

## МЕТОДИКА ПОДБОРА СТАНДАРТНОЙ ДИСКОВОЙ МОДУЛЬНОЙ ФРЕЗЫ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ В РЕМОНТНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ КОСОЗУБОГО КОЛЕСА

**И.А. Щуров**, *shchurovia@susu.ru*, <https://orcid.org/0000-0003-4254-6354>

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия*

**Аннотация.** В ремонтном производстве для изготовления модульных колес применяется зубофрезерование дисковыми фрезами на универсальных горизонтально-фрезерных станках. В случае производства прямозубых колес в зависимости от числа их зубьев используются фрезы заданного в ОСТ2 И 41-14-87 номера из выбранного стандартного набора фрез. В случае фрезерования косозубых колес требуются фрезы со специальным профилем, расчет которого выполняется в два этапа. На первом этапе реализуется решение прямой задачи расчета данного профиля аналитическим методом или с применением современных CAD-программ. На втором этапе выполняется решение проверочной задачи, связанной с нахождением профиля зубчатого колеса, который будет сформирован спроектированной фрезой. Поскольку профиль фрезы относится к классу выпукло-вогнутых профилей, решение такой задачи с использованием современных CAD-программ все еще является проблематичным. Одним из способов решения этой задачи остается традиционный аналитический подход, при этом его реализация на практике легко осуществима для фрез с профилем, аппроксимированным отрезками прямых линий. Именно такой подход был реализован в настоящем исследовании, которое показало, что при решении прямой задачи в программе Solidworks получаемый профиль колеса практически полностью совпадает с его исходным профилем. Вторым этапом данного исследования было изучение возможности применения стандартных модульных фрез с отличающимися от требуемых по указанному стандарту номерами. Практическая целесообразность такого подхода заключается в использовании дешевых стандартных фрез, предназначенных для описанных в указанном стандарте случаев обработки прямозубых колес применительно к случаям фрезерования косозубых колес. Выполненный пример расчета для случая колеса с 34 зубьями, модулем 4,5 мм, углом наклона зубьев 29 градусов показал, что применение фрезы с номером 8 дает на вершине зуба максимальное отклонение вышеуказанных профилей в пределах 117 мкм. Подточка в ремонтном производстве стандартной фрезы на указанную величину обычно не вызывает трудностей, что позволит получить колесо требуемой точности с практически отвечающим чертежу профилем зуба или заготовку под последующую чистовую операцию.

**Ключевые слова:** зубофрезерование, дисковая модульная фреза, косозубое колесо, проверочная задача профилирования, аппроксимация, CAD, Solidworks

**Для цитирования:** Щуров И.А. Методика подбора стандартной дисковой модульной фрезы для изготовления в ремонтном производстве косозубого колеса // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2024. Т. 24, № 4. С. 74–87. DOI: 10.14529/engin240406

## PROCEDURE FOR SELECTING A STANDARD DISK MODULAR CUTTER FOR MANUFACTURING A HELICAL GEAR IN A REPAIR SHOP

I.A. Shchurov, shchurovia@susu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4254-6354>

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

**Abstract.** Gear milling using universal horizontal milling machines is applied in repair shops to manufacture module gear disk milling cutters. In the case of spur gears production, depending on the number of their teeth, cutters of the number specified in OST2 I 41-14-87 (from the standard set of cutters) are used. In the case of helical gears milling, cutters with a special profile are required. In this case, profile calculation is carried out in two stages. At the first stage, direct problem solution – calculation of the specified profile is implemented using an analytical method or modern CAD programs. At the second stage, verification problem – calculation of the gear wheel profile that will be formed by the designed cutter is executed. Since cutter profile belongs to the class of convex-concave profiles, it is difficult to solve this problem using modern CAD programs. One of the ways to solve this problem is traditional analytical approach, and its implementation in practice is easily feasible for cutters with a profile approximated by straight line segments. This approach is described in the presented study. It is showed that when solving a direct problem using the Solidworks program, the resulting wheel profile almost completely coincides with its original profile. The second stage of this study was to examine the possibility of using standard cutters with numbers different from those required by the specified standard. The practical expediency of this approach lies in the use of inexpensive standard cutters, designed for the cases of spur gear machining described in the specified standard, in relation to other cases of helical gear milling. The calculation example performed for the case of the wheel with 34 teeth, module of 4.5 mm, and a tooth inclination angle of 29 degrees showed that the use of the cutter with a number 8 gives a maximum deviation of the above-mentioned profiles within 117 mkm at the tooth tip. Grinding a standard milling cutter to the specified value in repair shop usually does not cause any difficulties, which will allow obtaining a wheel of the required accuracy with tooth profile that practically corresponds to the drawing or a workpiece for finishing operation.

**Keywords:** gear milling, disk modular cutter, helical gear, profiling test problem, approximation, CAD, Solidworks

**For citation:** Shchurov I.A. Procedure for selecting a standard disk modular cutter for manufacturing a helical gear in a repair shop. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2024;24(4):74–87. (In Russ.) DOI: 10.14529/engin240406

### Введение

Известной тенденцией машиностроительного производства последних десятилетий является повсеместное снижение серийности. Разрыв традиционных связей в поставках комплектующих деталей для зарубежной техники обуславливает дополнительный рост ремонтного мелкосерийного производства. Эта общая тенденция затронула и производство зубчатых колес на универсальных зубофрезерных или горизонтально-фрезерных станках. Однако если для изготовления прямозубых колес достаточно приобретения стандартных червячных или дисковых фрез, то в случае изготовления косозубых колес необходимо уже применение специальных фрез. Такие фрезы могут иметь конструктивные параметры и параметры лезвий, отвечающие существующим стандартам, однако профиль данных фрез каждый раз индивидуален и необходимо его рассчитывать и реализовывать в этих инструментах применительно к каждому конкретному случаю обработки. Расчет такого профиля представляет собой типовую задачу профилирования инструментов, которая обычно включает в себя два этапа: решение прямой задачи – расчета требуемого профиля фрезы и решение обратной (проверочной) задачи – расчета профиля зубчатого колеса, образуемого спроектированной фрезой с последующим сравнением этого получаемого профиля с исходным, заданным чертежом [1]. Возможные отклонения могут быть приемлемыми для колес невысокой точности, или полученное колесо может быть заготовкой для последующей чистовой операции, включая зубошевингование или зубошлифование.

Одним из вопросов производства зубчатых колес является обеспечение его приемлемой рентабельности. Этот вопрос в числе прочего зависит от используемого станочного оборудования и используемого инструмента. В ремонтном производстве широкое распространение получили универсальные горизонтально-фрезерные станки. На данных станках с поворотными столами (например, 6М82, ГФС-1700Ф1, STALEX X6140 и др.) можно нарезать как прямозубые, так и косозубые колеса. Обработка ведется с использованием делительных головок и гитары сменных шестерен, при этом фрезерование каждого зуба выполняется последовательно по отдельности. Если прямозубые колеса обрабатываются по методу копирования и осевой профиль исходной инструментальной поверхности (ИИП) фрезы полностью совпадает с радиальным профилем впадины зубчатого колеса (номинальной поверхности детали – НПД), то обработка косозубых колес сопровождается явлением огибания. Как известно, в этом случае профиль ИИП фрезы ни в одном из ее сечений никогда не совпадает ни с одним из профилей впадины зубчатого колеса – НПД. В этом случае необходимым элементом производства является решение вышеуказанной задачи профилирования, результатом которого является получение инструмента с лекальным профилем режущей кромки. Если первый этап решения этой задачи очевиден – расчет собственно лекального профиля фрезы, то второй этап – проверочный расчет – может применяться как для верификации получаемого профиля (исключение влияния различных условий соприкосновения ИИП и НПД) [2], так и подбора более технологичного инструмента. Технологичность такого инструмента обусловлена простотой выполнения профиля его ИИП. Как известно, наиболее технологичными являются прямолинейный профиль, а также профили, очерченные дугами окружностей, и профили, получаемые прямолинейным и вращательным движениями рабочих органов станков: архимедова спираль, циклоида, эвольвента окружности и т. д. Выполнением условий обеспечения низкой себестоимости изготавливаемых колес будет и применение более сложных, но вместе с тем стандартных инструментов, серийно изготавливаемых инструментальными заводами, в частности, стандартных дисковых и червячных модульных фрез. В этом случае решение обратной задачи для возможного применения перечисленных инструментов также является целесообразным и требует своего рассмотрения для условий ремонтного производства.

Известно, что выбор стандартной дисковой модульной фрезы при обработке прямозубых колес зависит от числа их зубьев. Такими стандартами, как ГОСТ 13838-68 «Фрезы дисковые зуборезные мелко модульные. Технические условия» и ОСТ2 И 41-14-87 «Фрезы дисковые зуборезные модульные. Технические условия» определены два набора фрез, наборы из 8 и из 15 номеров. В частности, последним из перечисленных стандартов определено, что для прямозубого колеса, например, с модулем 4,5 мм и числом зубьев 34, рекомендуется фреза с номером 5. Для такого же колеса с числом зубьев более 135 рекомендуется фреза с номером 8. Данная особенность выбора обусловлена тем обстоятельством, что колесо с большим радиусом кривизны его делительной окружности имеет более узкую впадину у вершины зубьев. Такое же изменение размеров впадины возможно при малом диаметре колеса, но при одновременном увеличении угла наклона винтовой линии данного косозубого колеса. Все это дает основание предположить, что фреза одного номера для заданного прямозубого колеса может найти применение для другого колеса, но уже с наклонными зубьями. Решение обратной задачи в таком случае может подтвердить или опровергнуть указанную гипотезу.

Еще более широкие возможности подбора фрез обусловлены их производством различными инструментальными заводами. В частности, дисковые модульные фрезы широкого диапазона размеров производит известная компания Vargus [3]. Дополнительным достоинством таких фрез является их сборная конструкция. В таком случае режущие пластины могут быть извлечены из корпуса инструмента и переточены отдельно в удобном для этого приспособлении на любом универсальном заточном станке с соответствующим простым приспособлением.

Один из примеров использования дисковых модульных фрез в ремонтном производстве прямозубых колес нашел отражение в публикации специалистов из Липецкого государственного технического университета [4]. В работе приводится методика расчета профиля фрез с использованием компьютерной программы MS Excel и даются рекомендации по использованию дисковых фрез с механическим креплением сменных пластин. Аналогичная идея применения инструментов, работающих по методу копирования, дана в аналогичной публикации специалистов из Тульского государственного университета [5]. В работе отмечается, что дисковые модульные фрезы

дают преимущества по сравнению с червячными фрезами при изготовлении колес с 35...40 зубьями, при этом применение сборных фрез со сменными твердосплавными пластинами целесообразно и для колес с меньшим числом зубьев. Целесообразность использования дисковых фрез для обработки зубчатых колес подтверждается и в зарубежных публикациях последних лет [6, 7]. Однако в таких публикациях вопрос проектирования и профилирования рассматривается только применительно к прямозубым колесам. Отдельного внимания заслуживает применение простых по форме одноугловых фрез для обработки косозубых модульных колес [8]. В этом случае обработка каждой впадины выполняется построчно на станке с ЧПУ по аналогии с обработкой концевой фрезой фасонных поверхностей. Вместе с тем траектория движения одноугловой фрезы на каждом рабочем ходе такая же простая, как и при фрезеровании дисковой модульной фрезой, то есть по винтовой линии, что может быть реализовано и на обычном горизонтально-фрезерном станке с периодической переустановкой фрезы по заданным координатам в радиальной плоскости зубчатого колеса. По-видимому, такой подход как некоторый компромисс требует своего дальнейшего отдельного изучения.

### 1. Анализ литературы, цель исследования, актуальность, методологические вопросы

Приведенный краткий обзор показал целесообразность и направленность данного исследования. **Целью данного исследования** является разработка методики подбора серийно производимых на инструментальных заводах дисковых модульных фрез для изготовления в условиях ремонтного производства косозубых колес путем решения прямой и обратной задач профилирования указанных инструментов на основе применения CAD-программ типа Solidworks и применения традиционных аналитических подходов. **Актуальность** предлагаемого исследования обусловлена необходимостью поиска наиболее рентабельных приемов фрезерования косозубых модульных колес дисковыми фрезами в условиях ремонтного производства. Для достижения указанной цели на первом этапе исследования необходимо произвести **анализ доступной научной литературы**. Прежде всего следует отметить, что решение прямой задачи для указанных условий ремонтного производства можно выполнить с использованием типовых CAD-программ типа Solidworks, оснащенных достаточно продвинутыми и устойчивыми в вычислительном плане геометрическими ядрами (Geometric Modeling Kernel). Ранее автором было опубликовано подобное решение [9]. Его результатом является получение профиля осевого сечения ИИП фрезы, который совпадает с профилем режущей кромки, если передний угол имеет величину, равную нулю. Данный профиль является лекальной линией и с учетом заданной точности зубчатого колеса может быть аппроксимирован дугами окружностей или отрезками прямых линий. В указанной публикации также было показано, что попытка решения проверочной задачи с использованием CAD-моделирования в настоящее время оказалось неудачной. Причиной этого является ограничение, например, в программе Solidworks, на форму профиля тела, протягиваемого по заданной кривой линии. Такое ограничение связано с требованием применения только выпуклого профиля, тогда как имеющийся профиль дисковой фрезы относится к категории выпукло-вогнутых профилей и его протягивание или мультиплицирование по спирали вызывает отказ в работе данной компьютерной программы. В качестве одного из способов точного решения указанной задачи рассматривался и метод дискретного твердотельного моделирования. Однако данный метод требует разработки соответствующих сложных компьютерных программ, в основе которых численные решения, что не всегда доступно технологам производственных предприятий, особенно предприятий ремонтного профиля. В связи с этим представляется целесообразным использование традиционных аналитических методов расчета, которые не требуют сложных вычислений и сложного программирования и могут быть реализованы с использованием электронных таблиц в программах типа MS Excel.

Аналитическим методам профилирования дисковых инструментов, работающих по методу огибания, посвящено множество публикаций. Наиболее системное изложение теории профилирования режущих инструментов приведено в ряде известных монографий периода предыдущих десятилетий [10–15]. В данных работах приведены фундаментальные зависимости для обобщенных случаев, однако частные зависимости применительно к требуемому рассматриваемому случаю, аналогичные приведенным, например, в работе Ю.В. Цвиса [16], в указанных монографиях обнаружить не удалось. В последней работе профилирование дисковых модульных фрез для нарезания косозубых колес не рассматривается [16]. Данная задача раскрывается в другой подоб-

ной работе [17]. В этой работе отмечается, что: «...ось фрезы может быть расположена под любым углом к оси заготовки, но обычно угол скрещивания осей принимается равным  $90 - \beta$  ( $\beta$  – угол наклона витка)». Кроме того, в работе отмечается, что ось симметрии фрезы (лежит в ее радиальном сечении) в начальный момент времени совпадает с осью симметрии обрабатываемой впадины между выбранными двумя зубьями в торцевом сечении колеса. Предложенная методика расчета профиля фрезы является достаточно простой, используется всего шесть формул, однако, одна из таких формул является трансцендентным уравнением относительно угла, который наряду с другими слагаемыми является аргументом тригонометрических функций и при этом одновременно выражен свободным слагаемым вне этих функций. Решение упомянутого трансцендентного уравнения представляет собой, с одной стороны, отдельную математическую задачу, которая в работе не представлена, а с другой стороны, вызывает дополнительные трудности с определением истинных и мнимых корней, обусловленных периодичностью данных тригонометрических функций. Таким образом, автоматизация расчетов по данной методике, особенно в электронных таблицах, в настоящее время представляет собой отдельную проблему.

Вопросам профилирования дисковых инструментов для обработки винтовых поверхностей посвящена еще одна из известных монографий [18]. Однако и здесь требуемые расчеты содержат трансцендентное уравнение с тригонометрическими функциями. В отличие от предыдущей работы в данной монографии приведен и сам метод решения требуемого трансцендентного уравнения. Данное решение изложено на 5 страницах издания. Реализация такой методики расчета в электронных таблицах для целей ее использования в ремонтном производстве также является проблематичной.

Несмотря на детальное изучение вопросов профилирования дисковых инструментов для обработки винтовых поверхностей и системное отражение этих вопросов в вышеуказанных монографиях, в настоящее время все еще появляются публикации с частными аналогичными решениями. Часть таких исследований включает в себя решения с использованием трансцендентных уравнений с тригонометрическими функциями [19, 20]. Вместе с тем появляются и решения без таких уравнений и без расчета огибающей семейства НПД в прямой задаче или ИИП в обратной задаче [21]. Подобные решения основаны на использовании условия касания кривых – сечения НПД или ИИП с соответствующим сечением второго элемента технологической системы. В частности, для случая обработки дисковым инструментом в ряде известных работ такой метод был назван методом профилирующих окружностей [22, 23]. Условие касания профилей вместо традиционно принятого условия касания поверхностей требует еще своего дальнейшего изучения, поскольку наряду с требованием существования ИИП существуют еще четыре условия правильного формообразования, часть которых связана с величинами кривизны поверхностей в точке их контакта [10]. Можно предположить, что замена условия касания поверхностей касанием их профилей в части поверхности вращения ИИП представляется очевидной заменой, в то время как такое же касание у винтовой поверхности, вероятно, в некоторых случаях может привести к неожиданным результатам и, как следствие, к получению некачественных деталей.

В связи с развитием компьютерной графики в инженерных приложениях, появлением серии программ, отнесенных к категории CAD и CAM, математический аппарат которых является достаточно развитым, применение ее в решении задач формообразования становится все более популярным. В частности, САМ-программы по существу и являются программами решения задач формообразования пока еще инструментами с тривиальными ИИП (сферами, плоскостями, в редких случаях для скруглений тороидальными поверхностями). Часть публикаций, связанных с применением CAD в рассматриваемой задаче, была приведена в ранее процитированной нами статье [9]. Дополнительно можно также назвать работы, связанные с моделированием самой фрезы, в частности, ее затылованием по архимедовой спирали [24]. Комплексное описание данный подход получил в известной монографии 2021 года [25]. Однако, как было показано ранее, решение обратной задачи с использованием известной CAD-программы в настоящее время пока не удалось реализовать [9]. Еще одной особенностью перечисленных публикаций является их направленность в основном на решение прямой задачи. Решение же обратной задачи или не встречается, или затрагивается незначительно.

Таким образом, *вопрос аналитического решения обратной задачи профилирования дисковых модульных фрез для обработки косозубых колес с условием касания ИИП и НПД и без использо-*

вания трансцендентного уравнения остается актуальным и целесообразным для проектирования этих фрез и их использования в условиях ремонтного производства.

**Постановка проблемы и формулирование гипотезы.** В связи с перечисленными выше тезисами возникает необходимость разработки новой или подбора имеющейся методики решения проверочной задачи профилирования дисковых модульных фрез для обработки косозубых колес. Такая методика должна позволять находить решения без использования трансцендентного уравнения, позволять решать задачу для любого профиля колеса, заданного множеством точек, и для любого профиля ИИП, также заданного множеством точек. Такая методика должна позволять подбирать среди имеющихся стандартных или изготавливаемых серийно на инструментальных заводах дисковых фрез наиболее подходящие для получения профиля впадины зубчатого венца детали. Одним из вариантов решения данной задачи является использование методик профилирования для дисковых инструментов с коническими образующими ИИП. В этом случае лекальный профиль фрезы можно аппроксимировать множеством отрезков прямых линий. Степень приближения такого профиля к заданному будет определяться лишь числом точек аппроксимации, сами же уравнения и их реализация в программах типа MS Excel будут тривиальными.

**Методология исследования.** Для решения поставленной проверочной задачи предлагается использовать теорию профилирования дисковых инструментов для обработки винтовых поверхностей. Решение прямой задачи остается прежним – использование CAD-программ типа Solidworks. Подбор дискового инструмента среди имеющихся будет основываться на минимизации максимальной величины отклонения получаемого такой фрезой профиля зубчатого колеса от исходного, заданного чертежом детали.

**Структура работы.** Первоначально будет решена проверочная задача, основанная на условии контакта ИИП и НПД и при условии отсутствия трансцендентных уравнений. Далее на примере конкретного зубчатого колеса будет показана сама методика расчета и подбора инструмента. Затем будет произведена оценка отклонений получаемого профиля колеса от заданного чертежом и даны практические рекомендации.

## 2. Методика решения обратной (проверочной) задачи обработки заданной дисковой модульной фрезой требуемого косозубого колеса

Приведенный выше обзор литературных источников позволил выявить методику расчета профиля винтовой поверхности, формируемой дисковой фрезой с конической исходной инструментальной поверхностью [2]. Применение методики для случая криволинейной поверхности дисковой модульной фрезы не очевидно, поскольку при замене криволинейного профиля множеством прямолинейных участков остается открытым вопрос касания ИИП и НПД в точках соединения таких смежных участков. Компромисс данного подхода представляется возможным, если принять во внимание два обстоятельства. Во-первых, применение теории профилирующих окружностей показало ее успешную реализацию в ряде случаев, на которых она была продемонстрирована, в частности, при обработке винтовых поверхностей дисковыми инструментами. Во-вторых, при большом числе аппроксимирующих отрезков угол между смежными отрезками будет сравнительно малым. Угол между осью фрезы и каждым из таких смежных отрезков будет практически одинаковым и равным такому же углу между их общим отрезком с крайними точками от первого и второго отрезков. В силу малости длин аппроксимируемых отрезков можно предположить, что профиль ИИП, полученный от каждого из таких отрезков, практически не будет отличаться от профиля, полученного их общим указанным выше отрезком. Это также дает основание предполагать, что вопрос формообразования в точках смежных участков аппроксимации является разрешимым.

С учетом сказанного далее приведем необходимые расчетные зависимости из известной расчетной схемы, которые были несколько видоизменены и дополнены для использования в предлагаемой методике решения рассматриваемой задачи [2]. Для этой задачи имеются следующие исходные данные. Данные для зубчатого колеса (ГОСТ 16532-70):  $d_a$  – диаметр вершин зубьев колеса;  $d$  – делительный диаметр колеса;  $m$  – модуль колеса;  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба колеса;  $c^*$  – коэффициент радиального зазора;  $\Delta u$  – коэффициент уравнивающего смещения у колеса;  $z$  – число зубьев колеса;  $\beta$  – угол наклона зубьев колеса;  $x_2$  – коэффициент смещения исходного контура зубчатого колеса;  $\alpha_t$  – угол профиля косозубого колеса. Исходные

данные для фрезерования:  $\tau$  – угол скрещивания осей колеса и фрезы, принимается равным углу  $\beta$  наклона винтовой линии зуба колеса на его делительном диаметре;  $A$  – расстояние между осями колеса и фрезы;  $x_{0,j}^*, y_{0,j}^*$  и  $x_{0,j+1}^*, y_{0,j+1}^*$  – координаты начальной и конечной точек текущего  $j$ -го отрезка, которыми аппроксимируется лекальный профиль ИИП фрезы ( $j=1 \dots j_{\max}$ ,  $j_{\max}$  – количество точек аппроксимации). Последние координаты задаются в системе координат фрезы и записываются или по ОСТ2 И 41-14-87 в случае подбора фрезы-заменителя или определяются по результатам решения прямой задачи как точки профиля ИИП фрезы в ее осевом сечении [9]. Сама методика расчета включает в себя следующие шаги.

1. Определяется расчетный радиус  $R_0$  окружности колеса, формируемой вершиной зуба фрезы:

$$R_0 = 0,25 \left( d_a - 2m(2h_a^* + c^* - \Delta y) + 2m \left( (z / (2 \cos(\beta)) - (1 - x_2))^2 + ((1 - x_2) \operatorname{ctg}(\alpha_t))^2 \right)^{0.5} \right). \quad (1)$$

2. Рассчитываются координаты вышеуказанных точек фрезы в системе координат колеса (для  $j$  и  $j+1$ ):

$$x_{0,j} = x_{0,j}^*; \quad y_{0,j} = y_{0,j}^* + R_0. \quad (2)$$

3. Параметр винтовой линии зубчатого колеса:

$$P = d \cdot \operatorname{ctg}(\omega). \quad (3)$$

4. Угол наклона текущего  $j$ -го аппроксимирующего отрезка к оси фрезы:

$$\operatorname{tg}(\psi) = (y_{0,j+1} - y_{0,j}) / (x_{0,j+1} - x_{0,j}). \quad (4)$$

5. Координаты промежуточных точек  $i$  на аппроксимирующем отрезке (одна или более для большей точности расчетов):

$$x_{0,i,j} = x_{0,j} + i(x_{0,j} + x_{0,j+1}) / (n+1); \quad y_{0,i,j} = y_{0,j} + i(y_{0,j} + y_{0,j+1}) / (n+1), \quad (5)$$

где  $n$  – количество промежуточных точек на аппроксимирующем отрезке.

6. Первый и второй параметры решения уравнения характеристики для каждой точки:

$$\eta_{i,j,1} = \operatorname{arctg}((A \operatorname{tg}(\tau) + P) / (y_{0,i,j} \operatorname{tg}(\psi) + x_{0,i,j})); \quad \eta_{i,j,2} = \eta_{i,j,1} + \pi. \quad (6)$$

7. Третий параметр характеристики:

$$\xi_{i,j,g} = \arccos((A - P \operatorname{tg}(\tau)) \cdot \operatorname{tg}(\psi) / (y_{0,i,j} \operatorname{tg}(\psi) + x_{0,i,j})) \cos(\eta_{i,j,g}); \quad g = 1, 2. \quad (7)$$

8. Корни уравнения характеристики:

$$\theta_{i,j,g} = \eta_{i,j,g} + \xi_{i,j,g}. \quad (8)$$

9. Координаты точек характеристики в системе координат инструмента:

$$x_{0,i,j,g} = y_{0,i,j} \sin(\theta_{i,j,g}); \quad z_{0,i,j,g} = y_{0,i,j} \cos(\theta_{i,j,g}) - A. \quad (9)$$

10. Угол поворота системы координат инструмента относительно системы колеса при винтовом движении фрезы:

$$\operatorname{tg}(\phi_{i,j,g}) = -z_{0,i,j,g} / (x_{0,i,j,g} \sin(\tau) + y_{0,i,j,g} \cos(\tau)). \quad (10)$$

11. Координаты точек впадины зубчатого колеса, формируемого рассматриваемой фрезой:

$$x_{1,i,j,g} = x_{0,i,j,g} \cos(\tau) - y_{0,i,j,g} \sin(\tau) + P \phi_{i,j,g}; \quad (11)$$

$$z_{1,i,j,g} = (x_{0,i,j,g} \sin(\tau) + y_{0,i,j,g} \cos(\tau)) \cos(\phi_{i,j,g}) - z_{0,i,j,g} \sin(\phi_{i,j,g}). \quad (12)$$

Для сопоставления линии профиля зуба исходного колеса, заданного множеством координат его точек, и полученного множества точек с рассчитанными по формуле (12) координатами последние необходимо пересчитать с использованием общеизвестной матрицы преобразований поворота с углом, равным половине углового шага зубьев колеса. Далее путем сравнения полученных координат можно определить максимальное отклонение рассматриваемых профилей друг от друга и сделать заключение о возможности применения ранее рассчитанной или выбранной из каталогов фрезы.

Задача определения отклонений профилей решается с использованием известных в геометрии уравнений:

$$A_{i,j,g} = z_{1,i,j,g} - z_{1,i+1,j,g}; \quad B_{i,j,g} = x_{1,i,j,g} - x_{1,i+1,j,g}; \quad (13)$$

$$C_{i,j,g} = z_{1,i,j,g} (x_{1,i,j,g} - x_{1,i+1,j,g}) - x_{1,i,j,g} (z_{1,i,j,g} - z_{1,i+1,j,g}); \quad (14)$$

$$d_{i,j,g,k} = |A_{i,j,g} x_k + B_{i,j,g} y_k + C_{i,j,g}| / \sqrt{(A_{i,j,g})^2 + (B_{i,j,g})^2}. \quad (15)$$

Для заданного чертежом профиля зубчатого колеса с его  $k$  точками (их координаты  $x_k$  и  $y_k$ ) и полученного с использованием рассматриваемой фрезы профиля нового зубчатого колеса по всем его аппроксимирующим отрезкам и их точкам производится расчет расстояний от первых точек до указанных отрезков. Поскольку в приведенных расчетах в уравнении характеристики (уравнение приведено в процитированной работе [2]) имеются тригонометрические функции, то часть полученных решений будет являться мнимыми решениями. Такие решения являются верными с математической точки зрения, но неадекватными с точки зрения их реализации в элементах технологической системы. Как правило, профиль одной из половин впадины зубчатого венца дает верные решения, например, для  $g = 1$ , а второй профиль дает верные решения, в таком случае, для  $g = 2$ . Соответственно, в этом случае решения для  $g = 2$  первого профиля и  $g = 1$  второго профиля являются мнимыми решениями. Величины одной из координат мнимых решений, как правило, на порядок больше значений координат истинных решений. Соответственно, при автоматизации расчетов можно использовать соответствующие проверочные неравенства. После выбора истинных решений сравнение всех полученных по формуле (15) расстояний дает максимальную величину, которая и будет считаться максимальным отклонением исходного и получаемого профилей. Такие расчеты для полученной в прямой задаче фрезы позволят проверить ее пригодность для получения заданного колеса. Эти же расчеты, выполненные для различных фрез из имеющегося на предприятии набора, позволят выбрать фрезу, наиболее приемлемую с учетом требований по точности обработки.

### 3. Пример решения проверочной задачи расчета профиля получаемого колеса

В качестве примера предлагается рассмотреть случай получения косозубого колеса с параметрами: модуль  $m = 4,5$  мм; число зубьев  $z = 34$ ; угол наклона винтовой линии  $\beta = 29,65^\circ$  (аналог колеса для дизеля Д50 к электровозу). По ранее опубликованной методике решения прямой задачи с использованием программы Solidworks был получен профиль передней поверхности зуба фрезы с передним углом, равным нулю (рис. 1).

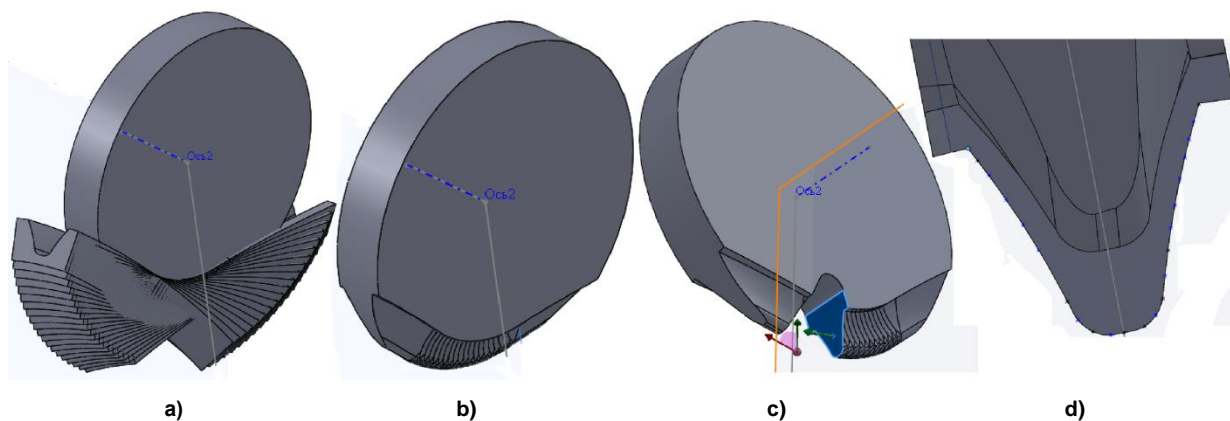


Рис. 1. Профилирование фрезы: а) семейство тел фрагмента колеса, б) часть ИИП фрезы, в) профиль зуба фрезы, г) точки на режущей кромке [9]

Fig. 1. Profiling of a milling cutter: а) family of gear fragment bodies, б) part of the body cutter, в) profile of a cutter tooth, г) points on the cutting edge [9]

Координаты выбранных точек на режущей кромке одного из зубьев фрезы были использованы для расчета по формулам (1)–(12) координат точек торцового профиля формируемой впадины зубчатого колеса (табл. 1).

Расчет расстояний от этих точек до линий зубчатого колеса показал, что максимальное отклонение имеется у третьей точки сверху и составляет 90 мкм. Такая величина представляется значительной, что можно объяснить недостаточно большим числом тел в их семействе при решении прямой задачи [9] или недостаточно большим количеством точек аппроксимации полу-



ченного профиля фрезы. Любое из требуемых названных увеличений потребует большего времени вычислений и их трудоемкости при аппроксимации и решении обратной задачи. Для практического использования прежде всего необходимо решить задачу автоматизации получения точек профиля полученной в CAD-системе режущей кромки фрезы.

Таблица 1  
Координаты точек левого и правого профилей зуба колеса, получаемого заданной дисковой фрезой

Table 1  
Point coordinates of the left and right tooth profiles of the wheel machined with the disk cutter

92,49	-2,12	91,38	-2,70	89,58	-3,48	87,85	-4,12	86,90	-4,43	85,23	-4,88
91,94	-2,41	90,18	-3,24	88,99	-3,72	87,38	-4,28	85,82	-4,74	84,65	-5,01
84,65	5,01	85,82	4,74	87,42	4,26	88,99	3,72	90,18	3,24	91,93	2,42
85,23	4,88	86,98	4,40	87,85	4,12	89,58	3,48	91,38	2,70	92,47	2,13

Для реализации следующего этапа решения поставленной производственной задачи можно воспользоваться полученными решениями и осуществить поиск наиболее подходящей фрезы из имеющегося набора стандартных дисковых модульных фрез по ОСТ2 И 41-14-87. Как было сказано выше, у зубчатых колес с наклонным зубом ширина впадины уменьшается. Предварительная оценка показала, что для выбранного зубчатого колеса может быть использована фреза с номером восемь. Координаты точек для этой фрезы из данного стандарта были использованы в расчетах по формулам (1)–(12). В результате расчетов были получены координаты точек колеса, приведенные в табл. 2.

Таблица 2  
Координаты точек боковых профилей зуба колеса, образуемого стандартной фрезой № 8,  $\tau = 29,65^\circ$

Table 2  
Point coordinates of the side profiles of the wheel tooth formed using a standard cutter No. 8,  $\tau = 29,65^\circ$

92,65	-2,21	89,73	-3,46	86,62	-4,58	84,01	5,35	86,83	4,51	89,94	3,37
92,34	-2,35	89,31	-3,62	86,41	-4,64	84,20	5,30	87,23	4,37	90,15	3,29
92,03	-2,49	89,10	-3,70	86,00	-4,77	84,40	5,24	87,54	4,26	90,57	3,12
91,82	-2,59	88,89	-3,77	85,80	-4,83	84,78	5,13	87,85	4,15	90,78	3,03
91,61	-2,67	88,89	-3,77	85,59	-4,90	84,98	5,07	88,06	4,08	90,99	2,94
91,40	-2,76	88,48	-3,93	85,18	-5,01	85,18	5,01	88,27	4,00	91,40	2,76
90,99	-2,94	88,06	-4,08	84,98	-5,07	85,59	4,90	88,47	3,93	91,61	2,67
90,78	-3,03	87,85	-4,15	84,78	-5,13	85,80	4,83	88,89	3,77	91,82	2,59
90,57	-3,12	87,54	-4,26	84,40	-5,24	86,00	4,77	89,10	3,70	92,03	2,49
90,15	-3,29	87,23	-4,37	84,20	-5,30	86,41	4,64	89,31	3,62	92,34	2,35
89,94	-3,37	86,83	-4,51	84,01	-5,35	86,62	4,58	89,73	3,46	92,65	2,21

Оценка отклонений от профиля исходного колеса показала, что такие отклонения достигают 167 мкм. Данная величина представляется неприемлемой. Как известно, на профиль винтовой канавки помимо собственно профиля фрезы заметное влияние оказывают параметры ее установки относительно заготовки, в частности, угол скрещивания их осей  $\tau$ . В связи с этим на следующем этапе по вышеуказанным формулам были выполнены расчеты для углов скрещивания:  $28,65^\circ$ ,  $30,65^\circ$ ,  $31,65^\circ$  и  $32,65^\circ$ . Максимальные отклонения получаемых профилей зуба колеса от заданных составили соответственно: 226, 121, 120, 148 мкм (рис. 2, а). Для угла скрещивания в  $31,00^\circ$  были получены новые координаты профиля зуба колеса (табл. 3), отклонение от заданного чертежом колеса составило 117 мкм (рис. 2, б).

Такая величина на 23 % превышает отклонение, полученное для специально спрофилированной фрезы. Связаны ли такие погрешности с недостатками применяемых методик расчета (CAD-моделирование с использованием семейства тел колеса или принятые аппроксимации), или же такие погрешности в действительности возникнут при фрезеровании – в любом случае с минимальной трудоемкостью можно доработать стандартную фрезу и получить приемлемый по точности профиль зубчатого венца. Такой подход дополнительной подточки инструмента обсуждается в некоторых современных статьях, посвященных зубообработке. Этот вопрос был рассмотрен

рен применительно к разным инструментам, в том числе к дисковым фрезам [26]. Возможность подточки долбяков обсуждалась в других работах [27, 28]. Расчеты с использованием смешанных CAD – аналитические расчеты подходов – рассмотрены еще в двух работах [29, 30]. Во всех этих работах авторы принимают в качестве практического подхода вариант подточки режущих кромок инструментов для получения колес приемлемой точности.

Таблица 3

Координаты точек боковых профилей зуба колеса, образуемого стандартной фрезой № 8,  $\tau = 31^\circ$

Table 3

Point coordinates of the side profiles of the wheel tooth formed using a standard cutter No. 8,  $\tau = 31^\circ$

92,62	-2,05	89,71	-3,34	86,41	-4,56	84,22	5,23	87,22	4,28	90,13	3,17
92,31	-2,20	89,29	-3,51	86,00	-4,69	84,40	5,18	87,54	4,17	90,54	2,99
91,99	-2,33	89,08	-3,60	85,79	-4,76	84,78	5,06	87,84	4,06	90,74	2,90
91,79	-2,43	88,87	-3,67	85,59	-4,82	84,99	5,00	88,04	3,99	90,95	2,81
91,58	-2,53	88,46	-3,83	85,19	-4,94	85,19	4,94	88,25	3,91	91,37	2,62
91,37	-2,62	88,04	-3,99	84,99	-5,00	85,59	4,82	88,46	3,83	88,87	3,67
90,95	-2,81	87,84	-4,06	84,78	-5,06	85,79	4,76	88,87	3,67	91,58	2,53
90,74	-2,90	87,54	-4,17	84,40	-5,18	86,00	4,69	89,08	3,60	91,79	2,43
90,54	-2,99	87,22	-4,28	84,22	-5,23	86,41	4,56	89,29	3,51	91,99	2,33
90,13	-3,17	86,82	-4,43	84,02	-5,28	86,61	4,49	89,71	3,34	92,31	2,20
89,92	-3,26	86,61	-4,49	84,02	5,28	86,82	4,43	89,92	3,26	92,62	2,05

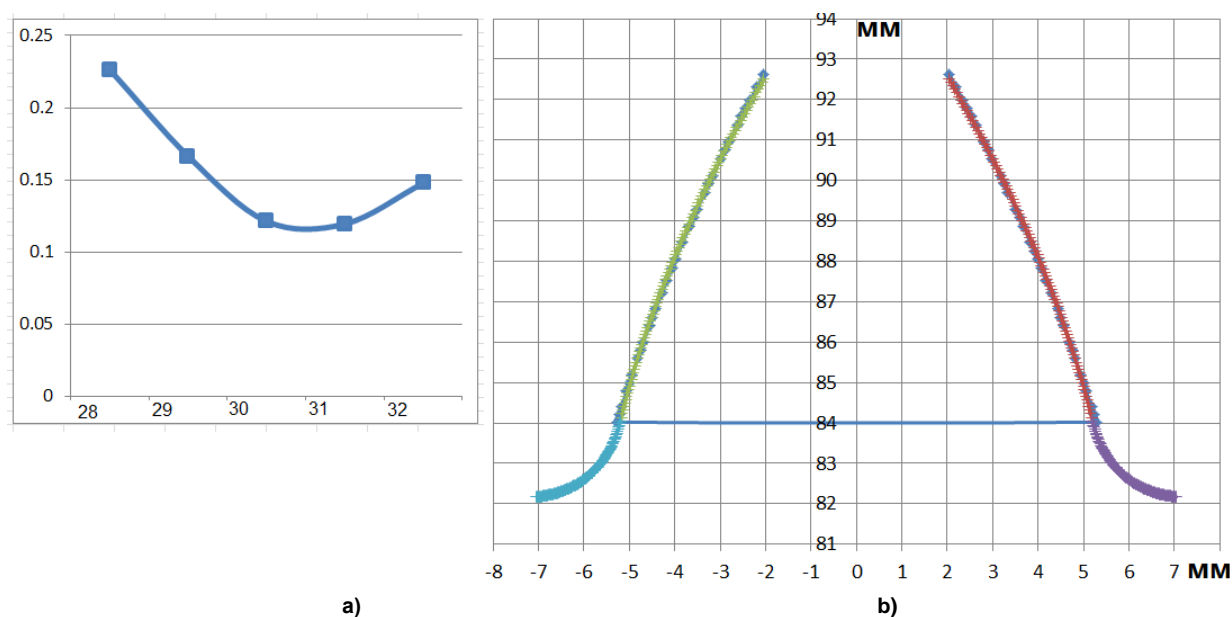


Рис. 2. Результаты расчета профиля зуба получаемого колеса: а) изменение максимальных отклонений в зависимости от угла скрещивания оси и заготовки, б) профили зуба исходный (отражен множеством точек) и получаемый стандартной фрезой № 8

Fig. 2. The machined wheel tooth profile calculating results: a) maximum deviations depending on the angle of the axis intersection between the tool and the workpiece, b) tooth profiles of the original (reflected by a set of points) and machined using the standard milling cutter No. 8

Подточка фрезы по задней поверхности в пределах 0,1 мм на ее отдельных участках может быть выполнена опытными рабочими-заточниками в условиях ремонтного производства с последующей проверкой профиля колеса. В идеальном случае обработку можно выполнить заправленным абразивным кругом на токарно-затыловочных станках моделей типа 1Е811, резьбошлифовальных типа 5К822В. Могут оказаться полезными более простые станки для затылования метчиков типа МФ4М. В предельном случае можно использовать универсальный заточной станок типа 3Е642 с закрепляемым на его столе специальным приспособлением. В таком приспособлении должно быть реализовано синхронное вращение фрезы с ее движением от кулачка перпенди-

кулярно ее оси. В современных условиях проверку получаемого на торце колеса профиля зуба можно реализовать на обычном офисном планшетном сканере. Полученный растровый образ можно в качестве нового слоя загрузить с заданным масштабом в любой типовой CAD-программе вместе с чертежным профилем заданного зубчатого колеса и определить отклонения простыми измерениями.

### Результаты и обсуждения

Предлагаемая методика решения практической задачи – фрезерования косозубых модульных колес в условиях ремонтного производства – основана на широко доступных программных средствах и относительно простых вычислениях. Прямая задача – расчет профиля режущей кромки фрезы – решается с использованием типовых доступных всем инженерам-практикам CAD-систем типа Solidworks [9]. Для ее решения не требуется применения сложных вычислений с решением трансцендентных уравнений. Обратная (проверочная) задача решается аналитически на основе аппроксимации лекального профиля указанной кромки фрезы множеством отрезков прямых линий и использования простых зависимостей для одноугловых фрез. Данные зависимости не включают в себя трансцендентные уравнения со свободными аргументами и аргументами тригонометрических функций. Следовательно, такие расчеты могут быть выполнены с использованием общедоступных программ типа MS Excel. Полученные в результате реализации обратной задачи профили зубчатого колеса заметно отличаются от его исходных чертежных профилей. Еще большие отличия наблюдаются при использовании для косозубых колес стандартных фрез, предназначенных для аналогичных по числу зубьев и модулям прямозубых колес. Однако использование фрез с большими, чем это задано по стандарту, номерами и применение других углов скрещивания осей фрез и заготовок позволяет существенно приблизиться к заданному чертежом профилю. Вероятно, применение других дисковых фрез различных заводов-изготовителей подобных инструментов с другими диаметрами или другими профилями позволит достичь большего приближения. Такой подход еще требует своих дополнительных исследований. Учитывая, что отклонения профиля получаемого зубчатого колеса от требуемого профиля на отдельных участках не превышают десятых долей миллиметра, представляется реальным осуществлять требуемую доводку фрез экспериментально в условиях заточных мастерских ремонтного производства.

### Выводы

1. Предлагаемая методика профилирования фрезы с использованием CAD-программы классического (аналитического) твердотельного моделирования Solidworks с использованием семейства тел фрагмента зубчатого колеса при его вращении вокруг оси моделируемой фрезы позволила путем решения обратной задачи получить расчетные отклонения получаемого профиля зуба колеса ( $m = 4,5$ ;  $z = 34$ ;  $\beta = 29,65^\circ$ ) от исходного в пределах десятой доли миллиметра.
2. Замена специальной фрезы с лекальным профилем на стандартную, восьмой номер которой предназначен для нарезания другого по числу зубьев прямозубого колеса, позволяет получить сравнительно близкий к требуемому профиль детали. Расчетные отклонения в этом случае возросли на 23 % по сравнению с отклонениями специально спрофилированной фрезы.
3. Поскольку общая величина отклонений на отдельных участках зубчатого венца ограничивается величиной порядка десятой доли миллиметра, то требуемую точность колеса по профилю можно получить отдельной подточкой по задней поверхности стандартной фрезы на соответствующих участках ее зубьев.

### Список литературы

1. Юликов М.И., Горбунов Б.И., Колесов Н.В. Проектирование и производство режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1987. 296 с.
2. Родин П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. Киев: Вища школа, 1977. 192 с.
3. Gear milling. For Gear, Spline & Rack Manufacturing. Vardex, Vargus. 2024. 24 p.
4. Козлов А.М., Савенков Д.Р., Козлов А.А. Расчет и проектирование модульных фрез для обработки крупномодульных зубчатых колес // Современные материалы, техника и технологии. 2019. № 2 (23). С. 26–33.

5. Малахов Г.В., Судьина К.А., Артамонов В.Д. Анализ способов зубофрезерования цилиндрических колёс модульными фрезами копированием // Известия ТулГУ. Технические науки. 2023. Вып. 2. С. 554–557. DOI: 10.24412/2071-6168-2023-2-553-557.
6. Bodzas S. Manufacturing of spur gears having normal teeth on different pressure angles by module disc milling cutter // International Review of Applied Sciences and Engineering. 2022. Vol. 13 (3). P. 321–334. DOI: 10.1556/1848.2022.00418.
7. Boral P., Stoic A., Kljajin M. Machining of spur gears using a special milling cutter // Technical Gazette. 2018. Vol. 25 (3). P. 798–802. DOI:10.17559/TV-20171120121636.
8. Zhang W., Zhou Q., Guo X. et al. Digital generating method for cylindrical helical gear based on indexable disk milling cutter // Int. J. Advanced Manufacturing Technology. 2022. Vol. 119. P. 6835–6848. DOI: 10.1007/s00170-021-08533-x.
9. Щуров И.А. Расчет дисковой модульной фрезы для нарезания косозубого колеса классическим (в Solidworks) и дискретным твердотельным типами моделирования // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2022. Т. 22, № 4. С. 52–62. DOI: 10.14529/engin220406.
10. Radzevich S.P. Generation of Surfaces: Kinematic Geometry of Surface Machining // CRC Press. 2014. 738 p. DOI: 10.1201/b16398.
11. Radzevich S.P. Gear Cutting Tools: Fundamentals of Design and Computation // CRC Press. 2010. 786 p. DOI: 10.1201/9781439819685.
12. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел: монография. М.: Мосстанкин, 1999. 494 с.
13. Перепелица Б.А. Отображения аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием. Харьков: Вища школа, 1981. 152 с.
14. Лашнев С.И. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. М.: Машиностроение, 1971. 216 с.
15. Люкшин В.С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. М.: Машиностроение, 1967. 372 с.
16. Цвис Ю.В. Профилирование режущего обкатного инструмента. М.: МАШГИЗ, 1961. 156 с.
17. Романов В.Ф. Расчеты зуборезных инструментов. М.: Машиностроение, 1969. 251 с.
18. Лашнев С.И. Расчет и конструирование инструмента с применением ЭВМ. М.: Машиностроение, 1975. 392 с.
19. Михайлов М.И., Никитенко Д.В. Моделирование формообразующих кромок внутренней дисковой фрезы при обработке винтовой поверхности // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. 2018. № 2. С. 21–26.
20. Панчук К.Л., Вивденко Ю.Н., Климов А.В. Профилирование дискового инструмента для обработки винтовых канавок детали // Омский научный вестник. 2008. № 1 (64). С. 35–40.
21. Фирсов А.С., Мисевич В.С. Алгоритм определения профиля дисковой фасонной фрезы для обработки винтовых канавок на цилиндрических инструментах // Наука – образованию, производству, экономике: материалы международной научно-технической конференции. Минск, БНТУ: Технопринт, 2003. Т. 1. С. 4–8.
22. Шаламов В.Г., Сметанин С.Д. Прямая задача профилирования дискового инструмента // Известия Челябинского научного центра. 2005. Вып. 3 (29). С. 16–21.
23. Шаламов В.Г., Сметанин С.Д. Совершенствование профилирования дискового инструмента при формообразовании винтовых поверхностей // Технология машиностроения. 2007. № 10 (64). С. 30–32.
24. Ажар А.В., Осадчий Е.Н., Ишкуло П.Ю. 3D-моделирование оптимального затылования дисковых модульных фрез // Новые горизонты – 2021: сборник материалов VIII Белорусско-Китайского молодежного инновационного форума. Минск: БНТУ, 2021. Т. 1. С. 20–22.
25. Krol O. Modelling and calculation of machine gear cutting tools for designers. Monograph. Sofia: Academic Publishing House of Bulgarian Academy of Sciences ACAD, 2021.
26. Kapelevich A.L., Shekhtman Y.V. Fabrication of Directly Designed Gears with Symmetric and Asymmetric Teeth // Gear technology. 2014. P. 86–91.
27. Ryazantsev A., Shirokozuhova A., Evchenko I. Development of a sophisticated tool for processing parts with an involute profile // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2022. Vol. 971. Article 022035. DOI: 10.1088/1757-899X/971/2/022035.

28. Huang C-L., Wei Y-C. Profile Analysis of Spur Gear Shaping Cutters Based on Sharpened Cutting Edges // *Machines*. 2022. Vol. 10. No. 484. P. 1–15. DOI: 10.3390/machines1006048.
29. Markowski T., Mucha J., Witkowski W. Automating the modelling process of involute spur gears with straight teeth // *Advances in Science and Technology Research Journal*. 2013. Vol. 7. No. 19. P. 66–69. DOI: 10.5604/20804075.1062369.
30. Tolvaly-Rosca F., Forgo Z. Mixed CAD Method to Develop Gear Surfaces Using the Relative Cutting Movements and NURBS Surfaces // *Procedia Technology*. 2015. Vol. 19. P. 20–27.

### References

1. Yulikov M.I., Gorbunov B.I., Kolesov N.V. *Proektirovanie i proizvodstvo rezhushchego instrumenta* [Design and production of cutting tools]. Moscow, 1987. 296 p.
2. Rodin P.R. *Osnovy formoobrazovaniya poverhnostej rezaniem* [Basics of Surface Forming by Cutting]. Kiev, 1977. 192 p.
3. *Gear milling. For Gear, Spline & Rack Manufacturing*. Vardex, 2024. 24 P
4. Kozlov A.M., Savenkov D.R., Kozlov A.A. Calculation and design of modular cutters for processing large-module gears. *Modern materials, equipment and technologies*, 2019, no. 2 (23), pp. 26–33. (In Russ.)
5. Malakhov G.V., Sud'ina K.A., Artamonov V.D. Analysis of methods of gear milling of cylindrical wheels with modular copying cutters. *Bulletin of Tula State University. Technical sciences*, 2023, issue 2, pp. 554–557. (In Russ.) DOI: 10.24412/2071-6168-2023-2-553-557.
6. Bodzas S. Manufacturing of spur gears having normal teeth on different pressure angles by module disc milling cutter. *International Review of Applied Sciences and Engineering*, 2022, vol. 13 (3), pp. 321–334. DOI: 10.1556/1848.2022.00418.
7. Boral P., Stoic A., Kljajin M. Machining of spur gears using a special milling cutter. *Technical Gazette*, 2018, vol. 25 (3), pp. 798–802. DOI: 10.17559/TV-20171120121636.
8. Zhang W., Zhou Q., Guo X. et al. Digital generating method for cylindrical helical gear based on indexable disk milling cutter. *Int. J. Advanced Manufacturing Technology*, 2022, vol. 119, pp. 6835–6848. DOI: 10.1007/s00170-021-08533-x.
9. Shchurov I.A. Calculation of a disc milling cutter for cutting a helical gear with classical (in solidwork) and discrete solid modeling. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2022, vol. 22, no. 4, pp. 52–62. (In Russ.) DOI: 10.14529/engin220406
10. Radzevich S.P. *Generation of Surfaces: Kinematic Geometry of Surface Machining*. CRC Press, 2014. 738 p. DOI: 10.1201/b16398.
11. Radzevich S.P. *Gear Cutting Tools: Fundamentals of Design and Computation*. CRC Press. 2010. 786 p. DOI: 10.1201/9781439819685.
12. Sheveleva G.I. *Teoriya formoobrazovaniya i kontakta dvizhushchihsya tel* [Theory of formation and contact of moving bodies]. Moscow, 1999. 494 p.
13. Perepelica B.A. *Otobrazheniya afinnogo prostranstva v teorii formoobrazovaniya poverhnostej rezaniem* [Mappings of affine space in the theory of surface shaping by cutting]. Har'kov, 1981. 152 p.
14. Lashnev S.I. *Formoobrazovanie zubchatykh detalej reechnymi i chervyachnymi instrumentami* [Shaping of the toothed parts using rack and worm tools]. Moscow, 1971. 216 p.
15. Lyukshin V.S. *Teoriya vintovykh poverhnostej v proektirovanii rezhushchih instrumentov* [Helical surface theory in cutting tool design]. Moscow, 1967. 372 p.
16. Cvis Yu.V. *Profilirovanie rezhushchego obkatnogo instrumenta* [Profiling of the cutting rolling tools]. Moscow, 1961. 156 p.
17. Romanov V.F. *Raschety zuboreznykh instrumentov* [Calculations of the gear cutting tools]. Moscow, 1969. 251 pP.
18. Lashnev S.I. *Raschet i konstruirovanie instrumenta s primeneniem EVM* [Calculation and design of tools using computers]. Moscow, 1975. 392 p.
19. Mihajlov M.I., Nikitenko D.V. Modeling of forming edges of an internal disk cutter when machining a helical surface. *Vestnik GGTU named P.O. Suhoy*, 2018, vol. 2, pp. 21–26. (In Russ.)
20. Panchuk K.L., Vivdenko Yu.N., Klimov A.V. Profiling of a disk tool for processing helical grooves of a part. *Omskij nauchnyy vestnik*, 2008, vol. 1 (64), pp. 35–40. (In Russ.)

21. Firsov A.S., Misevich V.S. Algorithm for determining the profile of a disk shaped cutter for machining helical grooves on cylindrical tools. *Nauka – obrazovaniyu, proizvodstvu, ekonomike: materialy mezhdunarodnoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii*. Minsk, 2003, vol. 1, pp. 4–8. (In Russ.)
22. Shalamov V.G., Smetanin S.D. Direct problem of profiling of a disk tool. *Izvestiya Chelyabinskogo nauchnogo centra*, 2005, vol. 3 (29), pp. 16–21. (In Russ.)
23. Shalamov V.G., Smetanin S.D. Improving the profiling of a disk tool when forming screw surfaces. *Tekhnologiya mashinostroeniya*, 2007, vol. 10 (64), pp. 30–32. (In Russ.)
24. Azhar A.V., Osadchij E.N., Ishkulo P.Yu. 3D modeling of optimal relief of disk modular cutters. *Novye gorizonty*. Minsk, 2021, vol. 1, pp. 20–22. (In Russ.)
25. Krol. O. *Modelling and calculation of machine gear cutting tools for designers*. Sofia, 2021.
26. Kapelevich A.L., Shekhtman Y.V. Fabrication of Directly Designed Gears with Symmetric and Asymmetric Teeth. *Gear technology*, 2014, pp. 86–91.
27. Ryazantsev A., Shirokozuhova A., Evchenko I. Development of a sophisticated tool for processing parts with an involute profile. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2022, vol. 971. Article 022035. DOI: 10.1088/1757-899X/971/2/022035.
28. Huang C-L., Wei Y-C. Profile Analysis of Spur Gear Shaping Cutters Based on Sharpened Cutting Edges. *Machines*, 2022, vol. 10, no. 484, pp. 1–15. DOI: 10.3390/machines1006048.
29. Markowski T., Mucha J., Witkowski W. Automating the modelling process of involute spur gears with straight teeth. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 2013, vol. 7, no. 19, pp. 66–69. DOI: 10.5604/20804075.1062369.
30. Tolvaly-Rosca F., Forgo Z. Mixed CAD Method to Develop Gear Surfaces Using the Relative Cutting Movements and NURBS Surfaces. *Procedia Technology*, 2015, vol. 19, pp. 20–27.

#### **Информация об авторе**

**Щуров Игорь Алексеевич**, доктор технических наук, первый заместитель директора Политехнического института, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; shchurovia@susu.ru.

#### **Information about the author**

**Shchurov Igor Alexeevich**, doctor of science, first deputy director of Engineering and Technology Institute, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; shchurovia@susu.ru.

**Статья поступила в редакцию 23.10.2024; принята к публикации 13.11.2024.**

**The article was submitted 23.10.2024; accepted for publication 13.11.2024.**