

## АНАЛИЗ ДИНАМИКИ РОТОРА ТУРБОКОМПРЕССОРА НА ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ С ПЛАВАЮЩИМИ ВТУЛКАМИ

П.А. Тараненко, О.К. Слива, Е.А. Задорожная, Н.А. Хозенюк

Рассмотрен несимметричный гибкий ротор турбокомпрессора, опирающийся на подшипники скольжения с плавающими втулками. Рабочая частота вращения ротора составляет 70 000 об/мин. Построена дискретная модель гибкого ротора и исследованы установившиеся режимы движения ротора. Найдена частота вращения, составляющая 85 000 об/мин, выше которой несущая способность подшипников исчерпывается.

*Ключевые слова:* гибкий ротор, подшипник с плавающей втулкой, уравнение Рейнольдса, турбокомпрессор, установившийся режим.

### Введение

В высокооборотных роторах турбокомпрессоров наддува дизельных двигателей широкое применение получили подшипники скольжения с плавающей втулкой. Введение в конструкцию подшипника плавающей втулки и второго смазочного слоя привело к появлению в системе устойчивого предельного цикла, размеры которого удовлетворяют условиям работоспособности подшипников в широком диапазоне рабочих частот вращения ротора. Появление в системе устойчивого предельного цикла открыло возможности управления его размером путем выбора конструктивных и режимных параметров ротора и гидродинамических опор с плавающими втулками на ранних этапах их проектирования. В большинстве работ расчет амплитуд устойчивых предельных циклов и нагруженности подшипников выполняют с использованием модели «автономной опоры», содержащей две массы (цапфу и втулку) и два смазочных слоя, исключая вал, связывающий два подшипника. Однако такой подход не позволяет определять форму установившегося движения ротора, обусловленную взаимосвязью ротора и обоих подшипников в единую систему.

Модели многомассовых гибких роторов на двух подшипниках с плавающими втулками использовали С.-Н. Li [1], А. Boyaci [2], В. Schweizer [3, 4], С. Holt [5], что позволяло расчетным путем исследовать форму установившегося движения ротора и ее влияние на нагруженность подшипников. Однако этот вопрос в указанных работах не рассмотрен.

Поэтому исследование формы установившегося движения единой системы «ротор – подшипники с плавающей втулкой» и ее влияния на нагруженность подшипников представляется актуальным.

### Модель ротора

Ротор турбокомпрессора наддува дизельного двигателя приведен на рис. 1. Он представляет собой вал, на котором консольно закреплены колесо компрессора и колесо турбины. Вал опирается

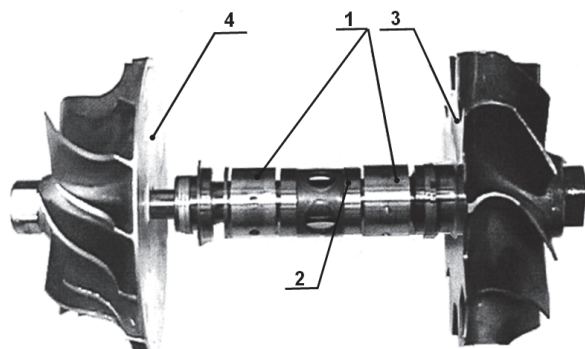


Рис. 1. Ротор турбокомпрессора ТКР-8,5С: 1 – плавающие втулки; 2 – дистанционная втулка; 3 – колесо турбины; 4 – колесо компрессора

на два подшипника скольжения с плавающими вращающимися втулками. Каждый подшипник содержит два смазочных слоя. В корпусе подшипника и втулки предусмотрены отверстия для подачи смазочного слоя. Рабочая частота вращения ротора составляет 70 000 об/мин.

Расчетная дискретная модель ротора на подшипниках с плавающими втулками приведена на рис. 2. Независимо от жесткости опор форма вынужденных колебаний ротора в технически реализуемом диапазоне частот вращения определяется вкладом лишь первых двух его изгибных

собственных форм. Для их учета достаточно использовать дискретную модель ротора с малым числом степеней свободы.

Дискретная модель ротора (рис. 2) построена с использованием аналогии между задачей определения величин ее масс и математической задачей построения интерполяционной квадратурной формулы с заданными узлами. Этот метод позволил обеспечить высокую степень динамического подобия дискретной модели континуальному прототипу при использовании всего лишь 4 сосредоточенных масс. На рис. 3 приведены две низшие собственные формы конечноэлементной (показаны точками) и дискретной (показаны сплошной линией) моделей.

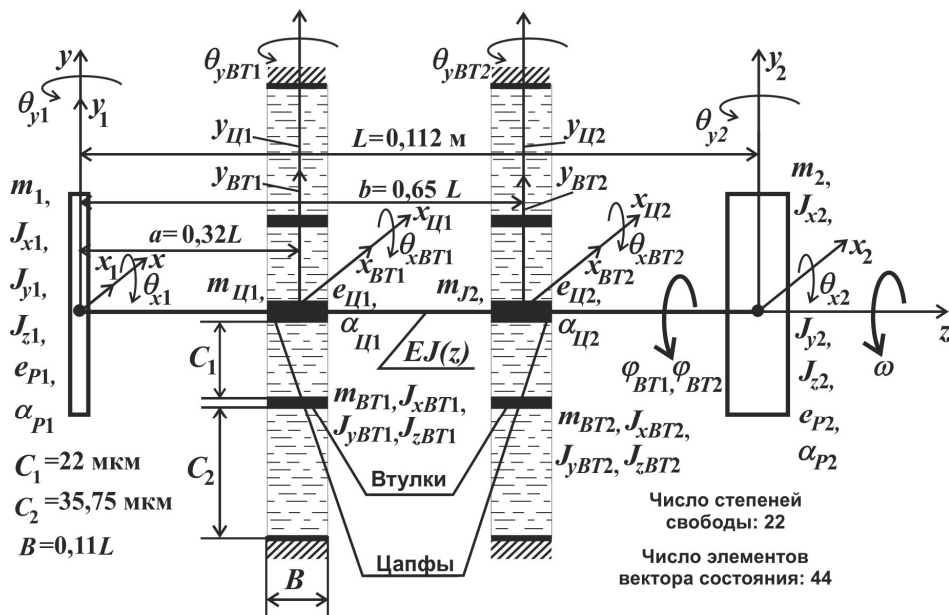


Рис. 2. Расчетная дискретная модель ротора на подшипниках с плавающими втулками

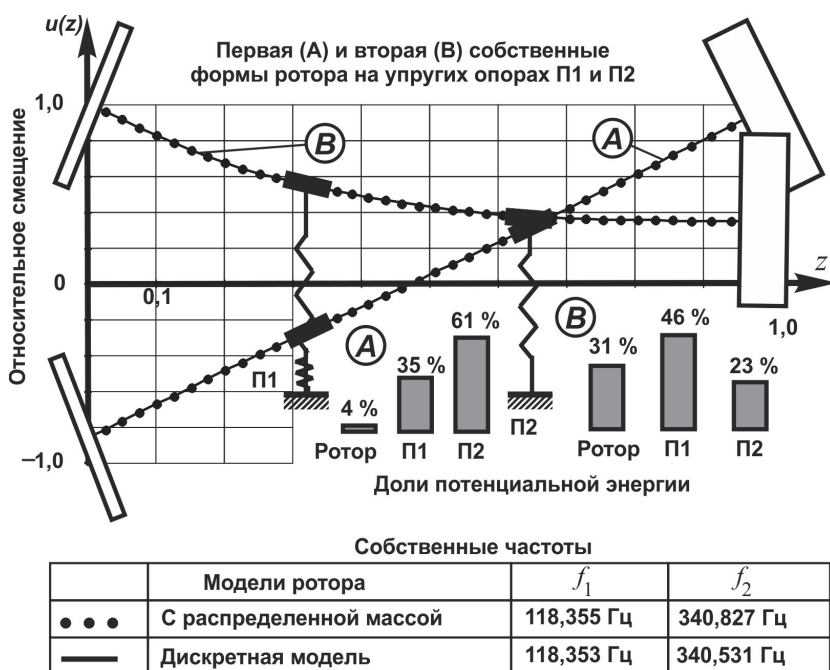


Рис. 3. Собственные частоты и формы континуального ротора и его дискретной модели

Эти собственные частоты и формы найдены при жесткостях опор, линеаризованных в установившемся режиме на рабочей частоте вращения.

## Система уравнений

Систему уравнений модели «ротор – подшипники с плавающей втулкой» («ротор – ППВ») образуют уравнения движения цапф (1), дисков (2), и втулок (3):

$$\begin{cases} m_{Цк} \ddot{x}_{Цк} = \sum_{i=1}^2 F_{xi} \cdot \xi_{ki} + \eta_k \cdot \sum_{i=1}^2 M_{yi} + \eta_k \cdot \sum_{k=1}^2 T_{yk}^{(1)} + R_{xk}^{(1)} + m_{Цк} e_{Цк} \omega^2 \cos(\omega t + \alpha_{Цк}), \\ m_{Цк} \ddot{y}_{Цк} = \sum_{i=1}^2 F_{yi} \cdot \xi_{ki} - \eta_k \cdot \sum_{i=1}^2 M_{xi} - \eta_k \cdot \sum_{k=1}^2 T_{xk}^{(1)} + R_{yk}^{(1)} + m_{Цк} e_{Цк} \omega^2 \sin(\omega t + \alpha_{Цк}) - m_{Цк} g, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_i - \left( x_{Ц1} \cdot \frac{b-l_i}{b-a} + x_{Ц2} \cdot \frac{l_i-a}{b-a} \right) = \sum_{j=1}^2 \alpha_{ij} F_{xj} + \sum_{j=1}^2 \beta_{ij} M_{yj}, \\ \theta_{yi} - \frac{x_{Ц2} - x_{Ц1}}{b-a} = \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} F_{xj} + \sum_{j=1}^2 \delta_{ij} M_{yj}, \\ y_i - \left( y_{Ц1} \cdot \frac{b-l_i}{b-a} + y_{Ц2} \cdot \frac{l_i-a}{b-a} \right) = \sum_{j=1}^2 \alpha_{ij}^{zy} F_{yj} + \sum_{j=1}^2 \beta_{ij}^{zy} M_{xj}, \\ \theta_{xi} - \frac{y_{Ц1} - y_{Ц2}}{b-a} = \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij}^{zy} F_{yj} + \sum_{j=1}^2 \delta_{ij}^{zy} M_{xj}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} m_{ВТк} \ddot{x}_{ВТк} = R_{xk}^{(2)} - R_{xk}^{(1)}, \\ m_{ВТк} \ddot{y}_{ВТк} = R_{yk}^{(2)} - R_{yk}^{(1)} - m_{ВТк} g, \\ J_{zВТк} \ddot{\phi}_k = T_{zk}^{(1)} - T_{zk}^{(2)}, \end{cases} \quad \begin{cases} J_{yВТк} \ddot{\theta}_{yВТк} = T_{yk}^{(2)} - T_{yk}^{(1)}, \\ J_{xВТк} \ddot{\theta}_{xВТк} = T_{xk}^{(2)} - T_{xk}^{(1)} \end{cases} \quad (3)$$

в которых учтены гироскопические моменты и инерционные нагрузки (4)

$$\begin{aligned} F_{xj} &= -m_j \ddot{x}_j + m_j e_{Pj} \omega^2 \cos(\omega t + \alpha_{Pj}), & M_{yj} &= -(J_{yj} \ddot{\theta}_{yj} - J_{zj} \omega \dot{\theta}_{xj}), \\ F_{yj} &= -m_j \ddot{y}_j + m_j e_{Pj} \omega^2 \sin(\omega t + \alpha_{Pj}) - m_j g, & M_{xj} &= -(J_{xj} \ddot{\theta}_{xj} + J_{zj} \omega \dot{\theta}_{yj}), \end{aligned} \quad (4)$$

и реакции, действующие на цапфы и втулки со стороны внутренних и внешних смазочных слоев

$$\begin{aligned} R_{xk,yk}^{(1)} &= R_{xk,yk}^{(1)} \left( x_{Цк} - x_{ВТк}, \dot{x}_{Цк} - \dot{x}_{ВТк}, y_{Цк} - y_{ВТк}, \dot{y}_{Цк} - \dot{y}_{ВТк}, \omega - \omega_{ВТк}, \varphi_{ВТк} \right), \\ T_{xk,yk}^{(1)} &= T_{xk,yk}^{(1)} \left( \theta_y^* - \theta_{yВТк}, \dot{\theta}_y^* - \dot{\theta}_{yВТк}, \theta_x^* - \theta_{xВТк}, \dot{\theta}_x^* - \dot{\theta}_{xВТк} \right), \\ R_{xk,yk}^{(2)} &= R_{xk,yk}^{(2)} \left( x_{ВТк}, y_{ВТк}, \dot{x}_{ВТк}, \dot{y}_{ВТк}, \omega_{ВТк}, \varphi_{ВТк}, \theta_{xВТк}, \theta_{yВТк}, \dot{\theta}_{xВТк}, \dot{\theta}_{yВТк} \right). \\ T_{xk,yk}^{(2)} &= T_{xk,yk}^{(2)} \end{aligned} \quad (5)$$

Вектор состояния системы содержит 44 элемента, 28 из которых (линейные и угловые перемещения и скорости цапф и втулок) входят в правые части уравнений Рейнольдса [6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\bar{h}_{ks}^3}{12 \bar{\mu}_{ks}} \frac{\partial \bar{p}_k^{(s)}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_s} \left( \frac{\bar{h}_{ks}^3}{12 \bar{\mu}_{ks}} \frac{\partial \bar{p}_k^{(s)}}{\partial \bar{z}_s} \right) &= \frac{1}{2} \chi_{ks} G_{ks} \sin(\varphi - \delta_{ks}) - \frac{1}{2} E_{ks} \cos(\varphi - \delta_{ks}) + \\ + \frac{1}{2} E_{1ks} \frac{\bar{z}_s}{a_s} \cos(\varphi - \varepsilon_{ks}) - \frac{1}{2} G_{1ks} \frac{\bar{z}_s}{a_s} \frac{\sigma_{ks}}{a_s} \sin(\varphi - \varepsilon_{ks}), \end{aligned} \quad (6)$$

из решения которых определяются [7] эпюры избыточных давлений, а их интегрированием – реакции и моменты внутренних (s) = (1) и внешних (s) = (2) смазочных слоев (7)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} R_{xk}^{(s)} \\ R_{yk}^{(s)} \end{bmatrix} &= -\frac{\mu_0 \omega B_s D_s}{\psi_s^2} \cdot \frac{1}{4 a_s} \iint_{\bar{S}} \bar{p}_k^{(s)}(\varphi, \bar{z}_s) \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix} d\varphi d\bar{z}_s, \\ \begin{bmatrix} T_{xk}^{(s)} \\ T_{yk}^{(s)} \end{bmatrix} &= -\frac{\mu_0 \omega B_s D_s^2}{\psi_s^2} \cdot \frac{1}{8 a_s} \iint_{\bar{S}} \bar{z} \cdot \bar{p}_k^{(s)}(\varphi, \bar{z}_s) \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix} d\varphi d\bar{z}_s. \end{aligned} \quad (7)$$

В выражениях (1)–(7) приняты следующие обозначения:

$x, y, z$  – декартова система координат, в которой определяются перемещения и углы поворота элементов дискретной модели;

$i, j = 1, 2$  – индексы, соответствующие дискам компрессора (1) и турбины (2);

$k = 1, 2$  – индексы, соответствующие опорам ротора;

$m_i, m_{Цк}, m_{ВТк}$  – сосредоточенные массы дисков, цапф и втулок;

$J_{xi}, J_{yi}, J_{zi}, J_{xВТк}, J_{yВТк}, J_{zВТк}$  – массовые моменты инерции дисков и втулок относительно осей  $x, y, z$ ;

$x_i, y_i, x_{Цк}, y_{Цк}, x_{ВТк}, y_{ВТк}$  – абсолютные смещения геометрических центров дисков, цапф и втулок вдоль осей  $x$  и  $y$ ;

$\theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{xВТк}, \theta_{yВТк}$  – абсолютные углы поворота дисков и втулок вокруг осей  $x$  и  $y$ ;

$x_i^*, y_i^*, \theta_{xi}^*, \theta_{yi}^*$  – смещения и углы поворота сечений ротора как абсолютно твердого тела

$\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{\theta}_{xi}, \hat{\theta}_{yi}$  – перемещения и углы поворота  $i$ -го сечения ротора вокруг осей  $x$  и  $y$ , обусловленные его изгибом;

$e_{Pi}, e_{Цк}, \alpha_{Pi}, \alpha_{Цк}$  – эксцентриситеты неуравновешенных дисков и цапф ротора и фазовые углы, отсчитываемые от оси  $x$  против часовой стрелки;

$\omega$  – угловая частота вращения вала вокруг оси  $z$ ;

$\omega_{2k}$  – угловые частоты вращения втулок вокруг их геометрических центров;

$\varphi_k$  – углы поворота втулок вокруг их геометрических центров;

$\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}, \delta_{ij}$  – статические коэффициенты влияния вала в плоскости  $zx$ ;

$\alpha_{ij}^{zy}, \beta_{ij}^{zy}, \gamma_{ij}^{zy}, \delta_{ij}^{zy}$  – статические коэффициенты влияния вала в плоскости  $zy$ ;

$F_{xj}, M_{yj}, F_{yj}, M_{xj}$  – силы и моменты, действующие на вал со стороны дисков;

$F_{exj}, F_{eyj}, F_{exЦк}, F_{eyЦк}$  – силы инерции неуравновешенных дисков и цапф;

$F_{exВТк}, F_{eyВТк} = 0$  – силы инерции втулок;

$R_{xk}^{(1)}, R_{yk}^{(1)}$  – реакции, действующие со стороны внутреннего смазочного слоя на цапфу и втулку;

$R_{xk}^{(2)}, R_{yk}^{(2)}$  – реакции, действующие со стороны внешнего смазочного слоя на втулку и на корпус подшипника;

$T_{xk}^{(1)}, T_{xk}^{(2)}, T_{yk}^{(1)}, T_{yk}^{(2)}, T_{zk}^{(1)}, T_{zk}^{(2)}$  – моменты трения вокруг осей  $x, y$  и  $z$ , действующие на  $k$ -ю втулку со стороны внешнего (1) и внутреннего (2) смазочных слоев;

$a, b$  – осевые координаты первой и второй опор ротора;

$l_i$  – осевые координаты дисков,  $l_1 = 0$ ;

$t$  – время;

$g$  – ускорение свободного падения;

$E_{ks} = 2\dot{\chi}_{ks}$  – параметр, характеризующий безразмерные скорости движения  $\dot{\chi}_{ks}$  вдоль линии центров  $k$ -го шипа относительно  $k$ -й втулки ( $s = 1$ ) и  $k$ -й втулки относительно корпуса ( $s = 2$ );

$G_{ks} = \bar{\omega}_{ks} - 2\dot{\delta}_s$  – параметр, характеризующий угловые скорости  $\dot{\delta}_s$  вращения линии центров  $k$ -й цапфы относительно  $k$ -й втулки ( $s = 1$ ) и  $k$ -й втулки относительно корпуса ( $s = 2$ );

$\dot{\chi}_{k1} = (\Delta\dot{x}_{Цк} \cos \delta_{k1} + \Delta\dot{y}_{Цк} \sin \delta_{k1}) / \omega C_1$  – безразмерная скорость движения цапфы относительно втулки вдоль линии центров;

$\dot{\chi}_{k2} = (\dot{x}_{ВТк} \cos \delta_{k2} + \dot{y}_{ВТк} \sin \delta_{k2}) / \omega C_2$  – безразмерная скорость движения втулки относительно корпуса вдоль линии центров;

$\dot{\delta}_{k1} = (-\Delta\dot{x}_{Цк} \sin \delta_{k1} + \Delta\dot{y}_{Цк} \cos \delta_{k1}) / \omega e_{k1}$  – безразмерная угловая скорость вращения линии центров шипа относительно втулки;

$\dot{\delta}_{k2} = (-\dot{x}_{ВТк} \sin \delta_{k2} + \dot{y}_{ВТк} \cos \delta_{k2}) / \omega e_{k2}$  – безразмерная угловая скорость вращения линии центров втулки относительно корпуса;

$\bar{\omega}_{k1} = (\omega - \omega_{ВТк}) / \omega$  – безразмерная угловая скорость вращения цапфы относительно втулки;

## Расчет и конструирование

$\bar{\omega}_{k2} = \omega_{BTk} / \omega$  – безразмерная угловая скорость вращения втулки;  
 $G_{1ks} = \bar{\omega}_{ks} - 2\dot{\varepsilon}_{ks}$  – параметр, характеризующий скорость вращения плоскости перекоса;  
 $E_{1ks} = 2\dot{\sigma}_{ks}$  – параметр, характеризующий безразмерные скорости движения  $\dot{\sigma}_{ks}$  геометрических центров торцов цапф относительно торцов втулок вдоль линии, соединяющей геометрические центры торцов  $k$ -й цапфы и  $k$ -й втулки ( $s = 1$ ) и геометрических центров торцов втулок вдоль линии, соединяющей геометрические центры торцов  $k$ -й втулки и корпуса ( $s = 2$ );  
 $\varepsilon_{k1} \equiv \theta_x^* = (y_{Ц1} - y_{Ц2}) / (b - a)$  – угол поворота ротора как абсолютно твердого тела вокруг оси  $x$ ;  
 $\varepsilon_{k2} = \theta_{xBTk}$  – угол поворота оси  $k$ -й втулки вокруг оси  $x$ ;  
 $\dot{\varepsilon}_{k1} \equiv \dot{\theta}_x^* / \omega = (\dot{y}_{Ц1} - \dot{y}_{Ц2}) / [\omega \cdot (b - a)]$  – безразмерная угловая скорость ротора как абсолютно твердого тела вокруг оси  $x$ ;  
 $\dot{\varepsilon}_{k2} \equiv \dot{\theta}_{xBTk}^* / \omega$  – относительная угловая скорость  $k$ -й втулки вокруг оси  $x$ ;  
 $\Delta x 0_{k2} = x_{BTk} - \theta_{xBTk} \cdot B/2$ ,  $\Delta y 0_{k2} = (y_{BTk} + \theta_{xBTk} \cdot B/2)$  – горизонтальное и вертикальное перемещения геометрического центра торца  $k$ -й втулки относительно корпуса;  
 $\Delta x 0_{k1} = (x_{Цk} - \theta_y^* \cdot B/2) - \Delta x 0_{k2}$ ,  $\Delta y 0_{k1} = (y_{Цk} + \theta_x^* \cdot B/2) - \Delta y 0_{k2}$  – горизонтальное и вертикальное перемещения геометрического центра торца  $k$ -й цапфы относительно торца  $k$ -й втулки;  
 $e 0_{ks} = \sqrt{\Delta x 0_{ks}^2 + \Delta y 0_{ks}^2}$  – смещение геометрического центра  $k$ -й цапфы относительно геометрического центра  $k$ -й втулки ( $s = 1$ ) и геометрического центра торца  $k$ -й втулки относительно корпуса ( $s = 2$ );  
 $\sigma_{ks} = \sqrt{(\Delta x 0_{ks})^2 + (\Delta y 0_{ks})^2} / C_s$  – безразмерное перемещение геометрического центра торца  $k$ -й цапфы относительно торца  $k$ -й втулки ( $s = 1$ ) и торца  $k$ -й втулки относительно корпуса ( $s = 2$ );  
 $\dot{\sigma}_{k1} = (\Delta \dot{x} 0_1 \cos \beta_{k1} + \Delta \dot{y} 0_1 \sin \beta_{k1}) / \omega C_1$  – безразмерная скорость движения геометрического центра торца цапфы относительно геометрического центра торца втулки вдоль линии центров;  
 $\dot{\sigma}_{k2} = (\Delta \dot{x} 0_2 \cos \beta_{k2} + \Delta \dot{y} 0_2 \sin \beta_{k2}) / \omega C_2$  – безразмерная скорость движения геометрического центра левого торца втулки относительно корпуса вдоль линии, соединяющей их центры;  
 $\cos \beta_{ks} = \Delta x 0_{ks} / e 0_{ks}$ ,  $\sin \beta_{ks} = \Delta y 0_{ks} / e 0_{ks}$ , – величины, определяющие углы наклона  $\beta_{k1}$ ,  $\beta_{k2}$  линий центров на торцах  $k$ -й цапфы и втулки.  
 $\theta_x^* = (y_{Ц1} - y_{Ц2}) / (b - a)$ ,  $\theta_y^* = (-x_{Ц1} + x_{Ц2}) / (b - a)$ ,  $\xi_{1i} = (b - l_i) / (b - a)$ ,  $\xi_{2i} = (l_i - a) / (b - a)$ ,  
 $\eta_k = (-1)^k / (b - a)$ ,  $\bar{h}_{ks} = 1 - \chi_{ks} \cdot \cos(\varphi - \delta_{ks})$ ,  $\bar{\mu}_{ks} = \mu_{ks} / \mu_0$ ,  $\bar{p}_k^{(s)} = p_k^{(s)}(\varphi, \bar{z}_s) \cdot \psi_s^2 / (\mu_0 \omega)$ ,  
 $\bar{z}_s = z_s / r_s$ ,  $\psi_s = C_s / r_s$ ,  $\chi_{ks} = e_{ks} / C_s$ ,  $e_{k1} = \sqrt{\Delta x_{Цk}^2 + \Delta y_{Цk}^2}$ ,  $e_{k2} = \sqrt{x_{BTk}^2 + y_{BTk}^2}$ ,  $\Delta x_{Цk} = x_{Цk} - x_{BTk}$ ,  
 $\Delta y_{Цk} = y_{Цk} - y_{BTk}$ ,  $\Delta \dot{x}_{Цk} = \dot{x}_{Цk} - \dot{x}_{BTk}$ ,  $\Delta \dot{y}_{Цk} = \dot{y}_{Цk} - \dot{y}_{BTk}$ ,  $\cos \delta_{k1} = \Delta x_{Цk} / e_{k1}$ ,  $\sin \delta_{k1} = \Delta y_{Цk} / e_{k1}$ ,  
 $\cos \delta_{k2} = x_{BTk} / e_{k2}$ ,  $\sin \delta_{k2} = y_{BTk} / e_{k2}$ .

Уравнения Рейнольдса (6) с учетом перекосов цапф во втулках и втулок в корпусе получены при основных допущениях гидродинамической теории смазки, дополненных допущениями абсолютной жесткости цапф и втулок, и решаются при условиях Свифта – Штибера (8) с учетом источников для подачи смазки:

$$\begin{cases} \bar{p}_k^{(s)} = 0, & \text{при } \bar{z}_s = \pm a_s, & \bar{p}_k^{(s)}(\varphi, \bar{z}_s) = \bar{p}_k^{(s)}(\varphi + 2\pi, \bar{z}_s), \\ \bar{p}_k^{(s)}(\varphi, \bar{z}_s) \geq 0 & \text{на } \bar{S}, & \bar{p}_k^{(s)}(\varphi, \bar{z}_s) = \bar{p}_\gamma \quad \forall \varphi, \bar{z} \in \Gamma_\gamma. \end{cases} \quad (8)$$

закрывающих систему выражений (2)–(7).

### Алгоритм расчета

На первом этапе выполнены расчеты для следящей опоры – без учета перекоса втулки относительно ротора и корпуса. Решение уравнений (1)–(7) выполнено интегрированием по времени от начальных условий до установления колебаний методом Рунге – Кутты – Мерсона с перемен-

ным шагом. Для решения уравнений Рейнольдса использованы аналитические аппроксимации, приведенные в работе [8], и адаптивный многосеточный алгоритм [9].

Практически вся вычислительная трудоемкость при интегрировании системы уравнений движения (2)–(3) заключена в пятикратном решении уравнения Рейнольдса для каждого из 4 смазочных слоев на каждом шаге по времени. Поэтому представляется рациональным использование приближенных методов расчета реакций для поиска вектора состояния, близкого к установившемуся режиму.

В качестве приближенного метода расчета опорных реакций использованы аналитические аппроксимации реакций смазочного слоя [6]. Использование этих зависимостей позволило быстро найти установившийся режим и использовать его в качестве начального приближения для дальнейшего уточненного расчета.

Численные эксперименты показали, что интегрирование с переменным шагом при величине погрешности  $\varepsilon = 10^{-3}$ , определяющей величину текущего шага по времени, приводит к занижению амплитуд установившихся колебаний примерно на 6%. Поэтому расчеты динамики ротора выполнены при величине  $\varepsilon = 10^{-5} \dots 10^{-6}$ .

Выполнено две серии расчетов установившихся режимов модели ротора, приведенной на рис. 2, в широком диапазоне частот вращения от 0 до 150 000 об/мин. В каждом расчете задана постоянная частота вращения и выполнено интегрирование по времени от начальных условий до установления колебаний.

### Результаты первой серии расчетов

В первой серии расчетов использована идеальная модель подшипника, без отверстий, температуры в смазочных слоях приняты постоянными.

В установившемся режиме найдены линеаризованные жесткости опор, определены собственные частоты и формы изгибных колебаний и построена диаграмма Кэмпбелла (рис. 4).

Выполнен анализ формы движения ротора (рис. 5). На малых частотах вращения от 10 до 7 000 об/мин реакции, действующие на цапфы со стороны внутренних смазочных слоев, вертикальны и удовлетворяют условиям статического равновесия ротора.

С ростом частоты вращения ось ротора поворачивается и ротор занимает почти горизонтальное положение. При дальнейшем увеличении частоты вращения в компрессорной опоре начинаются автоколебания и ротор начинает совершать прецессию с частотой  $\Omega \approx 0,3n$  (начало зоны II). В турбинной опоре, нагруженной значительно большими силами веса, автоколебания еще отсутствуют. Около частоты 12 000 об/мин в автоколебания вовлекается цапфа турбины, так что в зоне III ротор представляет собой систему двух связанных через него автоколебательных подсистем (подшипников с плавающими втулками).

При увеличении частоты вращения свыше 15 000 об/мин форма колебаний в зоне III, несмотря на удаление от первой резонансной частоты, остается конической вплоть до 82 000 об/мин. На 82 000 об/мин при переходе через вторую резонансную частоту форма прецессии скачком изменяется на цилиндрическую. На этой же частоте происходит резкое увеличение амплитуд колебаний ротора и нагруженности подшипников. При этом амплитуды колебаний ротора и нагрузки на подшипники, резко возросшие на второй резонансной частоте  $n_{рез2}$ , в зарезонансной области не уменьшаются.

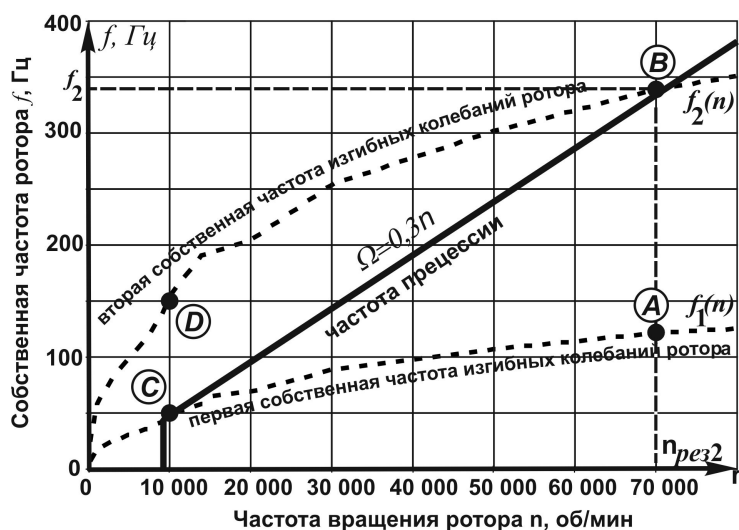


Рис. 4. Диаграмма Кэмпбелла

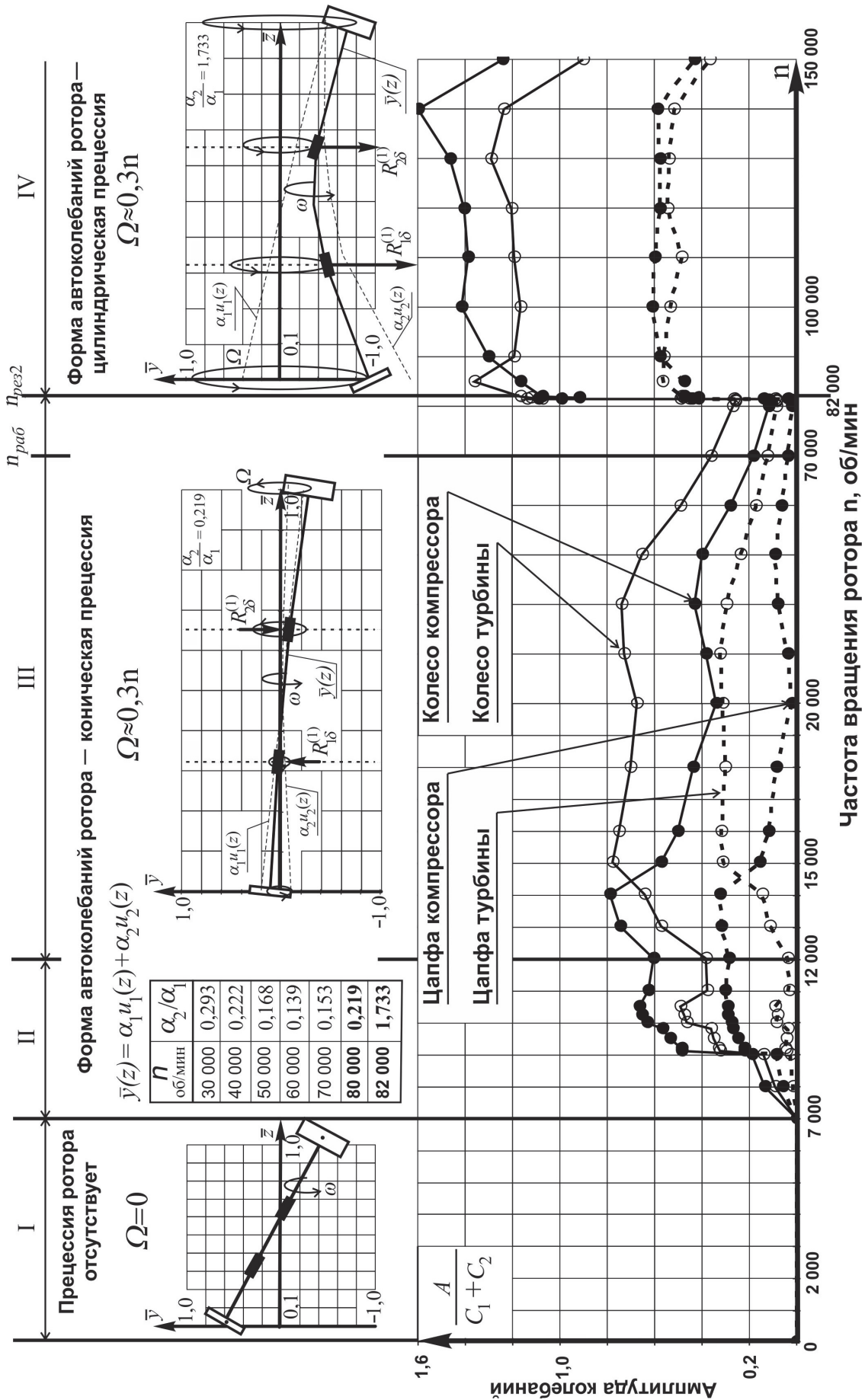


Рис. 5. Амплитуды дисков и цапф и форма прецессии в зависимости от частоты вращения ротора

### Результаты второй серии расчетов

Вторая серия расчетов выполнена с учетом конструктивных особенностей опор скольжения и изменения температур в смазочных слоях. Результаты расчета приведены на рис. 6. Величина дисбаланса принята равной  $d_0 = 0,15 \text{ г} \cdot \text{см}$ , температура подачи смазки равной  $T_{\text{вх}} = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ , давление подачи –  $P_{\text{вх}} = 0,4 \text{ МПа}$ . В результате установлено, что за второй резонансной частотой, расположенной, как и в первой серии, между 80 000 и 85 000 об/мин, внутренний зазор в компрессорной опоре оказался практически полностью выбранным, что недопустимо для подшипников, а расчетная температура в смазочном слое достигла  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  и намного превысила допустимую для смазки величину.

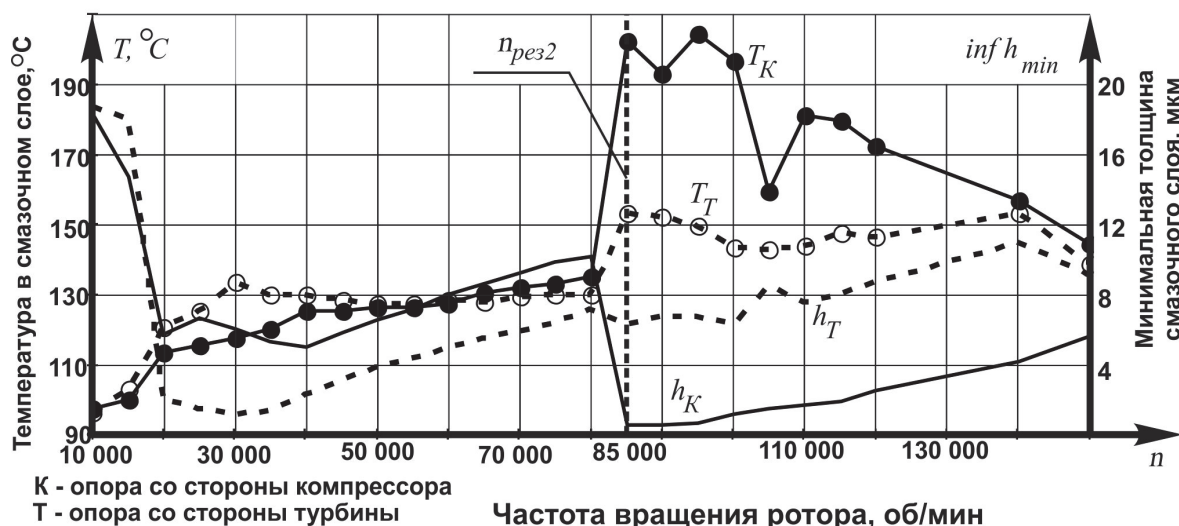


Рис. 6. Минимальные толщины и температуры во внутренних смазочных слоях компрессорной и турбинной опор

Таким образом, найдена частота вращения, при превышении которой ротор на подшипниках скольжения с плавающими втулками становится неработоспособным. Эта частота для рассмотренной конструкции ротора составила около 82 000 об/мин и оказалась достаточно близка к его рабочей частоте 70 000 об/мин.

### Заключение

Создан пакет программ, который позволяет рассчитывать установившиеся и неустановившиеся режимы движения системы «ротор – подшипники скольжения с плавающей втулкой» с учетом конструктивных особенностей опор скольжения и изменения температур в смазочных слоях. Применение этого пакета позволяет оценивать амплитуды колебаний высокооборотных роторов малоразмерных турбомашин и гидромеханические характеристики их опор скольжения на ранних стадиях разработки новых и модернизации существующих подшипниковых узлов.

1. Предложены алгоритм и программа расчета динамики ротора турбокомпрессора на подшипниках с плавающими втулками. Алгоритм и программа расчета позволяют одновременно учесть упругие и инерционные свойства ротора, реакции смазочных слоев, которые определяются из численного решения уравнения Рейнольдса, и связанность движения ротора и подшипников скольжения с плавающими втулками.

2. Построена дискретная модель гибкого ротора турбокомпрессора с четырьмя сосредоточенными массами. Эта модель динамически подобна ее континуальному прототипу по первым двум изгибным собственным формам. Для построения модели использован научно обоснованный метод, который обеспечил высокую степень динамического подобия при минимально возможном числе сосредоточенных масс дискретной модели.

3. Разработан алгоритм расчета реакций смазочных слоев, состоящий из двух этапов. На первом этапе реакции смазочных слоев и амплитуды предельных циклов определяются в гладком подшипнике по аппроксимирующим зависимостям [8]. Эти результаты используются в качестве начальных приближений на втором этапе. На втором этапе реакции смазочных слоев и амплитуды



## Расчет и конструирование

предельных циклов определяются с использованием адаптивного многосеточного алгоритма [9, 10], с учетом конструктивных особенностей опор скольжения и изменения температур смазочных слоев. Использование алгоритма, состоящего из двух этапов, позволило на порядок ускорить расчет установившегося режима движения ротора по сравнению с алгоритмом, содержащим только второй этап.

4. Установлено, что ротор турбокомпрессора представляет собой сложную механическую систему, включающую в себя две связанные через него автоколебательные подсистемы – подшипники с плавающей втулкой. Показано, что у ротора рассматриваемого типа в практически достижимой области частот вращения существуют две формы прямой регулярной несинхронной прецессии: коническая – с противофазным, и цилиндрическая – с синфазным движением цапф. Переход от конической формы к цилиндрической происходит скачкообразно на второй резонансной частоте вращения ротора  $n_{рез2}$  и сопровождается недопустимым повышением нагрузок на подшипники во всей зарезонансной области. Показано, что резонансная частота вращения ротора турбокомпрессора ТКР-8,5С составляет  $n_{рез2} = 82\ 000$  об/мин и близка к его рабочей частоте  $n_{раб} = 70\ 000$  об/мин.

5. Обеспечить работоспособность подшипников с плавающими втулками в условиях форсирования рабочих частот вращения роторов турбокомпрессоров возможно лишь за счет повышения второй резонансной частоты системы «ротор – подшипники», что требует максимального увеличения жесткости ротора и подшипников.

**Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-08-00875 А).**

### Литература

1. Ли, Ч.-Х. Динамика роторов на подшипниках с плавающей втулкой / Ч.-Х. Ли // Труды Американского общества инженеров-механиков. Проблемы трения и смазки: пер. с англ. – 1982. – № 4. – С. 34–42.
2. *Analytical bifurcation analysis of a rotor supported by floating ring bearings* / A. Boyaci, H. Hetzler, W. Seemann et al. // *Nonlinear Dynamics*. – 2009. – Вып. 57, № 4. – С. 497–507.
3. *Schweizer, B. Dynamics and stability of turbocharger rotors* / B. Schweizer // *Archive of Applied Mechanics*. – 2009. – Вып. 79, № 4. – С. 287–299.
4. *Schweizer, B. Nonlinear oscillations of automotive turbocharger turbines* / B. Schweizer, M. Sievert // *Journal of Sound and Vibration*, 2009. – Вып. 321. – С. 955–975.
5. *Rotordynamics of Small Turbochargers Supported on Floating Ring Bearings* / C. Holt, L. San Andres, K. Gjika et al. // *Journal of Tribology*, 2007. – Вып. 129. – С. 391–397.
6. Динамика и смазка трибосопряжений поршневых и роторных машин / В.Н. Прокопьев, Ю.В. Рождественский, В.Г. Караваев и др. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2010. – Ч. 1. – 136 с.
7. Рождественский, Ю.В. Связанные задачи динамики и смазки сложнагруженных опор скольжения: дис. ... д-ра техн. наук / Ю.В. Рождественский. – Челябинск, ЮУрГУ, 1999. – 347 с.
8. Генка, П.К. Аналитические аппроксимации параметров решения задачи о динамически нагруженном радиальном подшипнике скольжения / П.К. Генка // Труды Американского общества инженеров-механиков. Проблемы трения и смазки: пер. с англ. – 1984. – № 4. – С. 1–9.
9. Задорожная, Е.А. Совершенствование и расширение области применения метода расчета динамики и гидромеханических характеристик опор скольжения с плавающими втулками: дис. ... канд. техн. наук / Е.А. Задорожная. – Челябинск, 2002. – 170 с.
10. Задорожная, Е.А. Результаты расчета динамики ротора турбокомпрессора ТКР-8,5С / Е.А. Задорожная, Н.А. Хозенюк, П.А. Тараненко // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2006. – Вып. 8. – № 11 (66). – С. 69–77.

**Тараненко Павел Александрович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика, динамика и прочность машин», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), pataranenko@gmail.com.

**Слива Олег Кириллович.** Кандидат технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика, динамика и прочность машин», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), nikitina-39@mail.ru.

**Задорожная Елена Анатольевна.** Доктор технических наук, профессор кафедры «Автомобильный транспорт и сервис автомобилей», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), elena-nea@rambler.ru.

**Хозенюк Надежда Александровна.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Автомобильный транспорт и сервис автомобилей», Южно-Уральский государственный университет (Челябинск), hna2009@rambler.ru.

Поступила в редакцию 21 июля 2014 г.

**Bulletin of the South Ural State University  
Series "Mechanical Engineering Industry"  
2014, vol. 14, no. 3, pp. 38–48**

## DYNAMICS ANALYSIS OF FLEXIBLE ROTOR SUPPORTED BY FLOATING RING BEARINGS

*P.A. Taranenko, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, pataranenko@gmail.com,*

*O.K. Sliva, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, nikitina-39@mail.ru,*

*E.A. Zadorozhnaya, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, elena-nea@rambler.ru,*

*N.A. Hozenyuk, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, hna2009@rambler.ru*

The asymmetric flexible rotor of turbocharger supported by floating ring bearings is studied. The operating speed of the rotor is 70, 000 rpm. A discrete model of the flexible rotor has been designed. The steady-state mode of the turbocharger rotor is considered. Found rotational speed of 85, 000 rev/min, above which the bearing load capacity is exhausted.

*Keywords: flexible rotor, floating rings bearing, Reynolds equation, turbocharger, steady-state mode.*

### References

1. Li C.-H. Dynamic of Rotor Bearing System Supported by Floating Ring Bearings. *Journal of Engineering for Industry. ASME Journal of Tribology*, 1982, vol. 104, iss. 4, pp. 469–477.
2. Boyaci A., Hetzler H., Seemann W., Proppe C., Wauer J. Analytical Bifurcation Analysis of a Rotor Supported by Floating Ring Bearings. *Nonlinear Dynamics*, 2009, vol. 57, no. 4, pp. 497–507.
3. Schweizer B. Dynamics and Stability of Turbocharger Rotors. *Archive of Applied Mechanics*, 2009, vol. 79, no. 4, pp. 287–299.
4. Schweizer B., Sievert M. Nonlinear Oscillations of Automotive Turbocharger Turbines. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, vol. 321, pp. 955–975.
5. Holt C., San Andres L., Gjika K., Groves C., La Rue G. Rotordynamics of Small Turbochargers Supported on Floating Ring Bearings. *Journal of Tribology*, 2007, vol. 129, pp. 391–397.
6. Prokopyev V.N., Rozhdestvenskiy U.V., Karavaev V.G., Zadorozhnaya E.A., Boyarshinova A.K., Gavrilov K.V., Hozenyuk N.A. [Dynamics and Lubrication of Tribocoupling of Piston and Rotary Machines]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2010, Part 1, 136 p.
7. Rozhdestvenskiy Yu.V. *Svyazannye zadachi dinamiki i smazki slozhnonagruzhennykh opor skol'zheniya. Dis. dokt. tekhn. nauk* [Associated Problems of Dynamics and Lubricating Difficult Loaded Sliding Bearings. Doct. Sci. Diss.]. Chelyabinsk, 1999, 347 p.

## Расчет и конструирование

---

8. Goenka P.K. Analytical Curve Fits for Solution Parameters of Dynamically Loaded Journal Bearings. *ASME Journal of Tribology*, 1984, vol. 106, iss. 4, pp. 421–427.

9. Zadorozhnaya E.A. *Sovershenstvovanie i rasshirenie oblasti primeneniya metoda raschyeta dinamiki i gidromekhanicheskikh kharakteristik opor skol'zheniya s plavayushchimi vtulkami. Dis. kand. tekhn. nauk* [Improving and Expanding the Scope of the Method of Calculation of Dynamics and Hydromechanical Characteristics Sleeve Bearings with Floating Rings Bearings. Cand. Sci. Diss.]. Chelyabinsk, 2002, 170 p.

10. Zadorojnaya E.A., Hozenyuk N.A., Taranenko P.A. [The Results of Calculating the Dynamics of Turbocharger Rotor TKR–8,5C]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical engineering industry*, 2006, vol. 8, no. 11 (66), pp. 69–77.

*Received 21 July 2014 г.*