

КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ОТВЕРСТИЙ МНОГОЛЕЗВИЙНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

И.П. Дерябин

QUASI-STATIC SIMULATION OF THE FORMATION OF HOLES MANY OF CUTTING TOOLS

I.P. Deryabin

Рассматриваются вопросы математического моделирования процессов формообразования отверстий многолезвийными инструментами: зенкерами и развертками. Показан переход от общей динамической к квазистатической модели, позволяющей получить простое решение на ЭВМ. Полученная модель позволяет рассчитывать погрешности обработки отверстий и может применяться в интеллектуальных системах САМ/САЕ.

Ключевые слова: математическое моделирование, точность обработки отверстий, интеллектуальные системы.

Considered are the questions of mathematical simulation of processes of forming of holes many of cutting tools: counterbore and scans. Shows the transition from the General dynamic of the quasi-state model, allowing to get a simple solution to the host. The obtained model allows to calculate the error of processing of apertures and can be used in intelligent systems CAM/CAE.

Keywords: mathematical modeling, the accuracy of processing of apertures, intelligent systems.

Для повышения эффективности прогнозирования точности обработки деталей на стадии проектирования необходимо оснастить современные интеллектуальные системы САМ/САЕ адекватными математическими моделями расчета погрешностей обработки. Рассмотрим, как эту проблему можно решить при моделировании процесса формообразования отверстий многолезвийными инструментами.

Наиболее полно процесс формообразования отверстий может быть описан системой дифференциальных уравнений, учитывающей наличие всех возможных перемещений и действующих сил, в том числе и инерционных [1]. Исследования этих систем показали, что для расчета точности обработки отверстий развертками и зенкерами с любым числом лезвий в математических моделях достаточно учитывать лишь радиальные составляющие сил резания (1).

$$\begin{cases} JY(t) = -\sum_i Kr_i h_i \cos \psi_i (S \cdot \operatorname{tg} \varphi / z + X(t) \cos \psi_i + Y(t) \sin \psi_i - \\ - X(t - \tau) \cos \psi_i - Y(t - \tau) \sin \psi_i) / \operatorname{tg} \varphi \\ JX(t) = -\sum_i Kr_i h_i \sin \psi_i (S \cdot \operatorname{tg} \varphi / z + X(t) \cos \psi_i + Y(t) \sin \psi_i - \\ - X(t - \tau) \cos \psi_i - Y(t - \tau) \sin \psi_i) / \operatorname{tg} \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

где J – жесткость инструмента; $X(t)$ и $Y(t)$ – текущие координаты центра инструмента (рис. 1); Kr_i – коэффициент пропорциональности радиальных сил резания P_i площадям срезаемых слоев; h_i – величина срезаемого припуска i -м лезвием; ψ_i – текущий угол поворота i -го лезвия; S – подача; φ – главный угол в плане режущей части инструмента; z – число лезвий; $\tau = 2\pi/z\omega$ (где ω – угловая скорость вращения).

Полученная модель достаточно сложна и неудобна для исследования из-за наличия переменной по времени t . Упростить решение данной системы можно заменой динамической моде-

ли (1) на ряд статических моделей, т. е. разработать квазистатическую модель. Для этого произведем замены времени t на текущий угол поворота инструмента ψ и величины отставания лезвий по времени τ на величину отставания лезвий по углу $i \cdot 2\pi/z$, где i – номер лезвия. В результате получим квазистатическую модель многолезвийного инструмента:

$$\left\{ \begin{array}{l} j \cdot x(\psi) = -\sum_{i=1}^z k_{ri} \cdot h_i \cdot \cos\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) \cdot \left(\frac{S}{z} + \frac{x(\psi) \cdot \cos\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) + y(\psi) \cdot \sin\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right)}{\operatorname{tg}\varphi} - \right. \\ \left. \frac{x\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) \cdot \cos\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) - y\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) \cdot \sin\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right)}{\operatorname{tg}\varphi} \right); \\ j \cdot y(\psi) = -\sum_{i=1}^z k_{ri} \cdot h_i \cdot \sin\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) \cdot \left(\frac{S}{z} + \frac{x(\psi) \cdot \cos\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) + y(\psi) \cdot \sin\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right)}{\operatorname{tg}\varphi} - \right. \\ \left. \frac{x\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) \cdot \cos\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) - y\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right) \cdot \sin\left(\psi - \frac{i \cdot 2\pi}{z}\right)}{\operatorname{tg}\varphi} \right). \end{array} \right. \quad (2)$$

Перенеся в левую часть системы уравнений (2) члены, содержащие текущие координаты центра инструмента – $x(\psi)$ и $y(\psi)$, нетрудно представить в общем виде эту систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} X(\psi) \cdot \left[J + \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \cos^2(\psi - i \cdot 2\pi/z) \right] + Y(\psi) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \cos(\psi - \\ - i \cdot 2\pi/z) \cdot \sin(\psi - i \cdot 2\pi/z) = \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \left[\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot (X(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \cos^2(\psi - i \cdot 2\pi/z) - \right. \\ \left. - Y(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \cos(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \sin(\psi - i \cdot 2\pi/z)) - S/z \cdot \cos(\psi - i \cdot 2\pi/z) \right]; \\ Y(\psi) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \sin(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \cos(\psi - i \cdot 2\pi/z) + Y(\psi) \cdot \left[J + \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot \right. \\ \left. \times h_i \cdot \sin^2(\psi - i \cdot 2\pi/z) \right] = \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \left[\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot (X(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \sin(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \cos(\psi - \right. \\ \left. - i \cdot 2\pi/z) - Y(\psi - i \cdot 2\pi/z) \cdot \sin^2(\psi - i \cdot 2\pi/z)) - S/z \cdot \sin(\psi - i \cdot 2\pi/z) \right], \end{array} \right. \quad (3)$$

где $X(\psi)$ – текущая координата X центра инструмента в зависимости от угла его поворота; $Y(\psi)$ – текущая координата Y оси инструмента в зависимости от угла его поворота; $X(\psi - i \cdot 2\pi/z)$ – запаздывающий аргумент X (значение аргумента $X - i \cdot 2\pi/z$ угла поворота инструмента назад); $Y(\psi - i \cdot 2\pi/z)$ – запаздывающий аргумент Y (значение аргумента $Y - i \cdot 2\pi/z$ угла поворота инструмента назад).

Рассмотрим решение системы (3) на ЭВМ. Для этого разобьем один полный оборот инструмента на несколько элементарных поворотов с углом $\Delta\psi$, чтобы привести непрерывный процесс обработки, который при выбранной математической модели возможно решать только интегральным методом, к дискретному, поддающемуся итерации. В конце каждого такого элементарного поворота будем рассматривать одну расчетную точку. В итоге мы получим расчетную окружность (рис. 2), по которой, вычисляя в каждой расчетной точке $X(\psi)$ и $Y(\psi)$ отклонения центра инструмента, мы можем судить о поведении инструмента в течение данного оборота.

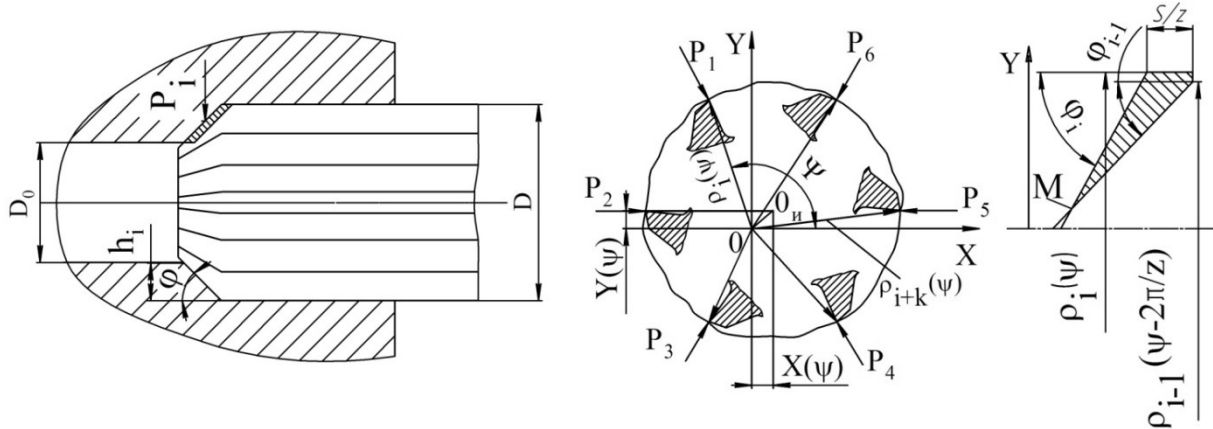


Рис. 1. Расчетная схема для модели многолезвийного инструмента

Теперь если сделать этот вычислительный процесс непрерывным до конца обработки, а именно для количества оборотов $N = L/S$, где L – длина обработки, то мы сможем судить о поведении инструмента на протяжении всего процесса обработки данным инструментом на данном технологическом переходе.

Рассмотрим структуру приведенной модели (3). В ней при искомым членах уравнений и в свободных членах стоят коэффициенты, содержащие знак суммирования по количеству лезвий инструмента. Поэтому, очевидно, что в алгоритме программы должен присутствовать цикл суммирования этих составляющих и он должен быть внутренним по отношению к циклу, организованному по расчетному кругу.

В свободных членах уравнения присутствуют так называемые запаздывающие аргументы $X(\psi - i \cdot 2/z)$, $Y(\psi - i \cdot 2/z)$, поэтому, для того чтобы иметь при моделировании процесса обработки эти запаздывающие аргументы, был разработан специальный алгоритмический прием, заключающийся в следующем. Общее количество расчетных кругов N разбивается на первый круг и $N - 1$ последующих кругов. В начале расчета значения запаздывающих аргументов принимаются равными нулю, а активным является первый расчетный круг, именно с него запоминаются все аргументы X и Y .

В дальнейшем активными становятся $N - 1$ расчетные круги и значения аргументов X и Y последовательно переписываются первому расчетному кругу, с которого и берутся запаздывающие аргументы.

В итоге разработки, программирования, отладки и доказательства адекватности численной модели (3) выяснились некоторые неточности первоначально избранной математической модели, которая была выведена чисто аналитически без учета пропорций между теми или иными факторами, влияющими на процесс обработки. В результате приведенная и отлаженная математическая модель имеет следующий вид:

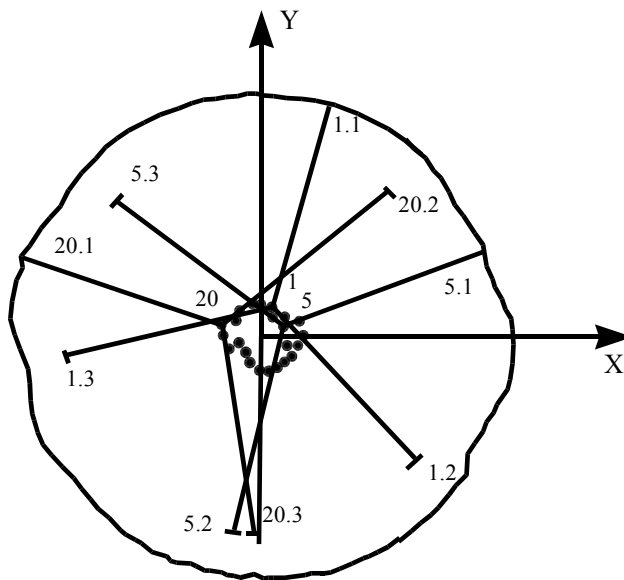


Рис. 2. Расчетная окружность

$$Y(\psi) \cdot \left[J \cdot \operatorname{tg} \varphi + \sum_{i=1}^z K_i \cdot \left(h_i + \frac{S}{z} \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \sin^2(\psi - (i-1) \cdot 2\pi/z) \right] + X(\psi) \cdot \sum_{i=1}^z K_i \times \\ \times \left(h_i + \frac{S}{z} \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \frac{\sin 2(\psi - (i-1) \cdot 2\pi/z)}{2} = Y(\psi - 2\pi/z) \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \sin^2(\psi - (i-1) \times$$

$$\begin{aligned} & \times 2\pi / z) + X(\psi - 2\pi / z) \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \cdot \frac{\sin 2(\psi - (i-1) \cdot 2\pi / z)}{2} - \frac{S}{z} \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sum_{i=1}^z K_i \cdot h_i \times \\ & \times \sin(\psi - (i-1) \cdot 2\pi / z). \end{aligned} \quad (4)$$

Данная модель позволяет рассчитывать координаты X и Y положения центра инструмента и по ним координаты профиля обработанной поверхности в продольном и поперечном сечениях. По этим координатам можно рассчитать погрешности обработки. В целом модель (4) описывает процесс формообразования отверстий с любым числом лезвий. Однако принятые в этой модели пропорции соотношений величин, необходимых при расчете площадей сечений срезаемых слоев (см. рис. 1), характерны для многолезвийных зенкеров и разверток.

Литература

1. Дерябин, И.П. Анализ моделей динамических процессов формообразования отверстий / И.П. Дерябин, В.И. Гузеев, Я.М. Хилькевич // Известия Челябинского научного центра. – 2005. – Вып. 2 (28). – С. 42–47.

Поступила в редакцию 14 марта 2012 г.

Дерябин Игорь Петрович. Доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения, станки и инструмент», Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Златоусте. Область научных интересов – математическое и компьютерное моделирование точности обработки отверстий. Тел.: (3513) 66-53-28; e-mail: derigp@gmail.com

Igor P. Deryabin. The doctor of technical sciences, professor of department of “Technology of mechanical engineering, machinery and tools”, South Ural state university, the branch in the city Zlatoust. The area of scientific interests – mathematical and computer modeling of precision bores. Tel.: (3513) 66-53-28; e-mail: derigp@gmail.com