

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЕМОНСТРАТОРА МНОГОРАЗОВОЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С МНОГОКАМЕРНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ НА ЭТАПЕ ПОСАДКИ

В.О. Чернецкий, *chernetskiivo@susu.ru*

В.Б. Садов, *sadovvb@susu.ru*

Е.А. Алёшин, *aleshinea@susu.ru*

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. В статье рассматривается задача разработки модели системы управления демонстратора многоразовой ракеты-носителя на этапе посадки. Современные методы проектирования систем управления основаны на использовании цифровых моделей систем. В случае синтеза систем управления ракет-носителей необходимо учитывать то, что характеристики ракет-носителей сильно меняются в зависимости от времени и этапов полета. Целью исследования являлся вопрос построения модели многоразовой ракеты-носителя на этапе посадки и синтеза следящих систем, входящих в состав общей системы управления. В статье рассмотрена общая структура системы управления демонстратора ракеты-носителя с показом основных связей между ее элементами, даны структуры следящих систем демонстратора, приведены основные подходы к синтезу регуляторов систем стабилизации с целью получения требуемых статических и динамических свойств системы управления, приведены результаты моделирования движения демонстратора ракеты-носителя с использованием программной системы Simulink. Показаны оценки точности движения демонстратора ракеты-носителя на этапе посадки, даны данные по воздействию внешних условий на точность посадки. Приведенный подход к проектированию систем управления ракет-носителей является достаточно общим, позволяющим использовать материалы статьи при проектировании систем управления и частично конструкций ракет-носителей и их двигательных установок в целях оценки управляемости всего летательного аппарата. Материал статьи содержит достаточный объем графического материала, приведен обзор литературных источников, подтверждающих актуальность темы исследования и современный ее уровень.

Ключевые слова: системы и алгоритмы управления, цифровое моделирование, динамические модели

Благодарности. Работа выполнена в рамках договора FENU-2024-0004 (2024024ГЗ).

Для цитирования: Чернецкий В.О., Садов В.Б., Алёшин Е.А. Разработка модели системы управления демонстратора многоразовой ракеты-носителя с многокамерной двигательной установкой на этапе посадки // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2026. Т. 26, № 3. С. 45–58. DOI: 10.14529/engin260304

DEVELOPMENT OF A CONTROL SYSTEM MODEL FOR A DEMONSTRATOR LANDING MODULE WITH A MULTI-CHAMBER PROPULSION UNIT WITH A CENTRAL BODY

V.O. Chernetsky, chernetckiivo@susu.ru

V.B. Sadov, sadovvb@susu.ru

E.A. Aleshin, aleshinea@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. This article examines the problem of developing a control system model for a reusable launch vehicle demonstrator during the landing phase. Modern control system design methods are based on the use of digital models of systems. When synthesizing launch vehicle control systems, it is necessary to consider that launch vehicle characteristics vary significantly depending on time and flight phases. The aim of the study was to construct a model of a reusable launch vehicle during the landing phase and synthesize the tracking systems that comprise the overall control system. This article examines the general structure of the demonstrator launch vehicle's control system, demonstrating the key relationships between its elements. It also describes the structure of the demonstrator's tracking systems. It also presents key approaches to synthesizing stabilization system controllers to achieve the required static and dynamic properties of the control system. It also presents the results of modeling the demonstrator's motion using the Simulink software system. It also presents estimates of the demonstrator launch vehicle's motion accuracy during the landing phase, and provides data on the impact of external conditions on landing accuracy. The presented approach to launch vehicle control system design is sufficiently general to allow the article's materials to be used in the design of control systems and, in part, launch vehicle and propulsion system designs for the purpose of assessing the controllability of the entire aircraft. The article contains a sufficient amount of graphic material and a review of literary sources confirming the relevance of the research topic and its current state.

Keywords: control systems and algorithms, digital modeling, dynamic models

Acknowledgments. The work was carried out under the contract FENU-2024-0004 (2024024Г3).

For citation: Chernetsky V.O., Sadov V.B., Aleshin E.A. Development of a control system model for a demonstrator landing module with a multi-chamber propulsion unit with a central body. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2026:26(3):45–58. (In Russ.) DOI: 10.14529/engin260304

Введение

Современный подход к синтезу систем управления сложными объектами включает в себя обязательный этап разработки модели системы управления с учетом всех возможных физических факторов, влияющих на ее поведение. К таким объектам относятся и системы управления космическими аппаратами. Проведение цифрового просчета процесса движения космического аппарата с использованием его модели дает возможность оценки точности ее движения по заданной траектории, а также качества процессов регулирования двигательной установкой. Также с целью удешевления процессов разработки и испытаний изделий ракетно-космической техники используют подход синтеза Демонстраторов технологий [1, 2]. По совокупности все это позволяет синтезировать системы управления ракетно-космических аппаратов с необходимым качеством управления с приемлемыми материальными затратами.

Одной из характерных особенностей систем управления ракеты-носителя является необходимость изменения параметров, а иногда и структур управления в ходе движения, так как такие параметры, как масса и координаты центров масс, давления и другие параметры самого космиче-

ского аппарата, сильно меняются в ходе полета. Поэтому структуры управления и их характеристики часто рассматриваются отдельно на всех характерных этапах траектории полета.

Целью данной работы является показ технологий, которые позволяют проводить синтез моделей систем управления демонстратора ракеты-носителя на этапе посадки и осуществлять настройку регуляторов, обеспечивающих необходимое качество отработки траектории движения.

1. Уравнения движения демонстратора ракеты-носителя на этапе посадки

Эскиз демонстратора ракеты носителя (РН) с указанием основных геометрических размеров приведен на рис. 1. Полагаем, что сухая масса ракеты-носителя 30 т, остаток топлива перед включением двигательной установки на посадочном участке траектории 9,5 т. Данные массогабаритные характеристики демонстратора РН соответствуют существующим в настоящее время характеристикам РН многоразового использования.

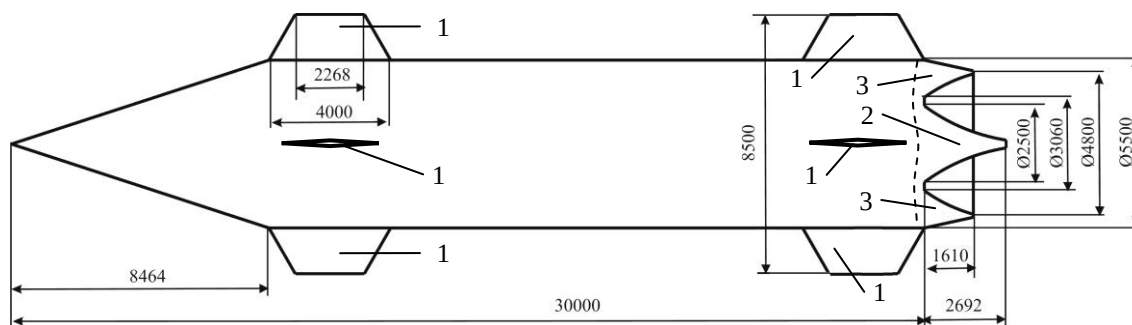


Рис. 1. Эскиз многоразовой одноступенчатой ракеты-носителя:

1 – аэродинамические рули; 2 – центральное тело двигательной установки; 3 – кожух

Fig. 1. Sketch of a reusable single-stage launch vehicle:

1 – aerodynamic control surfaces; 2 – central body of the propulsion system; 3 – shroud

В процессе полета РН совершает сложное движение, которое может быть представлено в виде суммы поступательного движения центра масс РН и вращательного движения относительно центра масс. При выводе уравнений движения относительно ЦМ используем связанную с корпусом РН систему координат (ССК) $0xyz$ [3, 4] (рис. 2). Поскольку РН должна совершить посадку в заданную точку на поверхности Земли, уравнения движения центра масс получаем в СК, связанной с Землей, – посадочная или базовая (ПСК), $0_0x_0y_0z_0$ (рис. 3). ПСК вращается вместе с Землей и не является инерциальной. Начало ПСК 0_0 совпадает с точкой посадки. Ось 0_0x_0 направлена вверх по линии, соединяющей центр Земли и точку посадки. Ось 0_0y_0 расположена в касательной плоскости к поверхности Земли в точке посадки и ориентирована в направлении на север. Ось 0_0z_0 дополняет систему координат до правой (см. рис. 3). M – точка, в которой находится центр масс РН; R_E – радиус Земли; φ_0 – геоцентрическая широта точки посадки; $\vec{\Omega}_E$ – вектор угловой скорости Земли.

При выводе уравнений движения РН используем следующие допущения о форме и гравитационном поле Земли [5, 6]: модель фигуры Земли – шар с радиусом $R_E = 637111 \text{ км}$; Земля вращается с угловой скоростью $\Omega_E = 7,292115855310^{-5} \text{ рад/с}$; масса Земли $M_E = 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ кг}$; гравитационное поле – центральное; гравитационная постоянная $G = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$.

Пересчет векторов сил и моментов из одной СК в другую происходит с помощью матрицы перехода L между осями ПСК и ССК, которая определяется последовательностью углов частных поворотов крена γ , рыскания ψ и тангажа ϑ :

$$L = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \cos \vartheta \sin \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \sin \vartheta \sin \gamma \\ -\sin \vartheta \cos \psi & -\sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma + \cos \vartheta \cos \gamma & \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \psi & -\cos \psi \sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (1)$$

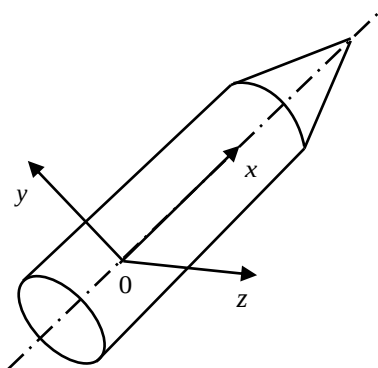


Рис. 2. Связанная система координат
Fig. 2. Associated coordinate system

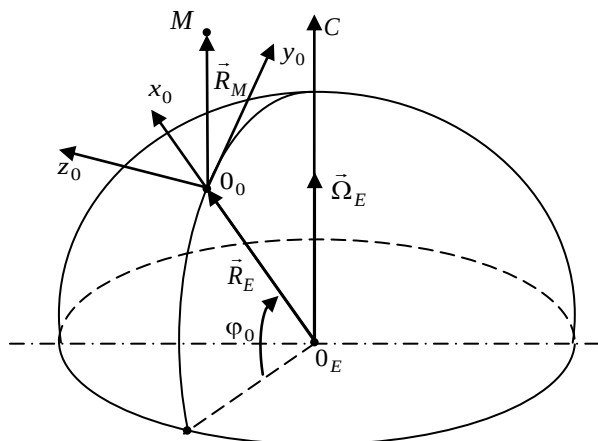


Рис. 3. Посадочная (базовая) система координат
Fig. 3. Landing (base) coordinate system

1.1. Уравнения движения центра масс РН в посадочной СК

Поскольку ПСК $0_0x_0y_0z_0$ вращается вместе с Землей с угловой скоростью $\vec{\Omega}_E$ (см. рис. 3), исходя из теоремы о сложении скоростей [7, 8], абсолютная скорость точки M

$$\vec{V}_a = \vec{V} + \vec{V}_o + \vec{\Omega}_E \times \vec{R}_M, \quad (2)$$

где $\vec{V}$ – относительная скорость точки M ; $\vec{V}_o$ – переносная скорость.

Поскольку $\frac{d\vec{V}_a}{dt} = \frac{1}{m} \vec{R}_\Sigma$, где m – масса РН в текущий момент времени; $\vec{R}_\Sigma = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_g$ – суммарный вектор сил, действующих на РН; $\vec{P}$ – вектор силы тяги двигателя; $\vec{R}$ – аэродинамическая сила; $\vec{F}_g$ – вектор силы земного притяжения, то дифференцируя (2) по времени, применяя формулу Бура [9, 10] и обозначив проекции соответствующих векторов на оси ПСК $\dot{\vec{V}} = [\dot{V}_{x0} \ \dot{V}_{y0} \ \dot{V}_{z0}]^T$, $\vec{V} = [V_{x0} \ V_{y0} \ V_{z0}]^T$, $\vec{R}_\Sigma = [R_{\Sigma x0} \ R_{\Sigma y0} \ R_{\Sigma z0}]^T$, $\frac{d\vec{V}_o}{dt} = [\dot{V}_{ox0} \ \dot{V}_{oy0} \ \dot{V}_{oz0}]^T$, $\vec{\Omega}_E = [\Omega_{Ex0} \ \Omega_{Ey0} \ \Omega_{Ez0}]^T$, $\vec{R}_M = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$, $\dot{\vec{R}}_M = [\dot{x}_0 \ \dot{y}_0 \ \dot{z}_0]^T$, получаем систему дифференциальных уравнений в векторном виде

$$\begin{cases} \dot{\vec{R}} = \vec{V}, \\ \dot{\vec{V}} = \frac{1}{m} \vec{R}_\Sigma - \frac{d\vec{V}_o}{dt} - 2\vec{\Omega}_E \times \vec{V} - \vec{\Omega}_E \times (\vec{\Omega}_E \times \vec{R}_M), \end{cases} \quad (3)$$

или в скалярном виде

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = V_{x0}, \\ \dot{y}_0 = V_{y0}, \\ \dot{z}_0 = V_{z0}, \\ \dot{V}_{x0} = \frac{1}{m} R_{\Sigma x0} - \dot{V}_{ox0} - 2(\Omega_{Ey0} V_{z0} - \Omega_{Ez0} V_{y0}) - (\Omega_{Ey0}(\Omega_{Ex0} y_0 - \Omega_{Ey0} x_0) - \Omega_{Ez0}(\Omega_{Ez0} x_0 - \Omega_{Ex0} z_0)), \\ \dot{V}_{y0} = \frac{1}{m} R_{\Sigma y0} - \dot{V}_{oy0} - 2(\Omega_{Ez0} V_{x0} - \Omega_{Ex0} V_{z0}) - (\Omega_{Ez0}(\Omega_{Ey0} z_0 - \Omega_{Ez0} y_0) - \Omega_{Ex0}(\Omega_{Ex0} y_0 - \Omega_{Ey0} x_0)), \\ \dot{V}_{z0} = \frac{1}{m} R_{\Sigma z0} - \dot{V}_{oz0} - 2(\Omega_{Ex0} V_{y0} - \Omega_{Ey0} V_{x0}) - (\Omega_{Ex0}(\Omega_{Ez0} x_0 - \Omega_{Ex0} z_0) - \Omega_{Ey0}(\Omega_{Ey0} z_0 - \Omega_{Ez0} y_0)), \end{cases} \quad (4)$$

Так как согласно рис. 3

$$\begin{cases} \Omega_{Ex0} = \Omega_E \sin \varphi_0, \\ \Omega_{Ey0} = \Omega_E \cos \varphi_0, \\ \Omega_{Ez0} = 0, \end{cases} \begin{cases} \dot{V}_{ox0} = -\Omega_E^2 R_E \cos^2 \varphi_0, \\ \dot{V}_{oy0} = \Omega_E^2 R_E \cos \varphi_0 \sin \varphi_0, \\ \dot{V}_{oz0} = 0. \end{cases}$$

то уравнения движения центра масс РН (4) упрощаются и принимают вид

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = V_{x0}, \\ \dot{y}_0 = V_{y0}, \\ \dot{z}_0 = V_{z0}, \\ \dot{V}_{x0} = \frac{1}{m} R_{\Sigma x0} - \dot{V}_{ox0} - 2\Omega_{Ey0} V_{z0} - \Omega_{Ey0} (\Omega_{Ex0} y_0 - \Omega_{Ey0} x_0) = \frac{1}{m} (P_{x0} + X_0) + g_{x0} + \Delta \dot{V}_{x0}, \\ \dot{V}_{y0} = \frac{1}{m} R_{\Sigma y0} - \dot{V}_{oy0} + 2\Omega_{Ex0} V_{z0} + \Omega_{Ex0} (\Omega_{Ex0} y_0 - \Omega_{Ey0} x_0) = \frac{1}{m} (P_{y0} + Y_0) + g_{y0} + \Delta \dot{V}_{y0}, \\ \dot{V}_{z0} = \frac{1}{m} R_{\Sigma z0} - 2(\Omega_{Ex0} V_{y0} - \Omega_{Ey0} V_{x0}) + \Omega_E^2 z_0 = \frac{1}{m} (P_{z0} + Z_0) + g_{z0} + \Delta \dot{V}_{z0}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\Delta \dot{V} = [\Delta \dot{V}_{x0} \quad \Delta \dot{V}_{y0} \quad \Delta \dot{V}_{z0}]^T$ – дополнительное ускорение, обусловленное вращением Земли.

1.2. Уравнения движения РН относительно центра масс в ССК

В векторном виде уравнения движения относительно центра масс могут быть записаны как

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_\Sigma, \quad (6)$$

где $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} = [L_x \quad L_y \quad L_z]^T$ – вектор кинетического момента относительно центра масс фиктивного твердого тела в ССК; I – симметричная матрица инерции; $\vec{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$ – абсолютная угловая скорость в проекциях на оси ССК; $\vec{M}_\Sigma = [M_{\Sigma x} \quad M_{\Sigma y} \quad M_{\Sigma z}]^T = \vec{M}^{dy} + \vec{M}$ – главный момент сил; $\vec{M}^{dy} = [M_x^{dy} \quad M_y^{dy} \quad M_z^{dy}]^T$ – момент двигателя; $\vec{M} = [M_x \quad M_y \quad M_z]^T$ – аэродинамический момент.

Полагая, что матрица инерции является диагональной, причем $I_y = I_z$, дифференцируя (6) по времени и применяя формулу Бура [9, 10], получаем уравнения движения РН относительно центра масс:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{1}{I_x} M_{\Sigma x}, \\ \dot{\omega}_y = \frac{1}{I_y} (M_{\Sigma y} + (I_z - I_x) \omega_x \omega_z) = \frac{1}{I_y} (M_{\Sigma y} + \Delta M_y), \\ \dot{\omega}_z = \frac{1}{I_z} (M_{\Sigma z} + (I_x - I_y) \omega_x \omega_y) = \frac{1}{I_z} (M_{\Sigma z} + \Delta M_z), \end{cases} \quad (7)$$

где $\Delta \vec{M} = [0 \quad \Delta M_y \quad \Delta M_z]^T$ – дополнительный момент, обусловленный вращением Земли.

1.3. Кинематические уравнения

Для работы модели регуляторов системы управления РН необходимы значения углов Крылова и их производных. Кинематические уравнения позволяют получить производные углов Крылова, исходя из проекций вектора угловой скорости РН на оси ССК. Угловая скорость РН

относительно посадочной системы координат, заданная проекциями на оси связанной системы координат, определяется выражением

$$\vec{\omega}_r = \vec{\omega} - L\vec{\Omega}_{E0}, \quad (8)$$

где $\vec{\omega}$ – абсолютная угловая скорость в связанной системе координат; $\vec{\Omega}_{E0}$ – угловая скорость посадочной системы координат (см. рис. 3); L – матрица перехода от посадочной к связанной системе координат (1).

В результате преобразований с учетом последовательности углов поворотов «крен γ , рыскание ψ , тангаж ϑ » при переходе от ПСК к ССК получаем

$$\vec{\omega}_r = \begin{bmatrix} \omega_{rx} \\ \omega_{ry} \\ \omega_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \cos \psi \cos \vartheta + \dot{\psi} \sin \vartheta \\ -\dot{\gamma} \cos \psi \sin \vartheta + \dot{\psi} \cos \vartheta \\ \dot{\gamma} \sin \psi + \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\cos \psi \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ \sin \psi & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Тогда из (9) находим производные углов Крылова

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = Q^{-1} \vec{\omega}_r = \begin{bmatrix} \cos \vartheta / \cos \psi & -\sin \vartheta / \cos \psi & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ -\operatorname{tg} \psi \cos \vartheta & \operatorname{tg} \psi \sin \vartheta & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{rx} \\ \omega_{ry} \\ \omega_{rz} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

1.4. Сила земного притяжения. Ускорение силы земного притяжения

Сила земного притяжения $\vec{F}_{g0}$ (с учетом центрального поля тяготения сферической Земли) и ускорение силы земного притяжения $\vec{g}_0$ в ПСК находятся как

$$\vec{F}_{g0} = \begin{bmatrix} F_{gx0} & F_{gy0} & F_{gz0} \end{bmatrix}^T = -m\vec{g}_0 = -m \begin{bmatrix} g_{x0} & g_{y0} & g_{z0} \end{bmatrix}^T = -mGM_E \frac{\vec{R}_{M0}}{|\vec{R}_{M0}|^3},$$

где $\vec{R}_{M0} = [x_0 + R_E \quad y_0 \quad z_0]^T$, $|R_{M0}| = \sqrt{(x_0 + R_E)^2 + y_0^2 + z_0^2}$.

Очевидно, что в ССК эти величины будут равны

$$\vec{F}_g = \begin{bmatrix} F_{gx} & F_{gy} & F_{gz} \end{bmatrix}^T = L\vec{F}_{g0}, \quad \vec{g} = \begin{bmatrix} g_x & g_y & g_z \end{bmatrix}^T = L\vec{g}_0,$$

где L – матрица перехода (1).

1.5. Аэродинамические силы и моменты

Аэродинамические силы и моменты удобно представлять в скоростной системе координат (СкСК) $0x_a y_a z_a$ (рис. 4). На заключительном этапе посадки РН движется вперед кормовой частью, поэтому СкСК $0x_a y_a z_a$ целесообразно рассматривать совместно с модифицированной связанной системой координат (МССК) $0x_1 y_1 z_1$ (см. рис. 4), полученной путем поворота ССК $0x y z$ на угол π вокруг оси $0y$.

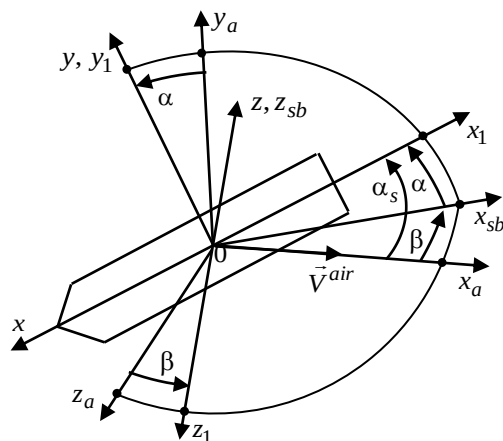
Согласно рис. 4 углы атаки и скольжения могут быть вычислены как

$$\alpha = -\arcsin \frac{V_y^{air}}{|\vec{V}^{air}| \cos \beta}, \quad \beta = -\arcsin \frac{V_z^{air}}{|\vec{V}^{air}|}, \quad \alpha_s = \frac{\sqrt{(V_y^{air})^2 + (V_z^{air})^2}}{|\vec{V}^{air}|}. \quad (11)$$

Проекция полной аэродинамической силы $\vec{R}_a = [X_a \quad Y_a \quad Z_a]^T$ на оси СкСК могут быть найдены по формулам

$$X_a = -C_x(\alpha, \beta, M)qS, \quad Y_a = C_y(\alpha, \beta, M)qS, \quad Z_a = C_z(\alpha, \beta, M)qS, \quad (12)$$

где C_x , C_y , C_z – безразмерные коэффициенты силы лобового сопротивления, подъемной силы и боковой силы; $q = \rho(h) |\vec{V}^{air}|^2 / 2$ – скоростной напор; $\rho(h)$ – плотность воздуха на высоте h ; S – характерная площадь (в случае РН – площадь миделя); $a(h)$ – скорость звука на высоте h ; $M = |\vec{V}^{air}| / a(h)$ – число Маха.



$Ox_a y_a z_a$ – скоростная СК (СкСК);
 $Oxyz$ – связанная СК (ССК);
 $Ox_1 y_1 z_1$ – модифицированная связанная СК (МССК);
 $Ox_{sb} y_{sb} z_{sb}$ – полусвязанная СК;
 α – угол атаки;
 β – угол скольжения;
 α_s – пространственный угол атаки;
 $\vec{V}^{air}$ – воздушная скорость РН

Рис. 4. Взаимное расположение скоростной, связанной и модифицированной связанной систем координат при движении ракеты-носителя кормовой частью вперед

Fig. 4. Relative positions of the velocity, bound and modified bound coordinate systems when the launch vehicle moves with the aft part forward

Значения $\rho(h)$ и $a(h)$ для стандартной атмосферы получаем путем полиномиальной аппроксимации таблиц [11].

При малых значениях углов α и β

$$C_x(\alpha, \beta, M) \approx C_x(\alpha, 0, M) \Big|_{\alpha=\alpha_s} = C_x(\alpha_s, M), \quad C_y(\alpha, \beta, M) \approx C_y(\alpha, 0, M) = C_y(\alpha, M),$$

$$C_z(\alpha, \beta, M) \approx C_z(0, \beta, M) = C_z(\beta, M),$$

причем $C_z(\beta, M) = -C_y(\alpha, M)$ при $\alpha = \beta$.

Проекция вектора аэродинамической силы $\vec{R}$ на оси ССК и ПСК равны

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{L}^T \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \beta & 0 & -\cos \beta \end{bmatrix}.$$

Проекция аэродинамического момента M_y и M_z вычисляются по формулам:

$$M_y = Z(x_d - x_c), \quad M_z = -Y(x_d - x_c),$$

где x_d – расстояние от носка РН до центра давления; x_c – расстояние от носка РН до центра масс. Поскольку форма РН (см. рис. 1) близка к осесимметричной, примем допущение, что $M_x \approx 0$.

Для РН (см. рис. 1) путем численного моделирования обтекания с использованием программного комплекса ANSYS/CFX [12] получен банк аэродинамических коэффициентов в виде двумерных таблиц $C_x(\alpha_s, M)$, $C_y(\alpha, M)$ и положения центра давления $x_d(\alpha_s, M)$.

2. Структура модели системы управления ракеты-носителя

Структура модели системы управления РН имеет вид, представленный на рис. 5. Параметры желаемой траектории поступают в блок модели регуляторов системы управления. По рассогласованию с текущими параметрами траектории, поступающими из блока математической модели

движения РН, формируются управляющие воздействия в виде тяги и моментов, которые должна обеспечить модель двигательной установки (ДУ). Управляющие воздействия из блока модели регуляторов поступают в виде желаемых моментов и силы тяги РН в блок модели ДУ. Блок модели ДУ [13] формирует вектор управления состоянием камер / групп камер ДУ на основании желаемого вектора тяги и управляющих моментов. Фактические значения тяги и моментов рассчитываются на основании уравнений динамики ДУ и вектора управления состоянием камер и поступают в блок математической модели движения РН. В блоке математической модели движения РН рассчитываются фактические параметры движения ракеты-носителя. Основные аэродинамические параметры рассчитываются в отдельном блоке по фактическим параметрам движения РН.

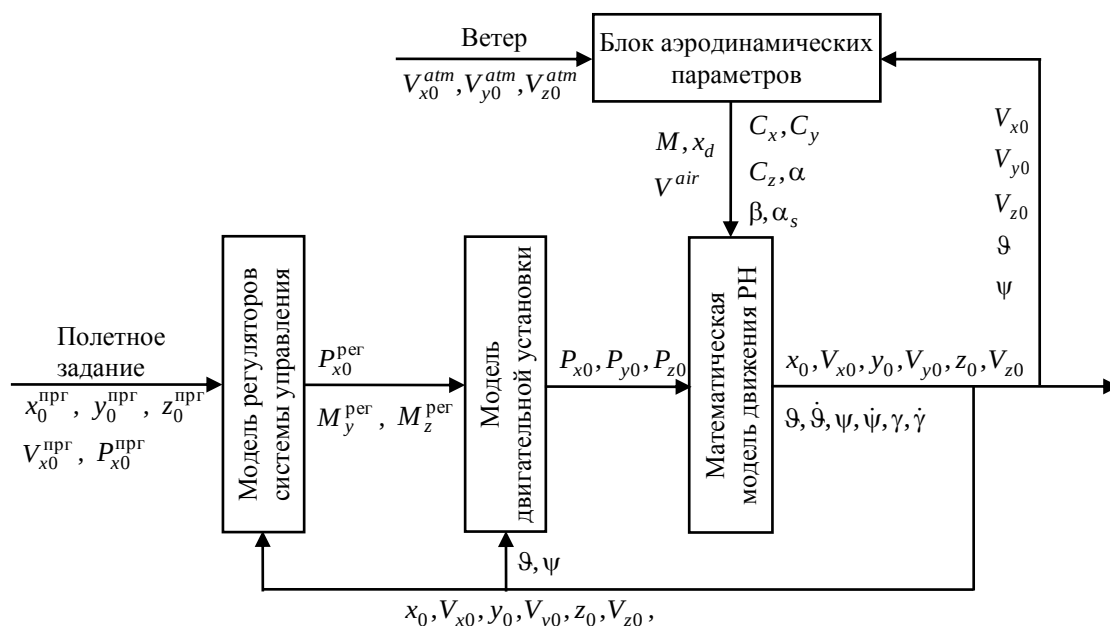


Рис. 5. Схема модели ракеты-носителя
Fig. 5. Schematic diagram of the launch vehicle model

Исходя из уравнений движения ракеты-носителя (5), (7), структурная схема модели РН как объекта управления будет иметь вид, показанный на рис. 6.

Как видно из (5), (7), (9), (10), а также из рис. 6, математическая модель движения РН совместно с моделью двигательной установки с центральным телом содержит переменные параметры: масса, положение центра масс и центра давления, моменты инерции РН. В таких случаях в теории автоматического управления при расчете регуляторов часто применяется так называемый метод замороженных коэффициентов [14]. К тому же система управления РН является многосвязной (содержит три канала, соответствующих движениям относительно осей ПСК $O_0x_0y_0z_0$) и нелинейной из-за наличия нелинейных перекрестных связей между каналами и нелинейных элементов внутри каналов. Поэтому при синтезе регуляторов целесообразно пренебречь нелинейностью и многосвязностью и рассматривать каналы как независимые.

Модель и алгоритм управления вектором тяги многокамерного жидкостного ракетного двигателя с центральным телом рассмотрены в [13].

Структурные схемы регуляторов [15, 16] каналов системы управления каналами вертикального, нормального и бокового движения показаны на рис. 7–9.

По результатам расчета регуляторов и последующего моделирования системы управления получены следующие коэффициенты: $K_{x0}=1$, $K_{V_{x0}}=240000$, $K_{y0}=K_{z0}=0,15$, $K_{V_{y0}}=0,035$, $K_{V_{z0}}=-0,035$, $K_{\vartheta}=K_{\psi}=1$, $K_{\dot{\vartheta}}=K_{\dot{\psi}}=10000000$.

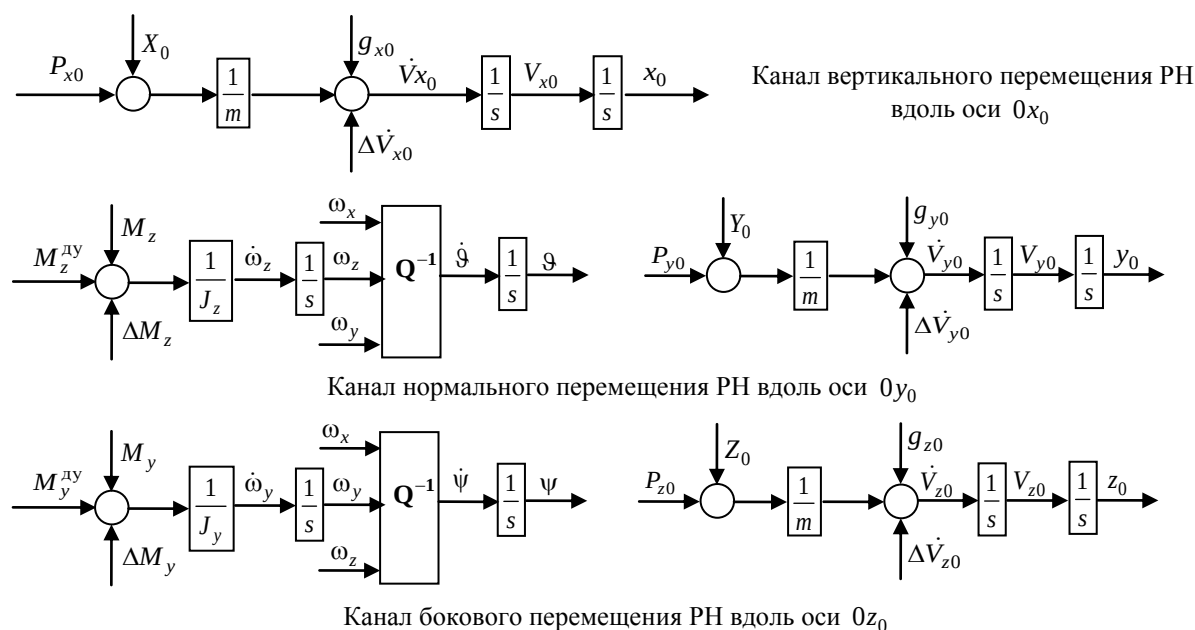


Рис. 6. Структурная схема математической модели движения ракеты-носителя
Fig. 6. Structural diagram of the mathematical model of the launch vehicle motion

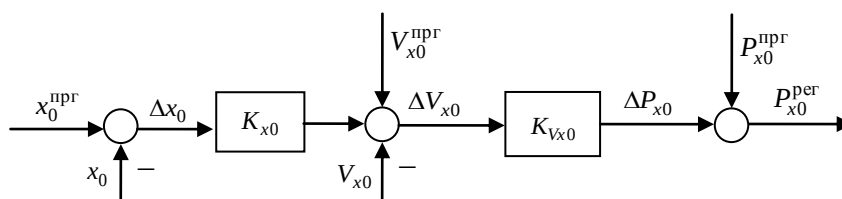


Рис. 7. Структурная схема регулятора канала вертикального движения: K_{x0} – коэффициент усиления контура перемещения; K_{Vx0} – коэффициент усиления контура скорости
Fig. 7. Structural diagram of the vertical motion channel controller: K_{x0} – gain factor of the displacement circuit; K_{Vx0} – gain factor of the velocity circuit

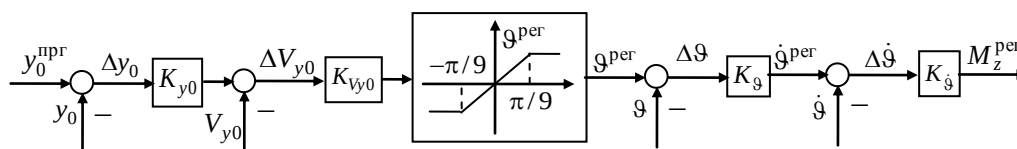


Рис. 8. Структурная схема регулятора канала нормального движения: K_{y0} – коэффициент усиления контура перемещения; K_{Vy0} – коэффициент усиления контура скорости; K_g – коэффициент усиления контура угла тангажа; $K_{\dot{\theta}}$ – коэффициент усиления контура производной угла тангажа
Fig. 8. Structural diagram of the normal motion channel controller: K_{y0} – gain of the displacement loop; K_{Vy0} – gain of the velocity loop; K_g – gain of the pitch angle loop; $K_{\dot{\theta}}$ – gain of the pitch angle derivative loop

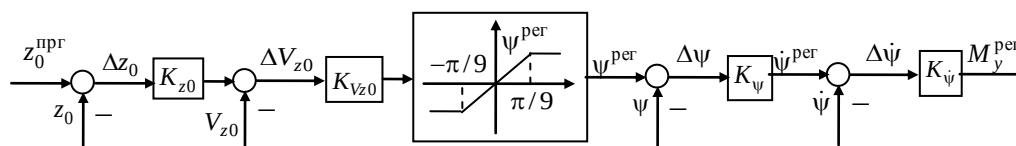


Рис. 9. Структурная схема регулятора канала бокового движения: K_{z0} – коэффициент усиления контура перемещения; K_{Vz0} – коэффициент усиления контура скорости;

K_{ψ} – коэффициент усиления контура угла рыскания; $K_{\dot{\psi}}$ – коэффициент усиления контура производной угла рыскания

Fig. 9. Structural diagram of the lateral motion channel controller: K_{z0} – gain of the displacement loop; K_{Vz0} – gain of the velocity loop; K_{ψ} – gain of the yaw angle loop; $K_{\dot{\psi}}$ – gain of the yaw angle derivative loop

3. Результаты моделирования

Траектория движения РН после схода с орбиты состоит из нескольких участков. На первом участке (AB) происходит торможение за счет аэродинамических сил, РН движется носовой частью вперед, двигатель не работает, управление осуществляется аэродинамическими рулями. На втором участке (BC) РН движется кормовой частью вперед, двигатель не работает, управление осуществляется аэродинамическими рулями. На третьем участке (CD) двигатель работает и обеспечивает постоянную и близкую к максимальной тягу для интенсивного торможения и экономии топлива, стабилизация РН осуществляется аэродинамическими рулями, поскольку в таком режиме двигатель не обеспечивает достаточных нормальной и боковой составляющих силы тяги. На четвертом участке (DE) тяга двигателя снижается до значения, примерно соответствующего середине диапазона ее регулирования, что позволяет начать управление перемещением РН в горизонтальной плоскости с помощью изменения проекций вектора тяги. РН производит посадку в точке, которая должна совпадать с началом ПСК $0x_0y_0z_0$.

Реализация моделей демонстратора РН и моделирование его полета осуществлялись в программном продукте MATLAB/Simulink [17–20].

3.1. Моделирование вертикального движения РН на этапе посадки

Основным возмущающим фактором системы управления для канала вертикального перемещения на участке CD будет отличие фактической вертикальной скорости $V_{x0}(t_C)$ от ее значения из полетного задания $V_{x0}^{prg}(t_C)$. Это отличие может быть вызвано влиянием отклонения рулей на аэродинамические силы и отличием фактических параметров атмосферы (плотность и скорость звука) от стандартных. Кроме того, высота, на которой запустится двигатель $x_{x0}(t_C)$, также может не соответствовать полетному заданию $x_0^{prg}(t_C)$.

На рис. 10 приведены результаты моделирования вертикального движения $x_0(t)$ и $V_{x0}(t)$ при $x_0(t_C) = x_0^{prg}(t_C) + 30$ м и $V_{x0}(t_C) = V_{x0}^{prg}(t_C) + 30$ м/с.

Из результатов моделирования следует, что на четвертом участке (DE) траектории значения $x_0(t)$, $V_{x0}(t)$, практически не отличаются от программных $x_0^{prg}(t)$, $V_{x0}^{prg}(t)$, поэтому в момент запуска двигателя отклонения высоты на ± 30 м и вертикальной скорости на ± 30 м/с от полетного задания не будут влиять на управление нормальным и боковым движением ракеты-носителя на этом участке траектории.

3.2. Моделирование совместной работы каналов системы управления на заключительном участке этапа посадки

Все три канала системы управления с помощью изменения вектора тяги двигателя работают только на заключительном этапе посадки, соответствующем четвертому участку (DE) посадочной траектории. Поэтому моделирование их совместной работы производится только на этом участке.

В процессе посадки необходимо обеспечить следующие условия:

- 1) координаты точки посадки Е в момент посадки t_E в ПСК $x_0(t_E) = y_0(t_E) = z_0(t_E) = 0$;

- 2) проекции вектора скорости на оси ПСК $V_{x0}(t_E) = V_{y0}(t_E) = V_{z0}(t_E) = 0$;
- 3) проекции вектора угловой скорости на оси ССК $\omega_x(t_E) = \omega_y(t_E) = \omega_z(t_E) = 0$;
- 4) углы Крылова $\gamma(t_E) = \vartheta(t_E) = \psi(t_E) = 0$.

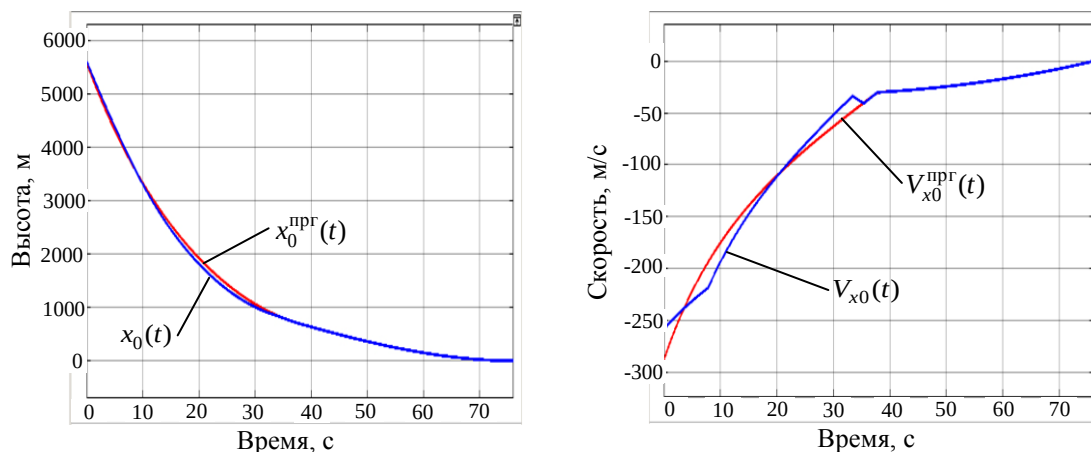


Рис. 10. Зависимости $x_0(t)$ и $V_{x0}(t)$

Fig. 10. Dependencies $x_0(t)$ and $V_{x0}(t)$

В соответствии с полетным заданием участок (DE) траектории начинается в момент времени $t = t_D = 37,83$ с (отсчет времени ведется от момента включения двигателя). Исходя из полетного задания, $x_0^{\text{прг}}(t_D) = 699,33$ м и $V_{x0}^{\text{прг}}(t_D) = -30,22$ м/с. Из результатов моделирования канала управления вертикальным движением по упрощенной модели следует, что на участке (DE) фактические значения $x_0(t)$ и $V_{x0}(t)$ практически не отличаются от программных. Поэтому полагаем, что $x_0(t_D) = x_0^{\text{прг}}(t_D)$ и $V_{x0}(t_D) = V_{x0}^{\text{прг}}(t_D)$.

Если движение РН на участке (CD) строго соответствует полетному заданию, то ее масса в момент времени t_D должна составлять $m(t_D) = 34471$ кг. Однако при наличии возмущений фактическая тяга двигателя отличается от программной. Поэтому масса РН $m(t_D)$ также будет отличаться от указанного значения. В результате моделирования канала вертикального перемещения установлено, что при наличии возмущений масса РН $m(t_D) = 34471$ укладывается в диапазон 34250...34850 кг.

Диапазоны значений остальных начальных условий $y_0(t_D)$, $z_0(t_D)$, $V_{y0}(t_D)$, $V_{z0}(t_D)$, $\omega_x(t_D)$, $\omega_y(t_D)$, $\omega_z(t_D)$, $\gamma(t_D)$, $\psi(t_D)$, $\vartheta(t_D)$ зависят от точности работы системы управления движением ракеты-носителя на участке (AD) с помощью аэродинамических рулей и от действующих в это время внешних возмущений. Следует учитывать, что на участке (DE) траектории посадки управление ведется только за счет изменения вектора тяги двигателя. Поскольку при этом проекция создаваемого двигателем момента на связанную ось Ox равна $M_x(t) = 0$, управлять значениями $\omega_x(t)$ и $\gamma(t)$ невозможно. Это накладывает ограничения на диапазон допустимых значений начальных условий $\omega_x(t_D)$ и $\gamma(t_D)$.

На рис. 11–13 показаны (для примера) результаты моделирования для следующих начальных условий: $y_0(t_D) = z_0(t_D) = 106,1$ м, $V_{y0}(t_D) = V_{z0}(t_D) = 7,07$ м/с, $\gamma(t_D) = 0$ град, $\psi(t_D) = -5$ град, $\vartheta(t_D) = 5$ град, $\omega_x(t_D) = 0$ град/с, $\omega_y(t_D) = -5$ град/с, $\omega_z(t_D) = 5$ град/с, $V_{y0}^{\text{атм}}(t) = V_{z0}^{\text{атм}}(t) = 10,6$ м/с. В момент посадки $y_0(t) = 6,1$ м, $z_0(t) = 10,7$ м, $V_{y0}(t) = -0,25$ м/с, $V_{z0}(t) = -0,1$ м/с, $\psi = 3,0$ град, $\vartheta = -1,33$ град.

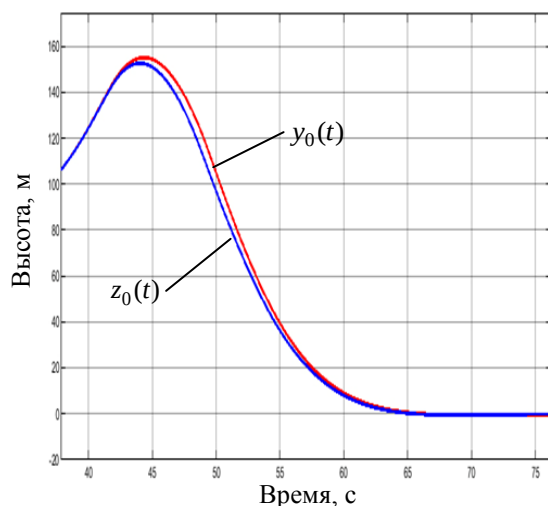


Рис. 11. Зависимости $y_0(t)$ и $z_0(t)$

Fig. 11. Dependencies $y_0(t)$ and $z_0(t)$

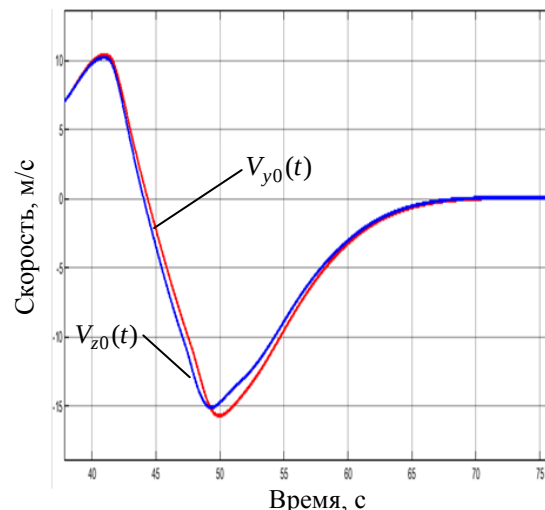


Рис. 12. Зависимости $V_{y0}(t)$ и $V_{z0}(t)$

Fig. 12. Dependencies $V_{y0}(t)$ and $V_{z0}(t)$

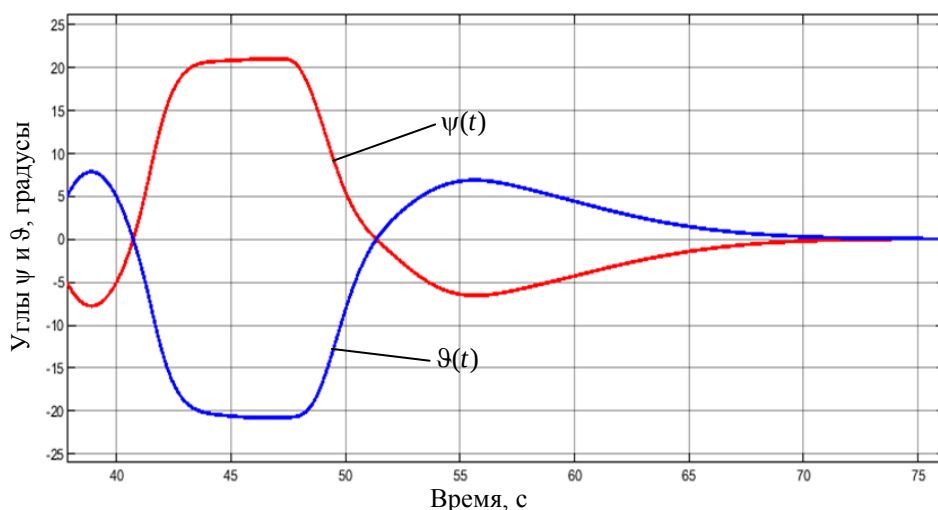


Рис. 13. Зависимости $\psi(t)$ и $\vartheta(t)$

Fig. 13. Dependencies $\psi(t)$ and $\vartheta(t)$

Моделирование показало, что начальные условия не оказывают существенного влияния на точность посадки. Основным фактором, влияющим на нее, является ветер. При начальном отклонении РН в горизонтальной плоскости от точки посадки в пределах 150 м, начальной горизонтальной скорости в пределах 10 м/с, начальных значениях углов рыскания и тангажа в пределах 5° , скорости изменения углов рыскания и тангажа в пределах 5 град/с и отсутствии ветра система управления РН обеспечивает отклонение РН от точки посадки менее 1 м при горизонтальной скорости РН в момент посадки менее 0,1 м/с. При тех же начальных условиях и скорости ветра в пределах 15 м/с система управления РН обеспечивает отклонение РН от точки посадки менее 12 м, при этом горизонтальная скорость РН в момент посадки имеет величину порядка 0,5 м/с.

Выводы

Использование моделей систем управления РН позволяет получать оценки траектории ее движения на всех этапах ее полета с учетом параметров как двигательной установки, так и синтезируемых регуляторов. В результате исследований были получены параметры регуляторов, обеспечивающих высокое качество обработки полетного задания, а также оценено влияние внешних факторов на точность движения РН на участке посадки.

Список литературы

1. Создание демонстратора технологии авиастроения / К.И. Сыпало, А.Л. Медведский, О.В. Бабичев и др. // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84545> (дата обращения: 04.05.2026).
2. Семенов А.И., Кузнецов Д.А., Хомутов А.А., Макаров И.А. Летательный аппарат – много-разовый летный демонстратор: патент RU 186186 U1. 2018.
3. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 407 с.
4. Ракета как объект управления / И.М. Игдалов, Л.Д. Кучма, Н.В. Поляков, Ю.Д. Шептун. Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2004. 544 с.
5. Егоров В.А. Справочные данные для расчетов траекторий космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1972. 240 с.
6. Малиновский А.А. Фундаментальные физические постоянные: справочное пособие. М.: Изд-во МГУ, 1991. 240 с.
7. Schaub H., Junkins J.L. *Analytical Mechanics of Space Systems*. Reston: AIAA, 2003. 600 p.
8. Faires V.M. *Analytical Mechanics*. 3rd ed. New York: Macmillan, 2022. 424 p.
9. Louis N.H., Janet D.F. *Analytical Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. 592 p.
10. Goldstein H., Poole C.P., Safko J L. *Classical Mechanics*. 3rd ed. Boston: Addison-Wesley, 2002. 638 p.
11. ГОСТ 4401–81. Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Изд-во стандартов, 2004. 181 с.
12. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Release 16.2. 2017. 184 p.
13. Масягин В.С. Управление вектором тяги многокамерного жидкостного ракетного двигателя с центральным телом на основе прогнозирующей модели // Изв. вузов. Приборостроение. 2026. Т. 69, № 3. С. 211–224. DOI: 10.17586/0021-3454-2026-69-3-211-224.
14. Benjamin C.K. *Automatic Control Systems*. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1995. 800 p.
15. Antsaklis P.J., Michel A.N. *Linear Systems*. New York: McGraw-Hill, 1997. 324 p.
16. Palani S. *Automatic Control Systems*. Singapore: Springer, 2022. 908 p.
17. Levesque A.H., Giordano A.A. *Modeling of Digital Communication Systems Using Simulink*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2018. 352 p.
18. Dingyü X., YangQuan C. *System Simulation Techniques with MATLAB and Simulink*. Hoboken: Wiley, 2018. 485 p.
19. Jongrae K. *Dynamic System Modeling and Analysis with MATLAB and Python: For Control Engineers*. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 2022. 336 p.
20. Тимохин А.Н., Румянцев Ю.Д. Моделирование систем управления с применением MATLAB. М.: ИНФРА-М, 2024. 256 с.

References

1. Syalo K.I., Medvedskii A.L., Babichev O.V., Kazarinov G.G., Kan A.V. Creation of an aviation technology demonstrator. *Proceedings of MAI*, 2017, no. 95. (In Russ.) URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84545> (accessed 04 May 2026).
2. Semenov A.I., Kuznetsov D.A., Khomutov A.A., Makarov I.A. *Letatel'nyi apparat – mnogorazovyi letnyi demonstrator* [Reusable flight demonstrator aircraft]. Patent RF, no. 186186 U1, 2018.
3. Sikharulidze Yu.G. *Ballistika i navedenie letatel'nykh apparatov* [Ballistics and guidance of aircraft]. Moscow, 2013. 407 p.
4. Igdalov I.M., Kuchma L.D., Polyakov N.V., Sheptun Yu.D. *Raketa kak ob'ekt upravleniya* [Rocket as a control object]. Dnepropetrovsk, 2004. 544 p.
5. Egorov V.A. *Spravochnye dannye dlya raschetov traektorii kosmicheskikh apparatov* [Reference data for calculating spacecraft trajectories]. Moscow, 1972. 240 p.
6. Malinovskii A.A. *Fundamental'nye fizicheskie postoyannye: spravochnoe posobie* [Fundamental physical constants: a reference guide]. Moscow, 1991. 240 p.
7. Schaub H., Junkins J.L. *Analytical Mechanics of Space Systems*. Reston, 2003. 600 p.
8. Faires V.M. *Analytical Mechanics*. 3rd ed. New York: Macmillan, 2022. 424 p.

9. Louis N.H., Janet D.F. *Analytical Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. 592 p.
10. Goldstein H., Poole C.P., Safko J.L. *Classical Mechanics*. 3rd ed. Boston: Addison-Wesley, 2002. 638 p.
11. GOST 4401–81. *Atmosfera standartnaya. Parametry* [State Standard 4401–81. Standard atmosphere. Parameters]. Moscow, 2004. 181 p.
12. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Release 16.2. 2017. 184 p.
13. Masyagin V.S. Control of the thrust vector of a multi-chamber liquid rocket engine with a central body based on a predictive model. *Proceedings of Universities. Instrument Engineering*, 2026, vol. 69, no. 3, pp. 211–224. (In Russ.) DOI: 10.17586/0021-3454-2026-69-3-211-224.
14. Benjamin C.K. *Automatic Control Systems*. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1995. 800 p.
15. Antsaklis P.J., Michel A.N. *Linear Systems*. New York: McGraw-Hill, 1997. 324 p.
16. Palani S. *Automatic Control Systems*. Singapore: Springer, 2022. 908 p.
17. Levesque A.H., Giordano A.A. *Modeling of Digital Communication Systems Using Simulink*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2018. 352 p.
18. Dingyü X., YangQuan C. *System Simulation Techniques with MATLAB and Simulink*. Hoboken: Wiley, 2018. 485 p.
19. Jongrae K. *Dynamic System Modeling and Analysis with MATLAB and Python: For Control Engineers*. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 2022. 336 p.
20. Timokhin A.N., Rumyantsev Yu.D. *Modelirovanie sistem upravleniya s primeneniem MATLAB* [Modeling of control systems using MATLAB]. Moscow, 2024. 256 p.

Информация об авторах

Чернецкий Владимир Олегович, кандидат технических наук, доцент, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; chernetckiivo@susu.ru

Садов Виктор Борисович, кандидат технических наук, заведующий научной лабораторией «Системы управления летательными аппаратами», доцент кафедры «Системы автоматического управления», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; sadovvb@susu.ru

Алешин Евгений Анатольевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления», Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; aleshinea@susu.ru

Information about the authors

Vladimir O. Chernetzky, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Automatic Control Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; chernetckiivo@susu.ru

Viktor B. Sadov, Candidate of Technical Sciences, Head of the Scientific Laboratory for Aircraft Control Systems, Associate Professor of the Department of Automatic Control Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; sadovvb@susu.ru

Evgeniy A. Aleshin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Automatic Control Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; aleshinea@susu.ru

Статья поступила в редакцию 29.05.2026; принята к публикации 30.05.2026.

The article was submitted 29.05.2026; accepted for publication 30.05.2026.