

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОТДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С КОНВЕКТИВНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ В ПОЛОСТЯХ ВРАЩЕНИЯ ТНА ЖРД

А.А. Зуев¹, В.Ю. Пиунов², В.П. Назаров¹, А.А. Арнгольд³

¹Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, Россия,

²АО «КБ химического машиностроения имени А.М. Исаева» –

филиал АО «ГКНПЦ имени М.В. Хруничева», г. Королев, Московская область, Россия,

³АО «Красноярский машиностроительный завод», г. Красноярск, Россия

Учет особенностей теплоотдачи в проточных частях турбонасосных агрегатов (ТНА) жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) является важной задачей. Сопряженная задача течения с теплообменом, в том числе и при вращательных течениях в элементах проточных частей ТНА ЖРД, решается с помощью следующих подходов: численные методы, аналитическое совместное решение уравнений движения и энергии и использование эмпирических уравнений. Наличие теплообмена значительно влияет на рабочие характеристики ТНА ЖРД.

При проектировании проточных частей узлов и агрегатов ТНА ЖРД важно учитывать влияние теплообмена и как следствие – температуры потока рабочего тела по длине проточного тракта, в связи с тем, что вязкость напрямую зависит от температуры и определяет потери и режим течения.

В агрегатах подачи, особенно при использовании криогенных компонентов топлива, незначительный подогрев рабочего тела может привести к вскипанию компонентов и падению рабочих характеристик. С другой стороны, недостаточная (нерасчетная) температура компонента в проточной части для некоторых видов рабочих тел (например гелеобразных компонентов) приводит к повышенной вязкости и снижению КПД агрегата.

При исследовании задачи вращательных течений с теплообменом необходимо совместное решение уравнений движения и энергии в граничных условиях проточных частей ТНА ЖРД с учетом теории пространственного пограничного слоя.

Процессы теплоотдачи в энергетических установках во многом схожи, но при анализе и выводе уравнений теплообмена для граничных условий ЖРД существуют определенные отличия. Основные отличия заключаются в следующем: экстремально высокие значения тепловых потоков, температур и давлений, наличие высоких скоростей потоков, начальное турбулентное состояние потоков в активной зоне, рабочие тела могут находиться в газообразном и жидком состоянии, эффекты кривизны поверхности.

С использованием аналитического подхода определены уравнения для расчета локальных коэффициентов теплоотдачи в виде критериев Стантона для наиболее важных случаев, реализующихся при течении в полостях вращения ТНА ЖРД. Получены локальные коэффициенты теплоотдачи при прямолинейном течении, вращательных течениях, реализующихся в полостях между рабочим колесом и корпусом турбины и центробежного насоса (течение по закону твердого тела), в подводящих и отводящих аппаратах (течение по закону свободного вихря). Полученные аналитические выражения для локальных коэффициентов теплоотдачи хорошо согласуются с результатами исследований других авторов и имеют практическое применение при расчете характеристик тракта ТНА ЖРД.

Ключевые слова: температурный пограничный слой, коэффициент теплоотдачи, интегральное соотношение уравнения энергии, проточная часть турбонасосного агрегата.

Введение. Учет особенностей теплоотдачи в проточных частях турбонасосных агрегатов (ТНА) жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) является важной задачей.

Сопряженная задача течения с теплообменом, в том числе и при вращательных течениях в элементах проточных частей ТНА ЖРД, решается с помощью следующих подходов: численные методы, аналитическое совместное решение уравнений движения и энергии и использование эмпирических уравнений. Наличие теплообмена значительно влияет на рабочие характеристики ТНА ЖРД [1].

Использование эмпирического подхода требует проведения большого количества экспериментальных исследований и обобщения результатов. Методам экспериментальных исследований сопряженного теплообмена посвящены работы [2–4]. Данный подход имеет существенные недостатки: не всегда можно обобщить результаты экспериментальных исследований на подобные процессы и не всегда расчет проводится с требуемой точностью, что также требует дополнительной верификации результатов.

Методы численного подхода рассмотрены в работах [5–7]. Данный подход требует корректного задания граничных условий и используемых уравнений. Численные методы исследования используют прямое численное моделирование (метод DNS) и усредненные уравнения Навье–Стокса и Рейнольдса (RANS метод). Выбор метода зависит от сложности проблемы и точности результатов. Достаточно часто используется метод RANS с использованием моделей $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ турбулентности. При исследовании течения с теплоотдачей в проточных частях ТНА многие авторы уделяют отдельное внимание межлопаточному каналу [8–10] как наиболее важному элементу проточной части, тем не менее также остро стоит вопрос обеспечения устойчивости и надежности диска ротора.

Аналитический подход позволяет более широко обобщать полученные зависимости на подобные процессы. Аналитические исследования проводились в работах [11–13]. Аналитические методы, как правило разрабатывались для прямолинейного равномерного течения и имеют ряд ограничений. В наиболее ранних исследованиях анализ основан на расширенной аналогии Рейнольдса с передачей тепла, массы и импульса в развитом турбулентном потоке в трубе. Использование профиля распределения скорости и температуры в пограничном слое предложено В.Д. Ранни [14]. Анализ подслоя учитывал влияние теплообмена на турбулентность. Аналитические методы определения коэффициентов теплоотдачи, предложенные в работах [15, 16], учитывают конвективный перенос тепла в камерах ЖРД и выполнены для прямолинейного турбулентного течения.

Конструктивные схемы ТНА ЖРД. Из анализа конструктивных схем современных турбо-насосных агрегатов ЖРД (рис. 1, 2) видно, что достаточно часто применяется схема одноблочного расположения проточных частей турбин и насосов (скомпонованы в едином блоке). В проточных частях турбин реализуется температура продуктов сгорания порядка $900\text{ }^{\circ}\text{C}$, при использовании таких схемных решений высокие тепловые потоки от турбины к корпусу и к уплотнениям могут вызвать нарушение теплового режима, вследствие чего возможно термическое разрушение элементов узлов уплотнений. Наиболее важно корректное определение тепловых потоков для криогенных компонентов топлива при выбираемой одноблочной компоновке.

При проектировании проточных частей узлов и агрегатов ТНА ЖРД важно учитывать влияние теплообмена и как следствие – температуры потока рабочего тела по длине проточного тракта, в связи с тем, что вязкость напрямую зависит от температуры и определяет потери и режим течения.

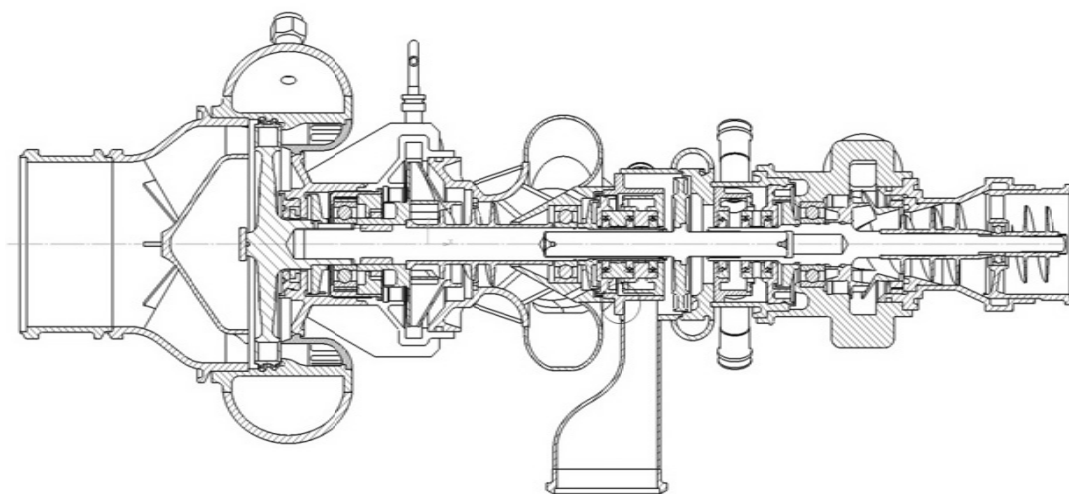


Рис. 1. ТНА ЖРД замкнутой схемы

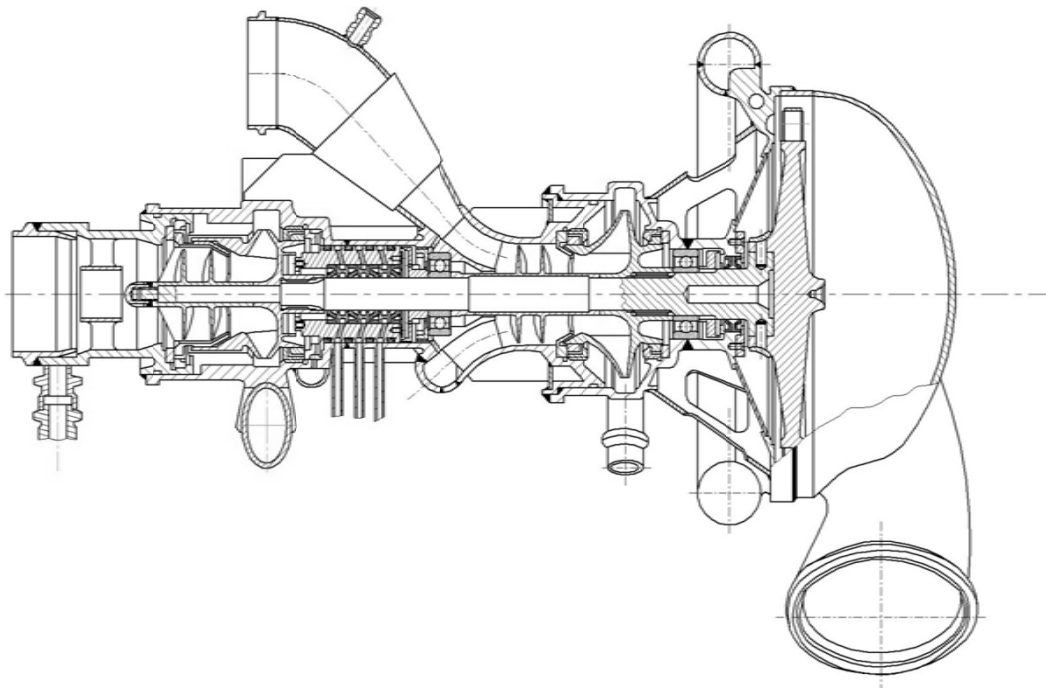


Рис. 2. ТНА ЖРД открытой схемы

В агрегатах подачи, особенно при использовании криогенных компонентов топлива, незначительный подогрев рабочего тела может привести к вскипанию компонентов и падению рабочих характеристик. С другой стороны, недостаточная (нерасчетная) температура компонента в проточной части для некоторых видов рабочих тел (например гелеобразных компонентов) приводит к повышенной вязкости и снижению КПД агрегата.

Объектом исследования вращательных течений являются конструктивные элементы проточных частей ТНА ЖРД: прежде всего полость между рабочим колесом и корпусом турбины и центробежного насоса, подводящие и отводящие аппараты, элементы ВГТ (вспомогательного гидравлического тракта), узлы контактных уплотнений.

Постановка задачи исследования. При исследовании задачи вращательных течений с теплообменом необходимо совместное решение уравнений движения и энергии в граничных условиях проточных частей ТНА ЖРД с учетом теории пространственного пограничного слоя [17, 18].

Процессы теплоотдачи в энергетических установках во многом схожи, но при анализе и выводе уравнений теплообмена для граничных условий ЖРД существуют определенные отличия. Основные отличия заключаются в следующем: экстремально высокие значения тепловых потоков, температур и давлений, наличие высоких скоростей потоков, начальное турбулентное состояние потоков в активной зоне, рабочие тела могут находиться в газообразном и жидком состоянии, эффекты кривизны поверхности, наличие градиентов плотности и сжимаемости, нестационарность тепловых потоков и наличие неустойчивости потоков в активной зоне теплообмена [19].

Модель температурного пограничного слоя с конвективной составляющей. Критерий Прандтля Pr в значительной мере влияет на теплообмен. Отметим, что для газов критерий Прандтля $Pr < 1$ (в том числе и для продуктов сгорания), для жидкостей критерий Прандтля $Pr > 1$ (компоненты топлива).

При $Pr > 1$ температурный пограничный слой меньше динамического (рис. 3). Тепловой поток от поверхности теплообмена может осуществляться за счет двух механизмов: теплопроводности или турбулентного переноса. При турбулентном течении скорость турбулентного переноса тепла и импульса значительно превышает скорость молекулярного переноса и поэтому молекулярным переносом можно вообще пренебречь. При критерии Прандтля, близком к единице или более высоком, преобладает турбулентный механизм переноса тепла, а молекулярным переносом можно пренебречь [20].

Так как коэффициенты турбулентного переноса значительно выше коэффициентов молекулярного переноса, в дифференциальных уравнениях движения и энергии можно пренебречь ки-

нематическим коэффициентом вязкости и коэффициентом температуропроводности в отличие от коэффициентов турбулентного переноса импульса и тепла [20]. В случае больших чисел Рейнольдса теплопроводность жидкости не оказывает практического влияния на перенос тепла [17].

Основной механизм переноса тепла реализуется за счет переноса объема массы рабочего тела вдоль оси Y , вызванного изменением скорости в пограничном слое. Учитывая существующее подобие распределения температурного и скоростного профилей в пограничном слое (ПС) при критерии Прандтля, равном единице, когда безразмерные профили скорости и температуры идентичны, примем следующую модель распределения температурного и динамического ПС: распределение температурного ПС в границах толщины температурного слоя δ_t совпадает с профилем функции скорости ПС. Вне границы температурного слоя δ_t температура потока не изменяется и равна температуре потока в ядре течения, но функция скорости продолжает изменяться до достижения толщины δ , далее принимает параметры ядра.

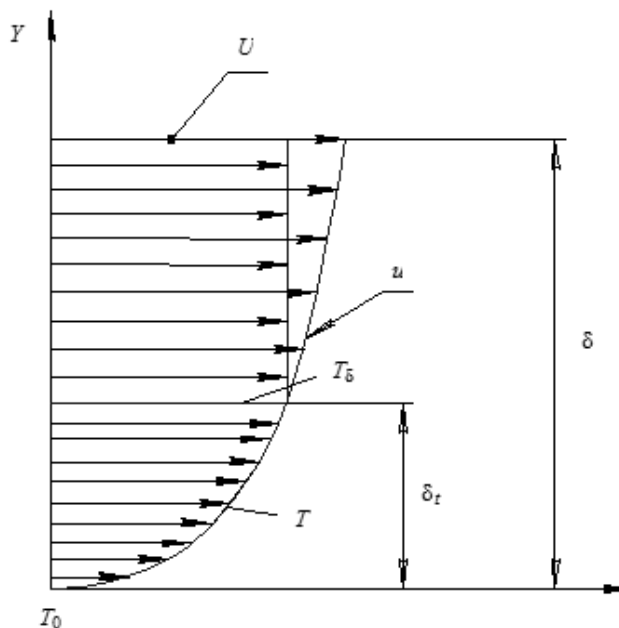


Рис. 3. Принятая модель температурного и динамического пограничных слоев

Определим толщину потери энергии температурного ПС [21]:

$$\delta_{\text{тп}}^{**} = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{T - T_0}{T_{\delta} - T_0} \right) dy. \quad (1)$$

На основе рассматриваемой модели температурного и динамического ПС выражение для толщины потери энергии разбиваем на два интеграла, соответствующих характерным участкам. Границы интегрирования первого лежат от поверхности теплообмена до толщины температурного ПС δ_t , второго – от толщины температурного ПС δ_t до толщины динамического δ .

Запишем выражение (1) в принятых границах интегрирования:

$$\delta_{\text{тп}}^{**} = \int_0^{\delta_t} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{T - T_0}{T_{\delta} - T_0} \right) dy + \int_{\delta_t}^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{T - T_0}{T_{\delta} - T_0} \right) dy. \quad (2)$$

С применением уравнения (2) становится возможным определить вид закона теплообмена для случая $Pr > 1$. Для дальнейшего использования уравнение (2) необходимо проинтегрировать с учетом принятых законов распределения профиля скорости в ПС.

Распределение динамического ПС аппроксимируем степенной функцией вида

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^m.$$

Как отмечалось, перенос тепла осуществляется за счет двух механизмов теплопроводности и переноса массы. У жидкостей теплопроводность на порядок больше, чем у газа, соответственно теплопроводностью пренебрегать не следует, тогда профиль распределения температурного ПС примем в следующем виде:

$$\frac{T - T_0}{T_{\delta} - T_0} = \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^m + \lambda \left(\frac{y}{\delta} \right) \right].$$

Запишем выражение для толщины потери энергии ПС:

Расчет и конструирование

$$\delta_{t\varphi}^{**} = \int_0^{\delta_t} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} \left(1 - \left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} + \lambda\left(\frac{y}{\delta}\right)\right]\right) dy + \int_{\delta_t}^{\delta} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} \left(1 - \left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} + \lambda\left(\frac{y}{\delta}\right)\right]\right) dy. \quad (3)$$

Учитывая, что в первом члене уравнения (3), исходя из принятой модели, в границах интегрирования профили распределения температуры и скорости совпадают, тогда для первого члена уравнения $\delta_t = \delta$.

При рассмотрении второго члена уравнения (3) и с учетом отсутствия градиента температуры можно записать

$$\frac{T - T_0}{T_\delta - T_0} = \frac{T_\delta - T_0}{T_\delta - T_0} = 1,$$

т. е.

$$\int_{\delta_t}^{\delta} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} \left(1 - \left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} + \lambda\left(\frac{y}{\delta}\right)\right]\right) dy = 0.$$

Тогда толщина потери энергии (3) при $Pr > 1$ в границах интегрирования от поверхности теплообмена до δ_t :

$$\delta_{t\varphi}^{**} = \int_0^{\delta_t} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} \left(1 - \left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} + \lambda\left(\frac{y}{\delta}\right)\right]\right) dy. \quad (4)$$

Толщина потери энергии из выражения (4) определится как

$$\delta_{t\varphi}^{**} = \frac{m\delta_t \left(\frac{\delta_t}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} \left(-\delta \left(\frac{\delta_t}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} + 2\delta m^2 + 2\delta + 5\delta m - 2\lambda\delta_t - 3\lambda m\delta_t - 2\delta m^2 \left(\frac{\delta_t}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} - \lambda m^2 \delta_t - 3\delta m \left(\frac{\delta_t}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}}\right)}{\delta(m+1)(m+2)(2m+1)}.$$

Обозначим как x отношение толщины динамического ПС к толщине температурного ПС:

$$\frac{\delta_t}{\delta} = x.$$

Тогда

$$\delta_{t\varphi}^{**} = \frac{mx^{\frac{m+1}{m}} \delta \left(5m - 3mx^{\frac{1}{m}} - x^{\frac{1}{m}} + 2m^2 - 2m^2 x^{\frac{1}{m}} - 2\lambda x - 3\lambda mx - \lambda m^2 x + 2\right)}{(m+1)(m+2)(2m+1)}. \quad (5)$$

Введем обозначение

$$X = mx^{\frac{m+1}{m}} \left(5m - 3mx^{\frac{1}{m}} - x^{\frac{1}{m}} + 2m^2 - 2m^2 x^{\frac{1}{m}} - 2\lambda x - 3\lambda mx - \lambda m^2 x + 2\right).$$

Для записи закона теплообмена в виде критерия Стантона необходимо определить производную температурного пограничного слоя на стенке (поверхности теплообмена). Данная производная не существует формально при $m < 1$, т. е. профиль не может быть использован в ламинарном подслое турбулентного профиля распределения параметров в ПС. Поэтому производную температурного пограничного слоя на стенке определяем, исходя из двухслойной модели турбулентности с ламинарным подслоем. Тогда производная температурного пограничного слоя на стенке определится как

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{T - T_0}{T_\delta - T_0}\right)_{y=0} = \frac{U}{\alpha_{\text{л}}^2 \nu} \left(\frac{\alpha_{\text{л}}^2 \nu}{U \delta_t}\right)^{\frac{2}{m+1}}.$$

Определим толщину динамического ПС из уравнения для толщины потери энергии температурного ПС (5):

$$\delta = \frac{\delta_{t\varphi}^{**} (m+1)(m+2)(2m+1)}{X}. \quad (6)$$

Закон теплообмена. Учтем выражение для закона теплообмена и запишем выражение для безразмерного коэффициента теплоотдачи в виде критерия Стантона для турбулентного течения:

$$St = \frac{\lambda}{\rho C_p U} \cdot \frac{U}{\alpha_{л}^2 \nu} \left(\frac{\alpha_{л}^2 \nu}{U \delta_t} \right)^{\frac{2}{m+1}}. \quad (7)$$

Принимая во внимание параметр отношения толщин динамического и температурного пограничных слоев $x = \frac{\delta_t}{\delta}$, а также выражение толщины динамического ПС и выражение для закона теплообмена (7), получим

$$St = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{\frac{2}{m+1}}} \left(\frac{X}{\alpha_{л}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \cdot \frac{1}{(\delta_{t\varphi}^{**})^{\frac{2}{m+1}}}. \quad (8)$$

Для практической реализации закона теплообмена необходимо определить значение коэффициента ламинарного подслоя $\alpha_{л}$, которое находим из условия смыкания ламинарного подслоя с турбулентным профилем [21], с учетом степени турбулентности, получим выражение для определения коэффициента ламинарного подслоя турбулентного профиля распределения температурного ПС для принятой модели:

$$\alpha_{л} = 12,559 \left(\frac{\delta_{\varphi}^{**}}{\delta_{t\varphi}^{**}} \right)^{0,167} = \frac{12,5496}{Pr^{0,0557}}.$$

Интегральное соотношение уравнения энергии. Уравнение энергии пространственного пограничного слоя (ППС) с учетом полученного выражения для закона теплообмена (8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & \frac{1}{H_{\varphi}} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} (\delta_{t\varphi}^{**}) + \frac{1}{H_{\psi}} \cdot \frac{\partial}{\partial \psi} (\delta_{t\psi}^{**}) + \frac{1}{H_{\varphi} H_{\psi}} \cdot \frac{\partial H_{\psi}}{\partial \varphi} \delta_{t\varphi}^{**} + \frac{1}{H_{\varphi} H_{\psi}} \cdot \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \psi} \delta_{t\psi}^{**} = \\ & = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{\frac{2}{m+1}}} \left(\frac{X}{\alpha_{л}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \frac{1}{(\delta_{t\varphi}^{**})^{\frac{2}{m+1}}} - \frac{\tau_{\varphi 0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_{\delta} - T_0)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Принимая относительную характерную толщину

$$J = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\delta_{t\psi}^{**}}{\delta_{t\varphi}^{**}}, \quad (10)$$

интегральное соотношение уравнения энергии (9) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{H_{\varphi}} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} (\delta_{t\varphi}^{**}) + \frac{J}{H_{\psi}} \cdot \frac{\partial}{\partial \psi} (\varepsilon \delta_{t\varphi}^{**}) + \frac{1}{H_{\varphi} H_{\psi}} \cdot \frac{\partial H_{\psi}}{\partial \varphi} \delta_{t\varphi}^{**} + \frac{J}{H_{\varphi} H_{\psi}} \cdot \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \psi} \delta_{t\varphi}^{**} = \\ & = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{\frac{2}{m+1}}} \left(\frac{X}{\alpha_{л}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \frac{1}{(\delta_{t\varphi}^{**})^{\frac{2}{m+1}}} - \frac{\tau_{\varphi 0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_{\delta} - T_0)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Расчет и конструирование

Учитывая, что реализуется прямолинейное равномерное течение, получим: $\frac{\partial}{\partial \psi} = 0$, $H_\psi = H_\varphi$, $\frac{\partial H_\psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial \psi} = 0$, тогда интегральное соотношение уравнения энергии (11) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \delta_{i\varphi}^{**} = -\frac{\lambda}{\rho C_p U^{m+1}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} v^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \frac{1}{(\delta_{i\varphi}^{**})^{\frac{2}{m+1}}} - \frac{\tau_{\varphi 0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_\delta - T_0)}. \quad (12)$$

При рассмотрении вращательного течения, реализующегося в полостях ТНА ЖРД, линия тока представляет собой кольцевую линию. Выполним запись уравнения (12) в цилиндрических координатах, учитывая, что в случае осесимметричного течения при $\varepsilon = \text{const}$ выполняются соотношения $\varphi = \alpha$, $\psi = R$, $H_\varphi = R$, $\frac{\partial H_\varphi}{\partial \psi} = \frac{\partial R}{\partial R} = 1$, $H_\psi = 1$, $\frac{\partial H_\psi}{\partial \varphi} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$:

$$J\varepsilon \frac{\partial}{\partial R} \delta_{i\varphi}^{**} + \frac{J\varepsilon}{R} \delta_{i\varphi}^{**} = -\frac{\lambda}{\rho C_p U^{m+1}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} v^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \times \frac{1}{(\delta_{i\varphi}^{**})^{\frac{2}{m+1}}} - \frac{\tau_{\varphi 0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_\delta - T_0)}. \quad (13)$$

Таким образом, получены выражения интегрального соотношения уравнения энергии температурного пограничного слоя прямолинейного равномерного и вращательного течений с учетом степенного закона распределения параметров температурного и динамического пограничных слоев и принятой модели теплообмена для случая $Pr > 1$.

Локальный коэффициент теплоотдачи. Рассмотрим далее локальную теплоотдачу для практически важных случаев, реализующихся в элементах проточных частей ТНА ЖРД при $Pr > 1$ и принятого степенного закона распределения параметров скорости и температуры в ПС. Характерными течениями являются течения в трактах подачи жидких компонентов топлива ракетного двигателя. Последовательно рассмотрим следующие характерные течения: прямолинейное равномерное течение потока, вращательное течение потока по закону твердого тела (реализуется в полостях между ротором и статором) и вращательное течение потока по закону свободного вихря (подводящие и отводящие устройства).

Рассматривая прямолинейное равномерное течение и учитывая, что пренебрегаем диссипативным членом в интегральном соотношении уравнения энергии (12), запишем

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \delta_{i\varphi}^{**} = -\frac{\lambda}{\rho C_p U^{m+1}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} v^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \cdot \frac{1}{(\delta_{i\varphi}^{**})^{\frac{2}{m+1}}}. \quad (14)$$

Разделим переменные и проинтегрируем (14) от нуля до текущего значения переменных:

$$\delta_{i\varphi}^{**} = \left(\frac{\lambda \varphi}{\rho C_p U^{m+1}} \right)^{\frac{m+1}{3+m}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} v^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2(m+1)(3+m)}{m+1}} \cdot \left(\frac{3+m}{m+1} \right)^{\frac{m+1}{3+m}}. \quad (15)$$

С учетом выражения закона теплоотдачи (8) и выражения для толщины потери энергии (15) запишем, а также проведя преобразования выражения (15), с учетом критериев Прандтля

$\left(Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \right)$ и Рейнольдса $\left(Re = \frac{\rho U \varphi}{\mu} \right)$, получим выражение для определения локального коэффициента теплоотдачи в виде критерия Стантона прямолинейного равномерного течения при степенном профиле распределения эпюры скорости и температуры при $Pr > 1$:

$$St = \frac{1}{Pr^{\frac{m+1}{3+m}}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} (m+2)(m+3)(2m+1) Re} \right)^{\frac{2}{3+m}} \quad (16)$$

Рассмотрим вращательное течение, реализующееся в проточных частях ТНА ЖРД. Аналогично, как и при прямолинейном равномерном течении потока, пренебрегая диссипативным членом и учитывая, что реализуется вращательное течение по закону твердого тела, характерной особенностью которого является распределение окружной составляющей скорости по радиусу $\frac{U}{R} = \omega = \text{const}$, уравнение (13) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial R} \delta_{\text{тф}}^{**} + \frac{\delta_{\text{тф}}^{**}}{R} - \frac{\lambda}{J \varepsilon \rho C_p \omega^{\frac{2}{m+1}}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \frac{1}{R^{\frac{2}{m+1}} (\delta_{\text{тф}}^{**})^{\frac{2}{m+1}}} = 0. \quad (17)$$

Из уравнения (17) определим выражение для толщины потери энергии температурного ПС для вращательного течения по закону твердого тела:

$$\delta_{\text{тф}}^{**} = \sqrt{\frac{\frac{m+3}{m+1} \frac{\lambda}{J \varepsilon \rho C_p \omega^{\frac{2}{m+1}}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} (m+3) R^{\frac{m-1}{m+1}}}{2(m+1)}}. \quad (18)$$

С учетом выражения закона теплообмена (8) критерий Стантона для вращательного течения по закону твердого тела степенного профиля распределения температурного пограничного слоя и $Pr > 1$ примет вид

$$St = \frac{1}{Pr^{\frac{m+1}{m+3}}} \left(\frac{2J \varepsilon X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} (m+2)(m+3)(2m+1) Re_{\omega}} \right)^{\frac{2}{m+3}} \quad (19)$$

Рассмотрим вращательное течение, которое осуществляется по закону свободного вихря. Закон распределения профиля скорости ядра потока по радиусу примет вид $UR = C = \text{const}$. Данное течение характерно для следующих элементов: подводящего и отводящего устройств насосов подачи компонентов топлива, камер закрутки и т. д. При рассмотрении вращательного течения по закону свободного вихря интегральное соотношение уравнения энергии (13) примет вид

$$\frac{d\delta_{\text{тф}}^{**}}{dR} + \frac{\delta_{\text{тф}}^{**}}{R} - \frac{\lambda}{J \varepsilon C_p C^{\frac{2}{m+1}}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} \frac{R^{\frac{2}{m+1}}}{(\delta_{\text{тф}}^{**})^{\frac{2}{m+1}}} = 0. \quad (20)$$

Из уравнения (20) определим выражение для толщины потери энергии температурного ПС вращательного течения по закону свободного вихря для степенного закона распределения профилей пограничного слоя при $Pr > 1$:

$$\delta_{\text{тф}}^{**} = \left[\frac{\lambda}{J\varepsilon C_p C^{m+1}} \left(\frac{X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} \nu^{\frac{m-1}{2}} (m+1)(m+2)(2m+1)} \right)^{\frac{2}{m+1}} / 2^{\frac{m+1}{m+3}} \right]^{\frac{m+1}{m+3}} \cdot R. \quad (21)$$

Подставив выражение для определения толщины потери энергии (21) в выражение закона теплообмена (8), получим локальный коэффициент теплоотдачи в виде критерия Стантона для вращательного течения по закону свободного вихря для случая $Pr > 1$:

$$St = \frac{1}{Pr^{\frac{m+1}{m+3}}} \left(\frac{2J\varepsilon X}{\alpha_{\text{л}}^{m-1} (m+1)(m+2)(2m+1) Re_{\omega}} \right)^{\frac{2}{m+3}}$$

На рис. 4 показано влияние критерия Прандтля на трение и теплообмен по данным различных исследований [22]. В области значений чисел Прандтля $Pr > 1$ полученные теоретические зависимости для безразмерных коэффициентов теплоотдачи в виде критериев Стантона, с учетом интегрального соотношения уравнения энергии, хорошо совпадают с зависимостями других авторов. C_f представляет коэффициент трения.

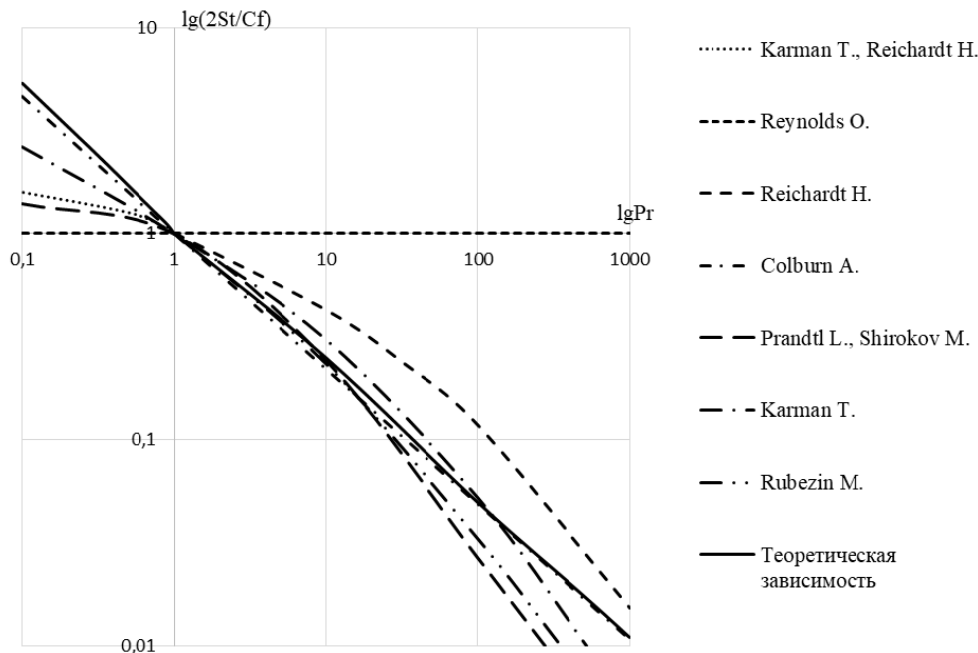


Рис. 4. Сравнение различных теорий аналогии между трением и теплообменом в турбулентных потоках при $Re = 10^7$

Коэффициент теплоотдачи в виде критерия Нуссельта представляет произведение критериев Стантона, Рейнольдса и Прандтля $Nu = St Re Pr$.

На рис. 5 приведены результаты экспериментальных и теоретических зависимостей для турбулентного вращательного течения по закону твердого тела. Из графической зависимости рис. 5 видно, что результаты теоретических исследований, полученных с использованием модели с конвективной составляющей, наилучшим образом совпадают с экспериментальными данными и не превышают 3%. Теоретические зависимости, полученные И.В. Шевчуком [23] и Л.А. Dorfman [24], практически совпадают и отличаются на 0,05%, с данными по теоретической зависимости с использованием модели с конвективной составляющей расходятся на 10%. Зависимость, полученная J.M. Owen [25], с теоретической зависимостью модели с конвективной составляющей отличаются на 26%.

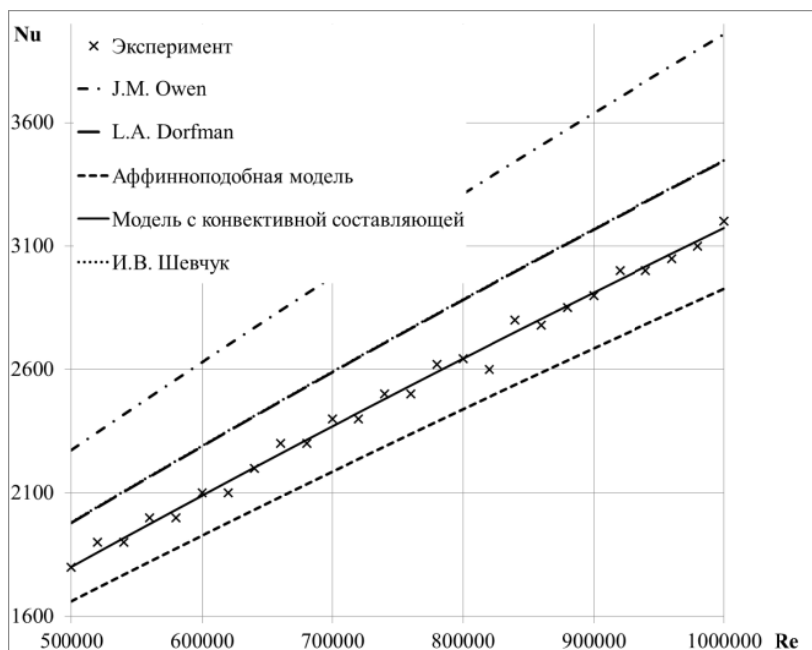


Рис. 5. Зависимость безразмерного коэффициента теплоотдачи турбулентного вращательного течения по закону твердого тела при $Pr = 4,341$

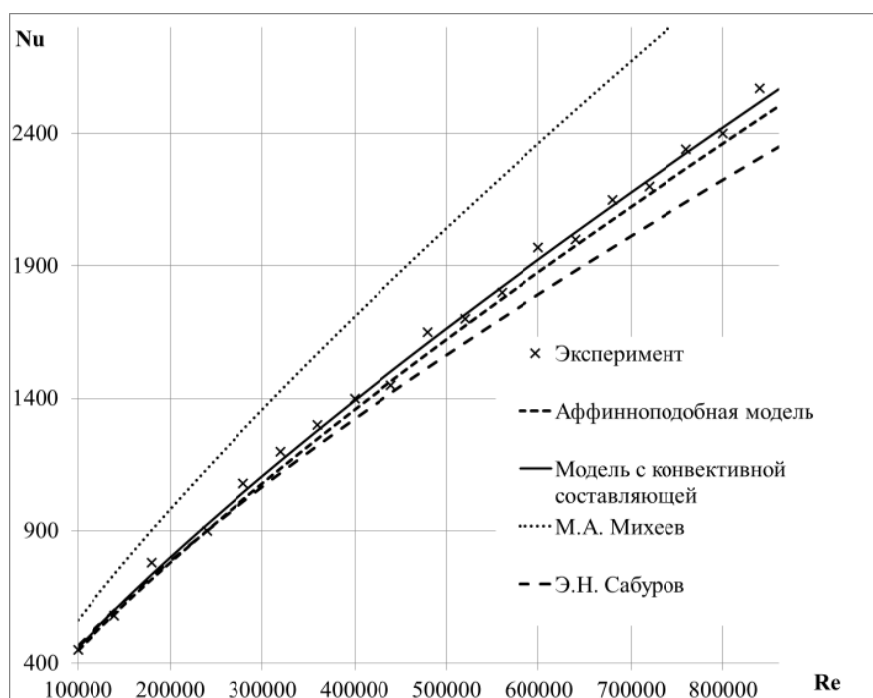


Рис. 6. Зависимость безразмерного коэффициента теплоотдачи турбулентного вращательного течения по закону свободного вихря при $Pr = 4,341$

На рис. 6 приведены результаты экспериментальных и теоретических зависимостей вращательного течения по закону свободного вихря. Из графика рис. 6 видно, что наилучшее схождение результатов экспериментальных данных и теоретических зависимостей дает также зависимость, полученная с использованием модели распределения динамического и температурного ПС с конвективной составляющей, расхождение результатов не превышает 2,5 %.

Полученные теоретические зависимости и зависимости других авторов находятся в едином диапазоне и пригодны для инженерных расчетов при проектировании ТНА. Необходимо отметить, что на безразмерный коэффициент теплоотдачи в виде критерия Нуссельта существенно

Расчет и конструирование

вливают граничные условия течения и теплообмена, такие как скорость, вязкость, плотность и градиент температур рабочего тела и поверхности теплообмена.

Выводы. При интегрировании уравнения энергии в граничных условиях толщины температурного пространственного пограничного слоя получено уравнение для интегрального соотношения, необходимое для учета процессов теплоотдачи. Полученное выражение позволяет учитывать теплоотдачу на поверхности любой формы. С учетом интегрального соотношения определены и записаны выражения для толщин потери энергии. В свою очередь толщины потери энергии температурного пространственного пограничного слоя необходимы для определения локальных коэффициентов теплоотдачи для характерных случаев течения с учетом теплообмена.

С использованием аналитического подхода определены уравнения для расчета локальных коэффициентов теплоотдачи в виде критериев Стантона для наиболее важных случаев, реализующихся при течении в полостях вращения ТНА ЖРД. Получены локальные коэффициенты теплоотдачи при прямолинейном течении, вращательных течениях, реализующихся в полостях между рабочим колесом и корпусом турбины и центробежного насоса (течение по закону твердого тела), в подводящих и отводящих аппаратах (течение по закону свободного вихря). Полученные аналитические выражения для локальных коэффициентов теплоотдачи хорошо согласуются с результатами исследований других авторов и имеют практическое применение при расчете характеристик тракта ТНА ЖРД.

Литература

1. *Aerodynamic design method of micro-scale radial turbines considering the effect of wall heat transfer* / Z. Li, Z. Zou, L. Yao, C. Fu, L. Bian, W. Zhang // *Applied Thermal Engineering*. – 2018. – Vol. 138. – P. 94–109. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.04.051
2. *Chen, Y. Experimental Study on the Conjugate Heat Transfer of Double-wall Turbine Blade Components with/without Pins* / Y. Chen, H. Wei, Y.Q. Zu // *Thermal Science and Engineering Progress*. – 2018. – Vol. 8. – P. 448–456. DOI: 10.1016/j.tsep.2018.09.010
3. *Mobtil, M. Experimental study of inverse identification of unsteady heat transfer coefficient in a fin and tube heat exchanger assembly* / M. Mobtil, D. Bougeard, S. Russeil // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2018. – Vol. 125. – P. 17–31. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.028
4. *Heat transfer in turbocharger turbines under steady, pulsating and transient conditions* / R.D. Burke, C.R.M. Vagg, D. Chalet, P. Chesse // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2015. – Vol. 52. – P. 185–197. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.01.004
5. *Fadl, M. Full conjugate heat transfer modelling for steam turbines in transient operations* / M. Fadl, P. Stein, L. He // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2018. – Vol. 124. – P. 240–250. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.10.025
6. *Winkler, S. Flow structure and surface heat transfer from a turbine component endwall contoured using the ice formation method* / S. Winkler, B. Weigand, P. Ligrani // *International Journal of Heat and Mass Transfer* – 2018. – Vol. 120. – P. 895–908. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.12.028
7. *Effects of a pocket cavity on heat transfer and flow characteristics of the endwall with a bluff body in a gas turbine engine* / J. Liu, S. Hussain, L. Wang, G. Xie, B. Sundén // *Applied Thermal Engineering*. – 2018. – Vol. 143. – P. 935–946. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.08.020
8. *Park, J.S. Heat and mass transfer characteristics on the first-stage gas turbine blade under unsteady wake flow* / J.S. Park, W. Choi // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2019. – Vol. 138. – P. 314–321. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2019.01.008
9. *Effect of the wake on the heat transfer of a turbine blade end wall according to relative position of the cylindrical rod* / S.M. Choi, J. Kim, M. Bang et al. // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. – 2018. – Vol. 94. – P. 61–70. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2018.03.011
10. *A 3D analytical model for orthogonal blade-vortex interaction noise* / M.E. Quaglia, T. Léonard, S. Moreau, M. Roger // *Journal of Sound and Vibration*. – 2017. – Vol. 399. – P. 104–123. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.03.023
11. *Shaeri, M.R. Analytical heat transfer model for laterally perforated-finned heat sinks* / M.R. Shaeri, R.W. Bonner // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2019. – Vol. 131. – P. 1164–1173. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.11.138

12. Analytical solution to heat transfer in compressible laminar flow in a flat minichannel / C. Bao, Z. Jiang, X. Zhang, J.T.S. Irvine // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2018. – Vol. 127. – P. 975–988. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.084
13. Verstraete, D. Impact of heat transfer on the performance of micro gas turbines / D. Verstraete, C. Bowkett // *Applied Energy*. – 2015. – Vol. 138. – P. 445–449. DOI: 10.1016/j.apenergy.2014.10.075
14. Rannie, W.D. Heat transfer in turbulent shear flow / W.D. Rannie // *J. Aeronaut. Sci.* – 1956. – Vol. 23. – P. 485–489.
15. Stechman, R.C. Design criteria for film cooling for small liquid-propellant rocket engines / R.C. Stechman, J. Oberstone, J.C. Howell // *J. Spacecr. Rocket*. – 1969. – Vol. 6. – P. 97–102.
16. Bartz, D.R. A simple equation for rapid estimation of rocket nozzle convective heat transfer coefficients / D.R. Bartz // *Jet. Propuls. ARS J.* – 1957. – Vol. 27. – P. 49–51.
17. Романенко, П.Н. Тепломассообмен и трение при градиентном течении жидкостей / П.Н. Романенко. – М.: Энергия, 1971. – 568 с.
18. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
19. Shine, S.R. Review on film cooling of liquid rocket engines / S.R. Shine, S.S. Nidhi // *Propulsion and Power Research*. – 2018. – Vol. 7 (1). – P. 1–18. DOI: 10.1016/j.jprr.2018.01.004
20. Кейс, В.М. Конвективный тепло- и массообмен: пер. с англ. / В.М. Кейс. – М.: Энергия, 1972. – 448 с.
21. Кишкин, А.А. Локальная теплоотдача в граничных условиях турбомашин / А.А. Кишкин, А.А. Зуев, В.П. Леонов // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. – 2015. – № 1 (658). – С. 3–10.
22. Chapman, D.R. Measurements of turbulent skin friction on cylinders in axial flow at subsonic and supersonic velocities / D.R. Chapman, R.H. Kester // *JAS*. – 1953. – Vol. 20. – P. 441–448.
23. Shevchuk, I.V. *Convective Heat and Mass Transfer in Rotating Disk Systems* / I.V. Shevchuk. – Springer, 2009. – 235 p.
24. Дорфман, Л.А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел / Л.А. Дорфман. – М.: Физматгиз, 1960. – 260 с.
25. Owen, J.M. *Flow and heat transfer in rotating disc systems. Rotor-stator systems* / J.M. Owen, R.H. Rogers. – Taunton: Research Studies Press, 1989. – 302 p.

Зуев Александр Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Двигатели летательных аппаратов», Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, dla2011@inbox.ru.

Пиунов Валерий Юрьевич, кандидат технических наук, заместитель директора АО «КБ химического машиностроения имени А.М. Исаева» – филиал АО «ГКНПЦ имени М.В. Хруничева», г. Королев, Московская область, piunovdm@gmail.com.

Назаров Владимир Павлович, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Двигатели летательных аппаратов», Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, nazarov@sibsau.ru.

Арнольд Анна Анатольевна, начальник бюро спецсоединителей, приборов и пультов аппаратуры, АО «Красноярский машиностроительный завод», г. Красноярск, dla2011@inbox.ru.

Поступила в редакцию 18 марта 2019 г.

DETERMINATION OF THE LOCAL HEAT TRANSFER COEFFICIENT USING THE MODEL OF THE TEMPERATURE BOUNDARY LAYER WITH THE CONVECTIVE COMPONENT IN THE ROTATION CAVITIES OF THE LRE TURBOPUMP

A.A. Zuev¹, *dla2011@inbox.ru*,
V.U. Piunov², *piunovdm@gmail.com*,
V.P. Nazarov¹, *nazarov@sibsau.ru*,
A.A. Arngold³, *dla2011@inbox.ru*

¹*Siberian State University of Science and Technology named after M.F. Reshetnev, Krasnoyarsk, Russian Federation,*

²*A.M. Isayev Chemical Engineering Design Bureau – branch of Hrunichev State Research and Production Space Center, Korolyov, Moscow Region, Russian Federation,*

³*JSC “Krasnoyarsk machine-building plant”, Krasnoyarsk, Russian Federation*

An important research task is to take into account the features of heat transfer in turbine settings of turbopump units (TPU) of liquid rocket engines (LRE). The problem of heat transfer flow, including rotational flows in the elements of turbine settings of TPU LRE, is solved using the following approaches: numerical methods, analytical joint solution of equations of motion and energy, and using of empirical equations. Heat transfer significantly affects the performance characteristics of TPU LRE.

When designing the turbine settings of LRE assemblies and units, it is important to take into account the effect of heat transfer and, thus, the temperature of the working fluid flow along the length of the flow track. This is due to the fact that viscosity directly depends on temperature and determines the losses and flow pattern.

Slight heating of the working fluid can lead to boiling of its components and loss of performance characteristics in supply units, especially when using cryogenic components of fuel. On the other hand, insufficient (unplanned) temperature of a component in the turbine setting leads to increased viscosity of some working fluids (for example, gel-like components), and thus to reduced efficiency of the unit.

When studying the problem of rotational flows with heat transfer, it is necessary to solve the joint equations of motion and energy in the boundary conditions of LRE turbine settings, taking into account the theory of spatial boundary layer.

Heat transfer processes in power plants are in many ways similar, but there are certain differences in the analysis and derivation of heat transfer equations for the LRE boundary conditions. The main differences are as follows: extremely high values of heat flows, temperatures, and pressures; high flow velocities; initial turbulent state of the flows in the core; possible gaseous and liquid state of working fluids; surface curvature effects.

Using an analytical approach, we defined the equations for calculating local heat transfer coefficients in the form of Stanton criteria for the most important cases of flow in rotational cavities of TPU LRE. We obtained the local heat transfer coefficients for straight flow, rotational flows realized in the cavities between the impeller and the turbine casing and the centrifugal pump (solid state flow), in the inlet and outlet devices (free vortex). The obtained analytical expressions for the local heat transfer coefficients are consistent with the results of other author's studies and may be applied in calculating the characteristics of an LRE turbopump track.

Keywords: temperature boundary layer, heat transfer coefficient, integral ratio of the energy equation, turbine settings of turbopump units.

References

1. Li Z., Zou Z., Yao L., Fu C., Bian L., Zhang W. Aerodynamic Design Method of Micro-Scale Radial Turbines Considering the Effect of Wall Heat Transfer. *Applied Thermal Engineering*, 2018, vol. 138, pp. 94–109. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.04.051
2. Chen Y., Wei H., Zu Y.Q. Experimental Study on the Conjugate Heat Transfer of Double-wall Turbine Blade Components with/without Pins. *Thermal Science and Engineering Progress*, 2018, vol. 8, pp. 448–456. DOI: 10.1016/j.tsep.2018.09.010
3. Mobtil M., Bougeard D., Russeil S. Experimental Study of Inverse Identification of Unsteady Heat Transfer Coefficient in a Fin and Tube Heat Exchanger Assembly. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, vol. 125, pp. 17–31. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.028
4. Burke R.D., Vagg C.R.M., Chalet D., Chesse P. Heat Transfer in Turbocharger Turbines Under Steady, Pulsating and Transient Conditions. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2015, vol. 52, pp. 185–197. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.01.004
5. Fadl M., Stein P., He L. Full Conjugate Heat Transfer Modelling for Steam Turbines in Transient Operations. *International Journal of Thermal Sciences*, 2018, vol. 124, pp. 240–250. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.10.025
6. Winkler S., Weigand B., Ligrani P. Flow Structure and Surface Heat Transfer from a Turbine Component Endwall Contoured Using the Ice Formation Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, vol. 120, pp. 895–908. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.12.028
7. Liu J., Hussain S., Wang L., Xie G., Sundén B. Effects of a Pocket Cavity on Heat Transfer and Flow Characteristics of the Endwall with a Bluff Body in a Gas Turbine Engine. *Applied Thermal Engineering*, 2018, vol. 143, pp. 935–946. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.08.020
8. Park J.S., Choi W. Heat and Mass Transfer Characteristics on the First-Stage Gas Turbine Blade under Unsteady Wake Flow. *International Journal of Thermal Sciences*, 2019, vol. 138, pp. 314–321. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2019.01.008
9. Choi S.M., Kim J., Bang M., Kim J., Cho H.H. Effect of the Wake on the Heat Transfer of a Turbine Blade Endwall According to Relative Position of the Cylindrical Rod. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2018, vol. 94, pp. 61–70. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2018.03.011
10. Quaglia M.E., Léonard T., Moreau S., Roger M. A 3D Analytical Model for Orthogonal Blade-Vortex Interaction Noise. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, vol. 399, pp. 104–123. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.03.023
11. Shaeri M.R., Bonner R.W. Analytical Heat Transfer Model for Laterally Perforated-Finned Heat Sinks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019, vol. 131, pp. 1164–1173. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.11.138
12. Bao C., Jiang Z., Zhang X., Irvine J.T.S. Analytical Solution to Heat Transfer in Compressible Laminar Flow in a Flat Minichannel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, vol. 127, pp. 975–988. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.084
13. Verstraete D., Bowkett C. Impact of heat transfer on the performance of micro gas turbines. *Applied Energy*, 2015, vol. 138, pp. 445–449. DOI: 10.1016/j.apenergy.2014.10.075
14. Rannie W.D. Heat Transfer in Turbulent Shear Flow. *J. Aeronaut. Sci.*, 1956, vol. 23, pp. 485–489.
15. Stechman R.C., Oberstone J., Howell J.C. Design Criteria for Film Cooling for Small Liquid-Propellant Rocket Engines. *J. Spacecr. Rocket.*, 1969, vol. 6, pp. 97–102.
16. Bartz D.R. A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients. *Jet. Propuls. ARS J.*, 1957, vol. 27, pp. 49–51.
17. Romanenko P.N. *Teplomassoobmen i treniye pri gradiyentnom techenii zhidkostey* [Heat and mass transfer and friction at gradient flow of liquids]. Moscow, Energy Publ., 1971. 568 p.
18. Shlikhting G. *Teoriya pogrannichnogo sloya* [The theory of the boundary layer]. Moscow, Science Publ., 1974. 712 p.
19. Shine S.R., Nidhi S.S. Review on Film Cooling of Liquid Rocket Engines. *Propulsion and Power Research*, 2018, vol. 7 (1), pp. 1–18. DOI: 10.1016/j.jprr.2018.01.004
20. Keys V.M. *Konvektivnyy teplo- i massoobmen* [Convective heat and mass transfer]. Moscow, Energy Publ., 1972. 448 p.

Расчет и конструирование

21. Kishkin A.A., Zuev A.A., Leonov V.P. [Local heat transfer in the boundary conditions of turbomachines]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye*, 2015, no. 1 (658), pp. 3–10. (in Russ.)
22. Chapman D.R., Kester R.H. Measurements of Turbulent Skin Friction on Cylinders in Axial Flow at Subsonic and Supersonic Velocities. *JAS*, 1953, vol. 20, pp. 441–448.
23. Shevchuk I.V. Convective Heat and Mass Transfer in Rotating Disk Systems. *Springer*, 2009. 235 p.
24. Dorfman L.A. *Gidrodinamicheskoye soprotivleniye i teplootdacha vrashchayushchikhsya tel* [Hydrodynamic resistance and heat transfer of rotating bodies]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960. 260 p.
25. Owen J.M., Rogers R.H. *Flow and heat transfer in rotating disc systems. Rotor-stator systems*. Taunton: Research Studies Press, 1989. 302 p.

Received 18 March 2019

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Определение локального коэффициента теплоотдачи с использованием модели температурного пограничного слоя с конвективной составляющей в полостях вращения ТНА ЖРД / А.А. Зуев, В.Ю. Пиунов, В.П. Назаров, А.А. Арнольд // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2019. – Т. 19, № 2. – С. 30–44. DOI: 10.14529/engin190203

FOR CITATION

Zuev A.A., Piunov V.U., Nazarov V.P., Arngold A.A. Determination of the Local Heat Transfer Coefficient Using the Model of the Temperature Boundary Layer with the Convective Component in the Rotation Cavities of the LRE Turbopump. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 30–44. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin190203
