

# МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛИНОВИДНЫХ ОПОР СКОЛЬЖЕНИЯ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕГО СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА

**Е.О. Лагунова**

*Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Россия*

В работе представлен метод формирования точного автомодельного решения задачи гидродинамического расчета клиновидной опоры (ползун, направляющая), работающей на электропроводящем жидким смазочном материале, обусловленном расплавом направляющей, с учетом зависимости вязкости и электропроводности жидкого смазочного материала от давления.

Решение задачи найдено на основе системы уравнений, описывающих движения несжимаемого жидкого электропроводящего смазочного материала для случая «тонкого слоя» с учетом зависимости вязкости и электропроводности жидкого смазочного материала от давления, уравнения неразрывности и выражения для скорости диссипации механической энергии для определения функции, обусловленной расплавом поверхности направляющей, покрытой расплавом легкоплавкого покрытия. Асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений с учетом граничных условий на поверхности направляющей, ползуна и контура  $y = -\Phi(x)$  найдено в виде рядов по степеням малого параметра  $K$ , обусловленного расплавом и скоростью диссипации механической энергии. Для определения поля скоростей и давления в смазочном и расплавленном слое находится точное автомодельное решение для нулевого и первого приближения. В результате находится точного автомодельного решения найдено значение функции  $\Phi_1(x)$ , обусловленной расплавом направляющей (параметр  $M$ , характеризующий толщину расплавленной пленки).

Дана оценка влияния следующих параметров:  $A$  (обусловленного наличием электрического поля),  $N$  (числа Гартмана),  $M$  (характеризующий толщину расплавленной пленки),  $K$  (обусловленного расплавом и скоростью диссипации механической энергии),  $\alpha$  (параметр характеризующий зависимость вязкости смазочного материала от давления),  $B$  (вектора магнитной индукции) и  $E$  (вектора напряженности электрического поля) на основные рабочие характеристики упорного подшипника скольжения (несущую способность и силу трения).

Результаты численного анализа показывают, что значительно уточнены расчетные модели упорных подшипников скольжения в результате дополнительного одновременного учета при их разработке зависимости от гидродинамического давления таких важных факторов, как вязкость жидкого электропроводящего смазочного материала, электропроводность, а также влияния толщины расплавленной пленки легкоплавкого металлического покрытия, магнитной индукции и напряженности электрического поля. Триботехнические расчетные величины уточнены в следующем порядке: сила трения на 43 %, несущая способность на 18 %.

**Ключевые слова:** гидродинамика, опора скольжения (ползун, направляющая), вязкий несжимаемый жидкий электропроводящий смазочный материал, расплавленная поверхность направляющей.

## Введение

В современном машиностроении трибоузлы для новых машин проектируются, как правило, с учетом увеличения статических и ударных нагрузок, действующих на опоры скольжения, которое определяется задачами современной инженерной практики. Следует отметить, что одним из важнейших равноправных конструктивных элементов подшипников жидкостного трения является смазочная среда.

При передаче больших мощностей червячными редукторами трибосистем с использованием в качестве смазочного материала минерального масла происходят трудности из-за отсутствия смазочного материала, необходимого для предотвращений схватывания и повышения температуры рабочих поверхностей.

## Расчет и конструирование

---

Во избежание таких ситуаций, а также при высоких температурах и напряжениях без всяких ограничений для подшипников скольжения предлагается применять в качестве дополнительного смазочного материала расплав легкоплавких металлов.

В настоящее время существует большое число технологий диффузионной металлизации, при этом большинство из этих технологий являются сложными, требуют применения дорогостоящего оборудования, что делает их промышленно нереализуемыми. На фоне этих технологий выгодно выделяется технология диффузионной металлизации сталей из среды легкоплавких жидкотекущих растворов. Перспективность данной технологии связана с простотой ее реализации, возможностью использования стандартного термического оборудования, совмещения данной технологии с термической обработкой покрываемых изделий и т. п., а самое главное – с возможностью получения качественных изделий и регулирования свойств этих покрытий за счет варьирования технологических режимов.

Диффузионная металлизация из среды легкоплавких жидкотекущих растворов основана на явлении селективного изотермического переноса металлических элементов на металлические материалы. Технологически данный процесс осуществляется путем погружения и выдержки изделий в легкоплавком расплаве, содержащем в растворенном состоянии элемент, на базе которого формируются диффузионные покрытия.

Применение данной технологии позволяет получать на поверхности изделий однокомпонентные и многокомпонентные диффузионные покрытия на базе различных металлических элементов.

Смазывание жидкими металлами применяют при температурах, при которых обычные смазочные среды претерпевают необратимые физико-химические изменения. Преимущество смазывания расплавом состоит в том, что смазочный материал образуется в области контакта, где это необходимо. Плавление доставляет достаточное количество смазочного материала в зону трения, механические и конструктивные сложности, связанные с его подачей, отсутствуют. Смазывание расплавом изучалось во многих прикладных задачах, в частности в процессах формоизменения и резания металлов [1–12]. Гидродинамическому расчету подшипников скольжения в условиях отсутствия смазочного вещества и учета зависимости вязкости смазочного материала от давления посвящено большое количество работ. Существенным недостатком рассматриваемой пары трения, работающей на смазывании расплавом, является низкая несущая способность. Кроме того, процесс смазывания смазочным материалом не является самоподдерживающимся.

Теоретическому анализу работ радиальных и упорных подшипников скольжения при наличии смазочного материала, обусловленного расплавом поверхности трибосистем, которые покрыты легкоплавкими металлическими расплавами, посвящены работы [13–15]. В этих работах учитывается зависимость вязкости смазочного материала от давления.

Разработка расчетной модели радиальных и упорных подшипников скольжения с учетом реологических свойств микрополярного, вязкоупругого смазочного материала при учете зависимости вязкости смазочного материала от давления и расплава легкоплавкого покрытия посвящен ряд работ [16–23].

В данной работе решение задачи приводится для случая, когда смазочный материал обладает свойствами электропроводящего смазочного материала, с учетом зависимости вязкости и электропроводности электропроводящего смазочного материала от давления, а также расплава легкоплавкого покрытия.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается клиновидная опора, состоящая из системы «ползун – направляющая». Предполагается, что поверхности ползуна и направляющей разделены слоем смазочного материала, обладающего электропроводящими свойствами, ползун неподвижен, а направляющая, выполненная из материала с низкой температурой плавления, движется в сторону сужения зазора со скоростью  $u^*$  (рис. 1).

Зависимость вязкости и электропроводности жидкого смазочного материала задаем в виде:

$$\mu = e^{\alpha p}, \quad \sigma = e^{\alpha p}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости смазочного материала;  $p$  – гидродинамическое давление в смазочном слое;  $\alpha$  – экспериментальная постоянная величина;  $\sigma$  – электропроводность смазочного материала.

Рассматриваются условия движения бесконечно широкого ползуна при следующих допущениях:

- 1) жидкая среда является вязкой несжимаемой жидкостью;
- 2) все тепло, выделяющееся в смазочной пленке, идет на плавление поверхности материала направляющей.

## 2. Исходные уравнения и граничные условия

В качестве исходных уравнений рассмотрим безразмерные уравнения движения смазочного материала, обладающего электропроводящими свойствами, для случая «тонкого слоя» и уравнения неразрывности.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = e^{-\alpha p} \frac{dp}{dx} + Nv - A, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где  $u, v$  – компоненты вектора скорости смазочной среды;  $p$  – гидродинамическое давление в смазочном слое;  $N = \frac{\sigma_0 B h_0^2}{\mu_0}$  – число Гартмана,  $\bar{B} = \{0; B_y; 0\}$  – вектор магнитной индукции,  $\bar{E} = \{0; 0; E_z\}$  – вектор напряженности электрического поля,  $B_y$  – составляющая вектора магнитной индукции,  $E_z$  – составляющая вектора напряженности электрического поля,  $A = \frac{\sigma_0 B E h_0^2}{\mu_0 u^*}$  – величина, обусловленная наличием электрического поля.

При этом значения  $\bar{B} = \{0; B_y; 0\}$  и  $\bar{E} = \{0; 0; E_z\}$  считаются заданными и удовлетворяющими уравнениям Максвелла:

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \bar{E} = 0. \quad (3)$$

Величины  $\bar{B}$ ,  $\bar{E}$  и скорость течения электропроводящего смазочного материала таковы, что можно пренебречь величиной силы тока на электрическое и магнитное поле.

В декартовой системе координат  $xoy$  уравнение контура ползуна и расплавленной поверхности направляющей можно записать в виде.

$$y = h_0 + l \operatorname{tg} \alpha^*, \quad y = -\Phi(x), \quad (4)$$

где  $\alpha^*$  – угол наклона ползуна к оси  $Ox$ ,  $l$  – длина неподвижной рабочей поверхности подшипника (ползуна),  $h_0$  – толщина смазочной пленки в начальном сечении.

Границные условия в рассматриваемом случае записываются в виде:

$$u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 + \eta x = h(x),$$

$$u = 0, \quad v = -1 \quad \text{при} \quad y = -\Phi(x),$$

$$\Phi(x) = \tilde{g}_0 = K g_0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad (5)$$

$$p(0) = p(1) = \frac{p_a}{p_*}, \quad \eta = \frac{l \operatorname{tg} \alpha}{h_0}.$$

Для определения функции  $\Phi(x)$ , обусловленной расплавленной направляющей, воспользуемся формулой скорости диссипаций энергий.

$$\frac{d\Phi(x)}{dx} = -K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dy, \quad (6)$$

где  $\Phi(x)$  – толщина расплавленной пленки в начальном сечении,  $K = \frac{2\mu_0 u^*}{h_0 L'}$  – параметр, обусловленный расплавом и скоростью диссипации механической энергии,  $L'$  – удельная теплота плавления на единицу объема.

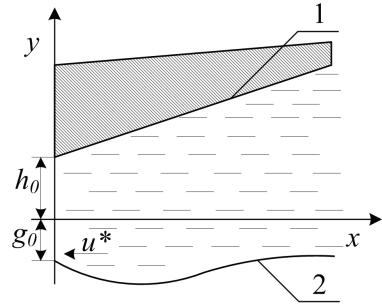


Рис. 1. Рабочая схема

## Расчет и конструирование

---

Соотношения между безразмерными и размерными величинами задаются в виде:

$$u' = u^* u, \quad v' = u^* \varepsilon v, \quad x' = lx, \quad y' = h_0 y, \quad p' = p^* p,$$

$$\varepsilon = \frac{h_0}{l}, \quad \mu' = \mu_0 \mu, \quad \sigma' = \sigma_0 \sigma, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{p^*}, \quad p^* = \frac{\mu_0 u^* l}{h_0^2}. \quad (7)$$

С учетом (6) и (2) получим следующую систему уравнений

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = e^{-\alpha p} \frac{dp}{dx} + Nv - A, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad Z \frac{d\Phi(x)}{dx} = -K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dy \quad (8)$$

и граничные условия

$$v = 0, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 + \eta x = h(x),$$

$$v = -1, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad y = -\Phi(x), \quad (9)$$

$$p(0) = p(1) = \frac{p_a}{p^*}; \quad \Phi(x) = \tilde{g}_0 = K g_0 \quad \text{при} \quad x = 0.$$

Введем обозначение  $Z = e^{-\alpha p}$ . Продифференцируем обе части равенства, получим:

$\frac{\partial Z}{\partial x} = -\alpha e^{-\alpha p} \frac{dp}{dx}$  или  $e^{-\alpha p} \frac{dp}{dx} = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial Z}{\partial x}$ , тогда уравнение (8) и соответствующие граничные условия (9) примут вид:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{dZ}{dx} + Nv - A, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad Z \frac{d\Phi(x)}{dx} = -K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dy. \quad (10)$$

$$u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 + \eta x = h(x),$$

$$u = 0, \quad v = -1 \quad \text{при} \quad y = -\Phi(x), \quad (11)$$

$$Z(0) = Z(1) = e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}.$$

В качестве малого параметра принимая  $K$ , обусловленный расплавом и скоростью диссипации энергии, будем искать функцию  $\Phi(x)$  в виде:

$$\Phi(x) = -K\Phi_1 - K^2\Phi_2 - K^3\Phi_3 - \dots = H, \quad (12)$$

где  $H = -K\Phi_1 - K^2\Phi_2 - K^3\Phi_3 - \dots$ .

Границные условия для безразмерных компонентов скорости  $u$  и  $v$  на контуре  $y = 0 - \Phi(x)$  можно записать в виде:

$$v(0 - H(x)) = v(0) - \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{y=-g_0} H(x) - \left( \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)_{y=-g_0} H^2(x) - \dots = -1;$$

$$u(0 - H(x)) = u(0) - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=-g_0} H(x) - \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=-g_0} H^2(x) - \dots = 0. \quad (13)$$

Асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений (10) с учетом граничных условий (11) и (13) будем искать в виде рядов по степеням малого параметра  $K$ :

$$v = v_0(x, y) + Kv_1(x, y) + K^2v_2(x, y) + \dots,$$

$$u = u_0(x, y) + Ku_1(x, y) + K^2u_2(x, y) + \dots,$$

$$\Phi(x) = -K\Phi_1(x) - K^2\Phi_2(x) - K^3\Phi_3(x) - \dots,$$

$$Z = Z_0 + KZ_1(x) + K^2Z_2(x) + K^3Z_3(x) \dots \quad (14)$$

Выполняя подстановку (14) в систему дифференциальных уравнений (10) с учетом граничных условий (11), получим следующие уравнения:

– для нулевого приближения:

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} - Nv_0 + A = -\frac{1}{\alpha} \frac{dZ_0}{dx}, \quad \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} = 0, \quad (15)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} v_0 &= 0, \quad u_0 = 0, \quad \text{при } y = 1 + \eta x, \\ v_0 &= -1, \quad u_0 = 0, \quad \text{при } y = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$Z_0(0) = Z_0(1) = e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}, \quad K\Phi_0(0) = Kg_0.$$

– для первого приближения:

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{dZ_1}{dx}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} = 0, \quad -Z_0 \frac{d\Phi_1(x)}{dx} = K \int_{-\Phi_0}^{1+\eta x} \left( \frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 dy, \quad (17)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} v_1 &= \left. \left( \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot \Phi_1(x), \quad u_1 = \left. \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot \Phi_1(x), \\ v_1 &= 0, \quad u_1 = 0 \quad \text{при } h(x) = 1 + \eta x, \\ Z_1(0) &= Z_1(1) = 0, \quad K\Phi_1(0) = K\tilde{\alpha}, \quad \Phi(0) = \Phi(1) = \tilde{\alpha}. \end{aligned} \quad (18)$$

Заменяя в первом уравнении системы (10) скорость  $v$  ее максимальным значением, равным  $-1$ , точное автомодельное решение задачи для нулевого приближения будем искать в виде:

$$\begin{aligned} u_0 &= -\frac{\partial \psi_0}{\partial x} + U_0(x, y), \quad v_0 = \frac{\partial \psi_0}{\partial y} + V_0(x, y), \\ \psi_0(x, y) &= \tilde{\psi}_0(\xi), \quad \xi = \frac{y}{h(x)}, \\ V_0(x, y) &= \tilde{v}_0(\xi), \quad U_0(x, y) = -\tilde{u}_0(\xi) \cdot h'(x), \\ \frac{dZ_0}{dx} &= -\alpha \left( \frac{\tilde{C}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(x)} + N + A \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя (19) в систему дифференциальных уравнений (15) с учетом граничных условий (16), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\tilde{\psi}_0''' = \tilde{C}_2, \quad \tilde{v}_0'' = \tilde{C}_1, \quad \tilde{u}_0' + \xi \tilde{v}_0' = 0 \quad (20)$$

и граничные условия:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_0'(0) &= 0, \quad \tilde{\psi}_0'(1) = 0, \quad \tilde{u}_0(1) = 0, \quad \tilde{v}_0(1) = 0, \\ \tilde{u}_0(0) &= 0, \quad \tilde{v}_0(0) = -1, \quad \int_0^1 \tilde{v}_0(\xi) d\xi = 0, \quad Z_0(0) = Z_0(1) = e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Непосредственным интегрированием получим:

$$\tilde{\psi}_0'(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2} (\xi^2 - \xi), \quad \tilde{C}_1 = 6, \quad \tilde{v}_0(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left( 1 + \frac{\tilde{C}_1}{2} \right) \xi + 1. \quad (22)$$

Из условия  $Z_0(0) = Z_0(1) = e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}$  с точностью до членов второго порядка малости  $O(\eta^2)$

включительно для  $\tilde{C}_2$  получим выражение:

$$\tilde{C}_2 = -6 \left( 1 + \frac{1}{2}\eta - \frac{5}{2}\eta^2 \right) - (N + A) \left( 1 + \frac{3}{2}\eta - 2\eta^2 \right). \quad (23)$$

## Расчет и конструирование

---

### 3. Определение гидродинамического давления

С учетом (23) для  $Z_0$  будем иметь:

$$Z_0 = -6\alpha \left( \frac{1}{2}\eta x^2 - \frac{1}{2}\eta^2 x^3 - \frac{1}{2}\eta x + \frac{3}{4}\eta^2 x^2 + \frac{5}{2}\eta^2 x \right) - \alpha(N+A) \left( \frac{3}{2}\eta x^2 - 2\eta^2 x^3 - \frac{3}{2}\eta x + \frac{9}{4}\eta^2 x^2 + 2\eta^2 x \right) - \frac{27}{2}\eta^2 - \frac{9}{4}(N+A)\eta^2 + e^{\frac{p_a}{p^*}}. \quad (24)$$

Для определения  $\Phi_1(x)$  с учетом уравнения (22) придем к следующему уравнению:

$$\frac{d\Phi_1}{dx} = h(x) \int_0^x \left( \frac{\psi''(\xi)}{h^2(\xi)} + \frac{\tilde{v}'(\xi)}{h(\xi)} \right)^2 d\xi. \quad (25)$$

Интегрируя уравнение (25), получим:

$$\Phi_1(x) = \int_0^x \frac{\Delta_1 dx}{h^3(x)} + \int_0^x \frac{\Delta_2 dx}{h^2(x)} + \int_0^x \frac{\Delta_3 dx}{h(x)}, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \int_0^1 (\psi''(\xi))^2 d\xi = \frac{\tilde{C}_2^2}{12}, \quad \Delta_2 = \int_0^1 2\psi''(\xi) \cdot \tilde{v}'(\xi) d\xi = \tilde{C}_2, \quad \Delta_3 = \int_0^1 (\tilde{v}'(\xi))^2 d\xi = 4, \\ \sup_{[0;1]} Z_0 &= \sup_{[0;1]} \left| -6\alpha \left( \frac{1}{2}\eta x^2 - \frac{1}{2}\eta^2 x^3 - \frac{1}{2}\eta x + \frac{3}{4}\eta^2 x^2 + \frac{5}{2}\eta^2 x \right) - \alpha(N+A) \left( \frac{3}{2}\eta x^2 - 2\eta^2 x^3 - \frac{3}{2}\eta x + \frac{9}{4}\eta^2 x^2 + 2\eta^2 x \right) - \frac{27}{2}\eta^2 - \frac{9}{4}(N+A)\eta^2 + e^{\frac{p_a}{p^*}} \right|. \end{aligned} \quad (27)$$

Решая уравнения (26) с учетом (27) при условии  $K\Phi_1(0) = K\tilde{\alpha}$ , получим:

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{Z_0} \left[ \frac{\tilde{C}_2^2}{12} \left( x - \frac{3}{2}\eta x^2 + 2\eta^2 x^3 \right) + \tilde{C}_2 \left( x - \eta x^2 + \eta^2 x^3 \right) + 4 \left( x - \frac{1}{2}\eta x^2 + \frac{1}{3}\eta^2 x^3 \right) \right] + \tilde{\alpha}. \quad (28)$$

Точное автомодельное решение для первого приближения будем искать в виде:

$$u_1 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x} + U_1(x, y), \quad v_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + V_1(x, y),$$

$$\psi_1(x, y) = \tilde{\psi}_1(\xi), \quad \xi = \frac{y}{h(x)}, \quad (29)$$

$$V_1(x, y) = \tilde{v}_1(\xi), \quad U_1(x, y) = -\tilde{u}_1(\xi) \cdot h'(x),$$

$$\frac{dZ_1}{dx} = -\alpha \left( \frac{\tilde{C}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(x)} \right).$$

Подставляя (29) в систему дифференциальных уравнений (17) с учетом граничных условий (18), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\tilde{\psi}_1''(\xi) = \tilde{C}_2, \quad \tilde{v}_1'' = \tilde{C}_1, \quad \tilde{u}_1' + \xi \tilde{v}_1' = 0 \quad (30)$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_1'(0) &= 0, \quad \tilde{\psi}_1'(1) = 0, \quad \tilde{u}_1(1) = 0, \quad \tilde{v}_1(1) = 0, \\ \tilde{v}_1(0) &= M, \quad \tilde{u}_1(0) = 0, \quad \int_0^1 \tilde{v}_1(\xi) d\xi = 0, \quad Z_1(0) = Z_1(1) = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Непосредственным интегрированием получим:

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}'_1(\xi) &= \frac{\tilde{\tilde{C}}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{\tilde{C}}_1 = 6M, \\ \tilde{\nu}_1(\xi) &= \tilde{\tilde{C}}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left( \frac{\tilde{\tilde{C}}_1}{2} + M \right) \xi + M.\end{aligned}\quad (32)$$

Из условия  $Z_1(0) = Z_1(1) = 0$  для  $\tilde{\tilde{C}}_2$  получим:

$$\tilde{\tilde{C}}_2 = -6M \left( 1 + \frac{1}{2}\eta - \frac{5}{2}\eta^2 \right). \quad (33)$$

Определим толщину расплавленной поверхности подшипниковой втулки  $M$  по всей ее длине, т. е.  $x \in [0;1]$ :

$$\begin{aligned}M &= \left. \left( \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot \Phi_1(x) = \\ &= \left[ \left[ 1 - 4\eta x + 6\eta^2 x^2 + \frac{3}{2}\eta - 3\eta^2 x - \frac{15}{2}\eta^2 + \frac{N+A}{2} \left( 5\eta^2 x^2 - 4\eta^2 x - 3\eta x + 2\eta - \frac{9}{2}\eta^2 + 1 \right) \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{Z_0} \left\{ \frac{\tilde{\tilde{C}}_2^2}{12} \left( x - \frac{3}{2}\eta x^2 + 2\eta^2 x^3 \right) + \tilde{\tilde{C}}_2 \left( x - \eta x^2 + \eta^2 x^3 \right) + 4 \left( x - \frac{1}{2}\eta x^2 + \frac{1}{3}\eta^2 x^3 \right) + \tilde{\alpha} \right\} \right].\end{aligned}$$

С учетом (33) получим

$$Z_1 = -6\alpha M \left( \frac{1}{2}\eta x^2 - \eta^2 x^3 - \frac{1}{2}\eta x + \frac{3}{4}\eta^2 x^2 + \frac{5}{2}\eta^2 x - \frac{9}{4}\eta^2 \right). \quad (34)$$

Тогда для  $Z = Z_0 + KZ_1$  получим следующее выражение

$$\begin{aligned}Z &= -6\alpha \left( \frac{1}{2}\eta x^2 - \eta^2 x^3 - \frac{1}{2}\eta x + \frac{3}{4}\eta^2 x^2 + \frac{5}{2}\eta^2 x - \frac{9}{4}\eta^2 \right) (1 + KM) - \\ &\quad - (N + A)\alpha \left( 2\eta x^2 - 3\eta^2 x^3 - 2\eta x + 3\eta^2 x^2 + \frac{9}{2}\eta^2 x - \frac{9}{2}\eta^2 \right) + e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}.\end{aligned}\quad (35)$$

С учетом введенного обозначения  $Z = e^{-\alpha p}$ , получим

$$e^{-\alpha p} = \Delta_3 \alpha + e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}, \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= -6 \left( \frac{1}{2}\eta x^2 - \eta^2 x^3 - \frac{1}{2}\eta x + \frac{3}{4}\eta^2 x^2 + \frac{5}{2}\eta^2 x - \frac{9}{4}\eta^2 \right), \\ \Delta_2 &= - \left( 2\eta x^2 - 3\eta^2 x^3 - 2\eta x + 3\eta^2 x^2 + \frac{9}{2}\eta^2 x - \frac{9}{2}\eta^2 \right), \\ \Delta_3 &= \Delta_1 (1 + KM) + (N + A) \Delta_2.\end{aligned}$$

Применяя разложения в ряд Тейлора для функции  $e^{-\alpha p}$ ,  $e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}$ , тогда уравнение (36) примет вид:

$$1 - \alpha p + \frac{\alpha^2 p^2}{2} - 1 + \alpha \frac{p_a}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_a}{p^*} \right)^2 = \alpha \Delta_3. \quad (37)$$

Решая уравнение (37) с точностью до членов  $O(\alpha)^3, O\left(\left(p_a/p^*\right)^2\right)$  для гидродинамического давления получим:

## Расчет и конструирование

$$p = \frac{p_a}{p^*} - \Delta_3 \left( 1 + \alpha \frac{p_a}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_a}{p^*} \right)^2 \right). \quad (38)$$

### 4. Результаты исследования и их обсуждения

Определение основных рабочих характеристик подшипника с учетом (15), (17) и (38). Для несущей способности и силы трения получим:

$$\begin{aligned} W &= \frac{\mu_0 l^2 u^*}{h_0^2} \int_0^1 \left( p - \frac{p_a}{p^*} \right) dx = \\ &= \frac{\mu_0 l^2 u^*}{h_0^2} \left( 1 + \alpha \frac{p_a}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_a}{p^*} \right)^2 \right) \left[ 6(1+MK) \left( \frac{\eta}{12} + \eta^2 \right) + (N+A) \left( \frac{\eta}{3} + 2\eta^2 \right) \right], \\ L_{tp} &= \frac{\mu_0 l u^*}{h_0} \int_0^1 \left[ \frac{\partial v_0}{\partial y} \Big|_{y=0} + K \frac{\partial v_1}{\partial y} \Big|_{y=0} \right] dx = \\ &= -\frac{\mu_0 l u^*}{h_0} \left( 1 - \alpha p + \frac{\alpha^2}{2} p^2 \right) \left[ \left( 1 - \frac{\eta}{2} + 4\eta^2 \right) (1-KM) + \frac{(N+A)}{2} \left( 1 + \frac{\eta}{2} + 2\eta^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

Для численного анализа использованы следующий диапазон изменения параметров:

$\mu_0 = 0,001022 \text{ Hc/m}^2$ ,  $\eta = 0,3 \dots 1 \text{ м}$ ,  $l = 0,1256 \dots 0,1884 \text{ м}$ ,

$u^* = 1..3 \text{ м/с}$ ,  $h_0 = 10^{-7} \dots 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $K = 0,0000022 \dots 0,00052$ ,

$p_a = 0,08 \div 0,101325 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 0 \dots 1$ ,  $L' = 35,33 \dots 38,1 \text{ Н/м}^2$ ,  $M = 6,47 \dots 66,44$ .

По результатам численных расчетов (для построения графиков использованы средние значения диапазона изменения) построены графики, приведенные на рис. 2–7.

1. Получена уточненная расчетная модель упорного подшипника скольжения, работающего в условиях гидродинамического смазывания расплавом легкоплавкого покрытия с учетом реологических свойств электропроводящего смазочного материала, а также с учетом зависимости вязкости и электропроводности смазочного материала от давления.

2. Показан значительный вклад конструктивного параметра  $A$ , обусловленного наличием электрического поля, параметра  $K$ , характеризующего скорость диссипации механической энергии, параметра  $M$ , характеризующего толщину расплавленной пленки, и от числа Гартмана  $N$ . С увеличением параметров  $K$ ,  $A$ ,  $N$  и  $M$  коэффициент трения уменьшается на 43 %, а несущая способность увеличивается на 18 %.

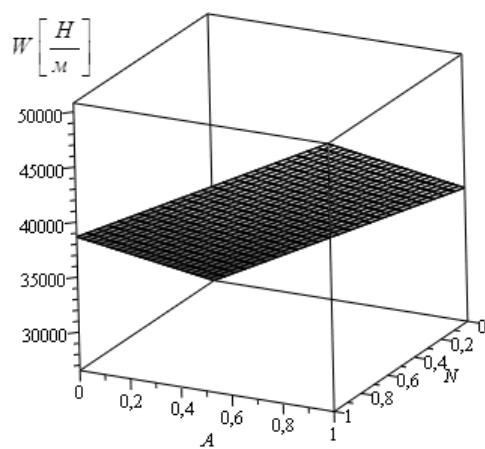


Рис. 2. Зависимость несущей способности от параметра  $A$ , обусловленного наличием электрического поля, и от числа Гартмана  $N$

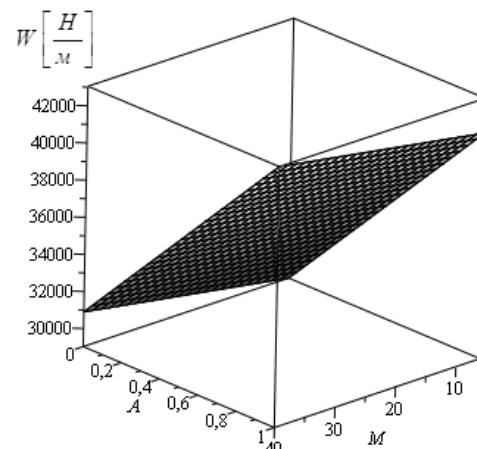


Рис. 3. Зависимость несущей способности от параметра  $A$ , обусловленного наличием электрического поля, и параметра  $M$ , характеризующего толщину расплавленной пленки

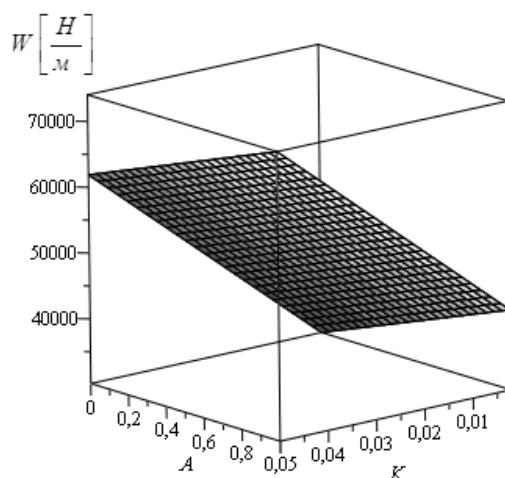


Рис. 4. Зависимость несущей способности от параметра  $A$ , обусловленного наличием электрического поля, и параметра  $K$ , обусловленного расплавом и скоростью диссиpации механической энергии

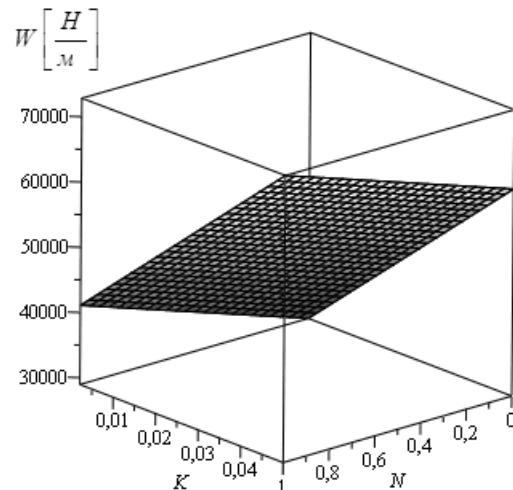


Рис. 5. Зависимость несущей способности от параметра  $K$ , обусловленного расплавом и скоростью диссиpации механической энергии, и числа Гартмана  $N$

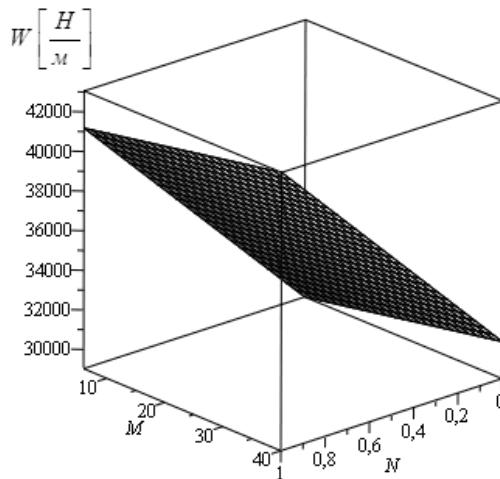


Рис. 6. Зависимость несущей способности от параметра  $M$ , характеризующего толщину расплавленной пленки, и числа Гартмана  $N$

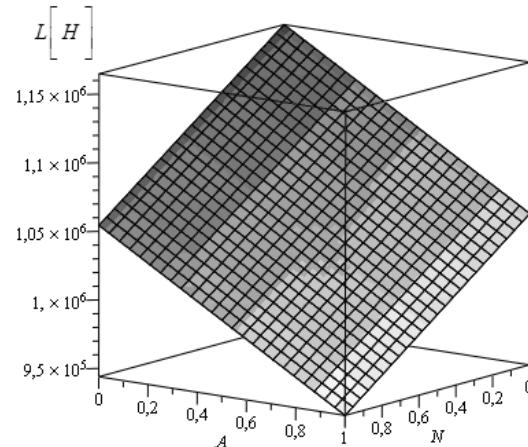


Рис. 7. Зависимость силы трения от параметра  $A$ , обусловленного наличием электрического поля, и от числа Гартмана  $N$

### Заключение

Полученные результаты в виде расчетных моделей могут быть использованы при разработке и проведении проверочных расчетах конструкций опор скольжения, работающих на электропроводящих смазочных материалах.

**Работа выполнена по гранту ОАО «РЖД» № 2210370/22.12.2016 на развитие научно-педагогических школ в области железнодорожного транспорта.**

### Литература

1. Кропачев, Д.Ю. Способы оперативного измерения температуры расплава металлов для нужд машиностроительных предприятий / Д.Ю. Кропачев, А.А. Гришин, А.Д. Масло // Литье и металлургия. – 2012. – № 3 (66). – С. 126–127.
2. Уилсон. Смазка с расплавом / Уилсон // Проблемы трения и смазки. – 1976. – № 1. – С. 19.
3. Беретта. Подшипники скольжения, смазываемые собственным расплавом или продуктом сублимации / Беретта, Ниро, Сильвестри // Труды Амер. о-ва инж.-мех. – 1992. – № 1. – С. 86–90.

## Расчет и конструирование

---

4. Физические величины: справ. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. Хавин, В.Я. Краткий химический справочник / В.Я. Хавин. – Л.: Химия, 1991.
6. Перельман, В.И. Краткий справочник химика / В.И. Перельман. – М.-Л.: Химия, 1964.
7. Справочник по пайке. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1984.
8. Котельницкая, Л.И. Расчет радиальных с эффективной работой на смазке с расплавом в турбулентном режиме / Л.И. Котельницкая, Н.Н. Демидова // Вестник Ростов. гос. ун-та путей сообщения. – 2002. – № 2. – С. 18–23.
9. Приходько, В.М. Математическая модель гидродинамической смазки при плавлении опорной поверхности радиального подшипника / В.М. Приходько, Л.И. Котельницкая // Трение и износ. – 2001. – Т. 22, № 6. – С. 606–608.
10. Задорожная, Е.А. Применение неильтоновских моделей смазочных жидкостей при расчете сложногруженных узлов трения поршневых и роторных машин / Е.А. Задорожная, И.В. Мухортов, И.Г. Леванов // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2011. – № 7. – С. 22–30.
11. Прокопьев, В.Н. Динамика сложногруженного подшипника, смазываемого неильтоновской жидкостью / В.Н. Прокопьев, А.К. Бояринова, Е.А. Задорожная // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2005. – № 6. – С. 108–114.
12. Совершенствование методики расчета сложногруженных подшипников скольжения, смазываемых неильтоновскими маслами / В.Н. Прокопьев, Е.А. Задорожная, В.Г. Караваев, И.Г. Леанов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – № 1. – С. 63–67.
13. Working Out of an Analytical Model of a Radial Bearing Taking into Account Dependence of Viscous Characteristics of Micropolar Lubrication on Pressure and Temperature / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, E.O. Lagunova, K.S. Solop // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 15. – P. 4840–4846.
14. Lagunova, E.O. Simulation Model of Radial Bearing, Taking into Account the Dependence of Viscosity Characteristics of Micro-Polar Lubricant Material on Temperature / E.O. Lagunova // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 12. – P. 3346–3352.
15. Lagunova, E.O. Computation model of radial bearing taking into account the dependence of the viscosity of lubricant on pressure and temperature / E.O. Lagunova // Global Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2017. – Vol. 13. – No. 7. – P. 3531–3542.
16. Гидродинамический расчет радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия при наличии смазочного материала / К.С. Ахвердиеv, М.А. Мукутадзе, Е.О. Лагунова, В.В. Василенко // Вестник РГУПС. – 2017. – № 2 (66). – С. 129–135.
17. Василенко, В.В. Гидродинамический расчет радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия при наличии смазочного материала / В.В. Василенко, Е.О. Лагунова, М.А. Мукутадзе // Интернет-журнал «Науковедение». – 2017. – Т. 9, № 5. – <https://naukovedenie.ru/PDF/20TVN517.pdf>.
18. Ахвердиеv, К.С. Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления / К.С. Ахвердиеv, Е.О. Лагунова, В.В. Василенко // Вестник ДГТУ. – 2017. – № 3 (90). – С. 27–37.
19. Lagunova, E.O. Wedge-Shaped Sliding Supports Operating on Viscoelastic Lubricant Material Due to the Melt, Taking into Account the Dependence of Viscosity and Shear Modulus on Pressure / E.O. Lagunova // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 19. – P. 9120–9127.
20. Lagunova, E.O. Radial Plain Bearings Operating on Viscoelastic Lubricant Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of the Viscosity of the Lubricant and the Shear Modulus on the Pressure / E.O. Lagunova // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 19. – P. 9128–9137.
21. Calculation Model of the Radial Bearing, Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of Viscosity on Pressure / V.V. Vasilenko, E.O. Lagunova, M.A. Mukutadze, V.M. Prikhodko // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 19. – P. 9138–9148.
22. Клиновидные опоры скольжения, работающие на микрополярном смазочном материале, обусловленные расплавом / К.С. Ахвердиеv, М.А. Мукутадзе, Е.О. Лагунова, В.В. Василенко // Вестник РГУПС. – 2017. – № 3 (67). – С. 8–15.

23. Lagunova, E.O. Working Out of an Analytical Model of an Axial Bearing Taking into Account Dependence of Viscous Characteristics of Micropolar Lubrication on Pressure and Temperature / E.O. Lagunova, M.A. Mukutadze, K.S. Solop // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 14. – P. 4644–4650.

**Лагунова Елена Олеговна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Высшая математика», Ростовский государственный университет путей сообщения г. Ростов-на-Дону, lagunova@rambler.ru.

*Поступила в редакцию 30 октября 2017 г.*

DOI: 10.14529/engin170402

## MODELLING WEDGE-SHAPED SUPPORT OF SLIDING TAKING INTO ACCOUNT RHEOLOGICAL PROPERTIES OF ELECTROCONDUCTIVE LUBRICANT

*E.O. Lagunova, lagunova@rambler.ru*

*Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation*

In work the method of formation of the exact automodel solution of a problem of hydrodynamic calculation of the wedge-shaped support (the ram, a guide) using the electroconductive liquid lubricant caused by guide fusion taking into account dependence of viscosity and conductivity of liquid lubricant on pressure is presented.

The solution of a task is found on the basis of the system of the equations of the energiya describing the movements of incompressible liquid electroconductive lubricant for a case of “a thin layer” taking into account dependence of viscosity and conductivity of liquid lubricant on pressure, the equation of continuity and expression for the speed of dissipation mechanical for definition of the function caused by fusion of a surface of the guide covered with fusion of a fusible covering. The asymptotic solution of system of the differential equations taking into account boundary conditions on a surface of a guide, the ram and a contour is found in a type of ranks on degrees of the small parameter K caused by fusion and speed of dissipation of mechanical energy. For definition of the field of speeds and pressure in the lubricant and melted layer the exact automodel solution for zero and first approach is found. As a result of finding of the exact automodel decision the value of the function caused by guide fusion (the parameter M characterizing thickness of the melted film) is found.

An assessment of influence of the following parameters is given: And (the electric field caused by existence), N (Gartman's number), the M (characterizing thickness of the melted film), To (caused by fusion and speed of dissipation of mechanical energy), (the parameter characterizing dependence of viscosity of lubricant I swore from pressure), In (a vector of magnetic induction) and E (a vector of electric field strength) on the main performance data of the persistent bearing of sliding (the bearing ability and friction force).

Results of the numerical analysis show that settlement models of persistent bearings of sliding as a result of additional simultaneous account at their development of dependence on the hydrodynamic pressure of such important factors as viscosity of liquid electroconductive lubricant, conductivity and also influences of thickness of the melted film of a fusible metal covering, magnetic induction and electric field strength are considerably specified. Tribotechnical settlement sizes are specified in the following order: friction force for 43 % bearing ability for 18 %.

*Keywords* hydrodynamics, a sliding support (the ram, a guide), viscous incompressible liquid electroconductive lubricant, the melted guide surface.

### References

1. Kropachev D.Yu., Grishin A.A., Maslo A.D. [Ways of Expeditious Measurement of Temperature of Fusion of Metals for Needs of Machine-Building Enterprises]. *Casting and Metallurgy*, 2012, no. 3 (66), pp. 126–127. (in Russ.)
2. Wilson. [Lubricant with Fusion]. *Problems of Friction and Lubricant*, 1976, no. 1, pp. 19. (in Russ.)
3. Beretta, Niro, Silvestri [The Sliding Bearings Greased by Own Fusion or a Product a Sublimation]. *The Works Amer. Islands Ing.-Fur.*, 1992, no. 1, pp. 86–90. (in Russ.)
4. *Fizicheskie velichiny: sprav.* [Physical Quantities. Reference Book]. Moscow, Energoatomizdat, 1991.
5. Khavin, V.Ya. *Kratkiy khimicheskiy spravochnik* [Short Chemical Reference Book]. Leningrad, Chemistry Publ., 1991.
6. Perelman V.I. *Kratkiy spravochnik khimika* [Short Reference Book by the Chemist]. Moscow – Leningrad, Chemistry Publ., 1964.
7. *Spravochnik po payke* [Reference Book on Soldering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984.
8. Kotelnitskaya L.I., Demidova N.N. [Calculation Radial with Effective Work on Lubricant with Fusion in the Turbulent Mode]. *Vestnik of the RGUPS*, 2002, no. 2, pp. 18–23. (in Russ.)
9. Prikhodko V.M., Kotelnitskaya L.I. [Mathematical Model of Hydrodynamic Lubricant when Melting a Basic Surface of the Radial Bearing]. *Friction and Wear*, 2001, vol. 22, no. 6, pp. 606–608. (in Russ.)
10. Zadorojnaya E.A., Mukhortov I.V., Levanov I.G. [Application Non-Newtonian Models of Lubricant Fluids at Calculation Complex-Loaded Units of Friction Piston and Rotor-Type Machines]. *Friction and Lubricant in Machines and Mechanisms*, 2011, no. 7, pp. 22–30. (in Russ.)
11. Prokop'ev V.N., Boyarshinova A.K., Zadorojnaya E.A. [Dinamika of the Hard Loaded Bearing Greased by Non-Newtonian Liquid]. *Problem of Mechanical Engineering and Machine Reliability*, 2005, no. 6, pp. 108–114. (in Russ.)
12. Prokop'ev V.N., Zadorozhnaya E.A., Karavaev V.G., Levanov I.G. [Improvement of the Computation Procedure for Complex-Loaded Sleeve Bearings Lubricated with Non-Newtonian Oils]. *Problem of Mechanical Engineering and Machine Reliability*, 2010, no. 1, pp. 63–67. (in Russ.)
13. Akhverdiev K.S., Mukutadze M.A., Lagunova E.O., Solop K.S. Working Out of an Analytical Model of a Radial Bearing Taking into Account Dependence of Viscous Characteristics of Micropolar Lubrication on Pressure and Temperature. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, vol. 12, no. 15, pp. 4840–4846.
14. Lagunova E.O. Simulation Model of Radial Bearing, Taking into Account the Dependence of Viscosity Characteristics of Micro-Polar Lubricant Material on Temperature. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, vol. 12, no. 12, pp. 3346–3352.
15. Lagunova E.O. Computation Model of Radial Bearing Taking into Account the Dependence of the Viscosity of Lubricant on Pressure and Temperature. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2017, vol. 13, no. 7, pp. 3531–3542.
16. Akhverdiev K.S., Mukutadze M.A., Lagunova E.O., Vasilenko V.V. [Hydrodynamic Calculation of the Radial Bearing with Lubricated Melt Fusible Coating in the Presence of Lubricant]. *Vestnik of RGUPS*, 2017, no. 2 (66), pp. 129–135. (in Russ.)
17. Vasilenko V.V., Lagunova E.O., Mukutadze M.A. [Hydrodynamic Calculation of the Radial Bearing, the Lubricated Melt Coatig in the Presence of a Lubricant]. *Online journal “Naukovedenie”*, 2017, vol. 9, no. 5. Available at: <https://naukovedenie.ru/PDF/20TVN517.pdf>. (in Russ.)
18. Akhverdiev K.S., Lagunova E.O., Vasilenko V.V. [Design Model of Radial Melt-Lubricated Bearing with Account of Pressure-Viscosity Ratio]. *Vestnik of DSTU*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 27–37. (in Russ.)
19. Lagunova E.O. Wedge-Shaped Sliding Supports Operating on Viscoelastic Lubricant Material Due to the Melt, Taking into Account the Dependence of Viscosity and Shear Modulus on Pressure. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, vol. 12, no. 19, pp. 9120–9127.
20. Lagunova E.O. Radial Plain Bearings Operating on Viscoelastic Lubricant Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of the Viscosity of the Lubricant and the Shear Modulus on the Pressure. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, vol. 12, no. 19, pp. 9128–9137.

21. Vasilenko V.V., Lagunova E.O., Mukutadze M.A., Prikhodko V.M. Calculation Model of the Radial Bearing, Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of Viscosity on Pressure. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, vol. 12, no. 19, pp. 9138–9148.
22. Akhverdiev K.S., Mukutadze M.A., Lagunova E.O., Vasilenko V.V. [The Wedge-Shaped Support of Sliding Using Micropolar Lubricant, Caused by Fusion]. *Vestnik of RGUPS*, 2017, no. 3 (67), pp. 8–15. (in Russ.)
23. Lagunova E.O., Mukutadze M.A., Solop K.S. Working Out of an Analytical Model of an Axial Bearing Taking into Account Dependence of Viscous Characteristics of Micropolar Lubrication on Pressure and Temperature. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, vol. 12, no. 14, pp. 4644–4650.

*Received 30 October 2017*

---

**ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ**

Лагунова, Е.О. Моделирование клиновидных опор скольжения с учетом реологических свойств электропроводящего смазочного материала / Е.О. Лагунова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2017. – Т. 17, № 4. – С. 13–25. DOI: 10.14529/engin170402

**FOR CITATION**

Lagunova E.O. Modelling Wedge-Shaped Support of Sliding Taking into Account Rheological Properties of Electroconductive Lubricant. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2017, vol. 17, no. 4, pp. 13–25. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin170402

---