

## РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ И КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ И ФОРМ ВЫСОКОБОРОТНОГО РОТОРА МИКРОГАЗОТУРБИННОЙ УСТАНОВКИ

*Н.С. Пирогова, П.А. Тараненко*

*Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск*

Микрогазотурбинная энергоустановка (МГТУ) предназначена для выработки и децентрализованного снабжения внешних потребителей электрической энергией с номинальной мощностью 100 кВт и тепловой 200 кВт. Ответственной частью МГТУ является ротор, рабочая частота вращения которого составляет  $65\,000\text{ мин}^{-1}$ . Он состоит из двух подсистем – ротора турбокомпрессора (ТК) и ротора стартер-генератора (СГ), соединенных упругой связью. Одним из требований, предъявляемых к конструкции ротора, является отсутствие его критических частот в диапазоне  $\pm 30\%$  от рабочей частоты вращения.

Статья посвящена анализу собственных и критических частот и форм ротора микрогазотурбинной установки. Собственные частоты ротора МГТУ оценены как для системы в целом, так и для каждой из двух подсистем отдельно. Для ротора ТК такая оценка получена методом конечных элементов. Собственные частоты и формы стартер-генератора вследствие сложности его конструкции определены расчетным и подтверждены экспериментальным путем с применением технологии LMS модального анализа.

Проведено исследование собственных частот ротора МГТУ в зависимости от жесткостей подшипниковых опор и установлен допустимый диапазон последних.

Решение задачи об определении критических частот ротора МГТУ выполнено расчетным путем в два этапа. На первом, с целью верификации алгоритма определения критических частот в пакете Ansys Workbench решена известная тестовая задача. На втором этапе выполнен расчет критических частот трехмерной модели ротора МГТУ методом конечных элементов.

На основании результатов выполненных расчетов даны рекомендации относительно конструкции элементов ротора, позволяющие увести его критические частоты из недопустимой области.

*Ключевые слова:* микрогазотурбинная установка, ротор, собственная частота, собственная форма, критическая частота, жесткость опор, метод конечных элементов, диаграмма Кэмпбелла.

Микрогазотурбинные установки малой мощности используют на промышленных предприятиях, в медицинских учреждениях, жилищных коттеджных поселках; на магистральных газопроводах, нефтепроводах, газораспределительных станциях; в энергодефицитных районах Крайнего Севера, Сибири, Дальнего Востока; для резервирования линий электропередач, питающих ответственных потребителей энергии, для восполнения дефицита электроэнергии, вызванного стихийными бедствиями и другими чрезвычайными ситуациями; в качестве мобильных источников электрической и тепловой энергии для нужд МЧС.

Наиболее ответственной частью МГТУ является ротор, рабочая частота которого составляет  $65\,000\text{ мин}^{-1}$ . Он состоит из ротора турбокомпрессора (ТК) и ротора стартер-генератора (СГ), соединенных упругой связью (рис. 1).

Одним из требований, предъявляемых к высокооборотному ротору, является исключение попадания его критических частот в диапазон  $\pm 30\%$  от рабочей частоты вращения ( $45\,500\text{--}84\,500\text{ мин}^{-1}$ ) [5]. Таким образом, возникает задача разработки ротора, обладающего критическими частотами, которые не попадают в запретную область. Аналогичной проблеме посвящены работы [1, 2, 6, 7, 17–21].

## Расчет и конструирование

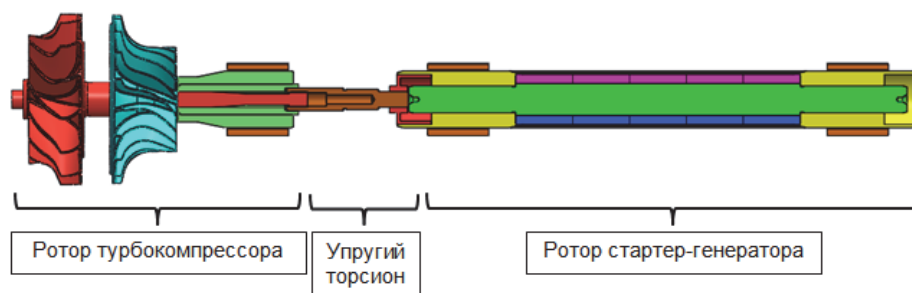


Рис. 1. Ротор МГТУ

**Оценка собственных частот и форм ротора МГТУ.** Оценка выполнена методом конечных элементов (КЭ) в пакете Ansys Workbench. Предполагалось, что все элементы ротора абсолютно жестко связаны друг с другом. Ротор считали незакрепленным. Собственные частоты изгибных колебаний ротора в диапазоне от 0 до 120 000 мин<sup>-1</sup> (2000 Гц) приведены в табл. 1, частоты и формы крутильных и продольных колебаний не рассматриваются.

Первые шесть собственных частот соответствуют колебаниям ротора как абсолютно твердого тела. Седьмой и восьмой частотам соответствуют колебания ротора турбокомпрессора и ротора стартер-генератора как абсолютно твердых тел, связанных упругим торсионом с малой изгибной жесткостью (первая изгибная форма всего ротора). Второй изгибной форме ротора соответствуют 11 и 12 собственные частоты (колебания в двух взаимно перпендикулярных плоскостях). Третья изгибная собственная форма ротора соответствует частотам 1165 и 1453 Гц. Эта форма определяется, в первую очередь, параметрами ротора стартер-генератора. Четвертая изгибная форма ротора соответствует частотам 1302 и 1378 Гц. На этой форме преимущественно колеблется ротор турбокомпрессора.

Как видно из табл. 1, частоты, соответствующие третьей и четвертой изгибной форме, оказались в недопустимой области 45 500–84 500 мин<sup>-1</sup>.

Таблица 1

Результаты расчета собственных частот и форм ротора МГТУ при его поперечных колебаниях

№ собственной формы	Форма колебаний на собственной частоте	Собственная частота
1–4		0 Гц (0 мин <sup>-1</sup> )
7		78 Гц (4692 мин <sup>-1</sup> )
8		87 Гц (5196 мин <sup>-1</sup> )
11		489 Гц (29 322 мин <sup>-1</sup> )
12		499 Гц (29 910 мин <sup>-1</sup> )
14		1165 Гц (69 900 мин <sup>-1</sup> )
17		1453 Гц (87 180 мин <sup>-1</sup> )
15		1302 Гц (78 120 мин <sup>-1</sup> )
16		1378 Гц (82 680 мин <sup>-1</sup> )

**Определение собственных частот подсистем ротора МГТУ.** С целью анализа собственных частот и форм, оказавшихся в недопустимом диапазоне, принято решение оценить собственные частоты роторов ТК и СГ по отдельности. Ротор ТК приведен на рис. 2. Конструкция ротора СГ изображена на рис. 3.

Оценка собственных частот роторов ТК и СГ выполнена методом КЭ. Собственные частоты и соответствующие им формы приведены в табл. 2 и 3.

Первой изгибной частоте (табл. 2) соответствуют колебания элемента ротора ТК. Эта форма не является опасной. Наибольший интерес представляет вторая форма изгибных колебаний. Однако соответствующая ей частота – 2228 Гц ( $133\,680\text{ мин}^{-1}$ ) расположена далеко за пределами диапазона  $45\,500\text{--}84\,500\text{ мин}^{-1}$ . Таким образом, ротор ТК обладает достаточно высокой изгибной жесткостью.

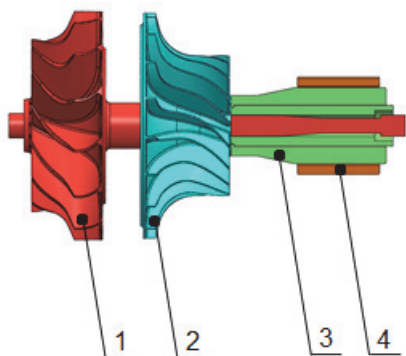


Рис. 2. Ротор ТК: 1 – колесо центростремительной турбины, созданное заодно с валом; 2 – колесо центробежного компрессора; 3 – втулка; 4 – радиальный лепестковый газодинамический подшипник

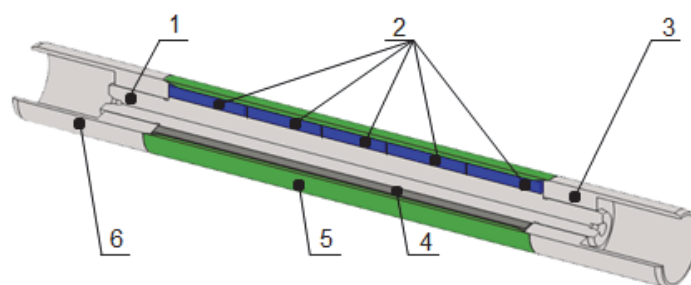


Рис. 3. Основные элементы ротора СГ: 1 – вал; 2 – магниты; 3,6 – втулки; 4 – вставки (2 шт.); 5 – углелента

Таблица 2

Результаты расчета собственных частот и изгибных форм ротора ТК

Собственная форма	Собственная частота
	870 Гц ( $52\,200\text{ мин}^{-1}$ )
	873 Гц ( $52\,380\text{ мин}^{-1}$ )
	2228 Гц ( $133\,680\text{ мин}^{-1}$ )
	2229 Гц ( $133\,740\text{ мин}^{-1}$ )

Таблица 3

Собственные частоты и формы ротора СГ при «жестком» контакте элементов ротора

Собственная форма	Собственная частота
	1023 Гц ( $61\,380\text{ мин}^{-1}$ )
	1024 Гц ( $61\,440\text{ мин}^{-1}$ )
	2437 Гц ( $146\,220\text{ мин}^{-1}$ )
	2438 Гц ( $146\,280\text{ мин}^{-1}$ )

## Расчет и конструирование

Первая собственная частота изгибных колебаний ротора СГ, найденная расчетным путем (табл. 3), составила 1023 Гц (61 380 мин<sup>-1</sup>) и оказалась недопустимо близкой к рабочей частоте вращения 65 000 мин<sup>-1</sup>.

**Экспериментальная оценка собственных частот и форм ротора СГ.** В эксперименте ротор вывешивали на податливых тросах (рис. 4). Как показали предварительные эксперименты, частота колебаний ротора как твердого тела на упругой подвеске составила около 9,4 Гц (при низшей частоте изгибных колебаний 672 Гц). Такая подвеска является податливой и практически не оказывает влияния на собственные частоты и формы ротора при его изгибных колебаниях. С целью определения частот и форм изгибных колебаний на внешней поверхности ротора наклеены десять однокомпонентных акселерометров (см. рис. 4). Возбуждение колебаний осуществлялось при помощи ударного молотка. Испытания проведены в модуле Impact Testing пакета LMS Test.Lab 13A с использованием технологии экспериментального модального анализа [3]. Результаты эксперимента приведены в табл. 4. Установлено, что результаты расчета отличаются от эксперимента на 30 %.

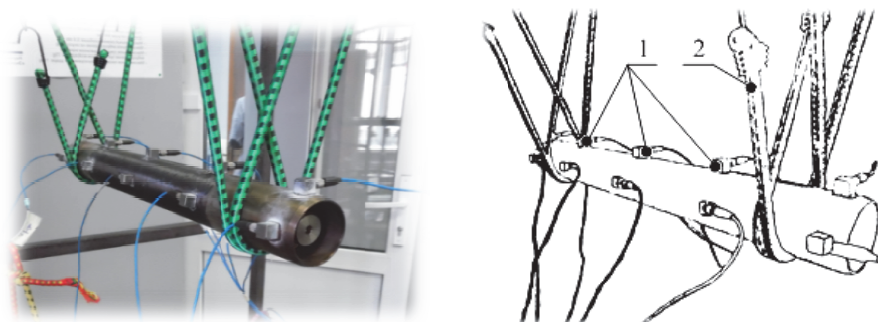


Рис. 4. Экспериментальная установка: 1 – однокомпонентные акселерометры (10 шт.); 2 – податливые тросы (4 шт.)

Таблица 4  
Собственные частоты и формы изгибных колебаний ротора СГ, найденные экспериментальным путем


Собственная форма	Собственная частота
	9,4 Гц (540 мин <sup>-1</sup> )
	672 Гц (40 320 мин <sup>-1</sup> ) 738 Гц (44 280 мин <sup>-1</sup> )
	1864 Гц (111 840 мин <sup>-1</sup> ) 1989 Гц (119 340 мин <sup>-1</sup> )

Одной из возможных причин такого различия являются условия сопряжения магнитов и стального вала в конечно-элементной модели. Для подтверждения этой гипотезы выполнен расчет методом КЭ при следующем условии: магниты абсолютно жестко прилегают только к углеренте, не соединены друг с другом и с валом. Результаты расчета представлены в табл. 5.

Анализ результатов (табл. 3, табл. 5) показывает, что в изготовленной конструкции реальные условия сопряжения магнитов и вала находятся между двумя предельными случаями – когда

магниты соединены с валом по всей цилиндрической поверхности, и когда магниты не связаны с валом, но жестко прилегают к углеленте. Таким образом, собственная частота изготовленного ротора стартер-генератора, полученная экспериментальным путем, является достоверной и составляет 672 Гц (40 320 мин<sup>-1</sup>) в вертикальной и 738 Гц (44 280 мин<sup>-1</sup>) в горизонтальной плоскости. Результаты определения собственных частот и форм ротора стартер-генератора приведены в табл. 6.

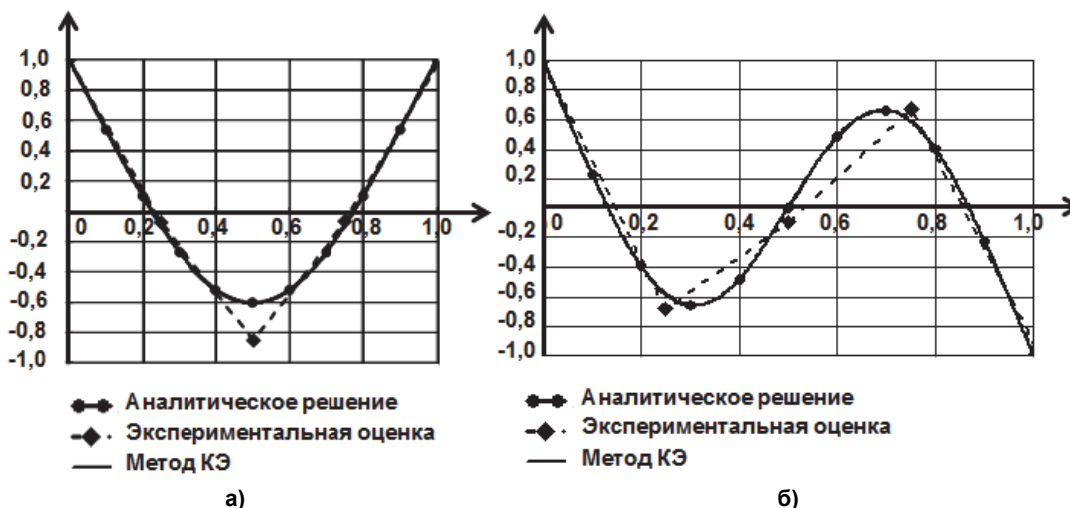
**Таблица 5**  
Собственные частоты и формы скорректированной модели ротора СГ при «мягком» контакте элементов ротора

Форма колебаний на собственной частоте	Собственная частота
	612 Гц (36 720 мин <sup>-1</sup> ) 631 Гц (37 860 мин <sup>-1</sup> )

**Таблица 6**  
Первая собственная частота изгибных колебаний ротора стартер-генератора

Численное определение («жесткий» контакт элементов ротора)	Экспериментальный модальный анализ	Уточненный расчет («мягкий» контакт элементов ротора)
1023 Гц	672 Гц	612 Гц
1024 Гц	738 Гц	631 Гц

По результатам анализа (см. табл. 6) принято решение о создании эквивалентной модели ротора стартер-генератора, собственные частоты и формы которой близки к результатам эксперимента. Такая модель построена по критериям равенства масс, длин и первых собственных частот изгибных колебаний эквивалентной модели и ее реального прототипа (см. рис. 4) [13]. Результаты расчета собственных частот эквивалентной модели ротора СГ приведены на рис. 5 и в табл. 7.



**Рис. 5.** Сравнение собственных форм ротора СГ, полученных аналитически, экспериментально и методом КЭ: а – первая изгибная собственная форма; б – вторая изгибная собственная форма

**Таблица 7**  
Сравнение собственных частот эквивалентной модели ротора СГ, Гц

Эквивалентный ротор СГ, аналитическое решение [4]	Эксперимент (рис. 4)	Эквивалентный ротор СГ. Метод КЭ
738	738	737
2040	1989	2032

## Расчет и конструирование

Таким образом, построена эквивалентная модель ротора СГ, у которой близкими к эксперименту оказались не только первая, но и вторая собственные частоты и формы изгибных колебаний.

### Оценка влияния жесткостей подшипниковых опор на критические частоты ротора.

В пакете Ansys Mechanical APDL создана упрощенная балочная КЭ модель ротора (рис. 6) и выполнен расчет критических частот ротора [4] в широком диапазоне жесткостей опор [14].

Как показал расчет (рис. 7), при жесткостях опор, меньших, чем  $10^6$  Н/м, упругие опоры практически не оказывают влияния на критические частоты и формы ротора, т. е. его можно считать незакрепленным. Таким образом, для того, чтобы удовлетворить требованиям по критическим частотам, необходимо использовать подшипниковые опоры, жесткость которых не превышает  $10^6$  Н/м.

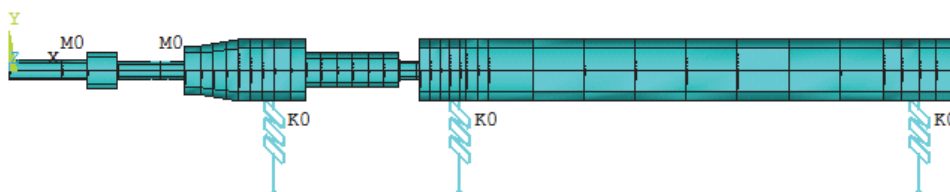


Рис. 6. Балочная модель ротора МГТУ

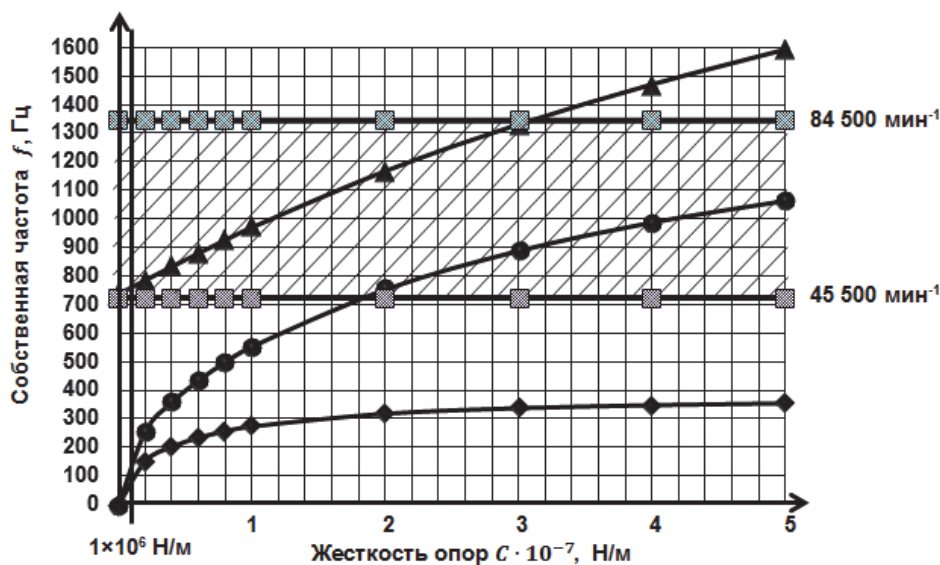


Рис. 7. Зависимость критических частот ротора от жесткостей опор

**Расчет собственных частот ротора МГТУ с эквивалентным ротором СГ.** Выполнен расчет собственных частот ротора МГТУ в условиях свободного вывешивания (что соответствует подшипниковым опорам с жесткостями меньшими, чем  $10^6$  Н/м), с учетом эквивалентной модели ротора СГ. Расчет показал, что собственные частоты такой модели не соответствуют предъявляемому к конструкции требованию. Сделан вывод о том, что причиной этому является жесткость торсиона.

Конструкторской группой университета предложен ряд моделей с различными упругими связями (рис. 8). Наиболее удачной из них оказалась конструкция ротора МГТУ, в которой ротор ТК и СГ соединены торсионом с двумя мембранами (рис. 9). Собственные частоты и формы модели ротора МГТУ с выбранным вариантом упругой связи и эквивалентной моделью ротора СГ представлены в табл. 8.

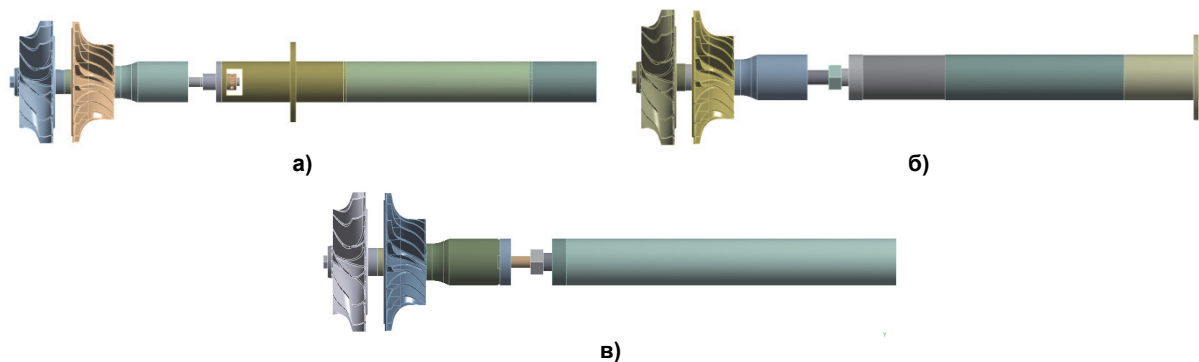


Рис. 8. Модели с различными вариантами упругой связи

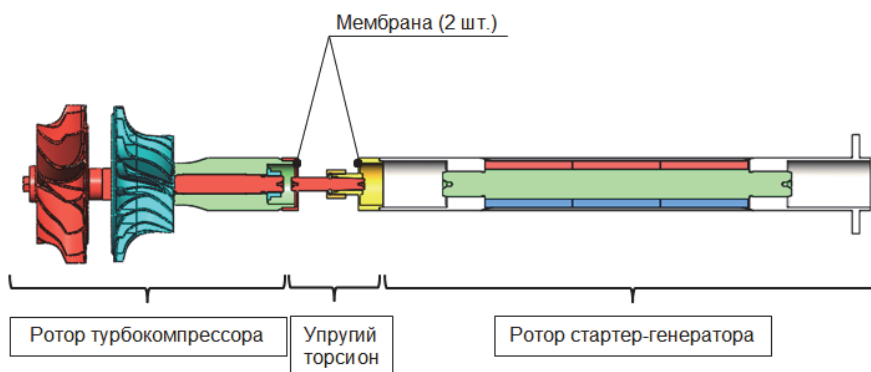
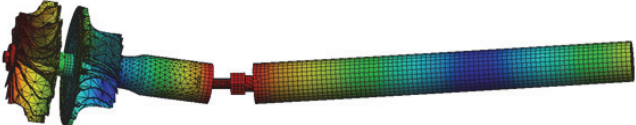

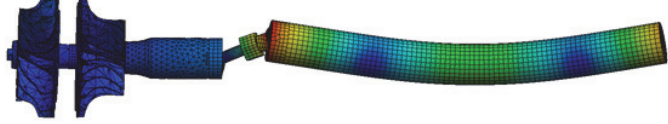

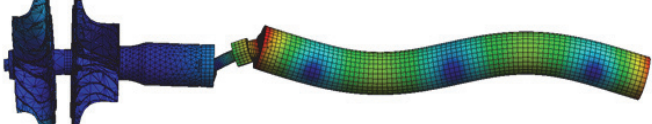


Рис. 9. Модель ротора МГТУ с выбранным вариантом упругой связи

Таблица 8

Собственные частоты и формы ротора МГТУ

Форма колебаний на собственной частоте	Собственная частота
 <p>Первая изгибная форма ротора МГТУ</p>	51 Гц ( $3079,44 \text{ мин}^{-1}$ ) 52 Гц ( $3129,48 \text{ мин}^{-1}$ )
 <p>Вторая изгибная форма ротора МГТУ</p>	308 Гц ( $18\,453 \text{ мин}^{-1}$ ) 309 Гц ( $18\,532 \text{ мин}^{-1}$ )
 <p>Третья изгибная форма ротора МГТУ</p>	730 Гц ( $43\,783 \text{ мин}^{-1}$ ) 731 Гц ( $43\,818 \text{ мин}^{-1}$ )
 <p>Четвертая изгибная форма ротора МГТУ</p>	1497 Гц ( $89\,808 \text{ мин}^{-1}$ ) 1498 Гц ( $89\,862 \text{ мин}^{-1}$ )
 <p>Пятая изгибная форма ротора МГТУ</p>	1766,6 Гц ( $105\,996 \text{ мин}^{-1}$ ) 1766,9 Гц ( $106\,014 \text{ мин}^{-1}$ )

## Расчет и конструирование

### Определение критических частот трехмерной модели ротора МГТУ.

Задача решалась с использованием КЭ пакета Ansys Workbench. В результате решения задачи об определении критических частот ротора МГТУ построена диаграмма Кэмпбелла [8–12] (рис. 10). Значения критических частот ротора МГТУ приведены в табл. 9. Из сопоставления результатов, приведенных в табл. 8 и 9, следует, что первая, вторая и третья критические частоты ротора, найденные с учетом гироскопических моментов (табл. 9), оказались на 7, 5 и 4 % выше, чем соответствующие собственные частоты (табл. 8).

Как следует из расчетов, критические частоты ротора (табл. 9) оказываются вне диапазона  $\pm 30\%$  от рабочей частоты вращения ( $45\,500\text{--}84\,500\text{ мин}^{-1}$ ), что удовлетворяет предъявляемым к конструкции требованиям.

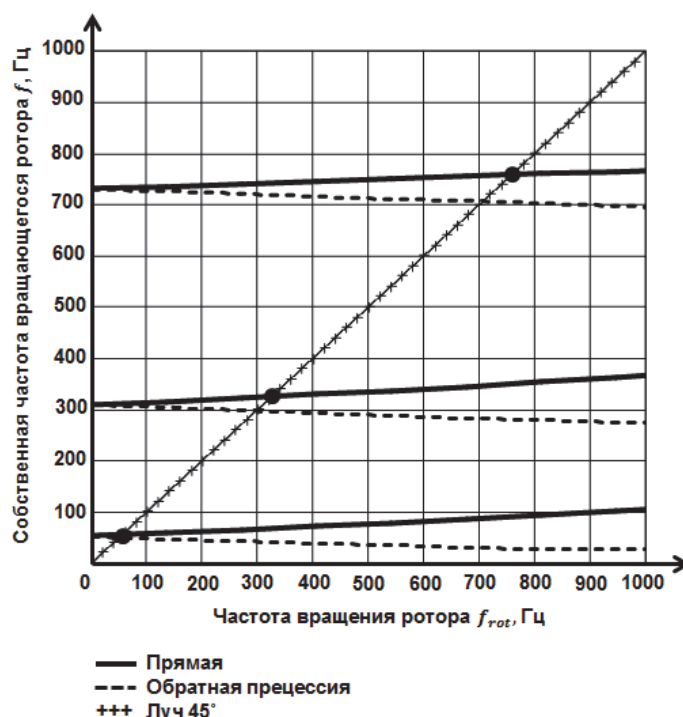


Рис. 10. Диаграмма Кэмпбелла

Таблица 9

Критические частоты ротора МГТУ

№ изгибной формы	Прямая прецессия	Обратная прецессия
1	54,4 Гц ( $3263,46\text{ мин}^{-1}$ )	49,5 Гц ( $2969,94\text{ мин}^{-1}$ )
2	324,2 Гц ( $19450,02\text{ мин}^{-1}$ )	295,8 Гц ( $17746,44\text{ мин}^{-1}$ )
3	757,5 Гц ( $45451,8\text{ мин}^{-1}$ )	705,4 Гц ( $42325,32\text{ мин}^{-1}$ )

Таким образом, на основе расчетно-экспериментального подхода разработаны рекомендации для конструкции ротора МГТУ: жесткости подшипниковых опор не должны превышать  $10^6\text{ Н/м}$ ; ротор турбокомпрессора и ротор стартер-генератора должны быть связаны упругим элементом с малой изгибной жесткостью; конструктивное исполнение упругой связи, при которой критические частоты ротора оказываются вне диапазона  $\pm 30\%$  от рабочей частоты вращения ( $45\,500\text{--}84\,500\text{ мин}^{-1}$ ).

Работа выполнялась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках комплексного проекта «Создание производства модельного ряда микро-турбинных энергоустановок нового поколения» по договору № 02.G25.31.0078 от 23.05.2013 г. между Министерством образования и науки Российской Федерации и Открытым акционерным обществом «Специальное конструкторское бюро «Турбина» в кооперации с головным исполнителем НИОКТР – Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением



высшего профессионального образования «Южно-Уральский государственный университет»  
(национальный исследовательский университет).

### Литература

1. *Rotordynamic performance measurement of an oil-free turbo-compressor supported on gas foil bearings* / Y.-B. Lee, S.-B. Cho, T.-Y. Kim et al. // *The 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics (September 12–15, 2010, Korea)*. – 2010. – P. 420–426.
2. *Kim, K.-S. Rotordynamic characteristics of 65kw micro turbine with compliant air foil bearings* / K.-S. Kim, B.-C. Cho, M.-H. Kim // *The 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics (September 12–15, 2010, Korea)*. – 2010. – P. 799–803.
3. Хейлен, В. Модальный анализ: теория и испытания / В. Хейлен, С. Ламменс, П. Сас. – М.: Новатест, 2010. – 319 с.
4. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний: учеб. для вузов / В.Л. Бидерман. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.
5. *Нормы прочности авиационных газотурбинных двигателей гражданской авиации*. – М.: ЦИАМ, 2004. – 260 с.
6. Пономарев, Б.А. Проблемы создания ВГТД с ротором на газовых подшипниках / Б.А. Пономарев, В.В. Гаврилов // *Вестник Самар. гос. аэрокосм. ун-та*. – 2009. – № 1 (17). – С. 41–55.
7. *Расчетно-экспериментальное исследование динамики ротора на газовых опорах* / Ю.М. Темис, М.Ю. Темис, А.М. Егоров и др. // *Вестник Самар. гос. аэрокосм. ун-та*. – 2011. – № 3 (27). – Ч. 1. – С. 174–182.
8. Костюк, А.Г. Динамика и прочность турбомашин: учеб. для вузов / А.Г. Костюк. – М.: Изд-во МЭИ, 2000. – 480 с.
9. Хронин, Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов / Д.В. Хронин. – М.: Машиностроение, 1970. – 412 с.
10. Ден-Гартог, Дж.П. Механические колебания / Дж. П. Ден-Гартог. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. – 580 с.
11. Кельзон, А.С. Динамика роторов в упругих опорах / А.С. Кельзон, Ю.П. Циманский, В.И. Яковлев. – М.: Наука, 1982. – 280 с.
12. *Muszynska, A. Rotordynamics* / A. Muszynska. – Boca Raton: CRC Press, 2005. – 1075 p.
13. Крылов, В.И. Приближенное вычисление интегралов / В.И. Крылов. – М.: Наука, 1967. – 500 с.
14. Назаренко, Ю.Б. Устранение критических частот вращения роторов газотурбинных двигателей с помощью регулирования жесткости опоры / Ю.Б. Назаренко, А.Ю. Потапов // *Двигатель*. – 2014. – № 1 (91). – 14–16 с.
15. *A microturbine rotor-bearing system analysis* / Chiang Hsiao-Wei, Hsu Chih-Neng, Jeng Wes et al. // *ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air. Vol. 4: Turbo Expo 2002, Parts A and B*. – Amsterdam, the Netherlands, 2002. – June 3–6.
16. *Performance verification of a high speed motor-generator for a microturbine generator* / Hong Do-Kwan, Joo Daesuk, Woo Byung-Chul et al. // *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. – 2013, Vol. 14, Iss. 7. – P. 1237–1244.
17. *Rotordynamic behaviour of a micro-turbine rotor on air bearings: modelling techniques and experimental verification* / T. Waumans, P. Vleugels, J. Peirs et al. // *International Conference on Noise and Vibration Engineering*. – Leuven, Belgium, 2006. – Vol. 1. – P. 181–198.
18. *Song, Ju-hyo. Bump-type Foil bearing structural stiffness: experiments and predictions* / Ju-hyo Song, Daejong Kim // *Journal of Tribology*. – 2007. – P. 628–639. DOI: 10.1115/1.2736455
19. *Roger, Ku C.-P. Compliant Foil bearing structural stiffness analysis. Part I: Theoretical Model Including Strip and Variable Bump Foil Geometry* / Ku C.-P. Roger, H. Heshmat // *Journal of Tribology*. – 1992. – P. 394–400.
20. *Roger, Ku C.-P. Compliant Foil bearing structural stiffness analysis. Part II: Experimental Investigation* / Ku C.-P. Roger, H. Heshmat // *Journal of Tribology*. – 1993. – P. 364–369.
21. *Kyuhoo, Sim. rotordynamic performance of shimmed gas foil bearings for oil-free turbochargers* / Sim Kyuhoo, Yong-Bok Lee, Kim Tae Ho // *Journal of Tribology*. – July 2012. – 11 p. DOI: 10.1115/1.4005892

## Расчет и конструирование

---

**Пирогова Наталья Сергеевна.** Студентка кафедры «Прикладная механика, динамика и прочность машин», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, pirogova-nata@mail.ru.

**Тараненко Павел Александрович.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика, динамика и прочность машин», директор научно-образовательного центра «Экспериментальная механика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, pataranenko@gmail.com.

*Поступила в редакцию 30 июня 2015 г.*

---

## CALCULATED-EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE NATURAL AND CRITICAL FREQUENCIES AND MODE SHAPES HIGH-SPEED OF ROTORS MICRO GAS TURBINE UNIT

*N.S. Pirogova, South Ural State University, Russian Federation, pirogova-nata@mail.ru,*

*P.A. Taranenko, South Ural State University, Russian Federation, pataranenko@gmail.com*

The Micro gas turbine plant (MGTP) is used as power plant to decentralized supply of external electric power consumers. Its nominal capacity is 100 kW and its heat capacity is 200 kW. Rotor is a critical part of the MGTP, the operating speed of which is 65 000 min<sup>-1</sup>. It consists of two subsystems - the turbocharger rotor (TCR) and the rotor of the starter-generator (SGR) connected by elastic coupling. One of the requirements for the design of the rotor, it is the absence of critical frequencies in the range of  $\pm 30\%$  of the operating speed.

This article is devoted to the analysis of the natural and critical frequencies of the MGTP rotor. The natural frequencies evaluated for the system as a whole and for each of the two subsystems separately. For the TCR such an assessment was obtained by finite element method (FEM) calculation. Due to the complexity of the SGR's design, its natural frequencies were estimated and confirmed experimentally using LMS modal analysis technology.

A study on the natural frequencies of the MGTP rotor was conducted at different rigidity of bearings and its acceptable range was specified.

The study on the critical frequencies of the MGTP was performed by calculation in two stages. At the first stage, an analytical and numerical solution of the test problem obtained in order to confirm the accuracy and correctness of the determination of the critical frequencies in the Ansys Workbench FEM-package. At the second stage, critical frequencies of the MGTP rotor evaluated by FEM calculation on solid model.

Based on the obtained results, some recommendations on the rotor's elements designs are given to ensure the natural frequencies in the restrained region.

*Keywords: micro gas turbine unit, rotor, natural frequencies, natural shapes, critical frequencies, rigidity of bearings, finite element method, Campbell diagram.*

### References

1. Lee Y.-B., Cho S.-B., Kim T.-Y., Kim C.H., Kim T.H. Rotordynamic performance measurement of an oil-free turbo-compressor supported on gas foil bearings. *The 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics (September 12–15, 2010, Korea)*, 2010, pp. 420–426.
2. Kim K.-S., Cho B.-C., Kim M.-H. Rotordynamic characteristics of 65kw micro turbine with compliant air foil bearings. *The 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics (September 12-15, 2010, Korea)*, 2010, pp. 799–803.
3. Kheylen V., Lammens P., Sas P. *Modal'nyy analiz: teoriya i ispytaniya* [Modal analysis: theory and testing]. Moscow, Novatest Publ., 2010. 319 p.
4. Bidermam V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy* [Theory of mechanical oscillations]. Moscow, 1980. 408 p.

5. *Normy prochnosti aviatsionnykh gazoturbinykh dvigateley grazhdanskoy aviatsii* [Standart on strength of gas-turbine propulsion in aviation]. Moscow, CIAM Publ., 2004. 408 p.
6. Ponomarev B.A., Gavrilov V.V. [Problems of making auxiliary gas turbine engines with gas bearing rotors]. *Bulletin of the Samara State Aerospace University*, 2009, № 1 (17), pp. 41–45. (in Russ.)
7. Temis Yu.M., Temis M.Yu., Egorov A.M., Gavrilov V.V., Ogorodov V.N. [Rotor in gas bearings dynamics experiment-calculated investigation]. *Bulletin of the Samara State Aerospace University*, 2011, № 3 (27), part 1, pp. 174–182. (in Russ.)
8. Kostyuk A.G. *Dinamika i prochnost' turbomashin* [Dynamics and strength of turbomachines]. Moscow, CIAM Publ., 2004. 408 p.
9. Khronin D.V. *Teoriya i raschet kolebaniy v dvigatelyakh letatel'nykh apparatov* [Theory and calculation of oscillations in engines flight vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 412 p.
10. Den-Gartog Dzh.P. *Mekhanicheskie kolebaniya* [Mechanical oscillations]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury Publ., 1960. 580 p.
11. Kel'zon A.S., Tsimanskiy Yu.P., Yakovlev V.I. *Dinamika rotorov v uprugikh oporakh* [Dynamics of rotors in the elastic supports]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 280 p.
12. Muszynska A. *Rotordynamics*. Boca Raton, CRC Press, 2005. 1075 p.
13. Krylov V.I. *Priblizhennoe vychislenie integralov* [An approximate calculation of integrals]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 500 p.
14. Nazarenko Yu.B., Potapov A.Yu. [Removal of critical speeds of rotors of gas turbine engines by regulating bearing stiffness.]. *Engine*, 2014, № 1 (91), pp. 14–16. (in Russ.)
15. Hsiao-Wei D. Chiang, Chih-Neng Hsu, Wes Jeng, Shun-Hsu Tu, Wei-Chen Li. A Microturbine Rotor-Bearing System Analysis. *ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air. Vol. 4: Turbo Expo 2002, Parts A and B*. Amsterdam, The Netherlands, 2002, June 3–6.
16. Do-Kwan Hong, Daesuk Joo, Byung-Chul Woo, Yeon-Ho Jeong, Dae-Hyun Koo, Chan-Woo Ahn, Yun-Hyun Cho. Performance verification of a high speed motor-generator for a microturbine generator. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, July 2013, vol. 14, iss. 7, pp. 1237–1244.
17. Waumans T., Vleugels P., Peirs J., Al-Bender F., Reynaerts D. Rotordynamic behaviour of a micro-turbine rotor on air bearings: modelling techniques and experimental verification. *International Conference on Noise and Vibration Engineering*. Leuven, Belgium, 2006, vol. 1, pp. 181–198.
18. Song Ju-ho, Kim Daejong. Bump-Type Foil Bearing. Structural Stiffness: Experiments and Predictions. *Journal of Tribology*, July 2007, pp. 628–639. DOI: 10.1115/1.2736455
19. Roger Ku C.-P., Heshmat H. Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis. Part I: Theoretical Model Including Strip and Variable Bump Foil Geometry. *Journal of Tribology*, April 1992, pp. 394–400.
20. Roger Ku C.-P., Heshmat H. Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis. Part II: Experimental Investigation. *Journal of Tribology*, July 1993, pp. 364–369.
21. Kyuho Sim, Lee Yong-Bok, Tae Ho Kim. Rotordynamic Performance of Shimmied Gas Foil Bearings for Oil-Free Turbochargers. *Journal of Tribology*, July 2012. p. 11. DOI: 10.1115/1.4005892

Received 30 June 2015

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СТАТЬИ

Пирогова, Н.С. Расчетно-экспериментальный анализ собственных и критических частот и форм высокооборотного ротора микрогазотурбинной установки / Н.С. Пирогова, П.А. Тараненко // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2015. – Т. 15, № 3. – С. 37–47.

#### REFERENCE TO ARTICLE

Pirogova N.S., Taranenko P.A. Calculated-Experimental Analysis of the Natural and Critical Frequencies and Mode Shapes High-Speed of Rotors Micro Gas Turbine Unit. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2015, vol. 15, no. 3, pp. 37–47. (in Russ.)