 3-й Всероссийской конференции. М., 2014. С. 265–274.
4. Павлова Л.В. Реконструкция автомобильных дорог: учебное пособие. Самара: СГАСУ, 2013. 208 с.
5. Кондаков С.В., Кромский Е.И., Асфандияров М.А. Обоснование параметров ударно-вибрационного механизма уплотнения бетонной смеси для бетоноукладчика на гусеничном ходу // Всероссийская научно-практическая конференция. Челябинск: ОУ ВО «Южно-Уральский институт управления и экономики», 2018. С. 148–156.
6. Патент ПМ РФ RU № 176735 РФ. Бетоноукладчик / Е.И. Кромский, А.А. Базанов, А.А. Немыкин. Заявитель и патентообладатель ЮУрГУ. Опубл. БИ № 01, 2018.
7. Патент ПМ РФ RU № 93320 РФ. Устройство для получения изделий из композиционных материалов / Е.И. Кромский, В.Н. Бондарь, А.В. Свирид. Заявитель и патентообладатель ЮУрГУ. Опубл. БИ № 12, 2010.
8. Cuadrado J., Escalona J., Schiehlen W., Seifried R. Role of MMS and IFToMM in Multibody Dynamics. In: Ceccarelli, M. (eds) Technology Developments: the Role of Mechanism and Machine Science and IFToMM. Mechanisms and Machine Science, vol. 1. Springer, Dordrecht. 2011. С. 161–172. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-1300-0\\_13](https://doi.org/10.1007/978-94-007-1300-0_13)
9. Gashaw Y.A. Dozer Production. In Fundamentals of Earthmoving Equipment. Addis Ababa, Ethiopia. 2009. 128 p.
10. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3 т. М.: Машиностроение, 1999. Т. 1. 912 с.
11. Пожбелко В.И., Веницкий П.Ж., Ахметшин Н.И. Теория механизмов и машин. Челябинск, 2003. Ч. 1. 108 с.
12. Пожбелко В.И., Веницкий П.Ж., Ахметшин Н.И. Теория механизмов и машин. Челябинск, 2003. Ч. 2. 52 с.
13. Zhauyt A., Alipov K., Zhankeldi A., Abdirova R., Abilkaiyr Z. The synthesis of four-bar mechanism // Vibroengineering Procedia. 2016. Vol. 10. P. 486–491.
14. Koshel S., Koshel G. Structural analysis of the mechanism with a third-class structure group of the fourth order. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing company. 2019. P. 29–33.
15. Platovskikh M.J., Vetyukov M.M. Self-oscillations of machines and mechanisms // University of Mines. St. Petersburg, 2017. P. 87–103.
16. Асфандияров М.А. Повышение эффективности машины для уплотнения путём создания нового ударно-вибрационного механизма. автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.02. Челябинск, 2022. 17 с.
17. Tarabarin V.B., Tarabarina Z.I., Feygina A.G. Virtual laboratory works on theory of mechanism and machine. Moscow: Bauman MSTU, 2014. P. 171–180.
18. Sylyvonyuk A.V. Solidworks motion applycation at the study of course theory of machines mechanisms. Lutsk: LNTY, 2015. P. 243–247.
19. Gamma E., Helm R., Johnson R., Vlissides D. Object-oriented design techniques. SPb: Design Patterns, 2015. 368 p.
20. Yangping Yao, Erbo Song Research on real-time quality evaluation method for intelligent compaction of soil-filling // Transportation Geotechnics, 2023, Vol. 39, Article 100943.

### References

1. Dovgyalo V.A., Bochkarev D.I. *Dorozhno-stroitel'nyye mashiny* [Road construction machines]. Gomel, 2014. 256 p.
2. Timofeev Yu.L. *Tekhnologiya vibratsionnogo uplotneniya betona pri ustroystve monolitnykh konstruksiy* [Technology of vibration compaction of concrete when constructing monolithic structures]. Rostov-on-Don, 2002. 47 p.
3. Gusev B.V., Gubanov D.A., Gubanova O.Yu. et al. [Creation of building composite materials based on substandard concrete using various technologies]. *Scientific proceedings of the 3rd All-Russian conference. Moscow.*, 2014. pp. 265–274. (In Russ.)
4. Pavlova L.V. *Rekonstruktsiya avtomobil'nykh dorog* [Reconstruction of highways]. Samara, 2013. 208 p.
5. Kondakov S.V., Kromsky E.I., Asfandiyarov M.A. [Justification of the parameters of the shock-vibration mechanism for compacting the concrete mixture for a concrete paver on crawler tracks]. *All-Russian Scientific and Practical Conference*. Chelyabinsk, 2018, pp. 148–156.
6. Kromsky E.I., Bazanov A.A., Nemykin A.A. *Betonoukladchik* [Concrete paver]. Patent for a utility model RU No. 176735. Applicant and patent holder SUSU Publ. BI No. 01, 2018.
7. Kromsky E.I., Bondar V.N., Svirid A.V. *Ustroystvo dlya polucheniya izdeliy iz kompozitsionnykh materialov* [Device for producing products from composite materials]. Patent for a utility model RU No. 93320. Applicant and patent holder SUSU Publ. BI No. 12, 2010.
8. Cuadrado J., Escalona J., Schiehle W., Seifried R. Role of mms and iftomm in multibody dynamics // Springer International Publishing, 2011, pp. 161–172.
9. Gashaw, Y.A. Dozer Production. In *Fundamentals of Earthmoving Equipment*. Addis Ababa, Ethiopia. 2009. 128 p.
10. Anuriev V.I. *Spravochnik konstruktora-mashinostroitelya*. [Handbook of the designer and machine builder]. Moscow, 1999, vol. 1. 912 p.
11. Pozhbelko V.I., Vinitsky P.Zh., Akhmetshin N.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin. Chast' 1*. [Theory of mechanisms and machines. Part 1]. Chelyabinsk, 2003. 108 p.
12. Pozhbelko V.I., Vinitsky P.Zh., Akhmetshin N.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin. Chast' 2*. [Theory of mechanisms and machines. Part 2]. Chelyabinsk, 2003. 52 p.
13. Zhauyt A., Alipov K., Zhankeldi A., Abdirova R., Abilkaiyr Z. The synthesis of four-bar mechanism. *Vibroengineering Procedia*, 2016, vol. 10, pp. 486–491.
14. Koshel S., Koshel G. *Structural analysis of the mechanism with a third-class structure group of the fourth order*. New Delhi, 2019, pp. 29–33.
15. Platovskikh M.J., Vetyukov M.M. Self-oscillations of machines and mechanisms. *University of Mines. St. Petersburg*, 2017, pp. 87–103.
16. Asfandiyarov M.A. *Povysheniye effektivnosti mashiny dlya uplotneniya putom sozdaniya novogo udarno-vibratsionnogo mekhanizma* [Improving the efficiency of the compaction machine by creating a new shock-vibration mechanism]. Abstract dis. candidate of technical sciences: 05.05.02. Chelyabinsk, 2022. 17 p.
17. Tarabarin V.B., Tarabarina Z.I., Feygina A.G. *Virtual laboratory works on theory of mechanism and machine*. Moscow, 2014, pp. 171–180.
18. Sylyvonyuk, A.V. *Solidworks motion applycation at the study of course theory of machines mechanisms*. Lutsk, 2015, pp. 243–247.
19. Gamma E., Helm R., Johnson R., Vliissides D. *Object-oriented design techniques*. St. Petersburg, 2015. 368 p.
20. Yangping Yao, Erbo Song Research on real-time quality evaluation method for intelligent compaction of soil-filling. *Transportation Geotechnics*, 2023, vol. 39, Article 100943.

*Информация об авторах*

**Асфандияров Марат Андреевич**, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Гидравлика и гидропневмосистемы», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; asfandiarovma@susu.ru

**Левшин Игорь Евгеньевич**, аспирант кафедры «Колесные и гусеничные машины», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; igor—levshin@mail.ru

*Information about the authors*

**Marat A. Asfandiyarov**, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department “Hydraulics and Hydropneumosems”, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; asfandiarovma@susu.ru

**Igor E. Levshin**, Postgraduate student the Wheel and Caterpillar Machine Department, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; igor—levshin@mail.ru

*Статья поступила в редакцию 06.12.2023; принята к публикации 26.12.2023*

*The article was submitted 06.12.2023; accepted for publication 26.12.2023.*