УДК 539.43

DOI: 10.14529/engin190101

# ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПО КОРРЕКТИРОВАННОЙ ЛИНЕЙНОЙ ГИПОТЕЗЕ СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

### А.А. Абызов, И.Я. Березин, Л.А. Шефер

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

В статье предложена методика расчетной оценки усталостной долговечности при многоцикловом нагружении, основанная на использовании структурной модели материала. Рассматривается многопараметрическое случайное нагружение, когда случайные процессы изменения компонентов тензора напряжений являются независимыми. Структурная модель характеризуется набором поверхностей текучести (сфер) в пространстве девиатора деформаций. Для ее построения использовано описание диаграммы деформирования материала формулой Рамбер – Осгуда. Погрешность аппроксимации диаграммы деформирования материала этой зависимостью обычно не превышает 5 %. С помощью структурной модели производится расчет микропластических деформаций, вызывающих накопление повреждений при многоцикловом нагружении.

Приведены основные соотношения метода и методика идентификации модели накопления повреждений. Идентификация модели производится на основе обычных усталостных характеристик материала. Для повышения точности расчетной оценки долговечности предложено использовать корректированную линейную гипотезу суммирования повреждений. Представлен алгоритм, позволяющий построить блок нагружения и определить значение корректирующего коэффициента по результатам расчетов с помощью структурной модели материала. Приведены результаты тестовых расчетов. Показано, что для случая однопараметрического случайного нагружения применение предлагаемой методики дает результаты, хорошо согласующиеся с традиционными подходами. В случае многопараметрического нагружения выполнено сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными для плоского напряженного состояния. Отличие в оценке ресурса не превышает 15-20 %. С учетом большого естественного разброса усталостных характеристик материалов такое отличие является вполне допустимым. В рамках разработанного подхода предложен алгоритм определения числа циклов различной амплитуды, составляющих случайный процесс. Алгоритм основан на анализе числа реверсов при перемещении поверхностей текучести структурной модели. Он может представлять самостоятельный интерес при разработке методов схематизации случайных процессов.

Ключевые слова: многоцикловая усталость, случайное нагружение, структурная модель материала, модель накопления повреждений.

Введение. Как показывает анализ, большинство поломок деталей конструкций и машин в процессе эксплуатации происходит вследствие многоциклового усталостного разрушения, вызванного накоплением повреждений под действием переменных нагрузок. В связи с этим при проектировании новых образцов техники большое внимание уделяется прогнозированию ресурса тяжелонагруженных узлов и деталей по критерию усталостной долговечности. Так, например, применительно к транспортным машинам методика расчетной оценки ресурса ходовой системы предполагает моделирование движения машины по трассе в условиях, соответствующих реальной эксплуатации. Полученные в результате интегрирования уравнений движения случайные процессы изменения нагрузок, действующих на исследуемые детали, в дальнейшем преобразуют в процессы изменения напряжений в наиболее нагруженных зонах и получают оценку долговечности с использованием модели накопления усталостного повреждения [1]. При реализации подобной методики наиболее сложным этапом является расчетная оценка усталостной долговечности, что

связано со значительным разбросом характеристик материалов, а также существенным влиянием ряда технологических, конструктивных и эксплуатационных факторов.

В настоящее время для оценки долговечности по критерию многоциклового усталостного разрушения при случайном нагружении находят применение различные подходы. Чаще всего используется методика, предполагающая схематизацию случайного процесса изменения напряжений [2, 3]. При схематизации определяют амплитуды и средние значения напряжения в отдельных циклах, затем строят блок нагружения и с помощью гипотезы суммирования получают оценку накопленного усталостного повреждения [4-6]. Существует также ряд альтернативных подходов. Например, в [7, 8] рассматриваются энергетические методы, в соответствии с которыми мерой накопленного усталостного повреждения является энергия, затраченная на неупругое деформирование. Методика прогнозирования долговечности при случайном нагружении по обобщенной диаграмме усталости предложена в [9]. Кинетическая теория усталости, в соответствии с которой рассматривается снижение предела выносливости по мере накопления повреждений, рассматривается в [10]. Использованию марковских процессов для описания накопления повреждений посвящена работа [11]. Перечисленные методики предназначены в основном для оценки усталостной долговечности при простых видах нагружения. В случае однопараметрического нагружения при сложном напряженном состоянии, когда компоненты тензора напряжений изменяются во времени синхронно и пропорционально, рекомендуется выполнять расчет эквивалентных амплитуд напряжений и далее проводить расчет как при одноосном нагружении [12].

Наиболее сложным является случай многопараметрического случайного нагружения, при котором в опасной зоне детали случайные процессы изменения компонентов тензора напряжений являются независимыми. В подобных условиях работают рамы и несущие корпуса транспортных средств, а также некоторые детали ходовых систем [1]. Анализ литературных источников показывает, что для такого вида нагружения стандартные методики расчетной оценки усталостной долговечности отсутствуют. В связи с этим большой интерес представляет разработанная на кафедре прикладной механики, динамики и прочности машин ЮУрГУ группой исследователей под руководством профессора О.С. Садакова модель накопления повреждений, базирующаяся на использовании структурной модели среды [13, 14]. Такой подход, первоначально разработанный для случая малоцикловой усталости, позволяет получать оценки долговечности как при однопараметрическом, так и при многопараметрическом нагружении. В [15] предложено распространить его на случай многопараметрического многоциклового нагружения. Данная статья посвящена дальнейшему развитию этого подхода, связанному с использованием корректированной линейной гипотезы накопления повреждений.

Модель накопления повреждений. Приращение накопленного повреждения определяется выражением:

$$d\omega = K \cdot \nu^{\beta} \cdot d\lambda \,, \tag{1}$$

где  $v = p_*/r_*$ ,  $p_*$  и  $r_*$  – интенсивности изменения пластической и упругой деформаций после последнего реверса;  $d\lambda$  – параметр Удквиста; K и  $\beta$  – постоянные, определяемые при идентификации модели. Значения v и  $d\lambda$  могут быть вычислены с помощью структурной модели материала, параметры элементов которой определяют по диаграмме деформирования [16]. При этом элементарный объем конструкции рассматривают как набор подэлементов, поверхности текучести которых в пространстве девиатора деформаций описываются сферами Мизеса различного радиуса. Для недеформированного материала центры поверхностей текучести находятся в начале координат. В процессе нагружения точка e, соответствующая текущей деформации, перемещается в девиаторном пространстве. Когда точка достигает поверхности какой-либо сферы Мизеса и стремится выйти за нее, центр сферы сдвигается таким образом, чтобы точка e оставалась на поверхности. Деформации всех подэлементов считаются одинаковыми:  $\varepsilon_{ij}^k = \varepsilon_{ij}$ , ( $k = 1...N_e$  – номер подэлемента); при этом напряжение элемента и неупругая деформации вычисляются как средние:  $\sigma_{ij} = \langle \sigma_{ij}^k \rangle$ ,  $p_{ij} = \langle p_{ij}^k \rangle$ ; смешение центра поверхности текучести представляет изменение неупругой деформации  $dp_k$ . Расчет величины  $d\lambda$  в процессе деформирования осуществляется в соответствии с выражением:

 $d\lambda = \langle |\Delta p_k| \rangle.$ 

Значение *v* на каждом шаге нагружения является функцией числа сместившихся поверхностей текучести *n*.

Представленный метод позволяет рассчитать накопленное повреждение для любой траектории движения точки *e*, в том числе и для случая многопараметрического нагружения. В работе [15] его предложено распространить на случай многоцикловой усталости. Это оказывается возможным, поскольку на диаграмме Велера области много- и малоциклового разрушения являются различными участками одной кривой. Вместо пластических деформаций в этом случае рассматривают микропластические деформации, вызывающие накопление повреждений при практически упругой работе материала. Для их расчета можно использовать описание диаграммы деформирования зависимостью Рамбер – Осгуда [17]:

$$r = A \cdot p^m, \tag{3}$$

где r и p – интенсивность упругой и пластической деформации, A и m – постоянные (характеристики материала). Методика определения A и m по пределу текучести и пределу прочности материала представлена в [18]. Сопоставление расчетных и экспериментальных диаграмм деформирования для различных сталей и сплавов показывает, что погрешность обычно не превышает 5 %.

Идентификацию модели накопления повреждений (определение констант *K* и β) обычно осуществляют, приравнивая повреждения, рассчитанные в соответствии с (1) и по формуле Коффина:

$$N_f \cdot \Delta p^{\alpha} = C , \qquad (4)$$

где  $\alpha$  и C – постоянные,  $N_f$  – число циклов до разрушения,  $\Delta p$  – интенсивность размаха пластической деформации в цикле. Для получения адекватных результатов в случае многоцикловой усталости параметры  $\alpha$  и C следует определять на основе диаграммы Велера, связывающей амплитуду напряжений  $\sigma_a$  с числом циклов до разрушения при симметричном цикле нагружения:

$$\frac{N_f}{N_0} = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}\right)^{m_v},\tag{5}$$

где  $\sigma_{-1}$  – предел выносливости детали,  $N_0$  – базовое число циклов,  $m_v$  – показатель наклона. Приравнивая значения  $N_{f_2}$  полученные по (4) и (5), можно определить значения параметров  $\alpha$  и *C*:

$$N_f = C \cdot \Delta p^{-\alpha} = C \left(\frac{\sqrt{6} \cdot G \cdot A}{2\sigma_a}\right)^{\alpha/m} = N_0 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}\right)^{m_v}, \ C = N_0 \left(\frac{2\sigma_{-1}}{\sqrt{6} \cdot G \cdot A}\right)^{m_v}, \ \alpha = m \cdot m_v.$$
(6)

Значения параметров модели (1) *К* и β получают в результате приравнивания повреждения за симметричный цикл при одноосном нагружении:

$$\Delta \omega = \frac{1}{N_f} = \frac{\Delta p^{\alpha}}{C} = 2 \cdot \int_0^{\Delta p} d\omega = 2 \cdot \int_0^{\Delta p} K \cdot v^{\beta} dp .$$
<sup>(7)</sup>

В качестве исходных данных при расчете накопленного повреждения используются массивы значений компонентов тензора напряжений, заданных с постоянным шагом по времени  $\Delta t$ . Используя известные соотношения, из компонентов тензора напряжений получают значения компонентов девиатора деформаций. Поскольку при напряжениях, характерных для многоцикловой усталости, материал работает практически линейно, на этом этапе используются соотношения теории упругости. Затем для каждого шага нагружения в девиаторном пространстве определяют смещение центров поверхностей текучести и определяют  $v_l$ ,  $\Delta \lambda_l$ . Приращение накопленного повреждения на *l*-м шаге нагружения определяется выражением:

$$\Delta \omega_l = K \cdot \nu_l^{\ \beta} \cdot \Delta \lambda_l \,. \tag{8}$$

Общее накопленное повреждение  $\omega$  получают в соответствии с линейной гипотезой суммированием  $\Delta \omega_l$  на каждом шаге; условие  $\omega = 1$  служит критерием разрушения (возникновения усталостной трещины):

$$\omega = \sum_{l} \Delta \omega_{l} = 1.$$
<sup>(9)</sup>

Результаты проверки адекватности модели приведены в [15]. На первом этапе была выполнена серия расчетов для случая циклического растяжения – сжатия (однопараметрическое нагружение). Рассматривалось гармоническое, бигармоническое (с различным соотношением частот и амплитуд составляющих) и случайное нагружение. Результаты расчета усталостной долговечно-

сти по предлагаемой модели сопоставлялись с результатами, полученными традиционным методом, предусматривающим схематизацию процесса изменения напряжений методом «дождя» [19, 20] и последующий расчет накопленного повреждения с помощью линейной гипотезы суммирования. Отличие результатов не превышает 20 %, что является вполне приемлемым для оценки усталостной долговечности. В качестве примера на рис. 1 представлены фрагменты процессов изменения напряжений и сопоставление результатов расчетов для бигармонического и случайного нагружения ( $L_{sm}$  – долговечность, рассчитанная по предлагаемой методике с использованием структурной модели материала,  $L_{rf}$  – результат, полученный при схематизации процесса методом «дождя»). На следующем этапе было проведено сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными при двухпараметрическом нагружении (плоское напряженное состояние), которое также продемонстрировало хорошее соответствие.



Рис. 1. Процессы нагружения и сопоставление результатов тестовых расчетов

Одним из недостатков предложенного подхода является использование линейной гипотезы суммирования повреждений. Сопоставление экспериментальных данных с результатами расчетов показывает, что в этом случае расчетная оценка усталостной долговечности часто оказывается завышенной. В связи с этим в настоящее время чаще используется корректированная линейная гипотеза [3]. Традиционная методика оценки усталостной долговечности при простых видах нагружения предусматривает схематизацию случайного процесса методом «дождя» или полных циклов и формирование блока нагружения, в котором каждому дискретному значению амплитуд напряжений  $\sigma_{ai}$  ставится в соответствие число циклов  $\eta_i$ , которые деталь нарабатывает в течение одного часа работы изделия на *i*-м уровне. В соответствии с корректированной линейной гипотезой суммирования повреждений разрушению (зарождению усталостной трещины) соответствует выполнение условия:

$$\frac{T \cdot \sum_{i=1}^{m} \eta_i \sigma_{ai}^{m_v}}{N_0 \sigma_{-1}^{m_v}} = a_p , \qquad (10)$$

где *T* – продолжительность работы в часах, *a<sub>p</sub>* – корректирующий коэффициент, зависящий от формы блока нагружения. Значение *a<sub>p</sub>* определяют по эмпирическим зависимостям:

$$a_{p} = (\xi \cdot \sigma_{a\max} / \sigma_{-1} - 0, 5) / (\sigma_{a\max} / \sigma_{-1} - 0, 5), \ \xi = \frac{\sum_{i=1}^{M} \sigma_{ai} \eta_{i}}{\sigma_{a\max} \eta_{bl}},$$
(11)

где  $\eta_{bl}$  – общая продолжительность блока,  $\sigma_{amax}$  – максимальная амплитуда напряжений в блоке. Если значение  $a_p$ , полученное по этим выражениям, оказывается меньше 0,1, в расчетах принимается  $a_p = 0,1$ .

По аналогии для использования корректированной линейной гипотезы в модели накопления повреждений, основанной на структурной модели среды, в выражении (9) необходимо заменить единицу на *a<sub>p</sub>*:

$$\omega = \sum_{l} \Delta \omega_l = a_p \,. \tag{12}$$

Однако в этом случае расчет накопленного повреждения производится непрерывно, на каждом шаге, без построения блока нагружения, необходимого для расчета  $a_p$ . Как показывает анализ, при однопараметрическом нагружении использование структурной модели позволяет выделить отдельные циклы из случайного процесса изменения напряжений путем подсчета числа реверсов в перемещениях каждой поверхности текучести. В дальнейшем это позволяет построить блок нагружения и определить значение *a<sub>p</sub>*. Возможность такого подхода иллюстрирует рис. 2.



Рис. 2. Процесс нагружения и перемещения поверхностей текучести

На рисунке схематично изображен процесс изменения во времени одной из компонент девиатора напряжений (e) и плоскость в девиаторном пространстве, на которой поверхности текучести изображены в виде окружностей. Процесс изменения e(t) включает два цикла с амплитудой 4,5 и один цикл с амплитудой 1,2 (в условных единицах), которые, очевидно, могут быть выделены из него при обработке методом «дождя» или полных циклов. Поверхности текучести I–V имеют радиусы  $R_k$ , равные 1, 2, 3, 4 и 5 (в условных единицах). В начальный момент времени (точка A) центры поверхностей текучести совпадают с началом координат. Поверхность V, имеющая радиус, превышающий наибольшее значение e(t), в процессе нагружения будет оставаться неподвижной. В точке B траектории нагружения поверхности I–IV переместятся в крайнее положение. При движении от точки A до F поверхности II–IV два раза изменят направление движения, а поверхность I совершит еще два дополнительных реверса на участке B - C - D - E. Общее число реверсов  $Nr_k$  для каждой из поверхностей на рассматриваемой траектории (A – H) приведено в табл. 1. Значения  $Nrb_k$  получают по следующей формуле:

$$Nrb_k = Nr_k - Nr_{k+1}, k = 1...Km - 1$$

(13)

где Km – общее число поверхностей текучести (в данном примере Km = 5). Указанные значения для рассматриваемого примера также приведены в табл. 1. Для поверхности IV  $Nrb_4 = 4$ , что соответствует числу полуциклов с амплитудой, находящейся в диапазоне 4...5; в данном примере это два цикла с амплитудой 4,5. Для поверхности I  $Nrb_1 = 2$ , что соответствует числу полуциклов с амплитудой, находящейся в диапазоне 1...2 (в данном примере – цикл с амплитудой 1,2).

Таким образом, если при расчете с помощью структурной модели материала подсчитывать число реверсов при перемещении каждой поверхности текучести, а потом обработать результаты в соответствии с (13), можно получить информацию о числе циклов различной амплитуды, присутствующих в случайном процессе. В дальнейшем на ее основе можно построить блок нагружения, необходимый для расчета корректирующего коэффициента *a<sub>p</sub>*.

#### Таблица 1

№ поверхности ( <i>k</i> )	1	2	3	4	5
$R_k$	1	2	3	4	5
Nr <sub>k</sub>	6	4	4	4	0
$Nrb_k$	2	0	0	4	_

Число реверсов поверхностей текучести

Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2019. Т. 19, № 1. С. 5–14

**Результаты расчетов.** Для проверки предложенной методики была выполнена серия расчетов, при которых проводилась обработка случайных процессов методом «дождя» и с помощью структурной модели. По результатам расчетов строились блоки нагружения и определялись значения  $a_p$ . В качестве примера рассмотрим результаты, полученные для трех различных случайных процессов изменения напряжений. На рис. 3 представлены фрагменты этих процессов и соответствующие блоки нагружения. Процессы изменения напряжений различаются спектральным составом и формой блоков нагружения. Процесс № 1 – узкополосный, в блоке нагружения преобладают циклы с максимальной амплитудой; процесс № 3 – широкополосный, с преобладанием составляющих малой амплитуды. Коэффициенты сложности структуры процессов ( $\beta$ ), числовые характеристики блоков нагружения, а также значения  $\xi$  и  $a_p$ , полученные двумя методами, приведены в табл. 2.

Рис. 3. Случайные процессы и блоки нагружения

Анализ представленных данных показывает, что блоки нагружения, построенные двумя рассматриваемыми методами, отличаются незначительно; значения корректирующих коэффициентов  $a_p$  отличаются не более чем на 15 %. Различие результатов прогнозирования долговечности также не превышает 15–20 %.

σ <sub>ai</sub> /σ <sub>amax</sub>	Процесс № 1, β <sub>1</sub> = 0,93		Процесс Л		Процесс № 3, β <sub>3</sub> = 0,61	
	$\eta_i/\eta_{bl}$		$\eta_i/\eta_{bl}$		$\eta_i/\eta_{bl}$	
	метод	структурная	метод	структурная	метод	структурная
	«дождя»	модель	«дождя»	модель	«дождя»	модель
	$\xi = 0,70$	$\xi = 0,68$	$\xi = 0,38$	$\xi = 0,40$	$\xi = 0,29$	$\xi = 0,29$
	$a_p = 0,59$	$a_p = 0,56$	$a_p = 0,14$	$a_p = 0,16$	$a_p = 0,10$	$a_p = 0,10$
0,0–0,1	0,049	0,048	0,167	0,160	0,262	0,243
0,1-0,2	0,025	0,023	0,067	0,067	0,238	0,242
0,2–0,3	0,027	0,027	0,133	0,134	0,123	0,127
0,3–0,4	0,009	0,009	0,233	0,252	0,085	0,087
0,4–0,5	0,038	0,039	0,067	0,067	0,131	0,135
0,5–0,6	0,078	0,079	0,067	0,084	0,077	0,080
0,6–0,7	0,184	0,185	0,167	0,134	0,023	0,024
0,7–0,8	0,332	0,338	0,067	0,067	0,031	0,032
0,8–0,9	0,224	0,222	0,000	0,000	0,023	0,024
0,9–1,0	0,031	0,031	0,000	0,034	0,008	0,008

#### Параметры блоков нагружения

#### Таблица 2

Заключение. В статье рассмотрена методика прогнозирования долговечности при многоцикловом случайном нагружении, основанная на применении структурной модели материала. Для повышения точности результатов расчетной оценки предложено использовать корректированную линейную гипотезу суммирования повреждений. Показано, что в случае однопараметрического случайного нагружения применение такого подхода дает результаты, хорошо согласующиеся с традиционными методами. Отличие в оценке ресурса не превышает 15–20 %. С учетом большого естественного разброса характеристик материалов такой результат является вполне допустимым.

В рамках разработанной методики предложен алгоритм определения числа циклов различной амплитуды, составляющих случайный процесс. Алгоритм основан на анализе числа реверсов при перемещении поверхностей текучести структурной модели. Он может представлять самостоятельный интерес при разработке методов схематизации случайных процессов.

#### Литература

1. Березин, И.Я. Моделирование процесса эксплуатации при имитационных ресурсных испытаниях мобильной техники / И.Я. Березин, А.А. Абызов // Техника и технологии строительства и эксплуатации автомобильных дорог: сб. науч. тр. МАДИ (ТУ), УФ МАДИ (ТУ). – М.: Изд-во МАДИ, 2000. – С. 56–74.

2. Серенсен, С.В. Сопротивление материалов усталостному и хрупкому разрушению / С.В. Серенсен. – М.: Атомиздат, 1975. – 192 с.

3. Когаев, В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В.П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.

4. Suresh, S. Fatigue of materials / S. Suresh. – 2nd edition . – Cambridge university press, 1998. – 679 p. DOI: 10.1017/S0001924000064629

5. Benasciutti, D. Spectral methods for lifetime prediction under wideband stationary random processes / D. Benasciutti, R. Tovo // Int J Fatigue. – 2005. – No. 27 (8). – P. 867–877. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2004.10.007

6. Manson, G.R. Halford fatigue and durability of structural materials / G.R. Manson. – ASM International, 2006. – 422 p. DOI: 10.1520/STP27895S

7. Pakandam, F. Fatigue damage assessment of various welded joints under uniaxial loading based on energy methods / F. Pakandam, A. Varvani-Farahani // International Journal of Fatigue. – 2011. – No. 33 (4). – P. 519–528. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2010.09.019

8. Трощенко, В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении / В.Т. Трощенко. – Киев: Наукова Думка, 1973. – 216 с.

9. Erpalov, A.V. Preduction of stress-life curve of a material under random or cyclic loading with asymmetry / A.V. Erpalov, L.A. Shefer // Procedia Engineering. – 2015. – Vol. 129. – P. 458–464. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.151

10. Почтенный, Е.К. Кинетическая теория механической усталости и ее приложения / Е.К. Почтенный. – Минск: Наука и техника, 1973. – 213 с.

11. Bogdanoff, J.L. Probabilistic models of cumulative damage / J.L. Bogdanoff, F. Kozin. – New York: Wiley-Interscience, 1985. – 340 p. DOI: 10.1002/qre.4680010413

12. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – Киев: Наукова думка, 1976. – 415 с.

13. Coupled Mathematical Models for Cyclic Inelastic Deformation and Damage Accumulation Processes / D.A. Gokhfeld, K.M. Kononov, V.B. Poroshin, O.S. Sadakov // Trans. 10<sup>th</sup> Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology. – Anaheim, USA, 1989. – P. 19–24.

14. К описанию малоцикловой усталости при сложном напряженном состоянии с учетом ползучести / Д.А. Гохфельд, К.М. Кононов, В.Б. Порошин, О.С. Садаков // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1986. – С. 89–93.

15. Abyzov, A.A. Fatigue life prediction of engineering structures under multivariable random loading using structural model / A.A. Abyzov, I.Ia. Berezin, O.S. Sadakov // Procedia Engineering. – 2015. – Vol. 129. – P. 845–850. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.119

16. Гохфельд, Д.А. Пластичность и ползучесть при переменных нагружениях / Д.А. Гохфельд, О.С. Садаков. – М.: Машиностроение, 1984. – 325 с.

17. Collins, J.A. Failure of materials in mechanical design / J.A.Collins. – New York: John Wiley & Sons, 1981. – 580 p.

18. Горский, С.В. Циклические кривые деформирования конструкционных материалов при повышенных температурах / С.В. Горский, К.М. Кононов // Прочность машин и аппаратов при переменных нагружениях: темат. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧГТУ, 1991. – С. 48–54.

19. Matsuishi, M. Fatigue of metals subjected to varying stress-fatigue lives under random loading / M. Matsuishi, T. Endo // Proc. Kyushu District Meeting, JSEM. – Fukuoka, Japan, 1968. – P. 37–40. DOI: 10.1520/STP41213S

20. Downing, S.D. Simple rainflow counting algorithms / S.D. Downing, D.F. Socie // International journal of fatigue. – 1982. – Vol. 4. – Iss. 1, January. – P. 31–40. DOI: 10.1016/0142-1123(82)90018-4

Абызов Алексей Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры «Техническая механика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, abyzovaa@susu.ru.

Березин Игорь Яковлевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Техническая механика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, berezinii@susu.ru.

Шефер Леопольд Анатольевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Летательные аппараты», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, sheferla@susu.ru.

Поступила в редакцию 24 января 2019 г.

DOI: 10.14529/engin190101

# STRUCTURAL RHEOLOGICAL MODEL FOR CALCULATING FATIGUE LIFE ACCORDING TO A CORRECTED LINEAR HYPOTHESIS OF DAMAGE ACCUMULATION

A.A. Abyzov, abyzovaa@susu.ru,
I.Ya. Berezin, berezinii@susu.ru,
L.A. Shefer, sheferla@susu.ru
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The paper proposes a method for calculating the fatigue life under multi-cycle loading. The method is based on the use of a structural rheological model. The paper considers multiparameter random loading when random changes in stress tensor components are independent. The structural model is characterized by a set of yield surfaces (spheres) in the space of the strain deviator. To develop it, we decribed the material deformation diagram with the Ramberg – Osgood equation. The error of the material deformation diagram approximated by this dependence usually does not exceed 5 %. The structural model was used to calculate microplastic deformations that cause an accumulation of damages under high-cycle loading.

The paper presents the basic relations of the method and the technique for identifying the damage accumulation model. The identification of the model is based on the usual fatigue characteristics of the material. To improve the accuracy of the estimated durability, it was proposed to use a corrected linear hypothesis of damage accumulation. The paper presents an algorithm for plotting a loading block and determining a correction coefficient based on the calculation results according to the structural model. The results of test calculations are given. It was shown that for the case of one-parameter random loading, the results of the proposed method are consistent with those of traditional approaches. For the case of multi-parametric loading, we compared the calculation results with experimental data for a plane stressed state. The difference in the resource evaluation does not exceed 15–20 %. Given the large natural characteristic spread of materials, such a difference is quite acceptable. The paper proposes an algorithm for determining the number of cycles of different amplitudes in a random process. The algorithm is based on counting the number of reverses during the displacement of yield surfaces of the structural model. This algorithm may be of interest as one of the ways of schematizing random processes.

*Keywords:* multiple-cycle fatigue, random loading, structural rheological model, damage accumulation model.

#### References

1. Berezin I.Ya., Abyzov A.A. [Simulation of the Operation Process at Simulation Resource Tests of Mobile Equipment]. *Technique and technology of construction and operation of roads: Sb. nauch. tr. MADI (TU), UV MADI (TU).* Moscow, 2000. pp. 56–74. (in Russ.)

2. Serensen S.V. *Soprotivlenie materialov ustalostnomu i hrupkomu razrusheniyu* [Resistance of Materials to Fatigue and Brittle Fracture]. Moscow, Atomizdat, 1975. 192 p.

3. Kogaev V.P. *Raschety na prochnost' pri napryazheniyah, peremennyh vo vremeni* [Strength Calculations at Stresses Varying with Time]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 232 p.

4. Suresh S. Fatigue of Materials, 2nd edition. Cambridge University Press, 1998. 679 p. DOI: 10.1017/S0001924000064629

5. Benasciutti D. Spectral Methods for Lifetime Prediction under Wideband Stationary Random Processes. *International Journal of Fatigue*, 2005, no. 27 (8), pp. 867–877. DOI: 10.1016/j.ijfatigue. 2004.10.007

6. Manson G.R. *Halford Fatigue and Durability of Structural Materials*. ASM International, 2006. 422 p. DOI: 10.1520/STP27895S

7. Pakandam F., Varvani-Farahani A. Fatigue Damage Assessment of Various Welded Joints under Uniaxial Loading Based on Energy Methods. *International Journal of Fatigue*, 2011, no. 33 (4), pp. 519–528. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2010.09.019

8. Troshchenko, V.T. *Deformirovanie i razrushenie metallov pri mnogociklovom nagruzhenii* [Deformation and Destruction of Metals under Multi-Cycle Loading]. Kiev, Naukova dumka, 1973. 216 p.

9. Erpalov A.V., Shefer L.A. Preduction of Stress-Life Curve of a Material under Random or Cyclic Loading with Asymmetry. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 129, pp. 458–464. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.151

10. Pochtennyj E.K. *Kineticheskaya teoriya mekhanicheskoj ustalosti i ee prilozheniya* [Kinetic Theory of Mechanical Fatigue and Its Applications]. Minsk, Science and Technology, 1973. 213 p.

11. Bogdanoff J.L., Kozin F. Probabilistic Models of Cumulative Damage. New York, Wiley-Interscience, 1985. 340 p. DOI: 10.1002/qre.4680010413

12. Pisarenko G.S., Lebedev A.A. *Deformirovanie i prochnost' materialov pri slozhnom napryazhennom sostoyanii* [Deformation and Strength of Materials under Complex Stress State]. Kiev, Naukova dumka, 1976. 415 p.

13. Gokhfeld D.A., Kononov K.M., Poroshin V.B., Sadakov O.S. Coupled Mathematical Models for Cyclic Inelastic Deformation and Damage Accumulation Processes. *Trans. 10th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology*. Anaheim, USA, 1989, pp. 19–24.

14. Gohfel'd D.A., Kononov K.M., Poroshin V.B., Sadakov O.S. [To the Description of Low-Cycle Fatigue in a Complex Stress State Taking into Account Creep]. *The Strength of Materials and Structural Elements under Complex Stress State*. Kiev, Naukova dumka, 1986, pp. 89–93. (in Russ.)

15. Abyzov A.A., Berezin I.Ia., Sadakov O.S. Fatigue Life Prediction of Engineering Structures under Multivariable Random Loading Using Structural Model. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 129, pp. 845–850. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.119

16. Gohfel'd D.A. *Plastichnost' i polzuchest' pri peremennyh nagruzheniyah* [Plasticity and Creep at Variable Loads]. Moscow, Mashinostroenie, 1984. 325 p.

17. Collins J.A. *Failure of Materials in Mechanical Design*. New York, John Wiley & Sons, 1981. 580 p.

18. Gorskij S.V., Kononov K.M. *Tsiklicheskie krivye deformirovaniya konstruktsionnykh materialov pri povyshennykh temperaturakh* [Cyclic Curves of Deformation of Structural Materials at High Temperatures]. Chelyabinsk, 1991, pp. 48–54.

19. Matsuishi M., Endo T. Fatigue of Metals Subjected to Varying Stress-Fatigue Lives under Random Loading Proc. *Kyushu District Meeting, JSEM*. Fukuoka, Japan, 1968, pp. 37–40. DOI: 10.1520/STP41213S

20. Downing S.D., Socie D.F. Simple Rainflow Counting Algorithms. *International Journal of Fa-tigue*, 1982, vol. 4, iss. 1, January, pp. 31–40. DOI: 10.1016/0142-1123(82)90018-4

#### Received 24 January 2019

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Абызов, А.А. Применение структурной модели для расчета усталостной долговечности по корректированной линейной гипотезе суммирования повреждений / А.А. Абызов, И.Я. Березин, Л.А. Шефер // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2019. – Т. 19, № 1. – С. 5–14. DOI: 10.14529/engin190101

#### FOR CITATION

Abyzov A.A., Berezin I.Ya., Shefer L.A. Structural Rheological Model for Calculating Fatigue Life According to a Corrected Linear Hypothesis of Damage Accumulation. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 5–14. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin190101