

## СИНХРОНИЗАЦИЯ И ЗАХВАТ ЧАСТОТ В СИСТЕМЕ ДВУХ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ РЕВЕРСИВНЫХ СТАНОВ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКИ

**А.В. Комаров<sup>1</sup>,** Komarov\_av@nlmk.com

**И.Г. Большеков<sup>1</sup>,** bolshekov\_ig@nlmk.com

**В.А. Васильев<sup>2</sup>,** vasilyev\_va@list.ru

**А.О. Чернявский<sup>3</sup>,** a.o.cher@mail.ru

**А.И. Иванов<sup>2</sup>,** ivanovanat88@gmail.com

<sup>1</sup> ООО «ВИЗ-Сталь», Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup> Научно-технический центр «СИГМА», Челябинск, Россия

<sup>3</sup> Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

**Аннотация.** На многоклетевых станах холодной прокатки при больших скоростях могут возникать автоколебания. Как правило, это происходит на двух последних клетях, третьей четвертой или четвертой пятой. Скорость прокатки при этом должна быть больше 1000 м/мин. Возникновение автоколебаний сопровождается фазовой синхронизацией виброперемещений клетей стана. Источником колебаний являются неконсервативные силы в зоне контакта рабочих валков стана. В качестве модели выбрана система, состоящая из двух осцилляторов, соединенных упругой связью. Это классическая задача, в которой связь, как правило, считается малой. Синхронизация двух осцилляторов может происходить как на частоте основной гармоники, так и кратной трем. Цифровой двойник стана получен с использованием пакета MathCAD. Условия возникновения автоколебаний, бифуркации рождения предельного цикла, рассмотрены в широком диапазоне величин упругой связи между осцилляторами. Возникновение автоколебаний осцилляторов происходит под действием ненулевых начальных условий либо внешнего воздействия. В качестве внешнего воздействия могут выступать силы, генерируемые рабочими валками при прокате полосы металла. Независимо от частоты возмущения частота автоколебаний соответствует собственной частоте осциллятора. Влияние прокатываемой полосы на условия возникновения автоколебаний проведено в широком диапазоне изменения сил натяжения. Во всем диапазоне натяжений полосы, связывающей осцилляторы, автоколебания происходят на одной частоте. При увеличении натяжения от нуля до некоторой критической величины амплитуда плавно растет на первой клети и снижается на второй клети стана. При дальнейшем увеличении натяжения осцилляторы, клети стана, совершают колебания с одинаковой амплитудой. При внешнем воздействии гармонической силой, формируемой клетью стана, автоколебания происходят с установившимся предельным циклом. При достижении критического уровня натяжения система двух осцилляторов, соединенная упругой связью, превращается в апериодическую систему. При работе прокатного стана реальное натяжение может изменяться в пределах от 100 до 170 кН. Максимальный уровень натяжения не превышает 220 кН. Изменяя уровень натяжения, можно стабилизировать вибрационное состояние прокатного стана.

**Ключевые слова:** холодная прокатка, автоколебания, синхронизация, захват частот

**Для цитирования:** Синхронизация и захват частот в системе двух связанных осцилляторов реверсивных станов холодной прокатки / А.В. Комаров, И.Г. Большеков, В.А. Васильев и др. // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2025. Т. 25, № 3. С. 46–59. DOI: 10.14529/engin250305

Original article

DOI: 10.14529/engin250305

## **SYNCHRONIZATION AND FREQUENCY CAPTURE IN A SYSTEM OF TWO COUPLED OSCILLATORS OF REVERSIBLE COLD ROLLING MILLS**

**A.V. Komarov<sup>1</sup>**, *Komarov\_av@nlmk.com*

**I.G. Bolshekov<sup>1</sup>**, *bolshevikov\_ig@nlmk.com*

**V.A. Vasiliev<sup>2</sup>**, *vasilyev\_va@list.ru*

**A.O. Chernyavsky<sup>3</sup>**, *a.o.cher@mail.ru*

**A.I. Ivanov<sup>2</sup>**, *ivanovanat88@gmail.com*

<sup>1</sup> *VIS Steel LLC, Yekaterinburg, Russia*

<sup>2</sup> *SIGMA Scientific and Technical Center, Chelyabinsk, Russia*

<sup>3</sup> *South Ural State University, Chelyabinsk, Russia*

**Abstract.** Self-oscillation may occur at high speeds in multicellular cold rolling mills. As a rule, this happens on the last two squares, the third fourth or the fourth fifth. The rolling speed should be greater than 1000 m/min. The occurrence of self-oscillations is accompanied by phase synchronization of vibration displacements of the mill's crates. The source of the oscillations are nonconservative forces in the contact zone of the mill's working rolls. A system consisting of two oscillators connected by an elastic coupling is chosen as the model. This is a classic problem in which the coupling is usually considered small. Synchronization of two oscillators can occur both at the fundamental harmonic frequency and at a multiple of three. The digital twin of the mill was obtained using the MathCAD package. The conditions for the occurrence of self-oscillations, the bifurcation of the birth of the limit cycle, are considered in a wide range of values of the elastic coupling between the oscillators. The oscillators self-oscillate under the influence of nonzero initial conditions or external influences. The forces generated by the working rolls when rolling a strip of metal can act as an external influence. Regardless of the frequency of the disturbance, the frequency of self-oscillations corresponds to the natural frequency of the oscillator. The influence of the rolled strip on the conditions of self-oscillation was carried out in a wide range of variations in tension forces. In the entire tension range of the band connecting the oscillators, self-oscillations occur at the same frequency. As the tension increases from zero to a certain critical value, the amplitude increases smoothly on the decoiler and decreases on the mill crate. With a further increase in tension, the oscillators, the mill and the uncoiler, oscillate with the same amplitude. Under the external influence of the harmonic force generated by the mill cage, self-oscillations occur with a steady limiting cycle. When the critical tension level is reached, the system of two oscillators connected by an elastic bond turns into an aperiodic system. During the operation of the rolling mill, the actual tension can vary from 100 to 170 kN. The maximum tension level does not exceed 220 kN. By changing the tension level, the vibration state of the rolling mill can be stabilized.

**Keywords:** cold rolling, self-oscillations, transverse ribbing, natural frequency

**For citation:** Komarov A.V., Bolshekov I.G., Vasiliev V.A., Chernyavsky A.O., Ivanov A.I. Synchronization and frequency capture in a system of two coupled oscillators of reversible cold rolling mills. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2025:25(3):46–59. (In Russ.) DOI: 10.14529/engin250305

### **Введение**

На многоклетьевых станах холодной прокатки при больших скоростях могут возникать автоколебания [1–3]. Как правило, это происходит на двух последних клетях, третьей, четвертой или четвертой, пятой. Скорость прокатки при этом должна быть больше 1000 м/мин. Возникновение автоколебаний сопровождается фазовой синхронизацией виброперемещений клетей стана [4–6]. Высокоскоростная прокатка, как правило, производится с использованием гибридной системы смазки. Источником колебаний являются неконсервативные силы в зоне контакта рабочих валков стана. При колебаниях толщины полосы на входе многочастотные внешние воздействия прокатного стана существенным образом влияют на вибрационные характеристики. Вибрационные модели при прокатке разрабатываются с учетом нестационарной смазки [7–9]. Модели строятся с

использованием методов конечных элементов, учитываются неконсервативные силы трения. Прогноз технического состояния проводится с использованием спектрального анализа вибрационного сигнала. При параметрическом возбуждении крутильных колебаний главного привода используют отрицательную обратную связь по скорости и усилию прокатки [10–13]. Двухклетьевой реверсивный стан холодной прокатки приведен на рис. 1, система мониторинга для управления процессом прокатки – на рис. 2. На схеме видны клети с рабочими и опорными валками. Левая реверсивная моталка выполняет функции разматывателя и моталки, правая – только моталки.



Рис. 1. Двухклетьевой реверсивный стан холодной прокатки

Fig. 1. Two-cell reversible cold rolling mill

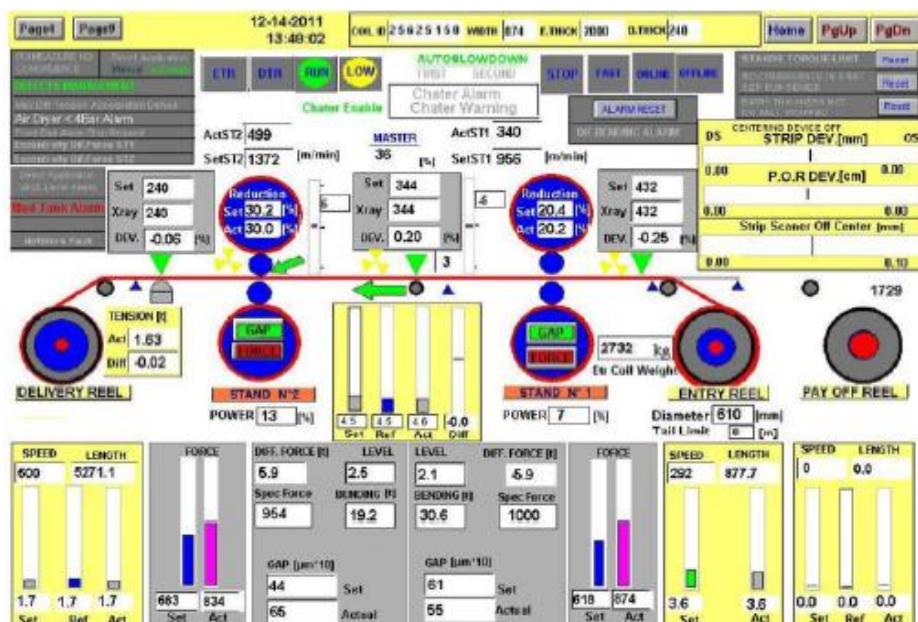


Рис. 2. Система онлайн-мониторинга для управления процессом прокатки

Fig. 2. Online monitoring system to control the rolling process

Известно, что клеть стана представляет собой автоколебательную систему, поэтому моделью двухклетьевого стана может быть выбрана система, состоящая из двух осцилляторов, соединенных упругой связью. Это классическая задача [14, 15], в которой связь, как правило, считается малой. Синхронизация двух осцилляторов может происходить как на частоте основной гармоники, так и кратной трем [16, 17].

Численное и экспериментальное исследование внешней синхронизации, синхронизация и многочастотные колебания, динамика осцилляторов, упруго связанных друг с другом, описаны в работах [18–20]. Методы решения уравнений Ван дер Поля и системы двух осцилляторов с упругой связью определены работами [21, 22]. Цифровой двойник стана получен с использованием пакета MathCAD. Условия возникновения автоколебаний, бифуркации рождения предельного цикла, рассмотрены в широком диапазоне величин упругой связи между осцилляторами.

#### Построение численной модели синхронизации клетей стана холодной прокатки

Упрощенную структурную схему стана можно представить в виде двух автоколебательных систем, установленных на массивном фундаменте. Параметры жесткости и демпфирования приведены на рис. 3.

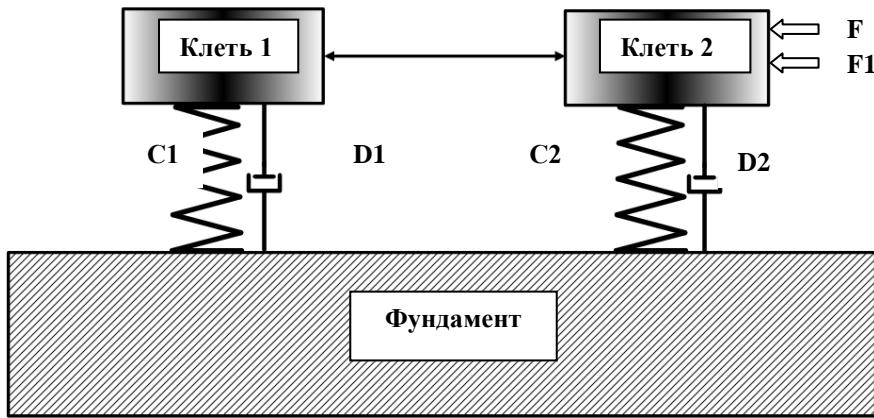


Рис. 3. Принципиальная схема

Fig. 3. Schematic diagram

На массивном фундаменте установлены два осциллятора, колебательных звена. Эти колебательные звенья представляем в виде массы на пружине с учетом сил демпфирования. Колебательные звенья клети стана холодной прокатки нелинейны, описываются уравнениями Ван дер Поля и связаны упругой прокатываемой полосой. Уравнения, описывающие движения колебательных звеньев, приведены ниже.

Правая клеть (клеть 2)

$$x_1(t) = \frac{d}{dt} x_0(t), \quad (1)$$

$$M_1 \left( \frac{d}{dt} x_1(t) \right) + [d_1 + \left[ (b_1(x_0(t)))^2 \right]] x_1(t) + c_1(x_0(t)) + k(y_0(t) - x_0(t)) = F(t) + F_1(t). \quad (2)$$

Левая клеть (клеть 1)

$$y_1(t) = \frac{d}{dt} y_0(t), \quad (3)$$

$$M_2 \left( \frac{d}{dt} y_1(t) \right) + [d_2 + \left[ (b_2(y_0(t)))^2 \right]] y_1(t) + c_2(y_0(t)) + k(x_0(t) - y_0(t)) = 0. \quad (4)$$

Здесь масса осцилляторов –  $M_1$ ;  $M_2$ , жесткость осцилляторов –  $c_1$ ;  $c_2$ , малый член уравнения Ван дер Поля –  $d_1$ ;  $d_2$ , демпфирование осцилляторов –  $b_1$ ;  $b_2$ , натяжение полосы –  $k$ . Частота и амплитуда вынуждающих сил: частота силы, генерируемая рабочими валками клети справа –  $\Omega_1$ , амплитуда силы –  $U_1$ . Частота силы, генерируемая АСУ ТП стана, –  $\Omega$ , амплитуда –  $U$ . Вынуждающая сила: сила, генерируемая рабочими валками клети справа, –  $F_1(t) = U_1 \cdot \sin(\Omega_1 \cdot t)$ , сила, генерируемая АСУ ТП стана,  $F(t) = U \cdot \sin(\Omega \cdot t)$ . Начальные условия: вибропрелемещение правой клети –  $x_0(t)$ , выброскорость правой клети –  $x_1(t)$ , вибропрелемещение левой клети –  $y_0(t)$ , выброскорость левой клети –  $y_1(t)$ .

### Численный эксперимент с использованием цифрового двойника

Возникновение автоколебаний осцилляторов происходит под действием ненулевых начальных условий либо внешнего воздействия. В качестве внешнего воздействия могут выступать силы, генерируемые рабочими валками при прокате полосы металла.

### Автоколебания под действием ненулевых начальных условий

Параметры цифровой модели стана в безразмерном виде приведены в табл. 1.

Параметры системы

Таблица 1

System parameters

Table 1

M1	M2	C1	C2	d1	d2	b1	b2	$\Omega$	U	$\Omega_1$	U1	F
10	10	10	12	-0,1	-0,1	0,1	0,1	1	0	0	0	0

В качестве ненулевых начальных условий приняты значения виброперемещений левой и правой клети, равными 0,1. Внешние силы, действующие на стан, принимаем равными нулю. Упругая связь между двумя колебательными звеньями (осцилляторами) изменяется в диапазоне от 0 до 6. Распределение частот и амплитуд автоколебаний на левой и правой клети приведены на рис. 4. Пунктирными линиями обозначены безразмерные частоты, сплошными линиями – безразмерные амплитуды. Зеленый – правая клеть, красный – левая клеть. Весь диапазон изменения натяжений К разделен на 4 зоны.

Первая зона – нулевая. В этой зоне отсутствует связь между осцилляторами. И если возбуждение автоколебаний происходит под действием ненулевых начальных условий и начальные условия заданы на двух осцилляторах, то и автоколебания возникают на осцилляторах независимо друг от друга с частотами, определяемыми параметрами осцилляторов – жесткостью и демпфированием.

В зоне 2 безразмерное натяжение K изменяется в диапазоне от 0 до 3. Осцилляторы совершают связные колебания, но на разных частотах синхронизация отсутствует. Амплитуды виброперемещений также не равны друг другу. В зоне 3 происходит синхронизация колебаний, в зоне 4 колебательная система становится апериодической.

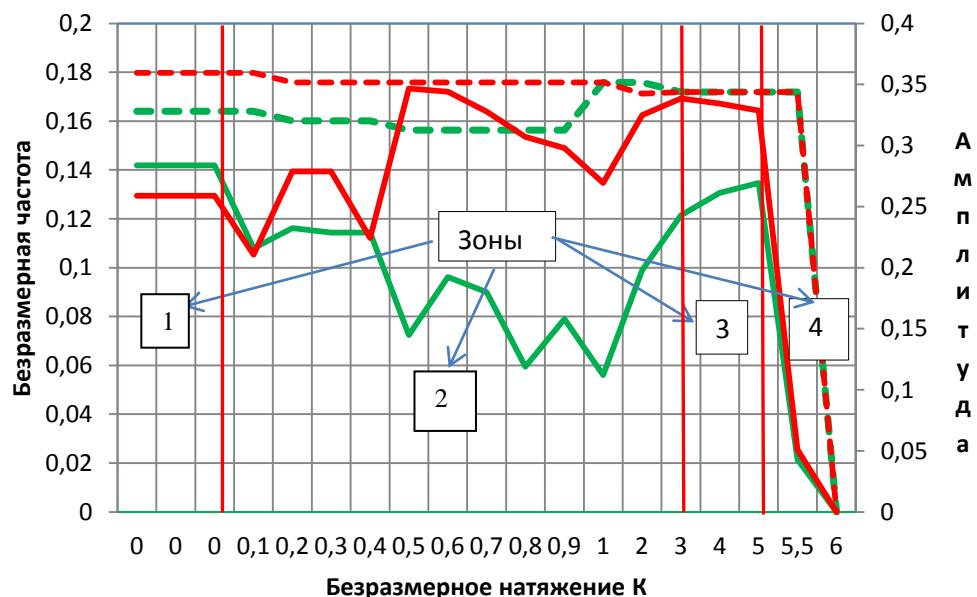


Рис. 4. Распределение частот и амплитуд автоколебаний. Пунктирные линии – безразмерные частоты, сплошные линии безразмерные амплитуды. Зеленый – правая клеть, красный – левая клеть

Fig. 4. Distribution of frequencies and amplitudes of self-oscillations. Dotted lines represent dimensionless frequencies, solid lines represent dimensionless amplitudes. Green is the right box, red is the left box

### Зона 1. Натяжение равно нулю

На рис. 5 приведены виброперемещения, а на рис. 6 – спектральная характеристика и предельный цикл правой клети стана при отсутствии натяжения и при наличии ненулевых начальных условий. Колебания системы растут до некоторого предельного значения, образуя предельный цикл. Безразмерная частота правой клети равна 0,16406, амплитуда – 0,284 (рис. 6).

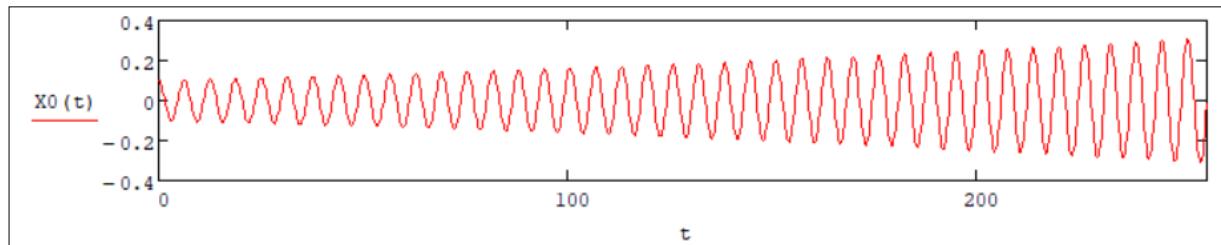


Рис. 5. Виброперемещение правой клети  
Fig. 5. Vibration displacement of the right cage

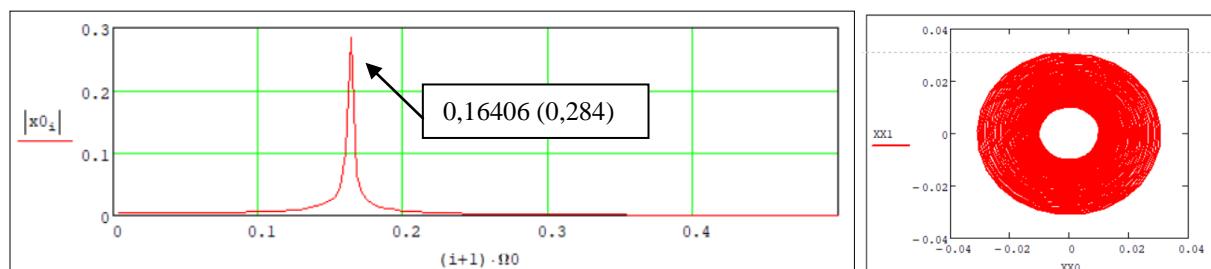


Рис. 6. Спектральная характеристика и предельный цикл правой клети  
Fig. 6. Spectral characteristic and limit cycle of the right cage

На рис. 7, 8 приведены виброперемещения, спектры частот и предельный цикл осциллятора левой клети стана. При отсутствии связи – колебания гармонические с частотами собственных колебаний осцилляторов. Безразмерная частота колебаний левой клети равна 0,17969 и амплитуда – 0,258.

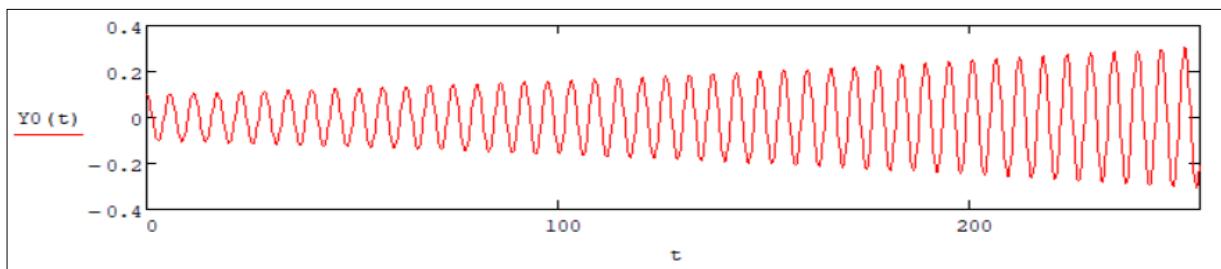


Рис. 7. Виброперемещение левой клети  
Fig. 7. Vibration displacement of the left cage

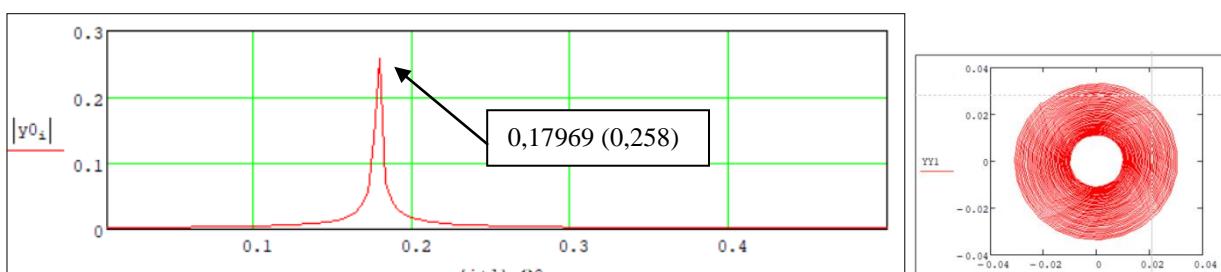


Рис. 8. Спектральная характеристика и предельный цикл левой клети  
Fig. 8. Spectral characteristic and limit cycle of the left cage

### Зона 2. Натяжение $K = 1$

Натяжение изменяется в диапазоне от 0 до 3 (см. рис. 4). Осцилляторы совершают связные колебания, но на разных частотах, синхронизация отсутствует. Амплитуды виброперемещений также не равны друг другу. На рис. 9 и 10 приведены виброперемещения, спектральная характеристика и предельный цикл правой клети.

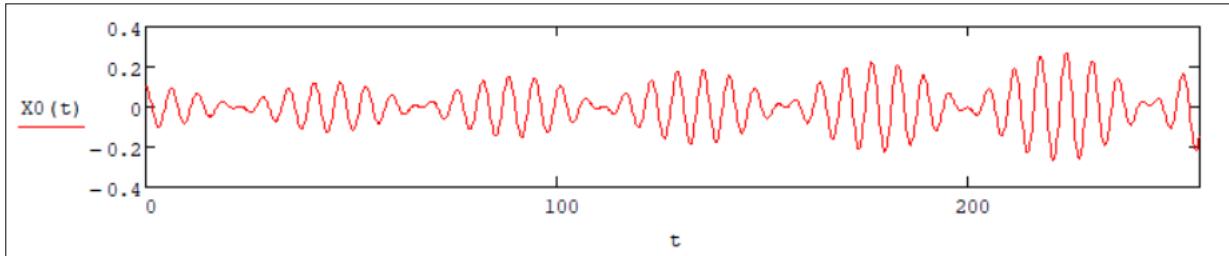


Рис. 9. Виброперемещение правой клети при  $K = 1$

Fig. 9. Vibration displacement of the right cage at  $K = 1$

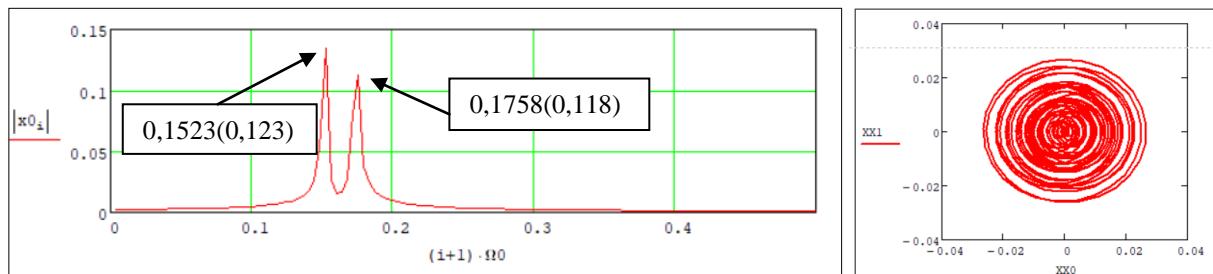


Рис. 10. Спектральная характеристика и предельный цикл правой клети при  $K = 1$

Fig. 10. Spectral characteristic and limit cycle of the right cage at  $K = 1$

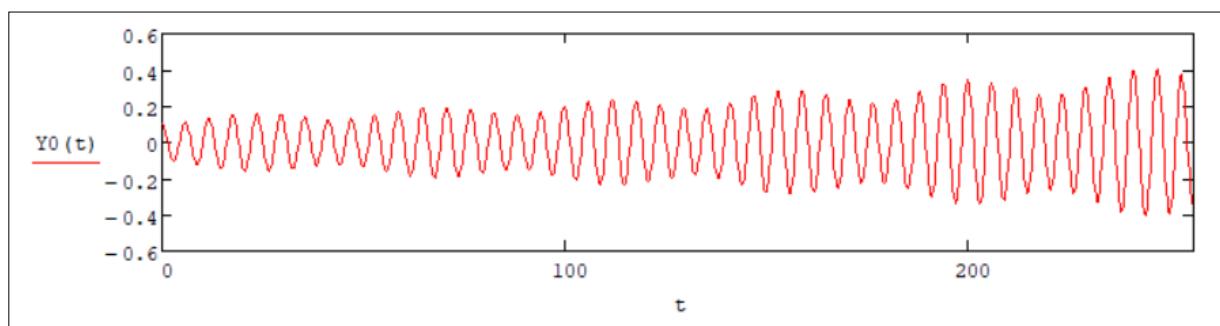


Рис. 11. Виброперемещение левой клети при  $K = 1$

Fig. 11. Vibration displacement of the left cage at  $K = 1$

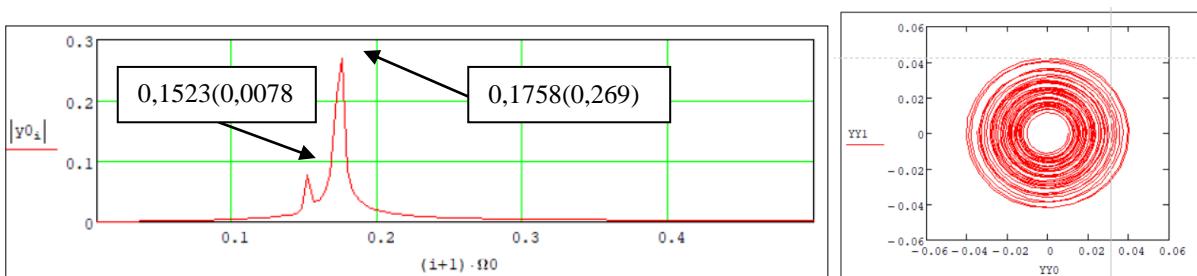


Рис. 12. Спектральная характеристика и предельный цикл левой клети при  $K = 1$

Fig. 12. Spectral characteristic and limit cycle of the left cage at  $K = 1$

### Зона 3. Диапазон изменения натяжения от 3 до 5

В этой зоне происходит синхронизация системы. Осцилляторы совершают колебания с равными частотами. Причем частоты не равны стартовым. Если в нулевой зоне, когда отсутствует связь между осцилляторами, частоты равны 0,16406 и 0,17969 (см. рис. 6 и 8), то в зоне 4 частота автоколебаний равна 0,1719 (рис. 13, 14).

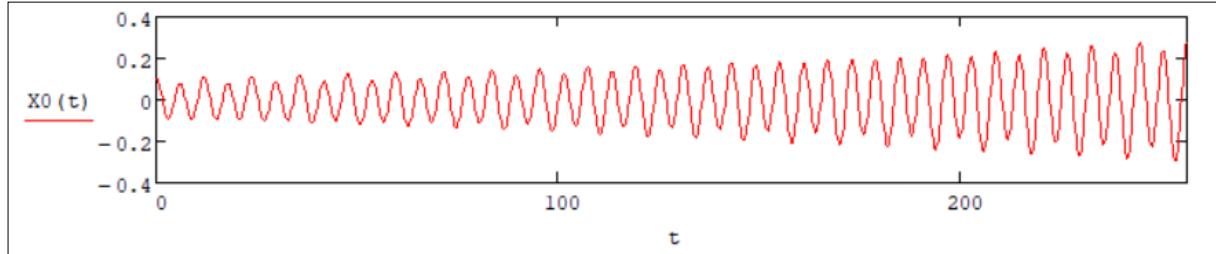


Рис. 13. Виброперемещение правой клети для  $K = 4$

Fig. 13. Vibration displacement of the right cage at  $K = 4$

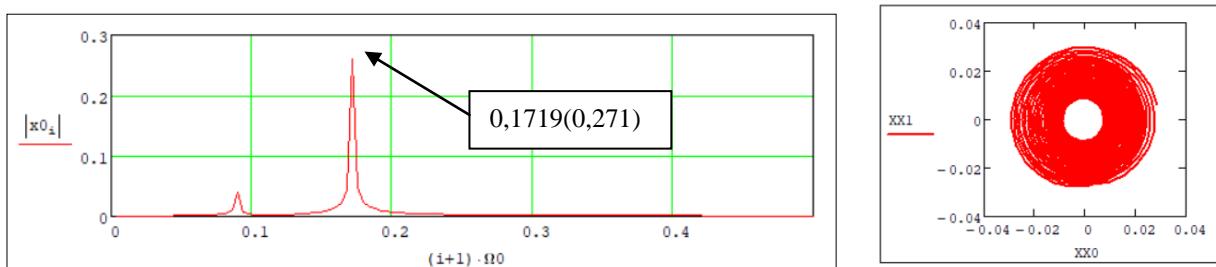


Рис. 14. Спектральная характеристика и предельный цикл правой клети для  $K = 4$

Fig. 14. Spectral characteristic and limit cycle of the right cage at  $K = 4$

В четвертой зоне колебательная система становится апериодической. В начале при постоянной частоте уменьшается амплитуда, затем колебания затухают полностью. Критическое натяжение  $K$  равно 6,0 (см. рис. 4).

### Автоколебания под действием внешней гармонической силы

Параметры цифровой модели стана при учете внешнего гармонического воздействия в безразмерном виде приведены в табл. 2. Собственные частоты правой и левой клети (осцилляторов) равны между собой, так как отношение массы к  $M$  к жесткости  $C$  равно единице.

Параметры системы

Таблица 2

Table 2

System parameters

$M_1$	$M_2$	$C_1$	$C_2$	$d_1$	$d_2$	$b_1$	$b_2$	$\Omega$	$U$	$\Omega_1$	$U_1$	$F$
10	10	10	10	-0,1	-0,1	0,1	0,1	1,0	1,0	0	0	1,0

В качестве нулевых начальных условий приняты значения виброперемещения и выброскорости левой и правой клети, равные 0,0. Внешние силы, действующие на стан, принимаем равными безразмерной единице  $F = 1$ . Частота внешнего воздействия равна частоте собственных колебаний стана (осцилляторов). Упругая связь между двумя колебательными звеньями (осцилляторами) изменяется в диапазоне от 0 до 5. Частота колебаний осцилляторов постоянна и не меняется при изменении натяжения  $K$ . Зависимость амплитуд автоколебаний на левой и правой клети от натяжения  $K$  приведена на рис. 15. Пунктирными линиями обозначены безразмерные частоты, сплошными линиями – безразмерные амплитуды. Зеленый – правая клеть, красный – левая клеть. Весь диапазон изменения натяжений  $K$  разделен на 3 зоны.

При натяжении, равном нулю, связь между осцилляторами отсутствует и внешнее возбуждение действует только на клеть, к которой приложена, то есть на правую клеть. Поэтому амплитуда колебаний правой клети – максимальная, левой – равна нулю.

При увеличении натяжения от нуля до некоторой критической величины амплитуда плавно растет на левой клети и снижается на правой (рис. 15, зона 1). При дальнейшем увеличении натяжения колебания продолжаются с одинаковой амплитудой (рис. 15, зона 2). При достижении критического уровня натяжения система двух осцилляторов, соединенная упругой связью, превращается в апериодическую систему (рис. 15, зона 3).

При работе прокатного стана реальное натяжение может изменяться в пределах от 100 до 170 кН. Максимальный уровень натяжения не превышает 220 кН. Изменяя уровень натяжения, можно предположить возможность стабилизации вибрационного состояния прокатного стана.



Рис. 15. Распределение амплитуд вибрации правой клети (зеленая) и левой клети (красная)  
Fig. 15. Distribution of vibration amplitudes of the right cage (green) and the left cage (red)

В качестве примера на рис. 16 и 17 показано формирование предельного цикла правой и левой клети в зоне 2: натяжение  $K = 3,0$ , устойчивое формирование предельного цикла.

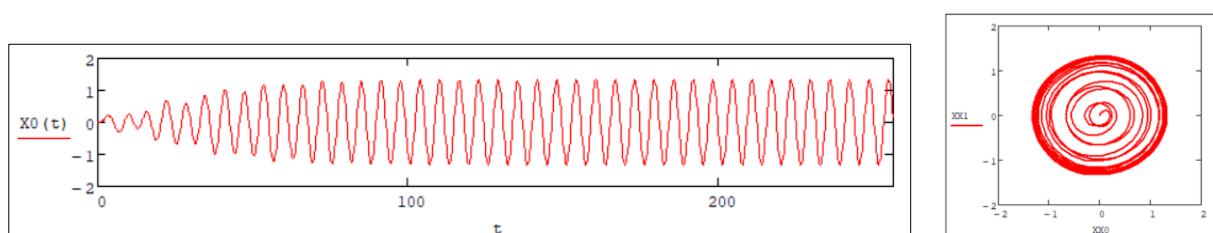


Рис. 16. Правая клеть. Вибропрелемещение. Предельный цикл  
Fig. 16. The right cage. Vibration displacement. Limit cycle

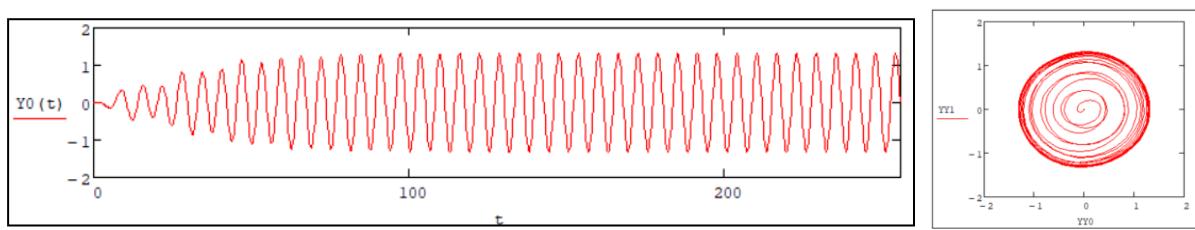


Рис. 17. Левая клеть. Вибропрелемещение. Предельный цикл  
Fig. 17. The left cage. Vibration displacement. Limit cycle

В зоне 3 при натяжении  $K = 5$  существенно снижается амплитуда колебаний. Меняется форма предельного цикла (рис. 18, 19). При дальнейшем увеличении натяжения уже при значении  $K = 5,1$  колебательная система становится апериодической. Вибропрелемешения как правой, так и левой клети практически не совершают колебаний (рис. 20, 22). На виброскорости можно заметить затухающие колебания. Предельный цикл вырождается в точку (рис. 21, 23).

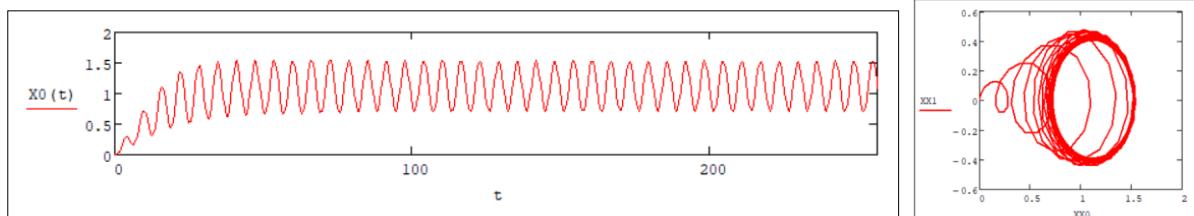


Рис. 18. Правая клеть. Вибропрелемешение. Предельный цикл  
Fig. 18. The right cage. Vibration displacement. Limit cycle

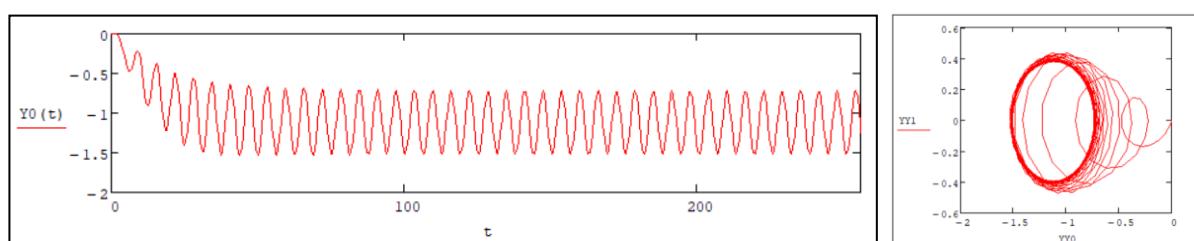


Рис. 19. Левая клеть. Вибропрелемешение. Предельный цикл  
Fig. 19. The left box. Vibration displacement. Limit cycle

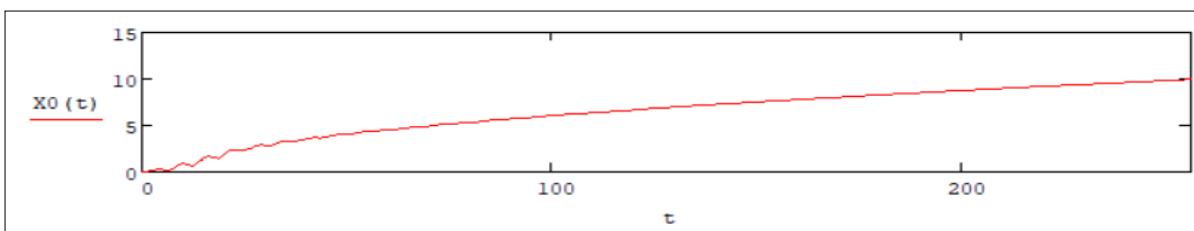


Рис. 20. Правая клеть. Вибропрелемешение  
Fig. 20. Right cage. Vibration. Displacement

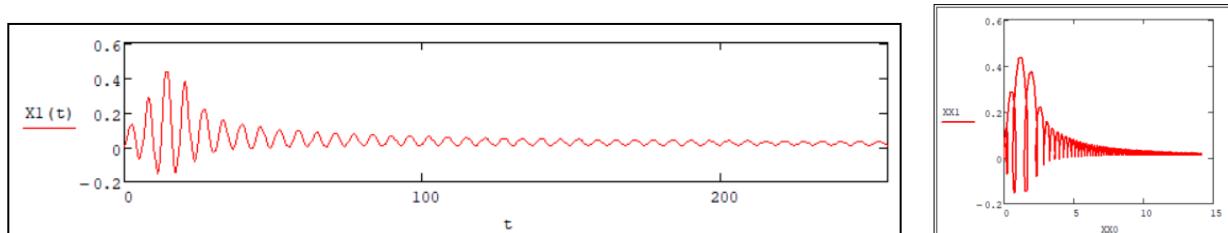


Рис. 21. Правая клеть. Виброскорость. Предельный цикл  
Fig. 21. The right box. Vibration velocity. Limit cycle

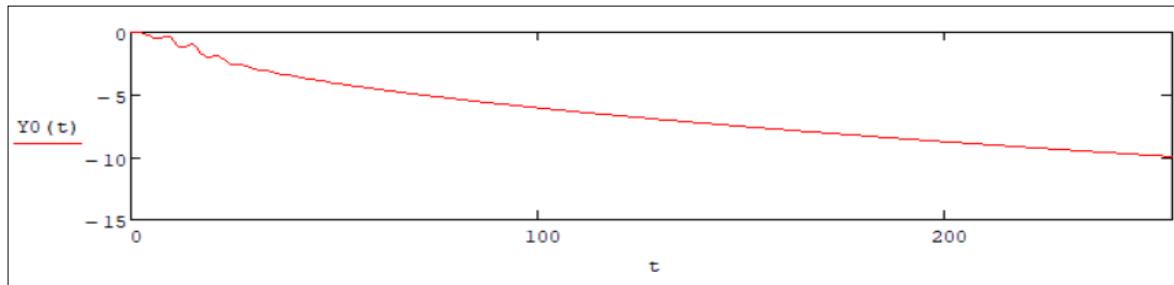


Рис. 22. Левая клеть. Вибропрелемешение  
Fig. 22. The left cell. Vibration displacement

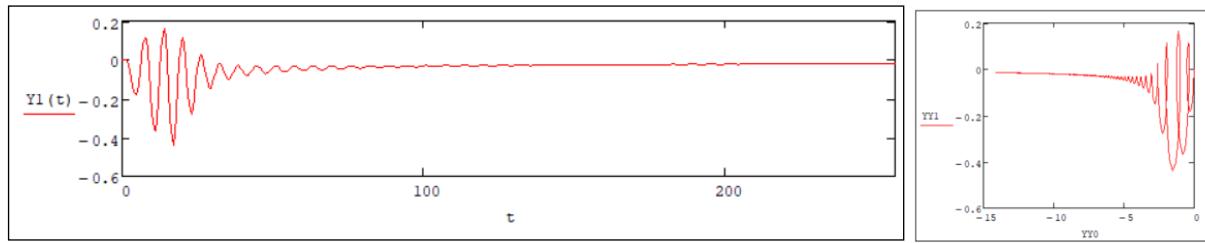


Рис. 23. Левая клеть. Виброскорость. Пределочный цикл  
Fig. 23. The Left Box. Vibration velocity. The limit cycle

### Заключение

1. Возникновение автоколебаний осцилляторов происходит под действием ненулевых начальных условий либо внешнего воздействия. В качестве внешнего воздействия могут выступать силы, генерируемые рабочими валками при прокате полосы металла. Независимо от частоты возмущения частота автоколебаний соответствует собственной частоте осциллятора.

2. Влияние прокатываемой полосы на условия возникновения автоколебаний проведено в широком диапазоне изменения сил натяжения. При нулевых начальных условиях и отсутствии внешних гармонических сил автоколебательная система находится в покое. Задавая начальное отклонение, мы получаем классическую бифуркацию рождения предельного цикла. Амплитуда предельного цикла определяется не начальными условиями, а соотношением возбуждающих и демпфирующих сил.

3. При увеличении натяжения от нуля до некоторой критической величины амплитуда плавно растет на разматывателе и снижается на клети стана. При дальнейшем увеличении натяжения осцилляторы, стан и разматыватель совершают колебания с одинаковой амплитудой. При внешнем воздействии гармонической силой, формируемой клетью стана, автоколебания происходят с установленнымся предельным циклом.

4. При достижении критического уровня натяжения система двух осцилляторов, соединенная упругой связью, превращается в апериодическую систему. При работе прокатного стана реальное натяжение может изменяться в пределах от 100 до 170 кН. Максимальный уровень натяжения не превышает 220 кН. Изменяя уровень натяжения, можно предположить возможность стабилизации вибрационного состояния прокатного стана.

### Список литературы

1. Автоколебания в стане холодной прокатки / Г.Э. Аркулис, З.М. Шварцман и др. // Сталь 1972. № 8. С. 727–728.
2. Исследование причин возникновения колебаний в клетях непрерывных прокатных станов / Э.А. Гарбер, В.П. Наумченко и др. // Производство проката. 2003. № 1. С. 10–12.
3. Characteristic recognition of chatter mark vibration in a rolling mill based on non-dimensional parameters of the vibration signal / Shao Yimin, De Xiao, Yuan Yilin, K. Mechefske Chris, Chen // Journal of Mechanical Science and Technology. 2014. Vol. 28(6). P. 2075–2080. DOI: 10.1007/s12206-014-0106-6
4. Система обнаружения признаков развития «чаттера» и своевременной коррекции технологического режима непрерывной холодной прокатки полос / И.Ю. Приходько, П.В. Крот, Е.А. Парсенюк и др. // Труды VII Конгресса прокатчиков. Москва, 2007. Т. 1. С. 115–123.
5. Niroomand M.R., Forouzan M.R., Salimi M. Theoretical and experimental analysis of chatter in tandem cold rolling mills based on wave propagation theory // [J]. ISIJ Int. 2015. Vol. 55(3). P. 637–646. DOI: 10.2355/isijinternational.55.637
6. Kozhevnikova A.V., Yusupovb V.S. Methodology of Designing Cold Rolling Technology Preventing Vibrations on Rolling Mills // Steel in Translation. 2021. Vol. 51, no. 5. P. 330–334. DOI: 10.3103/S0967091221050065
7. High-speed rolling by hybrid-lubrication system in tandem cold rolling mills / Y. Kimura, N. Fujita, Y. Matsubara et al. // J. Mater Process Technol. 2015. Vol. 21(6). P. 357–368. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2014.10.002

8. Vibration characteristics of multi-parametric excitations and multi-frequency external excitations of rolling mill under entry thickness fluctuation of strip / T. Xu, D.X. Hou, Z.N. Sun, D.W. Guo // J. Iron Steel Res. 2020. Vol. 27(5). P. 517–527. DOI: 10.1007/s42243-020-00404-1
9. Heidari A., Forouzan R., Akbarzadeh S. Development of a Rolling Chatter Model Considering Unsteady Lubrication // ISIJ International. 2014. Vol. 54, no. 1. P. 165–170.
10. Characteristic recognition of chatter mark vibration in a rolling mill based on the non-dimensional parameters of the vibration signal / Y. Shao, X. Deng, Y. Yuan et al. // J Mech Sci Technol. 2014. Vol. 28(6). P. 2075–2080. DOI: 10.1007/s12206-014-0106-6
11. Amer Y.A., El-Sayed A.T., El-Bahrawy F.T. Torsional vibration reduction for rolling mill's main drive system via negative velocity feedback under parametric excitation // J. Mech. Sci. Technol. 2015. Vol. 29(4). P. 1581–1589. DOI: 10.1007/s12206-015-0330-8
12. Guo R.M., Urso A.C., Schunk J.H. Analysis of chatter vibration phenomena of rolling mills using finite element methods // Iron & Steel Technology. 1993. Vol. 70 (1). P. 29–39.
13. Heidari A., Forouzan M.R., Akbarzadeh S. Effect of Friction on Tandem Cold Rolling Mills Chattering // ISIJ International. 2014. Vol. 54(10). P. 2349–2356. DOI: 10.1007/s42243-020-00404-1
14. Анищенко В.С., Николаев С.М., Кортис Ю. Механизмы синхронизации резонансного предельного цикла на двухмерном роторе // Нелинейная динамика. 2008. Т. 4, № 1. С. 39–56.
15. Анищенко В.С., Николаев С.М. Синхронизация квазипериодических колебаний с двумя частотами // Изв. вузов «ПНД». 2008. Т. 16, № 2. С. 39–56.
16. Численное и экспериментальное исследование внешней синхронизации двухчастотных колебаний / В.С. Анищенко, С.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.В.Феоктистов // Нелинейная динамика. 2009. Т. 5, № 2. С. 237–252.
17. Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Тюрюкина Л.В. Синхронизация и многочастотные колебания в цепочке фазовых осцилляторов // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6, № 4. С. 693–717.
18. Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Тюрюкина Л.В. Синхронизация квазипериодических колебаний связанных фазовых осцилляторов // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, № 10. С. 73–80.
19. Тюрюкина Л.В. Динамика системы Рабиновича – Фабриканта и ее обобщенной модели в случае отрицательных значений параметров, имеющих смысл коэффициентов диссипации // Известия вузов. ПНД. 2022. Т. 30, № 6. С. 685–701. DOI: 10.18500/0869-6632-003015.
20. Кузнецов А.П., Седова Ю.В. Динамика связанных квазипериодического генератора и системы Ресслера // Письма в ЖТФ. 2023. Т. 49, вып. 2. DOI: 10.21883/PJTF.2023.02.54280.19289
21. B. van der Pol. On “relaxation-oscillations” // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1926. No. 7 (2). P. 978–992.
22. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 568 с.

### References

1. Arkulis G.E., Shvartsman Z.M. et al. Self-oscillations in a cold rolling mill. *Steel*, 1972, no. 8, pp. 727–728. (In Russ.)
2. Garber E.A., Naumchenko V.P. et al. Investigation of the causes of vibrations in the cages of continuous rolling mills. *Production of rolled products*, 2003, no. 1, pp. 10–12. (In Russ.)
3. Yimin Shao, Xiao De, Yilin Yuan, Mechefske K., Chen Chris Characteristic recognition of chatter mark vibration in a rolling mill based on non-dimensional parameters of the vibration signal. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2014, vol. 28(6), pp. 2075–2080. DOI: 10.1007/s12206-014-0106-6
4. Prikhodko I.Y., Krot P.V., Parsenyuk E.A., Chernov P.P., Pimenov V.A., Tsukanov Yu.A., Prikhodko I.Y. System for detecting signs of “chatter” development and timely correction of the technological mode of continuous cold rolling of strips. *Proceedings of the VII Congress of Distributors, Moscow*, 2007, vol. 1, pp. 115–123. (In Russ.)
5. Niroomand M.R., Forouzan M.R., Salimi M. Theoretical and experimental analysis of chatter in tandem cold rolling mills based on wave propagation theory. [J]. *ISIJ Int.*, 2015, vol. 55(3), pp. 637–646. DOI: 10.2355/isijinternational.55.637
6. Kozhevnikova A.V., Yusupov V.S. Methodology of Designing Cold Rolling Technology Preventing Vibrations on Rolling Mills. *Steel in Translation*, 2021, vol. 51, no. 5, pp. 330–334. DOI: 10.3103/S0967091221050065

7. Kimura Y., Fujita N., Matsubara Y., Kobayashi K., Amanuma Y., Yoshioka O., Sodani Y. High-speed rolling by hybrid-lubrication system in tandem cold rolling mills. *J. Mater Process Technol.*, 2015, vol. 21(6), pp. 357–368. DOI: 10.1016/j.jmatprot.2014.10.002
8. XuT., Hou D.X., Sun Z.N., Guo D.W. Vibration characteristics of multi-parametric excitations and multi-frequency external excitations of rolling mill under entry thickness fluctuation of strip. *J. Iron Steel Res.*, 2020, vol. 27(5), pp. 517–527. DOI: 10.1007/s42243-020-00404-1
9. Heidari A., Forozan M.R., Akbarzadeh S. Development of a Rolling Chatter Model Considering Unsteady Lubrication. *ISIJ International*, 2014, vol. 54, no. 1, pp. 165–170.
10. Shao Y., Deng X., Yuan Y., Mechefske CK., Chen Z. Characteristic recognition of chatter mark vibration in a rolling mill based on the non-dimensional parameters of the vibration signal. *J Mech Sci Technol.*, 2014, vol. 28(6), pp. 2075–2080. DOI: 10.1007/s12206-014-0106-6
11. Amer Y.A., El-Sayed A.T., El-Bahrawy F.T. Torsional vibration reduction for rolling mill's main drive system via negative velocity feedback under parametric excitation. *J. Mech. Sci. Technol.*, 2015, vol. 29(4), pp. 1581–1589. DOI: 10.1007/s12206-015-0330-8
12. Guo R.M., Urso A.C., Schunk J.H. Analysis of chatter vibration phenomena of rolling mills using finite element methods. *Iron & Steel Technology*, 1993, vol. 70 (1), pp. 29–39.
13. Heidari A., Forouzan M.R., Akbarzadeh S. Effect of Friction on Tandem Cold Rolling Mills Chattering. *ISIJ International*, 2014, vol. 54(10), pp. 2349–2356. DOI: 10.1007/s42243-020-00404-1
14. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M., Kortis Y. Mechanisms of synchronization of the resonant limit cycle on a two-dimensional rotor. *Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 4, no. 1, pp. 39–56. (In Russ.)
15. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M. Synchronization of quasi-periodic oscillations with two frequencies. *News of Universities “Applied nonlinear dynamics”*, 2008, vol. 16, no. 2, pp. 39–56. (In Russ.)
16. Anishchenko V.S., Astakhov S.V., Vadivasova T.E., Feoktistov A.V. Numerical and experimental study of external synchronization of two-frequency oscillations. *Nonlinear Dynamics*, 2009, vol. 5, no. 2, pp. 237–252. (In Russ.)
17. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Tyuryukina L.V. Synchronization and multifrequency oscillations in a chain of phase oscillators. *Nonlinear Dynamics*, 2010, vol. 6, no. 4, pp. 693–717. (In Russ.)
18. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Tyuryukina L.V. Synchronization of quasiperiodic oscillations of coupled phase oscillators. *Letters to the Journal of Technical Physics*, 2010, vol. 36, no. 10, pp. 73–80. (In Russ.)
19. Tyuryukina L.V. Dynamics of the Rabinovich – Fabricant system and its generalized model in the case of negative parameter values that have the meaning of dissipation coefficients. *News of universities. Applied nonlinear dynamics*, 2022, vol. 30, no. 6, pp. 685–701. (In Russ.) DOI: 10.18500/0869-6632-003015
20. Kuznetsov A.P., Sedova Yu.V. Dynamics of Coupled Quasiperiodic Oscillator and Roessler System. *Letters to the Journal of Technical Physics*, 2023, vol. 49, iss. 2. (In Russ.) DOI: 10.21883/PJTF.2023.02.54280.19289
21. B. van der Pol. On “relaxation-oscillations”. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1926, no. 7 (2), pp. 978–992..
22. Andronov A.A., Witt A.A., Khaikin S.E. *Teoriya kolebaniy* [Theory of Oscillations]. Moscow, 1981. 568 p.

### Информация об авторах

**Комаров Алексей Валерьевич**, начальник ремонтного управления, ООО «ВИЗ-Сталь», Екатеринбург, Россия; Komarov\_av@nlmk.com

**Большеков Иван Георгиевич**, начальник отдела АСУ ТП, ООО «ВИЗ-Сталь», Екатеринбург, Россия; bolshekov\_ig@nlmk.com

**Васильев Виталий Альбертович**, кандидат технических наук, заместитель директора, ООО НТЦ «СИГМА», Челябинск, Россия; vasilyev\_va@list.ru

**Чернявский Александр Олегович**, доктор технических наук, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; a.o.cher@mail.ru

**Иванов Анатолий Иванович**, научный сотрудник, ООО НТЦ «СИГМА», Челябинск, Россия; ivanovanat88@gmail.com

***Information about the authors***

**Alexey V. Komarov** Head of the Repair Department, VIS Steel LLC, Yekaterinburg, Russia;  
Komarov\_av@nlmk.com

**Ivan G. Bolshekow**, Head of the Automated Control System Department, VIS Steel LLC, Yekaterinburg, Russia; bolshekow\_ig@nlmk.com

**Vitaly A. Vasiliev**, Candidate of Technical Sciences, Deputy Director, SIGMA Scientific and Technical Center, Chelyabinsk, Russia; vasilyev\_va@list.ru

**Alexander O. Chernyavsky**, Doctor of Technical Sciences, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; a.o.cher@mail.ru

**Anatoly I. Ivanov**, Researcher, SIGMA Scientific and Technical Center, Chelyabinsk, Russia; ivanovanat88@gmail.com

***Статья поступила в редакцию 03.09.2025; принята к публикации 04.09.2025.***

***The article was submitted 03.09.2025; accepted for publication 04.09.2025.***