

## ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ СИЛЫ РЕЗАНИЯ НА РЕЗЦАХ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ РЕЗАНИЯ

Т.С. Филиппова<sup>1</sup>, Г.Д. Таженова<sup>1</sup>, В.Ф. Михайлов<sup>1</sup>, В.А. Филиппова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Карагандинский государственный технический университет, г. Караганда, Республика Казахстан,

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Одной из важнейших задач в области машиностроения является увеличение ресурса, повышение надежности и долговечности при одновременном снижении металлоемкости машин, оборудования и металлоконструкций. Центральное место в решении этой проблемы занимает создание современных методов расчета, позволяющих определить технически рациональные показатели надежности и долговечности. Для горных комбайнов характерным является существенное расхождение расчетных и реальных нагрузок, поэтому задача уточнения нагрузок на режущем инструменте исполнительного органа и придания им вероятностного характера является актуальной. Для определения нагрузок необходимо знать свойства горного массива как объекта разрушения режущим инструментом и закономерности формирования нагрузок на резцах. Разрушение горного массива исполнительными органами горных машин представляет сложный динамический процесс, имеющий вероятностный характер, поэтому необходимо дальнейшее развитие методов определения нагрузок на режущем инструменте с целью придания им вероятностного характера. Целью работы является разработка вероятностной модели силы резания, позволяющей более адекватно, по сравнению с известными методами, оценить реальную нагруженность режущего инструмента и элементов исполнительного органа. В статье модель силы резания представлена в виде аддитивных составляющих. В основе построения вероятностных моделей используются закономерности пространственно-временной изменчивости – сопротивляемости угля резанию, проявляющиеся при перемещении комбайна, и циклического характера процесса разрушения, проявляющиеся при движении резца. Вероятностной моделью первой составляющей является элементарный случайный процесс. Вероятностной моделью второй составляющей является высокочастотный узкополосный случайный процесс, аналитическое представление которого производится с помощью неканонического спектрального разложения случайных процессов. Уточнение основной вероятностной характеристики сопротивляемости угля резанию – закона распределения вероятностей – достигается использованием высших моментов распределения. Разработанная вероятностная модель силы резания позволяет ввести в прочностные расчеты фактор времени – условие, необходимое для расчетов на усталостную долговечность.

*Ключевые слова:* математическая модель, исполнительный орган, усилие резания, сопротивляемость угля резанию.

### Введение

Вопросы расчета деталей машин на прочность и усталостную долговечность постоянно находятся в центре внимания специалистов, занимающихся проектированием в машиностроении [1, 2]. Исходными данными при проектировании являются: модель материала и формы детали, модель разрушения и модель нагружения. Практика расчетов и проектирования горных комбайнов показывает, что расчетные нагрузки на инструменте и элементах исполнительного органа существенно отличаются от реальных, получаемых из эксперимента, поэтому определение нагрузок является актуальной научно-технической задачей. Горные машины работают в тяжелых динамических

условиях, нагрузки имеют стохастический характер, поэтому необходимо дальнейшее развитие методов определения нагрузок и придание им вероятностного характера.

Основой для разработки вероятностного метода расчета силы резания явились анализ и обобщение результатов по исследованию горного массива как объекта разрушения режущим инструментом и формированию нагрузок на резцах исполнительного органа.

### 1. Расчетная модель

Нагрузка на режущий инструмент и элементы исполнительного органа обусловлена двумя факторами; пространственно-временной изменчивостью прочностных свойств горного массива как объекта разрушения режущим инструментом и циклическим характером разрушения по мере движения режущего инструмента. Характеристикой горного массива как объекта разрушения является показатель сопротивляемости угля и горных пород резанию [3–6]. Были проанализированы методы определения свойств угольных пластов как объектов разрушения. В принятых методиках не учитывается стохастическое распределение механических свойств горных пород в пространстве, так как в качестве основного был принят забойный метод оценки сопротивляемости с помощью специальных приборов ДКС и СДМ [7, 8]. Пространственно-временная изменчивость показателя сопротивляемости выполнена с применением методов изучения случайных величин; причем в качестве математической модели сопротивляемости угля резанию была принята случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону. Однако обработка экспериментальных данных исследования сопротивляемости резанию, полученных на различных угольных пластах, показала, что эмпирические распределения вероятностей отличны от нормального распределения (проявляются свойства асимметрии и эксцессивности).

Нормальный закон распределения использует лишь первые моменты распределения – математическое ожидание и дисперсию. Производим уточнение основной вероятностной характеристики сопротивляемости угля резанию – закона распределения вероятностей – путем использования высших моментов распределения ( $\mu, \nu > 2$ ) [9]. В этом случае разложение представляется рядом Грама–Шарлье, которое описано во многих работах [10–12]. По экспериментальным данным [7] была построена эмпирическая плотность распределения сопротивляемости угля резанию, которая была аппроксимирована отрезком ряда Грама–Шарлье (рис. 1). В качестве меры расхождения между эмпирической плотностью и аппроксимирующей кривой рассчитывалась величина

$$\xi = \sum_{i=1}^m \frac{\left\{ \left[ \varphi_A^*(x_{i+1}) - \varphi_A^*(x_i) \right] - \left[ \varphi_A(x_{i+1}) - \varphi_A(x_i) \right] \right\}^2}{\varphi_A(x_{i+1}) - \varphi_A(x_i)}, \quad (1)$$

где  $\varphi_A^*(x_i)$  – эмпирическая плотность распределения;  $\varphi_A(x_i)$  – аппроксимирующая функция.

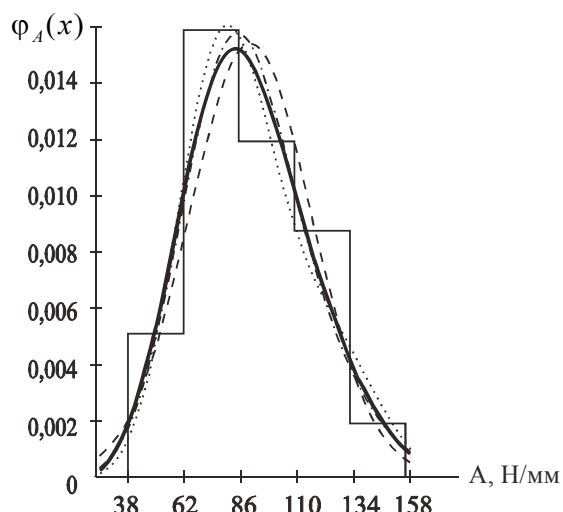
Результаты аппроксимации помещены в таблицу.

Результаты аппроксимации

Величина $\xi$			
Нормальная плотность распределения	В ряду удержан один член	В ряду удержано два члена	В ряду удержано три члена
0,001815	0,001435	0,001098	0,001196

Из таблицы следует, что в разложении ряда достаточно удерживать два члена разложения, учитывающие асимметрию  $\left( \frac{\mu_{3A}}{\sigma_A^3} \right)$  и эксцессивные свойства  $\left( \frac{\mu_{4A}}{\sigma_A^4} - 3 \right)$ .

Были также проанализированы методы определения силы резания. При резании на установке ДКС измеряется сила, приходящаяся на 1 мм толщины среза при резании с поверхности забоя инструментом заданной геометрии. Экспериментальные исследования подтвердили линейную зависимость между силой резания  $P_Z$  и толщиной стружки  $h$  [7], эта зависимость была использована при разработке ОСТ [13]. Для определения силы резания на резце исполнительного органа конкретной горной машины использовалась та же формула, в которую были введены в виде про-



изведения коэффициенты, учитывающие свойства разрушаемого массива, параметры режущего инструмента и параметры схемы резания. По ОСТ определяется среднее значение силы резания и подачи на исполнительных органах.

Рис. 1. Аппроксимация эмпирической плотности распределения сопротивления угля резанию отрезком Грама-Шарлье: ..... нормальная плотность распределения; - . - . - в ряду удержан один член; \_\_\_\_\_ в ряду удержано два члена; ..... в ряду удержано три члена

В дальнейшем при построении вероятностной модели силы резания используется линейная зависимость, отражающая влияние на величину силы пространственно-временной изменчивости сопротивления угля резанию [14]:

$$P_Z = A\Phi_h, \quad (2)$$

где  $A$  – сопротивление угля резанию, рассматриваемая как случайная величина;  $\Phi_h = K_\Sigma K_h$ ;  $K_h$  – произведение величин, зависящих от толщины стружки;  $K_\Sigma$  – произведение величин, не зависящих от толщины стружки.

Процесс разрушения горного массива режущим инструментом носит циклический характер, выражающийся в последовательном отделении элементов среза. Причем амплитуда и частота циклов изменяются случайным образом. Ранее выполненными исследованиями изучен механизм разрушения массива режущим инструментом, однако зависимости, определяющие амплитуду и частоту циклов разрушения, не установлены.

## 2. Расчетные зависимости

Исходя из вышеизложенного, модель силы резания можно представить в виде аддитивных составляющих

$$P_{Z\Sigma} = P_Z + \Delta\tilde{P}_Z, \quad (3)$$

где  $P_Z$  – составляющая, формируемая вследствие изменения сопротивления угля резанию в пространстве горного массива;  $\Delta\tilde{P}_Z$  – составляющая, формируемая вследствие циклического характера процесса разрушения угля режущим инструментом.

Вероятностной моделью составляющей силы резания, формируемой вследствие пространственно-временной изменчивости механических свойств, является элементарный случайный процесс. В качестве одного из сомножителей модели выступает случайная величина – сопротивление угля резанию и представляет собой низкочастотный случайный процесс.

Вероятностной моделью составляющей силы резания, формируемой вследствие автоколебательного характера циклического разрушения угля (горных пород), является высокочастотный узкополосный случайный процесс, аналитическое представление которого производится с помощью неканонического спектрального разложения случайных процессов.

Вследствие значительной величины радиуса корреляции стохастической изменчивости сопротивления угля резанию составляющие силы резания рассматриваются как независимые случайные процессы и их изучение может выполняться отдельно. Вероятностные характеристики  $P_{Z\Sigma}$  (3) находим путем сложения некоррелированных случайных процессов [15, 16].

## 3. Экспериментальные исследования

Для построения вероятностной модели силы резания для исполнительных органов, осуществляющих резание с переменной толщиной и постоянной шириной стружки ( $h = \text{var}, t = \text{const}$ ), вначале рассмотрим экспериментальные данные по силе резания на установке ДКС. На рис. 2

изображена реализация силы резания на резце установки ДКС. Методом скользящей средней получена реализация низкочастотной составляющей силы резания  $P_Z(t)$ , затем путем вычитания из исходной реализации низкочастотной составляющей получена реализация высокочастотной составляющей  $\Delta P_Z(t)$ . Разделение реализации усилия резания на резце установки ДКС на низко- и высокочастотные составляющие подтверждает качественную адекватность представления  $P_{Z\Sigma}(t)$  в виде аддитивных составляющих.

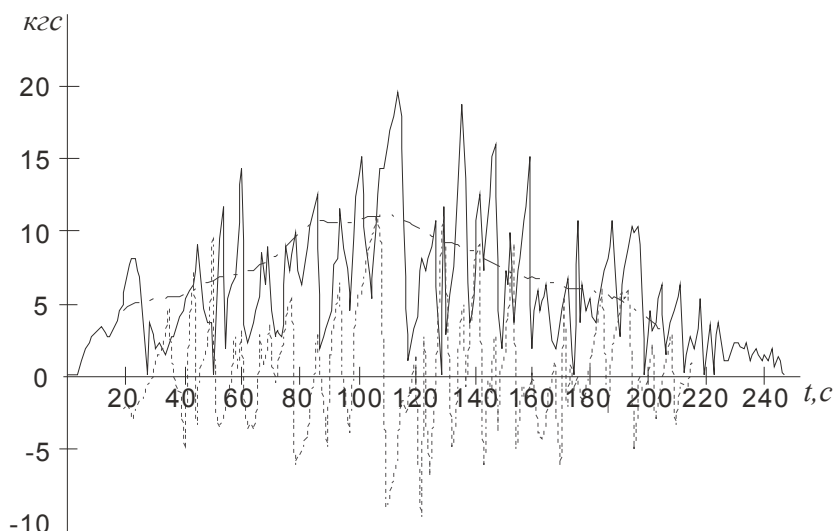


Рис. 2. Разделение реализаций силы резания на составляющие:  
—— суммарное усилие  $P_Z$ ; — · — · — низкочастотная составляющая  $P_Z(t)$ ;  
..... высокочастотная составляющая  $\Delta P_Z(t)$

Вероятностная модель силы резания для исполнительного органа, исходя из анализа реализации полученной на установке ДКС, будет зависеть от времени  $\tilde{P}_{Z\Sigma}(t) = \tilde{P}_Z(t) + \Delta\tilde{P}_Z(t)$ .

В формуле  $P_Z$ , приведенной в [13], обозначим произведение величин, не зависящих от толщины стружки  $K_\Sigma$ , а зависящих от толщины стружки  $K_h$ . При резании с переменной толщиной стружки величина  $h$ , будет представлять некоторую функцию времени, описывающую изменение толщины стружки —  $h = h(t)$  [14]. Тогда  $K_h$  будет представлять собой сложную функцию аргумента  $t$

$$\Phi(t) = K_h [h(t)]. \quad (4)$$

Функция  $h(t)$ , описывающая изменение толщины стружки, зависит от конкретного вида исполнительного органа. Составляющие  $\tilde{P}_Z(t)$  и  $\Delta\tilde{P}_Z(t)$  также, как и в случае резания с постоянными параметрами, можно рассматривать независимо. Введем обозначение  $\tilde{\Phi}(t) = K_\Sigma \Phi(t)$ , тогда составляющую  $\tilde{P}_Z(t)$  можно представить в виде

$$\tilde{P}_Z(t) = \tilde{\Phi}(t) A. \quad (5)$$

Были найдены вероятностные характеристики  $\tilde{P}_Z(t)$ :

математическое ожидание

$$m_{\tilde{P}_Z}(t) = M[\tilde{P}_Z(t)] = M[\tilde{\Phi}(t) A] = \tilde{\Phi}(t) \bar{A}, \quad (6)$$

где  $M$  — оператор математического ожидания;

дисперсия

$$\sigma_{\tilde{P}_Z}^2(t) = \sigma_A^2 \tilde{\Phi}^2(t), \quad (7)$$

где  $\sigma_A^2$  — дисперсия сопротивляемости углю резанию;

корреляционная функция

$$K_{\tilde{P}_Z}(t_1, t_2) = \tilde{\Phi}(t_1)\tilde{\Phi}(t_2)\sigma_A^2. \quad (8)$$

Так как (6), (7) зависят от времени, а (8) является функцией двух переменных, то случайная функция, выступающая в качестве математической модели (5) одиночным резцом, будет нестационарной. Найденные вероятностные характеристики (6)–(8) представляют моментные функции составляющей силы резания (5).

Более информативной вероятностной характеристикой  $\tilde{P}_Z(t)$ , по сравнению с моментными функциями, будет закон распределения вероятностей. Поэтому задача определения закона распределения  $\tilde{P}_Z(t)$  совпадает с задачей определения закона распределения функций от случайной величины [17]. Одномерный дифференциальный закон распределения составляющей  $\tilde{P}_Z(t)$

$$\varphi_{\tilde{P}_Z}(y, t) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{P}_Z}(t)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[y - m_{\tilde{P}_Z}(t)]^2}{2\sigma_{\tilde{P}_Z}^2(t)}} \left[ 1 + \sum_{k=3}^N \frac{1}{k!} \frac{b_k}{\sigma_A^k} H_k \left( \frac{y - m_{\tilde{P}_Z}(t)}{\sigma_{\tilde{P}_Z}(t)} \right) \right]. \quad (9)$$

Функция  $\tilde{\Phi}(t)$  вычисляется для каждого конкретного вида исполнительного органа. В качестве вероятностной модели составляющей  $\Delta\tilde{P}_Z(t)$  принят узкополосный случайный процесс

$$\Delta\tilde{P}_Z(t) = h(t)\Delta P_Z(t), \quad (10)$$

где  $\Delta P_Z(t)$  – высокочастотная составляющая силы резания на резце при резании с постоянными параметрами.

В соответствии с методом, изложенным в [15], и учитывая, что в роли неслучайного коэффициента выступает функция  $h(t)$ , получаем плотность распределения составляющей (10)

$$\varphi_{\Delta\tilde{P}_Z}(y, t) = \frac{1}{\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}(t)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t)}}. \quad (11)$$

Неканоническое спектральное разложение позволило использовать метод статистических испытаний для получения на ЭВМ реализаций составляющей  $\Delta\tilde{P}_Z(t)$  [18–21]

$$\Delta\tilde{P}_Z(t) = h(t)C \cos(\omega t + \phi) = \tilde{C}(t) \cos(\omega t + \phi). \quad (12)$$

Исходным материалом для формирования случайной величины  $\tilde{C}$  и  $\omega$  служат равномерно распределенные в интервале (0,1) случайные числа, вырабатываемые на ЭВМ программным датчиком:

$$\tilde{C}_i = h(t)\sigma_{\Delta P_Z}(t)\sqrt{-2\ln(1-\gamma_i)}; \quad \omega_i = \frac{\lambda_0 t g 2\gamma_i \pi}{2}. \quad (13)$$

Значения  $h(t)$  и  $\cos(\omega_i t + \phi)$  вычисляются в точках  $t_n = n\Delta t$ ;  $n = 0, 1, 2, \dots$ , где  $\Delta t$  – интервал дискретизации.

Зная вероятностные характеристики  $\tilde{P}_Z(t)$  (6)–(9) и  $\Delta\tilde{P}_Z(t)$  (11), находим вероятностные характеристики суммарной силы резания  $\tilde{P}_{Z\Sigma}(t)$ .

Так как  $\Delta\tilde{P}_Z(t)$  центрированный случайный процесс, то математическое ожидание  $\tilde{P}_{Z\Sigma}(t)$  вычисляется по формуле

$$M[\tilde{P}_{Z\Sigma}(t)] = M[\tilde{P}_Z(t)] = M[\tilde{\Phi}(t)A] = \tilde{\Phi}(t)\bar{A}; \quad (14)$$

дисперсия

$$\sigma_{\tilde{P}_{Z\Sigma}}^2(t) = \sigma_{\tilde{P}_Z}^2(t) + \sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t) = \tilde{\Phi}^2(t)\sigma_A^2 + h^2(t)\sigma_{\Delta P_Z}^2; \quad (15)$$

корреляционная функция

$$K_{\tilde{P}_{Z\Sigma}}(t_1, t_2) = \tilde{\Phi}(t_1)\tilde{\Phi}(t_2)\sigma_A^2 + h(t_1)h(t_2)K_{\Delta P_Z}(t_1, t_2). \quad (16)$$

Вероятностные характеристики суммарной силы резания  $\tilde{P}_{Z\Sigma}(t)$  (14)–(16) зависят, в отличие от резания с постоянными параметрами, от времени. Ограничившись в разложении  $k = 3$  и  $k = 4$ , получим окончательную формулу плотности распределения суммарной силы резания  $\tilde{P}_{Z\Sigma}(t)$

$$\varphi_{\tilde{P}_{Z\Sigma}}(z, t) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\tilde{P}_Z}(t)\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}(t)} \sqrt{\frac{\pi}{D_1}} e^{-\frac{D_1 D_3 - D_2^2}{D_1}} \left\{ 1 + \frac{1}{3!} \frac{b_3}{\sigma_A^3} \left[ H_3\left(\frac{q}{p}\right) + \frac{3}{2p} H_1\left(\frac{q}{p}\right) \right] + \frac{1}{4!} \frac{b_4}{\sigma_A^4} \left[ H_4\left(\frac{q}{p}\right) + \frac{3}{p} H_2\left(\frac{q}{p}\right) + \frac{3}{4p^2} \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\text{где } D_1 = D_1(t) = \frac{p}{\sigma_{\tilde{P}_Z}^2(t)}; \quad D_2 = D_2(z, t) = \frac{m_{\tilde{P}_Z}(t)}{2\sigma_{\tilde{P}_Z}^2(t)} + \frac{1}{2\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t)} z;$$

$$D_3 = D_3(z, t) = \frac{m_{\tilde{P}_Z}^2(t)}{2\sigma_{\tilde{P}_Z}^2(t)} + \frac{1}{2\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t)} z^2; \quad p = p(t) \frac{\sigma_{\tilde{P}_{Z\Sigma}}^2(t)}{2\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t)};$$

$$q = q(z, t) = \frac{m_{\tilde{P}_Z}(t)}{2\sigma_{\tilde{P}_Z}(t)} - \frac{1}{2} \frac{m_{\tilde{P}_Z}(t)\sigma_{\tilde{P}_{Z\Sigma}}^2(t)}{2\sigma_{\tilde{P}_Z}(t)\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t)} + \frac{\sigma_{\tilde{P}_Z}(t)}{2\sigma_{\Delta\tilde{P}_Z}^2(t)} z;$$

$$H_4 = H_4(z, t) = \left(\frac{q(z, t)}{p(t)}\right)^4 - 6\left(\frac{q(z, t)}{p(t)}\right)^2 + 3; \quad H_1 = H_1(z, t) = \frac{q(z, t)}{p(t)};$$

$$H_3 = H_3(z, t) = \left(\frac{q(z, t)}{p(t)}\right)^3 - 3\frac{q(z, t)}{p(t)}; \quad H_2 = H_2(z, t) = \left(\frac{q(z, t)}{p(t)}\right)^2 - 1.$$

#### 4. Сравнение результатов

С помощью формулы (17) были построены графики плотности распределения силы резания на резце, рассчитанные через каждые 0,249 с, по данным экспериментального исследования нагрузок на резцах исполнительного органа комбайна «Караганда 7/15». Среднее значение сопротивления силвинита  $\bar{A} = 267$  Н/мм; среднеквадратическое отклонение  $\sigma_A = 52,4$  Н/мм;  $\frac{b_3}{\sigma_A^3} = 4,48$ ;  $\frac{b_4}{\sigma_A^4} = 0,295$ . Построенные графики подтверждают качественную адекватность изменения распределения силы резания по мере движения резца (рис. 3).

Для исполнительных органов, осуществляющих резание с переменной шириной и постоянной толщиной стружки ( $h = \text{const}$ ,  $t = \text{var}$ ), были также найдены вероятностные характеристики: математическое ожидание, дисперсия, плотность распределения. Такое резание производится резцами, установленными на фрезерующих торцевых (корончатых) исполнительных органах.

Представим, как и раньше,  $P_{Z\Sigma}(\tau)$  (18) в виде двух низкочастотной  $P_Z(\tau)$  и высокочастотной  $\Delta P_Z(\tau)$  составляющих:

$$P_{Z\Sigma}(\tau) = P_Z(\tau) + \Delta P_Z(\tau). \quad (18)$$

Для определения составляющей  $P_Z(\tau)$  обратимся к формуле определения силы резания, приведенной в ОСТ [13]. Из всех коэффициентов только коэффициент обнажения забоя  $K_3$  зависит от ширины стружки. Величина  $K_3$  в этом случае будет зависеть от режима резания: величина ширины стружки больше или меньше оптимального значения.

При постоянных значениях скорости подачи и скорости резания ширина стружки будет представлять функцию времени  $\tau$ . Учитывая это, введем функцию

$$T(\tau) = \psi[t(\tau)], \quad (19)$$

т. е. функция  $\psi[t(\tau)]$  будет представлять собой сложную функцию времени  $\tau$ .

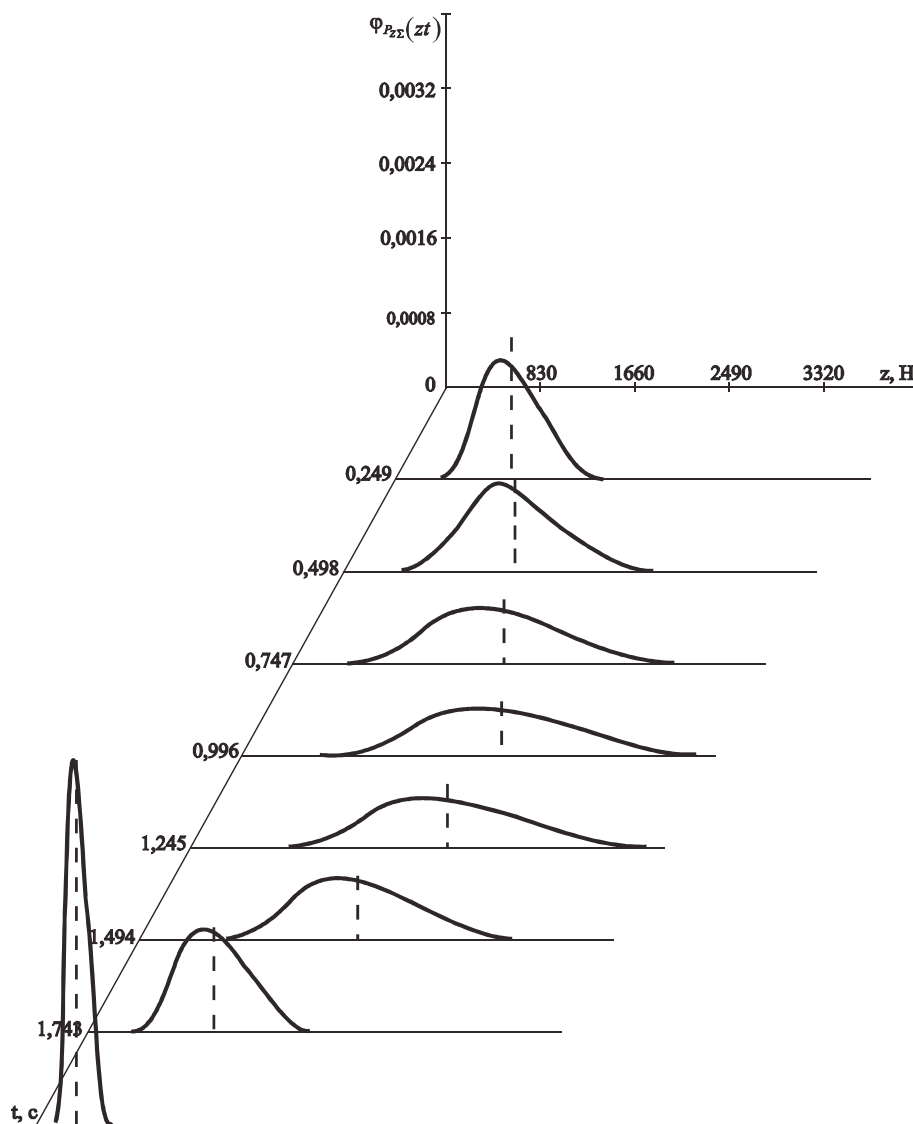


Рис. 3. Плотности распределения силы резания на резце

Теперь составляющая силы резания может быть представлена в виде

$$P_Z(\tau) = K_{\Sigma} T(\tau) A, \quad (20)$$

или, вводя обозначение

$$K_{\Sigma} T(\tau) = \tilde{T}(\tau), \quad (21)$$

окончательно можем записать

$$P_Z(\tau) = \tilde{T}(\tau) A. \quad (22)$$

Таким образом, при резании с переменной шириной стружки, как и в общем случае при резании с переменной толщиной, в качестве модели низкочастотной составляющей может быть принят элементарный случайный процесс. Основные вероятностные характеристики низкочастотной составляющей определяются по формулам, полученным при резании с переменной толщиной стружки, в которых неслучайная функция  $\tilde{\Phi}(\tau)$  заменяется функцией  $\tilde{T}(\tau)$ .

### Выводы

1. Математическая модель силы резания представляется в виде двух низкочастотной (вследствие пространственно-временной изменчивости сопротивляемости угля резанию) и высокочастотной составляющих (вследствие циклического характера разрушения углей).

2. Математической моделью низкочастотной составляющей является элементарный случайный процесс, представляющий произведение случайной величины – сопротивляемости горного

массива резанию и неслучайной функции (неслучайной величины), описывающей изменение толщины стружки.

3. Совокупность нелинейного звена (разрушаемого массива) и колебательной системы привода исполнительного органа образуют замкнутую динамическую систему, в которой устанавливаются автоколебания. В силу стохастического характера изменения сопротивляемости угля резанию изменения амплитудного значения силы резания и частоты сколов носят случайный характер. Эти закономерности автоколебательного характера формируют высокочастотную составляющую силы резания как узкополосный случайный процесс.

4. Разработанные вероятностные модели силы резания позволяют ввести в прочностные расчеты фактор времени – условие, необходимое для расчетов на усталостную долговечность.

### Литература

1. Zhao, L. *Thin seam shearer reliability analysis under complex coal seam occurrence conditions* / L. Zhao, J. Lan, M. Qiao // *Jixie Qiangdu Journal of Mechanical Strength*. – 2016. – Vol. 38, No. 1. – P. 80–86. DOI: 10.16579/j.issn.1001.9669.2016.01.016

2. *Design of mining machine parts in view of fatigue life* / T. Hapla, J. Fries, I. Onderkova, T. Neumann // *International Multidisciplinary Scientific Geo Conference Surveying Geology and Mining Ecology Management (SGEM)*. – 2015. – Vol. 3 (1). – P. 195–202. DOI: 10.5593/SGEM2015/B13/S3.026

3. Eltyshev, V.A. *The effect of wear rate with respect to height of cutting tool on components of resistance force to cutting during ripping of congealed materials* / V.A. Eltyshev, P.S. Chudinov, Y.A. Barykin // *World Applied Sciences Journal*. – 2013. – Vol. 23 (9). – P. 1212–1216. DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.23.09.13134

4. Hao, Z. *The finite element simulation study on plow bit's resistance during cutting coal and rock* / Z. Hao // *Advanced Materials Research*. – 2011. – No. 228-229. – P. 1125–1128. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.228-229.1125

5. Praporgescu, G. *Design of a laboratory stand for the testing of mechanical cutting of coal and rocks* / G. Praporgescu, S. Mihăilescu // *International Multidisciplinary Scientific Geo Conference Surveying Geology and Mining Ecology Management (SGEM)*. – 2018. – Vol. 18 (1.3). – P. 239–246. DOI: 10.5593/sgem2018/1.3/S03.031

6. Hao, Z. *The simulation experiments research of plow bit cutting coal rock basing on Ls-dyna* / Z. Hao, J. Mao // *Advanced Materials Research*. – 2011. – No. 228-229. – P. 1035–1038. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.228-229.1035

7. Позин, Е.З. *Сопротивляемость углей разрушению режущими инструментами* / Е.З. Позин. – М.: Наука, 1972. – 238 с.

8. Позин, Е.З. *Разрушение углей выемочными машинами* / Е.З. Позин, В.З. Меламед, В.В. Тон. – М.: Недра, 1984. – 288 с.

9. Феллер, В. *Введение в теорию вероятностей и ее приложения* / В. Феллер – М.: Мир, 1984. – Т. 2. – 528 с.

10. Тихонов, В.И. *Статистическая радиотехника* / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 2012. – 678 с.

11. *Прикладной анализ случайных процессов* / под ред. С.А. Прохорова. – СНЦ РАН, 2007. – 582 с.

12. Skoulakis, G. *Simulation from polynomial-normal distributions* / G. Skoulakis // *Communications in Statistics: and Computation Simulating*. – 2019. – Vol. 48 (2). – P. 472–477. DOI: 10.1080/03610918.2017.1385814

13. ОСТ 12.44.258-84. *Отраслевой стандарт. Комбайны очистные. Выбор параметров и расчет сил резания и подачи на исполнительных органах. Методика*. – Донецк: Донгипроуглемаш, 1984. – 107 с.

14. Палев, П.П. *Модель усилия резания угля одиночным режущим в виде элементарной случайной функции* / П.П. Палев, Т.С. Филиппова // *Научные труды КарГТУ, Караганда*. – 1999. – Вып. 4. – С. 101–104.

15. Пугачев, В.С. *Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления* / В.С. Пугачев. – М.: Физматгиз, 1962. – 883 с.

16. Calatayud, J. *Solving random ordinary and partial differential equations through the pro-*



*bability density function: Theory and computing with applications / J. Calatayud, J.-C. Cortés, M. Jornet, A. Navarro-Quiles // Understanding Complex Systems, 2019. – P. 261–282. DOI: 10.1007/978-3-319-96755-4\_15*

17. Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные применения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: КноРус, 2016. – 448 с.

18. Чернецкий В.И. Анализ точности нелинейных систем управления / В.И. Чернецкий. – М.: Машиностроение, 1968. – 247 с.

19. Ahmed, S. Tutorial on random number generators in discrete event simulators / S. Ahmed, F. Mithun // *Simulation Technologies in Networking and Communications: Selecting the Best Tool for the Test*. – 2014. – P. 181–212. DOI: 10.1201/b17650

20. Jibladze, N. Monte Carlo application and gradient appliance for solving large scale linear programming problems: Essence and laboriousness / N. Jibladze, A. Topchishvili // *Model Assisted Statistics and Applications*. – 2014. – Vol. 9 (3). – P. 241–256. DOI: 10.3233/MAS-140296

21. Fu, H. Statistical test method for simulation results / H. Fu // *Jixie Qiangdu/Journal of Mechanical Strength*. – 2005. – Vol. 27(5). – P. 598–603.

**Филиппова Татьяна Силиньевна**, кандидат технических наук, профессор кафедры «Механика», Карагандинский государственный технический университет, г. Караганда, Республика Казахстан, confucius\_kstu@mail.ru.

**Таженова Гульзада Даулетхановна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика», Карагандинский государственный технический университет, г. Караганда, Республика Казахстан, gulzada\_2604@mail.ru.

**Михайлов Валентин Феликсович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика», Карагандинский государственный технический университет, г. Караганда, Республика Казахстан, mehkr@mail.ru.

**Филиппова Виктория Александровна**, студент факультета компьютерных технологий и информатики, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», г. Санкт-Петербург, nika\_05\_10@mail.ru.

*Поступила в редакцию 5 марта 2019 г.*

---

DOI: 10.14529/engin190308

## PROBABILITY MODEL OF CUTTING EFFORT ON THE CUTTERS OF THE EXECUTIVE BODY WITH VARIABLE CUTTING PARAMETERS

**T.S. Filippova**<sup>1</sup>, confucius\_kstu@mail.ru,

**G.D. Tazhenova**<sup>1</sup>, gulzada\_2604@mail.ru,

**V.F. Mikhailov**<sup>1</sup>, mehkr@mail.ru,

**V.A. Filippova**<sup>2</sup>, nika\_05\_10@mail.ru

<sup>1</sup>Karaganda State Technical University, Karaganda, Republic of Kazakhstan

<sup>2</sup>Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russian Federation

One of the most important problems in the field of mechanical engineering is to increase the resource, reliability and durability of machinery, equipment and metal structures while reducing specific quantity of metal. The creation of modern calculation methods for determining technically rational indicators of reliability and durability is central place to solving this problem. For mountain harvesters, the design and real loads differ, therefore the task of specifying loads in the probabilistic sense for the cutting tool of the machine's executive body is relevant. To determine the load, it is necessary to know the properties of the rock mass as an object of destruction with a cutting tool and the law of formation of loads on the cutters. The destruction of the rock mass by the executive bodies of mining machines is a complex dynamic process of a probabi-

listic nature; therefore, it is necessary to develop probabilistic methods for determining loads on the cutting tool. The aim of this work is to develop a probabilistic model of cutting effort, which allows a more adequate assessment of the actual load on the cutting tool and the elements of the executive body. In the article, the cutting force model is presented in the form of additive components. To build probabilistic models, the laws of spatial-temporal variability are used – the resistance of coal to cutting, which appear when the combine is moved, and the cyclic nature of the destruction process, which appear when the tool moves. The probabilistic model of the first component is an elementary random process. The probabilistic model of the second component is a high-frequency narrowband random process, the analytical representation of which is carried out using non-canonical spectral decomposition of random processes. Refinement of the basic probability characteristics of the resistance of coal to cutting according to the law of probability distribution is achieved by using higher moments of distribution. The developed probabilistic model of the cutting effort makes it possible to introduce the time factor into the strength calculations as a condition necessary for calculations for fatigue life.

*Keywords: mathematical model, executive body, cutting effort, coal resistance to cutting.*

### References

1. Zhao L., Lan J., Qiao M. Thin Seam Shearer Reliability Analysis Under Complex Coal Seam Occurrence Conditions. *Jixie Qiangdu/Journal of Mechanical Strength*, 2016, vol. 38 (1), pp. 80–86. DOI: 10.16579/j.issn.1001.9669.2016.01.016
2. Hapla T., Fries J., Onderkova I., Neumann T. Design of Mining Machine Parts in View of Fatigue Life. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management SGEM*, 2015, vol. 3 (1), pp. 195–202. DOI: 10.5593/SGEM2015/B13/S3.026
3. Eltyshv V.A., Chudinov P.S., Barykin Y.A. The Effect of Wear Rate with Respect to Height of Cutting Tool on Components of Resistance Force to Cutting During Ripping of Congealed Materials. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 23 (9), pp. 1212–1216. DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.23.09.13134
4. Hao Z. The Finite Element Simulation Study on Plow Bit's Resistance During Cutting Coal and Rock. *Advanced Materials Research*, 2011, no. 228–229, pp. 1125–1128. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.228-229.1125
5. Praporgescu G., Mihăilescu S. Design of a Laboratory Stand for the Testing of Mechanical Cutting of Coal and Rocks. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management SGEM*, 2018, vol. 18 (1.3), pp. 239–246. DOI: 10.5593/sgem2018/1.3/S03.031
6. Hao Z., Mao J. The Simulation Experiments Research of Plow Bit Cutting Coal Rock Basing on Ls-Dyna. *Advanced Materials Research*, 2011, no. 228–229, pp. 1035–1038. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.228-229.1035
7. Pozin E.Z. *Soprotivlyayemost' ugley razrusheniyu rezhushchimi instrumentami* [Resistance of Coals to Destruction by Cutting Tools]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 238 p.
8. Pozin E.Z., Melamed V.Z., Ton V.V. *Razrusheniye ugley vyyemochnymi mashinami* [The Destruction of Coal by Excavation Machines]. Moscow, Nedra Publ., 1984. 288 p.
9. Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostej i ee prilozheniya. T. 2.* [Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 2]. Moscow, Mir Publ., 1984. 528 p.
10. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical Radio Engineering], Moscow, Radio and communication Publ., 2012. 678 p.
11. Prohorova S.A. (Ed.) *Prikladnoj analiz sluchajnyh processov* [Applied Random Process Analysis]. *SNC RAN*, 2007. 582 p.
12. Skoulakis, G. Simulation from Polynomial-Normal Distributions. *Communications in Statistics: and Computation Simulating*, 2019, vol. 48 (2), pp. 472–477. DOI: 10.1080/03610918.2017.1385814
13. OST 12.44.258-84. *Otraslevoj standart. Kombajny ochistnye. Vybory parametrov i raschet sil rezaniya i podachi na ispolnitel'nyh organah. Metodika* [Industry Standard. Shearers Selection of Parameters and Calculation of Cutting and Feed Forces at Executive Bodies. Methodology]. Donetsk, Dongiprouglemash Publ., 107 p.
14. Palev P.P., Filippova T.S. [Model of Coal Cutting Effort With a Single Cutter in the Form of an Elementary Random Function]. *Scientific works of KarGTU*, Karaganda, 1999, iss. 4, pp. 101–104. (in Russ.)

15. Pugachev V.S. *Teoriya sluchajnykh funktsij i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [The Theory of Random Functions and Its Application to Automatic Control Problems]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 883 p.
16. Calatayud J., Cortés J.-C., Jornet M., Navarro-Quiles A. Solving random ordinary and partial differential equations through the probability density function: Theory and computing with applications. *Understanding Complex Systems*, 2019, pp. 261–282. DOI: 10.1007/978-3-319-96755-4\_15
17. Wentzel E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchaynykh protsessov i yeye inzhenernyye primeneniya* [The Theory of Random Processes and Its Engineering Applications]. Moscow, KnoRus Publ., 2016. 448 p.
18. Chernetsky V.I. *Analiz tochnosti nelineynykh sistem upravleniya* [Analysis of the Accuracy of Nonlinear Control Systems]. Moscow, Machinery engineering Publ., 1968. 247 p.
19. Ahmed S., Mithun F. Tutorial on Random Number Generators in Discrete Event Simulators. *Simulation Technologies in Networking and Communications: Selecting the Best Tool for the Test*, 2014, pp. 181–212. DOI: 10.1201/b17650
20. Jibladze N., Topchishvili A. Monte Carlo Application and Gradient Appliance for Solving Large Scale Linear Programming Problems: Essence and Laboriousness. *Model Assisted Statistics and Applications*, 2014, vol. 9 (3), pp. 241–256. DOI: 10.3233/MAS-140296
21. Fu, H. Statistical Test Method for Simulation Results. *Jixie Qiangdu/Journal of Mechanical Strength*, 2005, vol. 27 (5), pp. 598–603.

**Received 5 March 2019**

---

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Вероятностная модель силы резания на резцах исполнительного органа с переменными параметрами резания / Т.С. Филиппова, Г.Д. Таженова, В.Ф. Михайлов, В.А. Филиппова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2019. – Т. 19, № 3. – С. 68–78. DOI: 10.14529/engin190308

### FOR CITATION

Filippova T.S., Tazhenova G.D., Mikhailov V.F., Filippova V.A. Probability Model of Cutting Effort on the Cutters of the Executive Body with Variable Cutting Parameters. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 68–78. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin190308

---