

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ОДНОКЛЕТЬЕВЫХ РЕВЕРСИВНЫХ СТАНОВ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКИ

А.В. Комаров¹, Komarov_av@nlmk.com
И.Г. Большиков¹, bolshekov_ig@nlmk.com
В.А. Васильев², vasilyev_va@list.ru
А.О. Чернявский³, a.o.cher@mail.ru
А.И. Иванов², ivanovanat88@gmail.com

¹ ООО «ВИЗ-Сталь», Екатеринбург, Россия

² Научно-технический центр «СИГМА», Челябинск, Россия

³ Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Одной из причин появления автоколебаний на станах холодной прокатки являются неконсервативные гидродинамические силы, действующие на рабочие валки в процессе прокатки. В тонких щелях между рабочим валком и стальной полосой возникает гидродинамический клин. В случае несимметричного зазора и достаточно большой скорости прокатки в клине возникают неконсервативные силы, приводящие к возникновению автоколебаний. Схема возникновения автоколебаний аналогична возникновению автоколебаний в открытых подшипниках скольжения. В многоклетевых станах холодной прокатки и двухклетевых реверсивных станах существенное влияние на процесс возникновения автоколебаний оказывает величина натяжения между клетями. Поэтому наиболее простой и логичной моделью могут служить два осциллятора, описываемые уравнением Ван дер Поля, соединенные упругой полосой. Такая модель позволяет не только исследовать влияние синхронизации и захвата частот при внешнем воздействии, но и учитывать влияние натяжения на процесс возникновения автоколебаний. В одноклетевых реверсивных станах существует только один осциллятор, в котором могут зарождаться автоколебания, и это рабочая клеть. На одноклетевом стане прокат проводится в несколько проходов. При каждом проходе в качестве второй клетки, которая должна формировать натяжение прокатываемой полосы, используется моталка. В случае однопроходной прокатки натяжение полосы в клетке стана создается непосредственно на разматывателе, на котором отсутствуют условия формирования неконсервативных гидродинамических сил. Если на разматывателе установлен заправочный ролик, который можно представить в виде консоли или маятника, тогда разматыватель можно рассматривать как параметрическую колебательную систему. В этом случае в качестве модели одноклетьевого прокатного стана можно рассматривать два осциллятора, соединенных упругой полосой. Прокатная клеть описывается уравнением Ван дер Поля, разматыватель – уравнением Матье. Такая модель позволяет исследовать влияние параметрических колебаний разматывателя, автоколебаний рабочей клетки стана и влияние натяжения прокатываемой полосы на процесс синхронизации и захвата частот. В результате моделирования получены зависимости от величины демпфирования, уровня параметра Матье для четных и нечетных ультрагармоник, гармоник стана. Первая и вторая гармоники совершают гармонические или квазигармонические колебания, треть и последующие гармоники совершают сложные негармонические колебания.

Ключевые слова: холодная прокатка, автоколебания, параметрические колебания, захват частот

Для цитирования: Параметрические колебания одноклетевых реверсивных станов холодной прокатки // А.В. Комаров, И.Г. Большиков, В.А. Васильев и др. // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2025. Т. 25, № 4. С. 74–88. DOI: 10.14529/engin250407

PARAMETRIC OSCILLATIONS OF SINGLE-CELL REVERSIBLE COLD ROLLING MILLS

A.V. Komarov¹, Komarov_av@nlmk.com
I.G. Bolshekov¹, bolshekov_ig@nlmk.com
V.A. Vasiliev², vasilyev_va@list.ru
A.O. Chernyavsky³, a.o.cher@mail.ru
A.I. Ivanov², ivanovanat88@gmail.com

¹ VIS Steel LLC, Yekaterinburg, Russia

² SIGMA Scientific and Technical Center, Chelyabinsk, Russia

³ South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. One of the reasons for the appearance of self-oscillations in cold rolling mills is the non-conservative hydrodynamic forces acting on the working rolls during the rolling process. In the thin gaps between the working roller and the steel strip, a hydrodynamic wedge appears. In the case of an asymmetric gap and a sufficiently high rolling speed, nonconservative forces arise in the wedge, leading to self-oscillations. The pattern of self-oscillations is similar to the occurrence of self-oscillations in open sliding bearings. In multicellular cold rolling mills and two-cell reversible mills, the amount of tension between the crates has a significant effect on the process of self-oscillation. Therefore, the simplest and most logical model can be two oscillators described by the Van der Pol equation connected by an elastic band. This model allows not only to investigate the effects of synchronization and frequency capture under external influence, but also to take into account the effect of tension on the process of self-oscillation. In single-cell reversible mills, there is only one oscillator in which self-oscillations can originate, and this is the working cage. On a single-cell mill, the rental is carried out in several passes. At each pass, a winder is used as the second crate, which should form the tension of the rolled strip. In the case of single-pass rolling, the tension of the strip in the mill cage is created directly on the uncoiler, which lacks the conditions for the formation of non-conservative hydrodynamic forces. If a filling roller is installed on the uncoiler and the roller can be represented as a console or a pendulum, then the uncoiler can be considered as a parametric oscillatory system. In this case, two oscillators connected by an elastic band can be considered as a model of a single-cell rolling mill. The rolling cage is described by the Van der Pol equation, the uncoiler is described by the Mathieu equation. This model allows us to study the influence of parametric vibrations of the decoiler, self-oscillations of the working stand of the mill and the influence of the tension of the rolled strip on the process of synchronization and frequency capture. As a result of the simulation, dependences on the amount of damping and the level of the Mathieu parameter for even and odd ultra harmonics of mill harmonics are obtained. The first and second harmonics make harmonic or quasi-harmonic vibrations, the third and subsequent harmonics make complex inharmonic vibrations.

Keywords: cold rolling, self-oscillations, parametric oscillations, frequency capture

For citation: Komarov A.V., Bolshekov I.G., Vasiliev V.A., Chernyavsky A.O., Ivanov A.I. Parametric oscillations of single-cell reversible cold rolling mills. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2025:25(4):74–88. (In Russ.) DOI: 10.14529/engin250407

Введение

Одной из причин появления автоколебаний на станах холодной прокатки являются неконсервативные гидродинамические силы, действующие на рабочие валки в процессе прокатки [1–3]. В тонких щелях между рабочим валком и стальной полосой возникает гидродинамический клин. В случае несимметричного зазора и достаточно большой скорости прокатки в клине возникают неконсервативные силы, приводящие к возникновению автоколебаний [4–6]. Модель возникновения автоколебаний (чаттера) с учетом нестационарной смазки разработана в работах [7, 8], с использованием методов конечных элементов – в работах [9, 10]. Математическая модель клетки с использованием уравнений Ван дер Поля предложена в работе [11–13].

Классическое уравнение Ван дер Поля имеет вид [14, 15]

$$\frac{d^2u}{dt^2} - \varepsilon(1 - u^2) \frac{du}{dt} + u = 0, \quad (1)$$

здесь ε – малая положительная постоянная.

Член при первой производной $-\varepsilon(1 - u^2)$ меняет знак при увеличении виброперемещения U . При малых значениях виброперемещений знак при первой производной отрицательный и происходит мягкое возбуждение колебаний. С увеличением уровня виброперемещений после смены знака осциллятор переходит в равновесное состояние. И система совершает колебания с ограниченной амплитудой.

Кроме того, как показано в работе [15], в клети стана могут возникать параметрические колебания. Причиной могут быть переменная жесткость в зубчатом зацеплении редукторов и переменное трение рабочих валков при неравномерности зазора между валками и полосой в очаге деформации.

Линейный осциллятор с гармоническим, параметрическим возбуждением описывается уравнением Матье [16]:

$$\ddot{x} + \omega_0^2(1 + f \cos(\omega t))x = 0. \quad (2)$$

В многоклетевых станах холодной прокатки и двухклетевых реверсивных станах существенное влияние на процесс возникновения автоколебаний оказывает величина натяжения между клетями. На рис. 1 представлена принципиальная схема одноклетьевого реверсивного стана. В отличие от многоклетьевого стана натяжение осуществляется между клетью прокатного стана и левой и правой моталками, при этом прокат проводится в несколько проходов.

При каждом проходе натяжение прокатываемой полосы формируется рабочей клетью и соответствующей моталкой. В случае однопроходной прокатки натяжение полосы в клети стана создается непосредственно на разматывателе, на котором отсутствуют условия формирования неконсервативных гидродинамических сил.

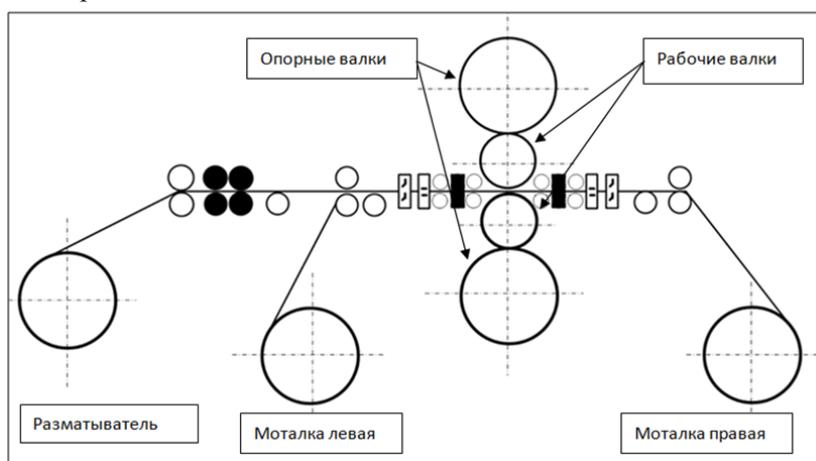


Рис. 1. Принципиальная схема одноклетьевого реверсивного стана холодной прокатки
Fig. 1. Schematic diagram of a single-cell reversible cold rolling mill

Однако на корпусе разматывателя консольно установлен заправочный ролик вместе с приводом. Этот ролик используется только во время подготовки стана к прокатке. Непосредственно во время прокатки он не используется, но ведет себя как динамический вибровозбудитель. Упругая заделка и угловые маятниковые колебания приводят к изменению во времени жесткости колебательной системы заправочного ролика. Такую колебательную систему можно рассматривать как параметрическую колебательную систему. При определенных условиях при воздействии внешней гармонической силы может возникать параметрический резонанс [15].

В качестве модели одноклетьевого прокатного стана, работающего в один проход непосредственно с разматывателем, можно использовать два осциллятора, соединенных упругой полосой. Прокатная клеть описывается уравнением Ван дер Поля, разматыватель – уравнением Матье. Та-

кая модель позволяет исследовать влияние параметрических колебаний разматывателя, автоколебаний рабочей клетки стана и влияние натяжения прокатываемой полосы на процесс синхронизации и захвата частот.

Для классического уравнения Маттье зоны неустойчивости определяются диаграммой Айнса Стретта (рис. 2). Для этого уравнение (2) преобразовывается в уравнение [16]

$$\ddot{x} + (a + 2q\cos 2\tau)x = 0. \quad (3)$$

Здесь $a = 4\omega_0^2/\omega^2$, $q = 2\omega_0^2 f/\omega^2$, $\tau = \omega t/2$.

Собственная частота системы – ω_0 , частота вынужденных колебаний – ω .

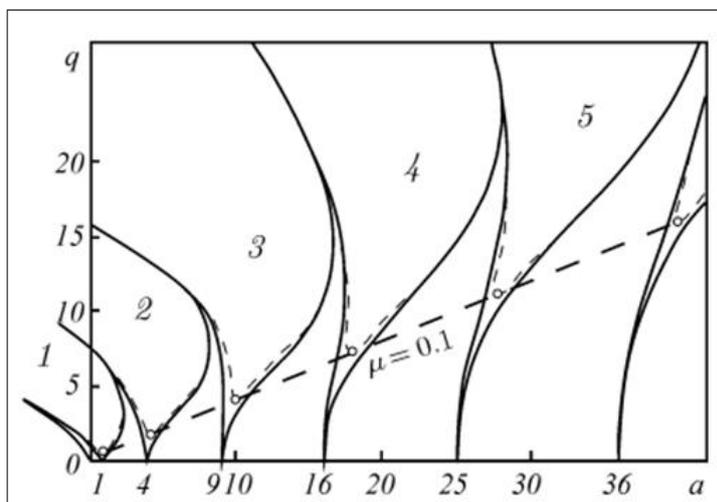


Рис. 2. Границы зон неустойчивости на плоскости параметров (a, q) для уравнения Маттье
Fig. 2. Boundaries of instability zones on the plane of parameters (a, q) For the Mathieu equation

Зависимость между собственными частотами и вынужденными колебаниями можно записать следующим образом:

$$\omega \approx \frac{2\omega_0}{n}. \quad (4)$$

Здесь n – номер гармоники.

Координатная ось a соответствует квадрату номера гармоники, т. е. для первой гармоники $a = 1$, для второй гармоники $a = 4$, для пятой гармоники $a = 25$, для шестой гармоники $a = 36$ и т. д.

С учетом демпфирования уравнение Маттье принимает вид [17, 18]:

$$\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + (a + 2q\cos 2\tau)x = 0. \quad (5)$$

Для $\mu = 0,1$ на рис. 2 приведены уровни потери устойчивости (пунктирные линии). Как видно из рис. 2, потеря неустойчивости имеет пороговый характер.

Отличительной особенностью параметрических колебаний является изменение формы колебаний с увеличением номера гармоники. Первая гармоника представляет собой гармонические колебания, вторая – квазигармонические колебания. Начиная с третьей гармоники параметрические системы совершают сложные негармонические колебания. Теоретическое и экспериментальное исследование возникновения параметрических колебаний и потери устойчивости проведено в работе [19]. В качестве примера на рис. 3 приведены диаграмма Айнса Стретта и временные формы колебаний для ультрагармоник до 7 включительно, полученные экспериментально.

Разработка математических моделей и исследование условий возникновения автоколебаний, синхронизации и захвата частот двух осцилляторов типа Ван дер Поля с упругой связью проведено в работах [20–22]. Разработка моделей и исследование условий возникновения автоколебаний двух осцилляторов различного типа, например, осциллятора Ван дер Поля и осциллятора, описываемого уравнениями Маттье, связанных жесткой упругой связью, проведены в работах [23, 24].

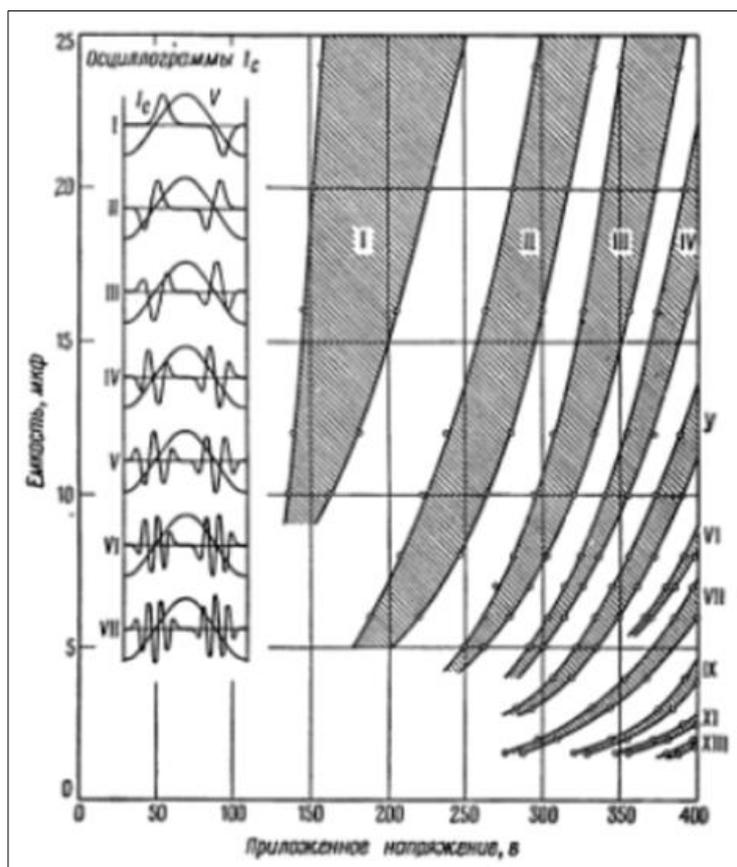


Рис. 3. Области возбуждения ультрагармонических колебаний и формы колебаний.
Эксперимент [19]

Fig. 3. Areas of excitation of ultraharmonic oscillations and waveforms.
Experiment by [19]

Промышленный эксперимент

Классический процесс возникновения автоколебаний на станах холодной прокатки сопровождается взрывным увеличением амплитуды колебаний подушек рабочих валков. Причем автоколебания, как правило, возникают на последних клетях многоклетевых станов. Основным способом борьбы с автоколебаниями (чаттером) является контроль момента возникновения и снижение скорости прокатки или полный останов стана.

Для одноклетевых станов холодной прокатки характерным является возникновение автоколебаний с низкими амплитудами колебаний подушек рабочих валков и высоким уровнем амплитуды колебаний разматывателя, если прокат происходит в один проход непосредственно с разматывателя на правую моталку. Причем автоколебания возникают при преодолении определенного порога амплитуды колебаний подушек рабочих валков и уровня колебаний разматывателя, т. е. при незначительном увеличении амплитуды колебаний подушек клетки могут возникать автоколебания, приводящие к появлению дефекта поверхности прокатываемой полосы.

Построение численной модели одноклетьевого стана холодной прокатки

Упрощенную структурную схему стана, работающего в один проход, можно представить в виде двухмассовой колебательной системы, установленной на массивном фундаменте (рис. 4).

Колебательные звенья представляют собой массы на пружине с учетом сил демпфирования. Клеть стана холодной прокатки нелинейна, описывается уравнениями Ван дер Поля, разматыватель представим в виде параметрической колебательной системы, которая описывается уравнением Матье. Клеть и разматыватель связаны упругой прокатываемой полосой. Дифференциальные уравнения второго порядка, описывающие движения колебательных звеньев, раскладываем на два уравнения первого порядка. В результате получаем систему дифференциальных уравнений первого порядка следующего вида:

– клеть реверсивного стана. Уравнение Ван дер Поля

$$x1(t) = \frac{d}{dt} x0(t), \quad (6)$$

$$M1 \cdot \left(\frac{d}{dt} x1(t) \right) + [d1 + \left[(b1 \cdot (x0(t)))^2 \right] \cdot x1(t) + c1 \cdot (x0(t)) + k(y0(t) - x0(t))] = F(t) + F1(t); \quad (7)$$

– разматыватель. Уравнения Матъе с учетом демпфирования и малого параметра Ван дер Поля

$$y1(t) = \frac{d}{dt} y0(t), \quad (8)$$

$$M2 \cdot \left(\frac{d}{dt} y1(t) \right) + [d2 + \left[(b2 \cdot (y0(t)))^2 \right] \cdot y1(t) + c2 \cdot (1 - FM(t)) \cdot y0(t) + k(x0(t) - y0(t))] = 0. \quad (9)$$

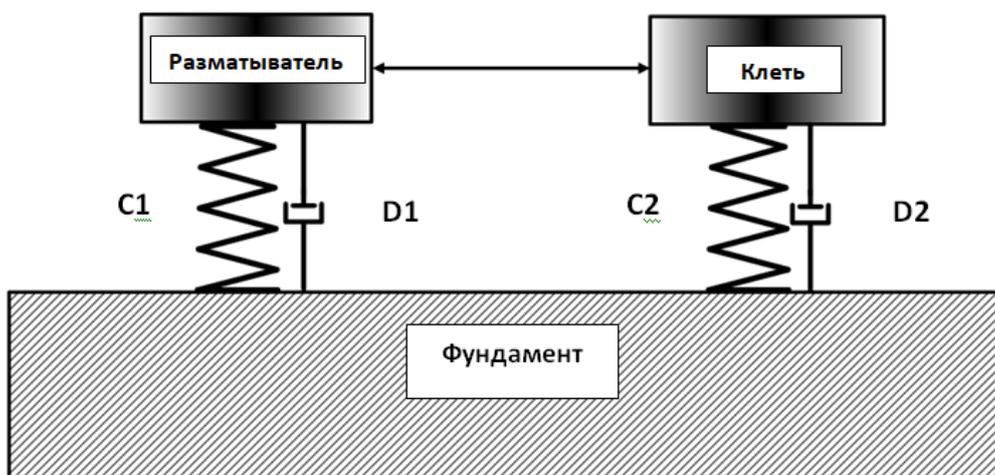


Рис. 4. Принципиальная схема динамической модели одноклетьевого стана

Fig. 4. Schematic diagram of a dynamic model of a single-cell mill

Параметры системы сведены в табл. 1.

Параметры колебательной системы

Таблица 1

Parameters of the oscillating system

Table 1

Параметры	Разматыватель	Клеть
Масса	M1	M2
Жесткость	c1	c2
Малый член уравнения Ван дер Поля	d1	d2
Демпфирование	b1	b2
Натяжение	k	k
Параметр уравнения Матъе	$FM(t) = UM \cos(\Omega_1 \cdot t)$	
Частота параметра Матъе	Ω_1	
Амплитуда параметра Матъе	UM	
Сила, генерируемая рабочими валками	$F1(t) = U1 \sin(\Omega_1 \cdot t)$	
Частота	Ω_1	
Амплитуда	U1	
Начальные условия. Виброперемещения	$x0(t)$	$x1(t)$
Начальные условия. Виброскорость	$y0(t)$	$y1(t)$

Численный эксперимент с использованием цифрового двойника

Параметрические колебания стана с частотой первой гармоники под действием параметра Матъе с частотой, вдвое выше собственной частоты системы

Цифровая модель стана построена в пакете MathCAD. Параметры модели и начальные условия приведены в табл. 2 и 3.

Параметры цифровой модели стана в безразмерном виде

Таблица 2

Table 2

The parameters of the digital mill model in dimensionless form

M1	M2	C1	C2	d1	d2	b1	b2	Ω	U	Ω_1	UM	F
10	10	10	10	-0,0	-0,0	0,0	10,0	1	0	2	0,1	0

Начальные условия

Таблица 3

Table 3

Initial conditions

$x_0(t)$	$x_1(t)$	$y_0(t)$	$y_1(t)$
0,0	0,0	0,01	0,0

Результаты моделирования параметрических колебаний для первой гармоники

Параметрические колебания механических систем, например колебания маятника, на первой гармонике представляют собой гармонические колебания [16]. Однако в монографии Тихиро Хаяси [19] приведены данные экспериментальных исследований колебаний параметрической системы для гармоник начиная с первой по двенадцатую, в которых получены сложные, негармонические колебания (см. рис. 3).

Параметрическая колебательная система при безразмерном демпфировании, равном 10,0, и амплитуде параметра Матъе, равной 0,1, в соответствии с разработанной математической моделью совершает гармонические колебания, что согласуется с данными монографии [16]. На рис. 5 Приведены колебания параметра Матъе ($FM(t)$) и виброперемещения параметрической системы $y_0(t)$. На рис. 6 приведена спектральная характеристика, на рис. 7 – предельный цикл. Частота колебаний параметра Матъе в два раза выше частоты колебаний параметрической системы по первой гармонике.

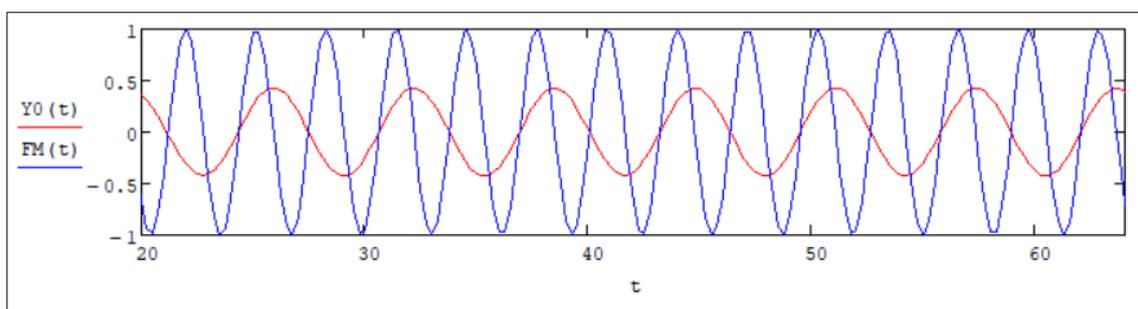


Рис. 5. Виброперемещение и колебание параметра FM

Fig. 5. Vibration displacement and oscillation of the FM parameter

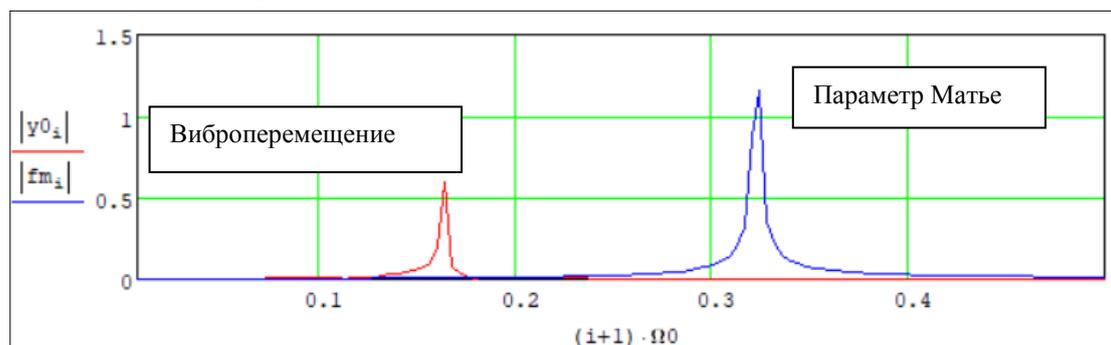


Рис. 6. Спектральная характеристика размотывателя

Fig. 6. Spectral characteristic of the uncoiler

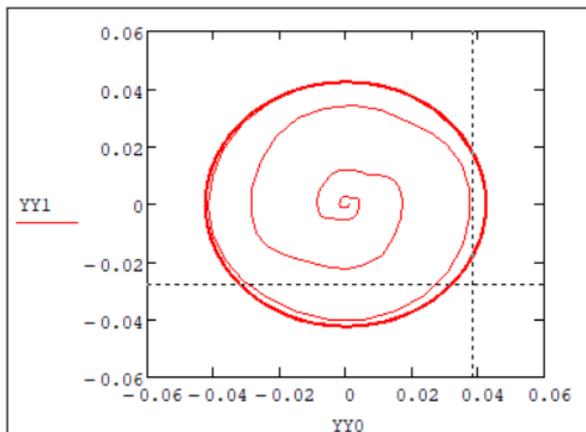


Рис. 7. Предельный цикл размотчика

Fig. 7. Decoiler limit cycle

Результаты моделирования параметрических колебаний системы для шестой гармоники

Автоколебания стана и дефект поверхности прокатываемой полосы появляются на частотах в диапазоне от 9 до 12 Гц. Источником автоколебаний могут быть неконсервативные силы клети стана либо ультрагармоническая синхронизация собственной частотой размотчика и частоты вращения рабочих валков. На размотчике консольно закреплен заправочный ролик, возбуждение которого происходит колебаниями в заделке. Заправочный ролик можно рассматривать как параметрическую колебательную систему. При воздействии на параметрическую систему внешнего гармонического воздействия с частотой вращения рабочих валков возможно возникновение параметрического резонанса на кратных частотах. Параметры модели стана для условий возникновения шестой гармоники и начальные условия приведены в табл. 4, 5. Результаты численного моделирования для шестой гармоники с частотой $\Omega M = 0,333$ и амплитудой $UM = 0,1$ приведены на рис. 8–10. На рис. 8 приведены колебания параметра Матье ($FM(t)$) и виброперемещения параметрической системы $y_0(t)$. На рис. 9 показано отношение частоты вращения рабочих валков и частоты колебаний размотчика. На рис. 10 приведена спектральная характеристика размотчика, на рис. 11 – предельный цикл. Численное моделирование показало, что при амплитуде параметра Матье 0,1 колебательная система совершает гармонические колебания. В спектре частот 2 основные гармоники – собственная частота колебаний системы и частота параметра Матье (частота вращения рабочих валков).

Параметры цифровой модели стана в безразмерном виде

Таблица 4

The parameters of the digital mill model in dimensionless form

Table 4

M1	M2	C1	C2	d1	d2	b1	b2	Ω	U	ΩM	UM	F
10	10	10	10	-0,0	-0,0	0,0	1,0	1	0	0.333	0,1	0

Начальные условия

Таблица 5

Initial conditions

Table 5

$x_0(t)$	$x_1(t)$	$y_0(t)$	$y_1(t)$
0,0	0,0	0,1	0,0

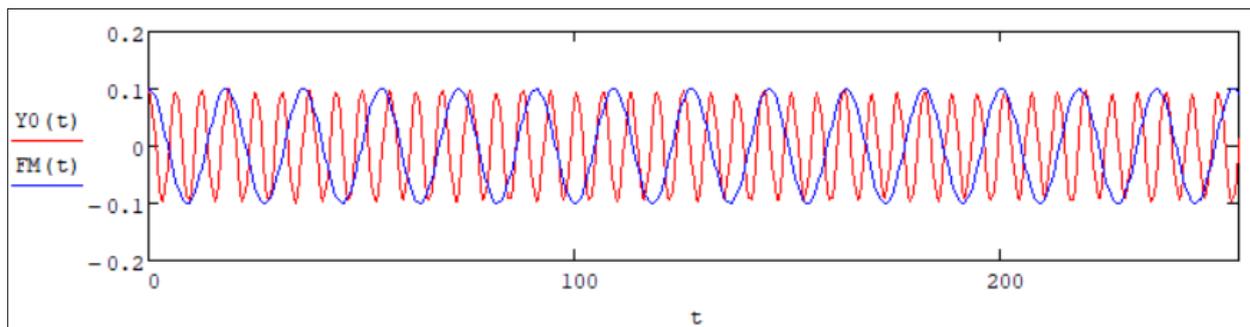


Рис. 8. Виброперемещение
Fig. 8. Vibration displacement

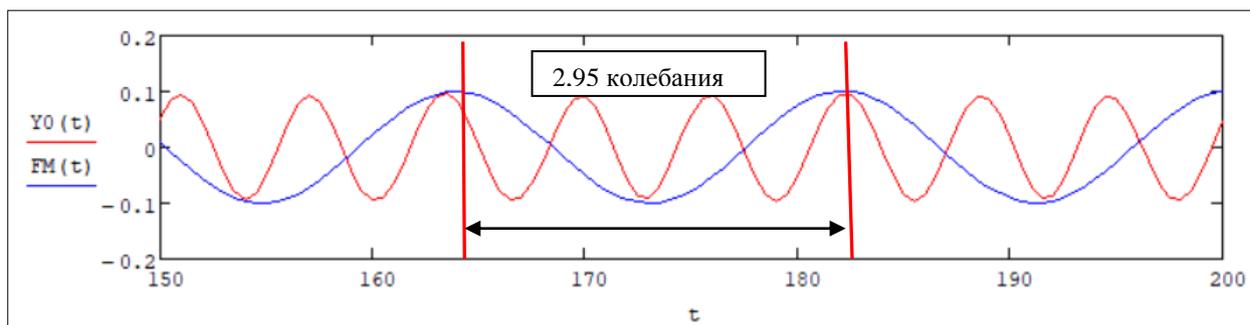


Рис. 9. Виброперемещение
Fig. 9. Vibration displacement

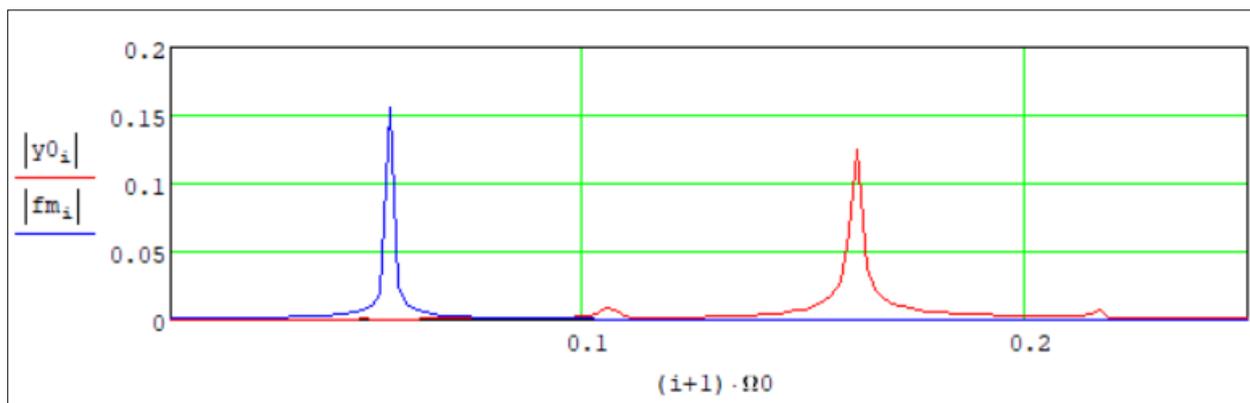


Рис. 10. Спектральная характеристика виброперемещения размотывателя
Fig. 10. Spectral characteristic of vibration displacement of the uncoiler

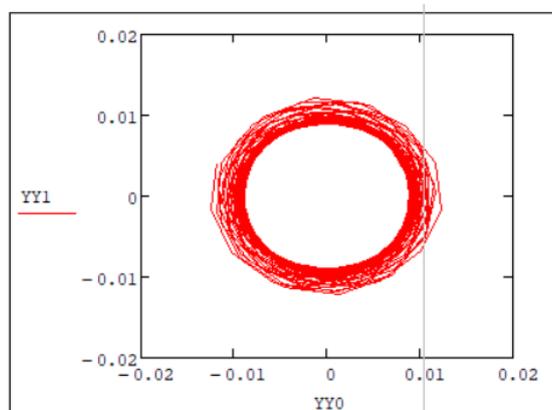


Рис. 11. Предельный цикл
Fig. 11. Limit cycle

Результаты моделирования параметрических колебаний системы для шестой гармоники с амплитудой параметра Матье, равной 1,4

Проведено численное моделирование устойчивости параметрических систем для различных величин параметра Матье и уровня демпфирования. Критические параметры Матье параметрических систем в зависимости от номера гармоники приведены для безразмерного демпфирования, равного 1,0 и 0,1, на рис. 12.



Рис. 12. Зависимость критического параметра Матье от номера гармоники для безразмерного демпфирования, равного 1,0 – кривая 1 и 0,1 – кривая 2
Fig. 12. Dependence of the Mathieu critical parameter on the harmonic number for dimensionless damping equal to 1.0 – curve 1 and 0.1 – curve 2

Для шестой гармоники критическое значение параметра Матье равно 1,4. Параметры цифровой модели стана в закритическом состоянии приведены в табл. 6. Начальные условия соответствуют табл. 3.

Параметры цифровой модели стана в закритическом состоянии
Parameters of the oscillatory system in a supercritical state

Таблица 6
Table 6

M1	M2	C1	C2	d1	d2	b1	b2	Ω	U	Ω_M	UM	F
10	10	10	10	-0,0	-0,0	0,0	1,0	1	0	0.333	1,4	0

Формирование установившихся колебаний, виброперемещения и виброускорения в закритической зоне приведены на рис. 13 и 14. На рис. 15 приведено установившееся сложное негармоническое колебание параметрической системы. Спектральные характеристики для виброперемещения и виброускорения приведены на рис. 16 и 17, на рис. 18 приведен предельный цикл, странный аттрактор. В спектре частот присутствуют ультрагармоники и субгармоники. Составляющие спектра зависят от уровня демпфирования и амплитуды параметра Матье.

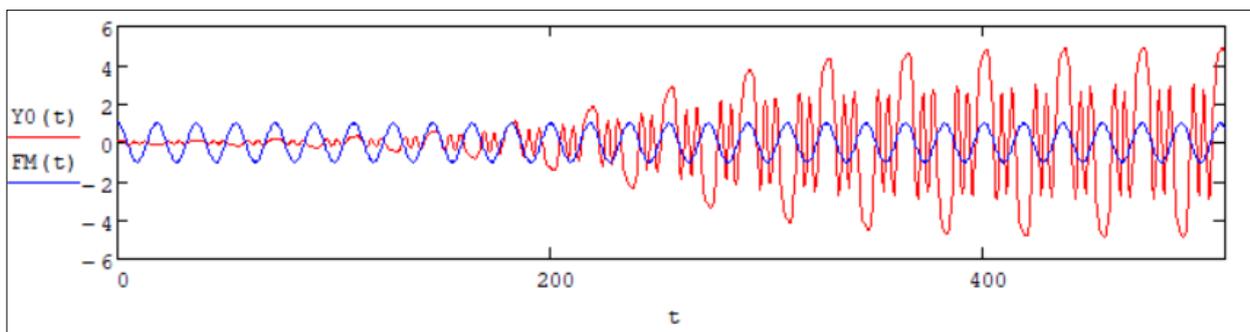


Рис. 13. Виброперемещение. Формирование установившихся колебаний
Fig. 13. Vibration displacement. The formation of steady-state fluctuations

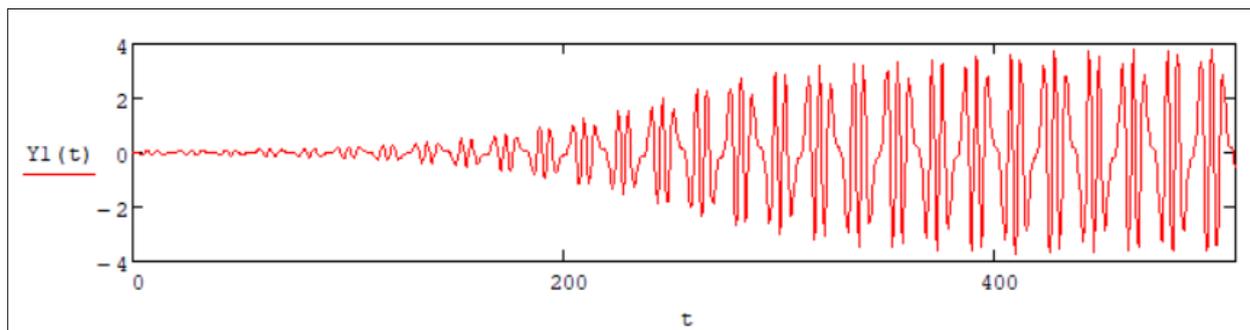


Рис. 14. Виброскорость. Формирование установившихся колебаний
Fig. 14. Vibration velocity. The formation of steady-state fluctuations

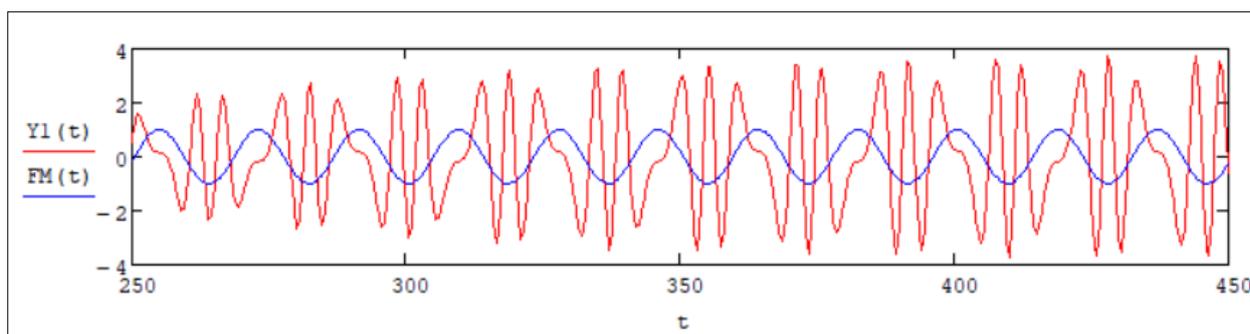


Рис. 15. Виброскорость
Fig. 15. Vibration velocity

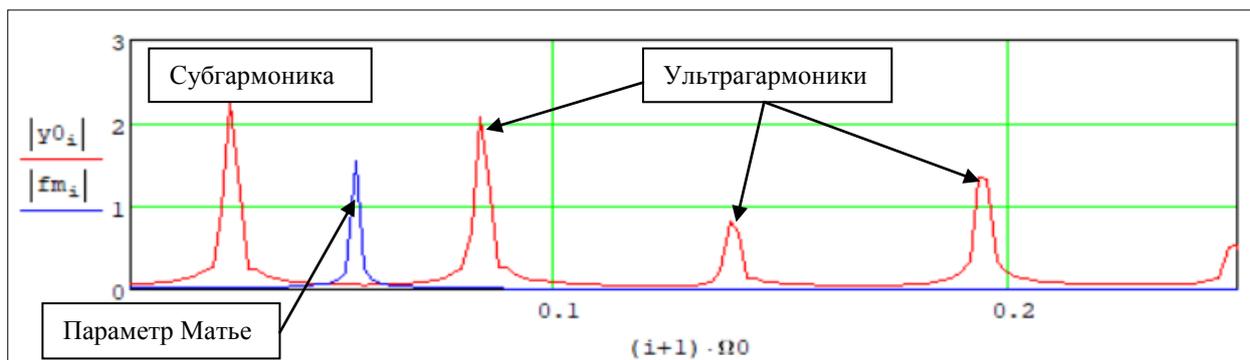


Рис. 16. Спектральная характеристика виброперемещения
Fig. 16. Spectral characteristic of vibration displacement

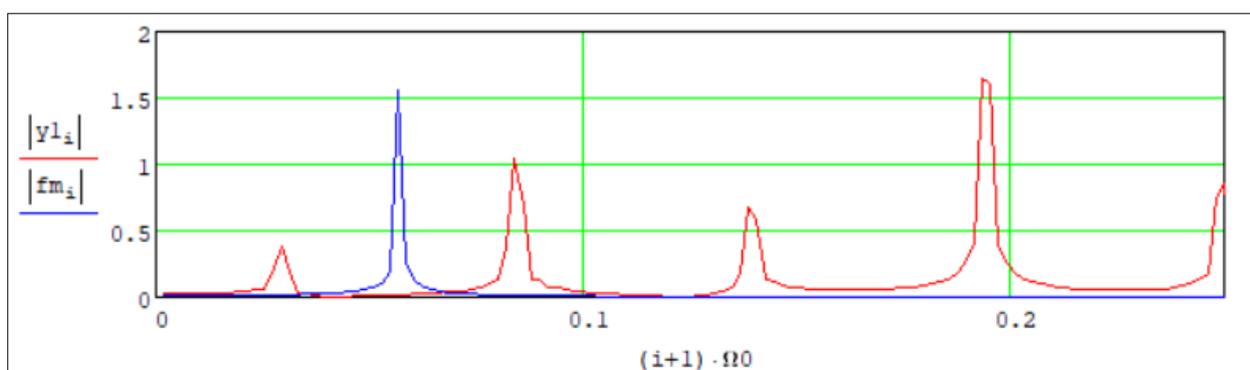


Рис. 17. Спектральная характеристика виброскорости
Fig. 17. Spectral characteristic of vibration velocity

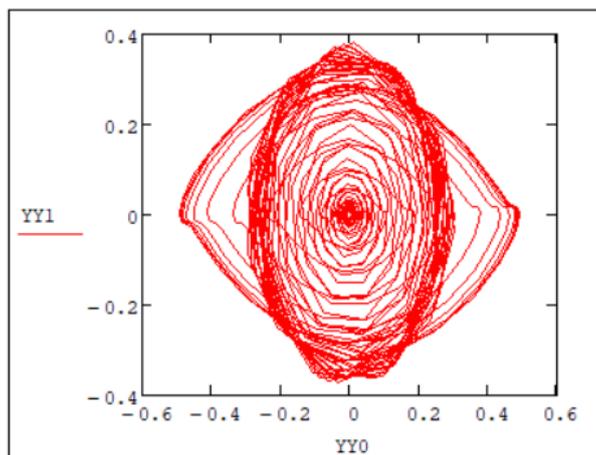


Рис 18. Предельный цикл. Странный аттрактор

Fig. 18. Limit cycle. The strange attractor

Заключение

1. Построен цифровой двойник (математическая модель) одноклетьевого стана холодной прокатки при работе в один проход. Математическая модель представляет собой два осциллятора, соединенных упругой связью. Один осциллятор моделирует клеть и описывается уравнением Ван дер Поля. Второй осциллятор моделирует поведение разматывателя и описывается уравнением Матье. Упругая связь моделирует прокатываемую полосу.

2. Первые гармоники параметрической системы совершают гармонические колебания при любых уровнях демпфирования и любой амплитуде параметра Матье. Частота параметра Матье в два раза превосходит частоту собственных колебаний первой гармоники системы.

3. Третья и последующие гармоники представляют собой гармонические колебания при уровне безразмерного демпфирования ниже 1,0 и амплитуды параметра Матье меньше 1,0.

4. Третья и последующие гармоники представляют собой сложные негармонические колебания, если амплитуда параметра Матье превышает критическую величину. Для гармоник от 3-й до 7-й пороговое значение критической амплитуды параметра Матье находится в пределах от 1,2 до 1,7.

Список литературы

1. Аркулис Г.Э., Шварцман З.М. [и др.] Автоколебания в стане холодной прокатки // Сталь. 1972. № 8. С. 727–728.

2. Гарбер Э.А., Наумченко В.П. [и др.] Исследование причин возникновения колебаний в клетях непрерывных прокатных станов // Производство проката. 2003. № 1. С. 10–12.

3. Shao Y., Xiao D., Yilin Y. et al. Characteristic recognition of chatter mark vibration in a rolling mill based on non-dimensional parameters of the vibration signal // Journal of Mechanical Science and Technology. 2014. Vol. 28, no. 6. P. 2075–2080. DOI: 10.1007/s12206-014-0106-6.

4. Приходько И.Ю., Крот П.В., Парсенюк Е.А. и др. Система обнаружения признаков развития «чаттера» и своевременной коррекции технологического режима непрерывной холодной прокатки полос // Труды VII Конгресса прокатчиков. Москва, 2007. Т. 1. С. 115–123.

5. Niroomand M.R., Forouzan M.R., Salimi M. Theoretical and experimental analysis of chatter in tandem cold rolling mills based on wave propagation theory // ISIJ International. 2015. Vol. 55, no. 3. P. 637–646. DOI: 10.2355/isijinternational.55.637.

6. Kozhevnikova A.V., Yusupov V.S. Methodology of Designing Cold Rolling Technology Preventing Vibrations on Rolling Mills // Steel in Translation. 2021. Vol. 51, no. 5. P. 330–334. DOI: 10.3103/S0967091221050065.

7. Kimura Y., Fujita N., Matsubara Y. et al. High-speed rolling by hybrid-lubrication system in tandem cold rolling mills // Journal of Materials Processing Technology. 2015. Vol. 21, no. 6. P. 357–368. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2014.10.002.

8. Xu T., Hou D. X., Sun Z. N., Guo D. W. Vibration characteristics of multi-parametric excitations and multi-frequency external excitations of rolling mill under entry thickness fluctuation of strip // *Journal of Iron and Steel Research International*. 2020. Vol. 27, no. 5. P. 517–527. DOI: 10.1007/s42243-020-00404-1.
9. Heidari A., Forouzan M.R., Akbarzadeh S. Development of a Rolling Chatter Model Considering Unsteady Lubrication // *ISIJ International*. 2014. Vol. 54, no. 1. P. 165–170.
10. Heidari A., Forouzan M. R., Akbarzadeh S. Effect of Friction on Tandem Cold Rolling Mills Chattering // *ISIJ International*. 2014. Vol. 54, no. 10. P. 2349–2356. DOI: 10.2355/isijinternational.54.2349.
11. Пименов В. А. Исследование причин возникновения вибраций на непрерывном стане холодной прокатки // *Черная металлургия*. 2022. № 3 (1083). С. 47–55.
12. Кожевников А.В., Смирнов А.С., Пименов В.А. и др. Исследование негативных вибрационных эффектов (chatter) при холодной прокатке на стане 2030 НЛМК // *Сталь*. 2023. № 11. С. 30–34.
13. Мазур С.И., Пименов В.А., Ковалев Д.А. и др. Обеспечение точности геометрических характеристик поперечного профиля листового проката электротехнических сталей в ПАО «НЛМК» // *Черные металлы*. 2022. № 5. С. 67–72. DOI: 10.17580/chm.2022.05.09.
14. van der Pol B. On “relaxation-oscillations” // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1926. Vol. 7, no. 2. P. 978–992.
15. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.
16. Чечурин С. Л., Чечурин Л. С. Физические основы теории колебаний. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. 256 с.
17. Кузнецов Л.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Лекции по теории колебаний. Нелинейные колебания. Саратов, 2011. 314 с.
18. Крот П.В. Параметрические колебания в прокатных станах // *Сборник научных трудов НГУ / Национальный горный университет. Днепропетровск*, 2002. № 13, Т. 3, С. 15–21.
19. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах / пер. с англ. Б.А. Болдова, Г.Г. Гусева; под ред. В.Е. Боголюбова. М.: Мир, 1968. 432 с.
20. Анищенко В.С., Николаев С.М., Кортис Ю. Механизмы синхронизации резонансного предельного цикла на двухмерном торе // *Нелинейная динамика*. 2008. Т. 4, № 1. С. 39–56.
21. Анищенко В.С., Николаев С.М. Синхронизация квазипериодических колебаний с двумя частотами // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2008. Т. 16, № 2. С. 39–56.
22. Анищенко В.С., Астахов С.В., Вадивасова Т.Е., Феоктистов А.В. Численное и экспериментальное исследование внешней синхронизации двухчастотных колебаний // *Нелинейная динамика*. 2009. Т. 5, № 2. С. 237–252.
23. Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Тюрюкина Л.В. Синхронизация и многочастотные колебания в цепочке фазовых осцилляторов // *Нелинейная динамика*. 2010. Т. 6, № 4. С. 693–717.
24. Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Тюрюкина Л.В. Синхронизация квазипериодических колебаний связанных фазовых осцилляторов // *Письма в Журнал технической физики*. 2010. Т. 36, № 10. С. 73–80.

References

1. Arkulis G.E., Schwarzman Z.M. et al. Self-excited vibrations in a cold rolling mill. *Stal’* [Steel], 1972, no. 8, pp. 727–728. (In Russ.)
2. Garber E.A., Naumchenko V.P. et al. Investigation of the causes of vibrations in stands of continuous rolling mills. *Proizvodstvo prokata* [Rolling Production], 2003, vol. 1, pp. 10–12. (In Russ.)
3. Shao Y., Xiao D., Yilin Y., Mechefske C.K., and Chen X. Characteristic recognition of chatter mark vibration in a rolling mill based on non-dimensional parameters of the vibration signal. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2014, vol. 28, no. 6, pp. 2075–2080. DOI: 10.1007/s12206-014-0106-6
4. Prikhod’ko I.Yu., Krot P.V., Parsenyuk E.A., Chernov P.P., Pimenov V.A., and Tsukanov Yu.A. A system for detecting chatter development and timely correction of technological parameters in continuous cold strip rolling. *Proc. VII Congress of Rolling Specialists*. Moscow, 2007, vol. 1, pp. 115–123. (In Russ.)

5. Niroomand M.R., Forouzan M.R., and Salimi M. Theoretical and experimental analysis of chatter in tandem cold rolling mills based on wave propagation theory. *ISIJ International*, 2015, vol. 55, no. 3, pp. 637–646. DOI: 10.2355/isijinternational.55.637
6. Kozhevnikova A.V., Yusupov V.S. Methodology of designing cold rolling technology preventing vibrations on rolling mills. *Steel in Translation*, 2021, vol. 51, no. 5, pp. 330–334. DOI: 10.3103/S0967091221050065
7. Kimura Y., Fujita N., Matsubara Y., Kobayashi K., Amanuma Y., Yoshioka O., and Sodani Y. High-speed rolling by hybrid-lubrication system in tandem cold rolling mills. *Journal of Materials Processing Technology*, 2015, vol. 21, no. 6, pp. 357–368. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2014.10.002
8. Xu T., Hou D.X., Sun Z.N., and Guo D.W. Vibration characteristics of multi-parametric excitations and multi-frequency external excitations of rolling mill under entry thickness fluctuation of strip. *Journal of Iron and Steel Research International*, 2020, vol. 27, no. 5, pp. 517–527. DOI: 10.1007/s42243-020-00404-1
9. Heidari A., Forouzan M.R., and Akbarzadeh S. Development of a rolling chatter model considering unsteady lubrication. *ISIJ International*, 2014, vol. 54, no. 1, pp. 165–170.
10. Heidari A., Forouzan M.R., and Akbarzadeh S. Effect of friction on tandem cold rolling mills chattering. *ISIJ International*, 2014, vol. 54, no. 10, pp. 2349–2356. DOI: 10.2355/isijinternational.54.2349
11. Pimenov V.A. Investigation of the causes of vibrations in a continuous cold rolling mill. *Chernaya Metallurgiya* [Ferrous Metallurgy], 2022, no. 3 (1083), pp. 47–55. (In Russ.)
12. Kozhevnikov A.V., Smirnov A.S., Pimenov V.A., Yusupov V.S., Demidov S.V., and Kovalev D.A. Investigation of negative vibrational effects (chatter) during cold rolling on the 2030 mill at NLMK. *Stal'* [Steel], 2023, no. 11, pp. 30–34. (In Russ.)
13. Mazur S.I., Pimenov V.A., Kovalev D.A., Zhovnodiy N.N., and Dagman M.A. Ensuring accuracy of geometric characteristics of transverse profile of electrical steel sheet at NLMK. *Chernye Metally* [Ferrous Metals], 2022, no. 5, pp. 67–72. DOI: 10.17580/chm.2022.05.09
14. van der Pol B. On 'relaxation-oscillations'. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1926, vol. 7, no. 2, pp. 978–992.
15. Andronov A.A., Vitt A.A., Khaikin S.E. *Teoriya kolebaniy* [Theory of Oscillations]. Moscow, 1981. 568 p.
16. Chechurin S.L., Chechurin L.S. *Fizicheskiye osnovy teorii kolebaniy* [Physical Foundations of Oscillation Theory]. St. Petersburg, 2005. 256 p.
17. Kuznetsov L.P., Kuznetsov S.P., Ryskin N.M. *Lektsii po teorii kolebaniy. Nelineynyye kolebaniya* [Lectures on Oscillation Theory: Nonlinear Oscillations]. Saratov, 2011. 314 p.
18. Krot P.V. Parametric vibrations in rolling mills. *Proc. National Mining University*. Dnipro, 2002, vol. 13, no. 3, pp. 15–21. (In Russ.)
19. Hayashi T. *Nelineynyye kolebaniya v fizicheskikh sistemakh* [Nonlinear Oscillations in Physical Systems]. Transl. from Engl. Moscow, 1968, 432 p.
20. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M., Kortis Yu. Mechanisms of synchronization of resonant limit cycles on a two-dimensional torus. *Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 4, no. 1, pp. 39–56. (In Russ.)
21. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M. Synchronization of quasiperiodic oscillations with two frequencies. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 16, no. 2, pp. 39–56. (In Russ.)
22. Anishchenko V.S., Astakhov S.V., Vadivasova T.E., Feoktistov A.V. Numerical and experimental study of external synchronization of two-frequency oscillations. *Nonlinear Dynamics*, 2009, vol. 5, no. 2, pp. 237–252. (In Russ.)
23. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Tyuryukina L.V. Synchronization and multifrequency oscillations in a chain of phase oscillators. *Nonlinear Dynamics*, 2010, vol. 6, no. 4, pp. 693–717. (In Russ.)
24. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Tyuryukina L.V. Synchronization of quasiperiodic oscillations in coupled phase oscillators. *Technical Physics Letters*, 2010, vol. 36, no. 10, pp. 73–80. (In Russ.)

Информация об авторах

Комаров Алексей Валерьевич, начальник ремонтного управления, ООО «ВИЗ-Сталь», Екатеринбург, Россия; Komarov_av@nlmk.com

Большиков Иван Георгиевич, начальник отдела АСУ ТП, ООО «ВИЗ-Сталь», Екатеринбург, Россия; bolshekov_ig@nlmk.com

Васильев Виталий Альбертович, кандидат технических наук, заместитель директора, ООО НТЦ «СИГМА», Челябинск, Россия; vasilyev_va@list.ru

Чернявский Александр Олегович, доктор технических наук, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; a.o.cher@mail.ru

Иванов Анатолий Иванович, научный сотрудник, ООО НТЦ «СИГМА», Челябинск, Россия; ivanovanat88@gmail.com

Information about the authors

Alexey V. Komarov Head of the Repair Department, VIS Steel LLC, Yekaterinburg, Russia; Komarov_av@nlmk.com

Ivan G. Bolshekov, Head of the Automated Control System Department, VIS Steel LLC, Yekaterinburg, Russia; bolshekov_ig@nlmk.com

Vitaly A. Vasiliev, Candidate of Technical Sciences, Deputy Director, SIGMA Scientific and Technical Center, Chelyabinsk, Russia; vasilyev_va@list.ru

Alexander O. Chernyavsky, Doctor of Technical Sciences, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; a.o.cher@mail.ru

Anatoly I. Ivanov, Researcher, SIGMA Scientific and Technical Center, Chelyabinsk, Russia; ivanovanat88@gmail.com

Статья поступила в редакцию 05.11.2025; принята к публикации 17.11.2025.

The article was submitted 05.11.2025; accepted for publication 17.11.2025.