

# Металлургия чёрных, цветных и редких металлов

УДК 519.233.5:669.04

DOI: 10.14529/met200302

## ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В РАМКАХ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ В ПАКЕТЕ MATHCAD

*М.И. Алкацев, В.М. Алкацев, З.К. Абеев, А.Э. Дзгоев*

*Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ, Россия*

Рассмотрено применение методов оценки качества регрессионных моделей при изучении некоторых металлургических процессов. Это следующие модели: коэффициент  $R^2$ , коэффициент корреляции, мультиколлинеарность, экстраполяция, временные системы, инженерное прогнозирование, полный факторный эксперимент. До сих пор значительная часть исследователей (специалисты в области не только экономических, но и технических наук) используют коэффициент  $R^2$  в качестве постоянной диагностической величины, в то время как корректировка данного коэффициента не приносит значительной пользы. Коэффициент корреляции представляет собой числовую характеристику, показывающую статистическую взаимосвязь двух или более случайных величин, не зависящих от их размерности. Это правило в равной мере относится к коэффициенту корреляции, полученному путем перемножения двух матриц-столбцов. Показан метод обработки данных при наличии в них мультиколлинеарности (интеркорреляции), а также способ ее устранения. Показаны недостатки использования метода экстраполяции в процессе математического моделирования. На основе конечных временных рядов разработан новый метод прогнозирования, названный методом «скользящей матрицы» и заключающийся в непрерывном обновлении коэффициентов уравнения регрессии путём удаления из матрицы строки с устаревшими данными и ввода новых строк с данными в прогнозируемой точке. Метод позволяет непрерывно избавляться от информационного «груза» в старых данных, так как старые данные (т. е. данные прошлого периода) несут в себе «устаревшую» информацию, которая может отрицательно повлиять на адекватность математической модели и позволяет сделать прогнозирование более корректным. Все расчеты математической модели производили с использованием программного продукта Mathcad.

*Ключевые слова: математическое моделирование цветных металлов, метод скользящей матрицы.*

### 1. Коэффициент $R^2$

Целью предложенной работы является выбор исходных независимых переменных, обеспечивающих высокое качество модели.

Как и в парном регрессионном анализе коэффициент детерминации  $R^2$  определяет долю дисперсии  $Y$ , объясненную регрессией, и определяется как

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2},$$

или как квадрат коэффициента корреляции

расчетных и средних значений зависимой переменной. Этот коэффициент никогда не уменьшается (а обычно увеличивается) при добавлении еще одной переменной в уравнение регрессии, если все ранее включенные объясняющие переменные сохраняются.

Так, например, коэффициент  $R^2$  до сих пор используют в качестве диагностической величины не только экономисты, но и специалисты технических специальностей, не учитывая то обстоятельство, что он обладает низким качеством оценивания модели. Дело в том, что данные в эконометрике не являются экспериментальными в отличие от других экспериментальных наук [1–5].

## 2. Прогноз (математический)

За последнее время метод экстраполяции подвергся существенной критике, поводом к которой явилось сомнение в правомерности переноса тенденции и состояний, сложившихся в прошлом, на будущее. Исследователи-прогнозитсты и потребители прогнозов постепенно приходят к выводу, что экстраполяция как метод прогнозирования отражает в основном экстенсивный путь развития, когда производство развивается преимущественно за счет простого изменения объема. Научно-технический прогресс если и учитывается, то в основном с позиций, сложившихся в прошлом [6–11].

В качестве примера рассмотрим матрицу полного факторного эксперимента (ПФЭ) и результаты имитационного эксперимента для оценки электропроводности раствора, представленные в табл. 1.

**Таблица 1**  
**Матрица полного факторного эксперимента (ПФЭ) и результаты имитационного эксперимента**

Номер опыта	X0	X1	X2	Y
1	1	0,2	20	1,7
2	1	2	20	9
3	1	0,2	50	9,2
4	1	2	50	8,5
5	1	0,2	35	3,3
6	1	2	35	5
7	1	1,1	20	2,5
8	1	1,1	50	6

Примечания: X1...X2 – независимые переменные; Y – электропроводность раствора.

**Определим расчетные значения зависимой переменной.**

Объединение двух матриц с одинаковым числом строк:

$$X = \text{augment} [X_0, X_1, X_2, X_1^2, X_2^2, (X_1 \cdot X_2)].$$

Коэффициенты исходной регрессионной модели:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y; \quad B = \begin{pmatrix} 10,141 \\ -1,019 \\ -0,638 \\ 3,519 \\ 0,013 \\ -0,148 \end{pmatrix}.$$

Матрица-столбец расчетных значений зависимой переменной:

$$YR = XB; \quad YR = \begin{pmatrix} 1,967 \\ 8,733 \\ 9,467 \\ 8,233 \\ 2,767 \\ 5,533 \\ 2,5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

**Оценка адекватности модели рассматриваемого процесса**

$$r = \text{corr}(Y, YR) = 0,9933;$$

Разработанная модель для оценки электропроводности раствора:

$$f(X_1, X_2) = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_1^2 + B_4 X_2^2 + B_5 X_1 X_2;$$

$$D_{ad} = \frac{\sum (Y - YR)^2}{N - k}, \quad D_{ad} = 0,427 - \text{дисперсия адекватности,}$$

где N = 8 – количество данных,

k = 6 – количество независимых переменных;

D = X(X<sup>T</sup>X)<sup>-1</sup>X<sup>T</sup> – ошибки прогноза;

t = qt(0,975, N - 2) = 4,303 – критическое значение t-критерия Стьюдента;

k = 6, i = 0...k – независимые переменные с учетом свободного члена.

Доверительный интервал коридора ошибок:

$$S_{i,i} = t \sqrt{D_{ad} (1 + D_{i,i})}; \quad S_{i,i} = \begin{pmatrix} 3,805 \\ 3,805 \\ 3,805 \\ 3,628 \\ 3,628 \\ 3,628 \end{pmatrix}.$$

Пусть X1 = 1,2 и X2 = 52, тогда вектор-строка независимых переменных в прогнозной точке будет иметь вид:

$$X = (1, X_1, X_2, X_1^2, X_2^2, (X_1 \cdot X_2)),$$

или

$$XP = (1, 1,2, 52, 1,2^2, 52^2, 1,2 \cdot 52).$$

YP = XP<sup>T</sup>B = 7,009 – значение зависимой переменной в прогнозной точке;

S<sub>i,i</sub> = 3,628 – коридор ошибок в прогнозной точке;

$$Y_{\max} = YP + S_{i,i} = 10,638;$$

$$YP = 7,009;$$

$$Y_{\min} = YP - S_{i,i} = 3,381.$$

**Вывод.** В связи с тем, что прогнозное значение зависимой переменной ( $YP = 7,009$ ) входит в доверительный коридор от (3,381 до 10,638) прогноз является корректным с уровнем значимости 0,05 или доверительной вероятностью  $p = (1 - 0,05) \cdot 100 = 95 \%$ .

### 3. Регрессионная мультипликативная модель автогенной плавки медных сульфидных концентратов в печах Ванюкова [12–14]

В качестве примера рассмотрим матрицу полного факторного эксперимента (ПФЭ) и результаты имитационного эксперимента для модели автогенной плавки медных сульфидных концентратов в печах Ванюкова, представленные в табл. 2.

Таблица 2  
Матрица полного факторного эксперимента (ПФЭ) и результаты имитационного эксперимента

Номер опыта	Cu	O	W	Y
1	40	45	4	335,46
2	70	45	4	270,02
3	40	95	4	295,28
4	70	95	4	230,68
5	40	45	8	384,46
6	70	45	8	324,88
7	40	95	8	337,96
8	70	95	8	275,23
9	40	70	6	328,44
10	70	70	6	263,43
11	55	45	6	322,59
12	55	95	6	277,50
13	55	70	4	266,23
14	55	70	8	313,91

*Независимые (объясняющие) переменные:*

$X_1$  (Cu) – заданное содержание меди в получаемом штейне, %;

$X_2$  (O) – содержание кислорода в дутье, подаваемом в печь, % (об.);

$X_3$  (W) – влажность шихты, %.

*Зависимая (объясняемая) переменная:*

Y – затраты, руб./т меди.

**Формирование матрицы независимых переменных X как этап разработки математической модели**

$X = \text{augment}(X_0, X_1, X_2, X_3)$ .

Матрица независимых переменных является ортогональной.

Коэффициенты регрессионной модели (по силе убывания):

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad B = \begin{pmatrix} 408,41 \\ -2,116 \\ -0,883 \\ 11,94 \end{pmatrix}.$$

**Оценка адекватности модели автогенной плавки медных сульфидных концентратов в печах Ванюкова**

$$YR = XB, \quad YR = \begin{pmatrix} 331,797 \\ 268,325 \\ 287,645 \\ 224,173 \\ 379,551 \\ 316,079 \\ 335,399 \\ 271,927 \\ 333,598 \\ 270,126 \\ 323,938 \\ 279,786 \\ 277,985 \\ 325,739 \end{pmatrix};$$

$$r = \text{corr}(Y, YR) = 0,986.$$

Далее рассмотрим матрицу полного факторного эксперимента (ПФЭ) и результаты имитационного эксперимента для модели автогенной плавки медных сульфидных концентратов в печах Ванюкова, представленные в табл. 3.

Таблица 3  
Матрица полного факторного эксперимента (ПФЭ) и результаты имитационного эксперимента

Номер опыта	Z0	Z1 (Cu)	Z2 (O)	Z3 (W)	Y
1	1	-1	-1	-1	335,46
2	1	1	-1	-1	270,02
3	1	-1	1	-1	295,28
4	1	1	1	-1	230,68
5	1	-1	-1	1	384,46
6	1	1	-1	1	324,88
7	1	-1	1	1	337,96
8	1	1	1	1	275,23
9	1	-1	0	0	328,44
10	1	1	0	0	263,43
11	1	0	-1	0	322,59
12	1	0	1	0	277,50
13	1	0	0	-1	266,23
14	1	0	0	1	313,91

$Z = \text{augment}(X_0, X_1, X_2, X_3);$

$$B_1 = (Z^T Z)^{-1} Z^T Y = \begin{pmatrix} 301,862 \\ -31,736 \\ -22,076 \\ 23,877 \end{pmatrix};$$

$YR1 = ZB1.$

$r = \text{corr}(Y, YR) = 0,986.$

**Вывод.** Показан пример разработки регрессионной мультипликативной модели автогенной плавки медных сульфидных концентратов в печах Ванюкова в размерном и безразмерном масштабах.

#### 4. Метод «скользящей матрицы»

Разработан новый метод прогнозирования на основе конечных временных рядов, названный методом «скользящей матрицы» и заключающийся в непрерывном обновлении коэффициентов уравнения регрессии путем

удаления из матрицы строки с устаревшими данными и ввода новых строк с данными в прогнозируемой точке. Метод позволяет непрерывно избавляться от старого информационного «груза», что позволяет сделать прогноз более корректным. Все расчеты математической модели производили с использованием программного продукта Mathcad [15–17].

На рис. 1. представлен график фактических и прогнозных данных потребления электроэнергии крупным промышленным потребителем в РСО – Алалия.

Далее проведем аппроксимацию экспериментальных данных уравнением регрессии, в качестве которого выбираем нелинейный полином второй степени. Отообразим на графике экспериментальные данные и полиномиальный тренд второй степени, который представлен на рис. 2.

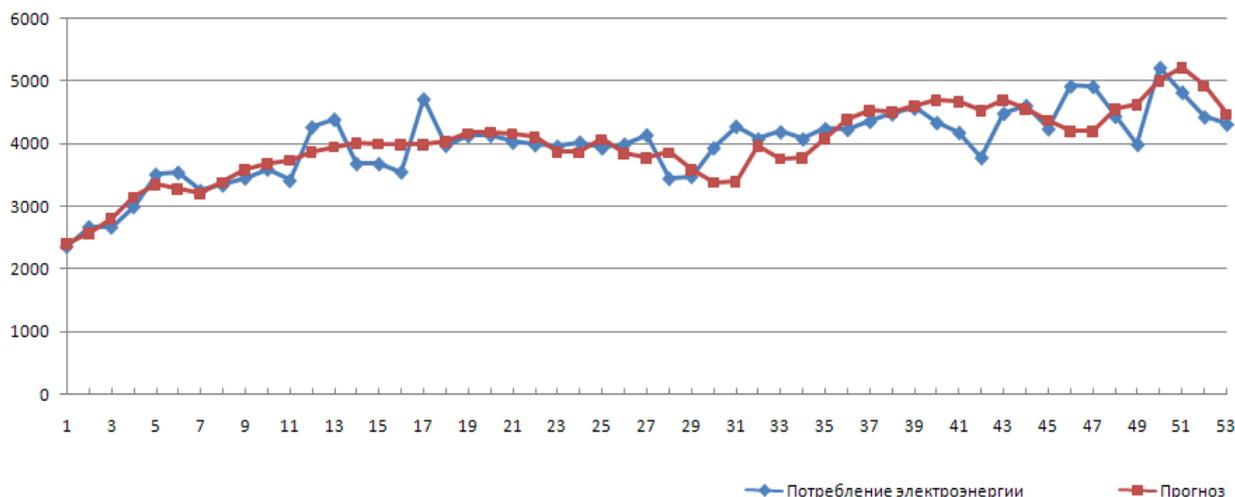


Рис. 1. Фактические и прогнозные данные потребления электроэнергии промышленным потребителем «на сутки вперед» (июнь–июль 2009 г.)

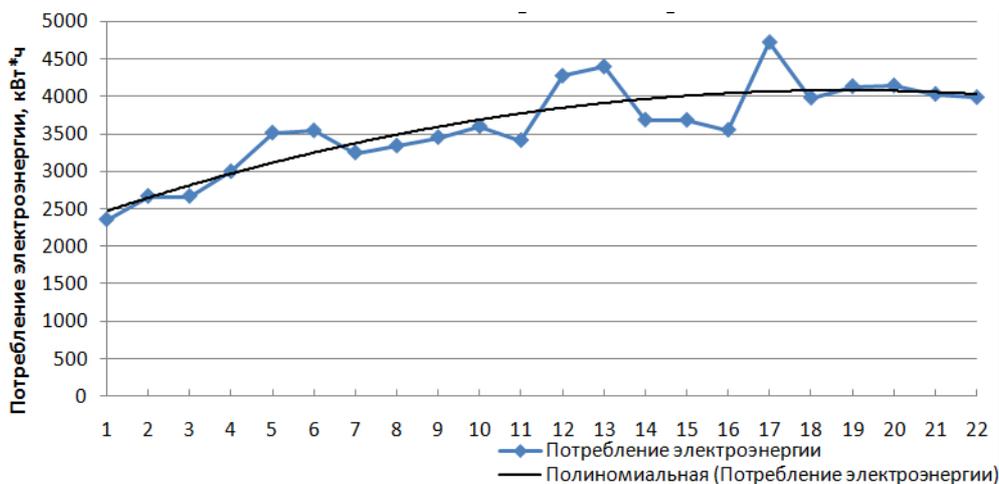


Рис. 2. Потребление электроэнергии и полиномиальный тренд второй степени

## Металлургия чёрных, цветных и редких металлов

### Проведем экспериментальный расчет.

Независимые переменные:

$X_0$  – фиктивная переменная (для формирования свободного члена коэффициента регрессии  $B_0$ );

$X_1$  – независимая переменная (сутки);

$X_1^2$  – независимая переменная (сутки<sup>2</sup>);

$X_2$  – температура атмосферы, средняя за каждые сутки с 9.06.2009 г. по 28.06.2009 г.;

$X_3 = X_1 \cdot X_2$ ;

$Y$  – зависимая переменная. кВт·ч (потребление электроэнергии).

Характеристики матрицы:  $N$  – число строк,  $k$  – число столбцов (определяет исследователь). Например, в настоящем исследовании:  $N = 80$ ,  $k = 5$ .

В итоге было получено следующее адекватное уравнение регрессии для прогнозирования потребления электроэнергии на сутки вперед:

$$Y = 275,504 + 353,048 \cdot X_1 - 5,165 \cdot X_1^2 + 89,955 \cdot X_2 - 7,074 \cdot X_1 \cdot X_2.$$

Для того чтобы рассчитать прогноз еще на один день вперед, необходимо в матрицах независимых переменных ( $X_0, X_1, X_1^2,$

$X_2, X_1 \cdot X_2$ ) и матрице зависимых переменных ( $Y$ ) удалить первую строку (в каждой матрице).

Остается 19 строк. Затем поступившие фактические данные потребления за 21-й день включаем последней строкой, которая и станет в матрицах  $X$  и  $Y$  – двадцатой. Далее расчет на 22-й день ведется аналогичным образом, как и для 21-го дня, используя вновь образовавшиеся матрицы  $X$  и  $Y$ . И так далее на каждый следующий день. Такой метод позволяет не учитывать сезонную составляющую времен года, так как данные по температуре постоянно обновляются в соответствии с ежедневной температурой. В итоге рассчитывается прогноз потребления электроэнергии на сутки вперед методом обработки информации на основе скользящей матрицы независимых и зависимых переменных. Принцип действия скользящей матрицы представлен на рис. 3.

В результате проведенных расчетов прогнозирования электропотребления для крупного промышленного потребителя на основании двадцати экспериментальных данных (июнь–июль 2009 г.) получены адекватные результаты, которые отражены в табл. 4.

X0, X1, X2, X3, X1*X3						Y
Z := ( 1 21 441 21.3 447.3 )						Z1 := ( 4027.65 )
	0	1	2	3	4	2669.7
0	1	2	4	21.2	42.4	2669.7
1	1	3	9	22.1	66.3	2998.05
2	1	4	16	25.1	100.4	3512.85
3	1	5	25	26.4	132	3542.55
4	1	6	36	22.6	135.6	3248.85
5	1	7	49	17.7	123.9	3341.25
6	1	8	64	18.5	148	3453.45
7	1	9	81	21.2	190.8	3598.65
8	1	10	100	20.3	203	3413.85
9	1	11	121	17	187	4271.85
10	1	12	144	19.2	230.4	4393.95
11	1	13	169	19.4	252.2	3686.1
12	1	14	196	21.9	306.6	3682.8
13	1	15	225	25.5	382.5	3550.8
14	1	16	256	26.3	420.8	4719
15	1	17	289	26.3	447.1	3979.35
16	1	18	324	24.7	444.6	4131.6
17	1	19	361	21.4	406.6	4141.5
18	1	20	400	21.04	420.8	4027.65
19	1	21	441	21.3	447.3	4027.65

Рис. 3. Добавление новой строки фактических данных в матрицы  $X$  и  $Y$

Таблица 4

Результаты прогнозирования потребления электроэнергии «на сутки вперед»  
для крупного промышленного потребителя в РСО – Алания за июнь–июль 2009 г.  
на основе двадцати экспериментальных данных

День	Дата	°С, ср	Уф	УР	ΔУ	Ошибка  %
21	29.06.2009	21,3	4027,65	4163	-136,35	3,38
22	30.06.2009	23	3986,4	4111	-124,6	3,12
23	01.07.2009	23,45	3963,3	3872	91,3	2,30
24	02.07.2009	23,8	4026	3862	164	4,07
25	03.07.2009	21,42	3936,9	4074	-137,1	3,48
26	04.07.2009	23,09	3996,3	3854	142,3	3,56
27	05.07.2009	22,8	4144,8	3773	371,8	8,97
28	06.07.2009	23,66	3448,5	3859	-410,5	11,90
29	07.07.2009	24,6	3479,85	3584	-104,15	2,99
30	08.07.2009	25,42	3936,9	3384	552,9	14,04
31	09.07.2009	22,61	4281,75	3397	884,75	20,66
32	10.07.2009	22,38	4080,45	3967	113,45	2,78
33	11.07.2009	25,25	4192,65	3761	431,65	10,29
34	12.07.2009	26,66	4078,8	3775	303,8	7,44
35	13.07.2009	26,76	4243,8	4077	166,8	3,93
36	14.07.2009	24,2	4232,25	4397	-164,75	3,89
37	15.07.2009	24,21	4362,6	4523	-160,4	3,67
38	16.07.2009	23,85	4480,95	4513	-32,05	0,71
39	17.07.2009	24,52	4573,8	4594	-20,2	0,44
40	18.07.2009	25,47	4341,15	4696	-354,85	8,17
41	19.07.2009	25,28	4182,75	4665	-482,25	11,52
42	20.07.2009	26,04	3781,8	4523	-741,2	19,59
43	21.07.2009	23,14	4491,3	4700	-208,7	4,64
44	22.07.2009	22,94	4615,05	4558	57,05	1,23
45	23.07.2009	23,85	4243,8	4378	-134,2	3,16
46	24.07.2009	24,26	4926,9	4203	723,9	14,69
47	25.07.2009	25,61	4920,3	4204	716,3	14,55
48	26.07.2009	25,38	4441,8	4557	-115,2	2,59
49	27.07.2009	24,65	3993	4617	-624	15,62
50	28.07.2009	17,36	5222,25	5002	220,25	4,21
51	29.07.2009	17,57	4827,9	5218	-390,1	8,08
52	30.07.2009	18,52	4431,9	4923	-491,1	11,081
53	31.07.2009	22,14	4316,4	4474	-157,6	3,65
Средняя ошибка прогнозирования, %						7,10

### Выводы

1. Коэффициент корреляции представляет собой числовую характеристику совместного распределения двух случайных величин, не зависящих от размерности единиц. Это правило в равной мере относится к коэффициенту корреляции, полученному путем перемножения двух матриц-столбцов.

2. Показан метод обработки данных в условиях наличия в них коллинеарности (интеркорреляции) и ее устранения путем применения матрицы полного факторного эксперимента.

3. Показаны недостатки использования метода экстраполяции в процессе математического моделирования.

4. Показан пример разработки регрессионной мультипликативной модели автогенной плавки медных сульфидных концентратов в печах Ванюкова.

5. Разработан новый метод прогнозирования на основе конечных временных рядов, названный методом «скользящей матрицы» и заключающийся в непрерывном обновлении коэффициентов уравнения регрессии путём удаления из матрицы строки с устаревшими

данными и ввода новых строк с новыми данными в прогнозируемой точке. Метод позволяет непрерывно избавляться от информационного «груза» в старых данных, что позволя-

ет сделать прогноз более корректным. Все расчеты математической модели производили с использованием программного продукта Mathcad.

### Литература

1. Имитационное моделирование обжига цинковых концентратов в печах кипящего слоя / М.И. Алкацев, В.М. Алкацев, С.Б. Волошин и др. // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2018. – Т. 18, № 3. – С. 26–32. DOI: 10.14529/met180303
2. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. для вузов / Н.Ш. Кремер. – М.: Юнити-Дана, 2004. – 514 с.
3. Dougerti, C. *Introduction to econometrics* / C. Dougerti. – 3rd ed. – Oxford: University Press, 2010.
4. Johnson, N.L. *Statistics and experimental design in engineering and the physical science* / N.L. Johnson, F.C. Leone. – N.Y.: John Wiley and Sons, 1977.
5. Кобзарь, А.И. *Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников* / А.И. Кобзарь. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
6. Bolt, G.J. *Marketing and sales forecasting: a total approach* / G.J. Bolt. – 2nd rev. ed. – London: Kogan Page Limited, 1971.
7. Гмошинский, В.Г. *Инженерное прогнозирование* / В.Г. Гмошинский. – М.: Энергоиздат, 1982. – 208 с.
8. Орлова, И.В. *Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование* / И.В. Орлова, В.А. Половников. – М.: Вузовский учебник: Инфра-М, 2013.
9. Андерсон, Т. *Статистический анализ временных рядов* / Т. Андерсон; пер. с англ. И.Г. Журбенко и В.П. Носко; под ред. Ю.К. Беляева. – М.: Мир, 1976.
10. Воскобойников, Ю.Е. *Регрессионный анализ данных в пакете Mathcad: учеб. пособие* / Ю.Е. Воскобойников. – СПб.: Лань, 2011. – 224 с.
11. Новик, Ф.С. *Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования эксперимента* / Ф.С. Новик, Я.Б. Арсов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
12. Лебедев, А.Н. *Моделирование в научно-технических исследованиях* / А.Н. Лебедев. – М.: Радио и связь, 1989. – 224 с.
13. Сидняев, Н.И. *Введение в теорию планирования эксперимента* / Н.И. Сидняев, Н.Т. Вилисова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
14. Зарубин, В.С. *Математическое моделирование в технике: учеб. для вузов* / В.С. Зарубин. – 3-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. – 495 с. – (Серия «Математика в техническом университете». Вып. XXI, заключительный).
15. Алкацев, М.И. *Метод скользящей матрицы как способ повышения качества прогнозирования динамических процессов* / М.И. Алкацев, А.Э. Дзгоев, М.С. Бетрозов // Теория и практика современной науки: материалы XVI Междунар. науч.-практ. конф., г. Москва, 30 декабря 2014 г. – М.: Изд-во «Институт стратегических исследований», 2014. – 544 с.
16. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013614024 (RU). *Скользящая матрица как метод статистического анализа динамических рядов* / А.М. Курмаритов, М.И. Алкацев, А.Э. Дзгоев, М.С. Бетрозов, И.М. Хузмиев, А.З. Добаев. – 2013.
17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011311745 (RU). *Программный эмулятор процесса обжига сульфидных цинковых концентратов в печи кипящего слоя 1.0* / М.И. Алкацев, С.Б. Волошин, Д.В. Мамонтов. – 2011.

**Алкацев Михаил Иосифович**, д-р техн. наук, заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры металлургии цветных металлов, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ; malkatsev@mail.ru.

**Алкацев Владимир Михайлович**, канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой металлургии цветных металлов, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ; malkatsev@mail.ru.

**Абаев Заурбек Камболатович**, канд. техн. наук, доцент кафедры строительных конструкций, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ; abaich@yandex.ru.

**Дзгоев Алан Эдуардович**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры информационных систем в экономике, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ; Dzgoev\_Alan@mail.ru.

*Поступила в редакцию 24 января 2020 г.*

DOI: 10.14529/met200302

## TO THE QUESTION ABOUT REMOVING ERRORS IN THE PROCESS OF MATHEMATICAL MODELING OF METALLURGICAL PROCESSES WITHIN THE REGRESSION DATA ANALYSIS USING THE MATHCAD PACKAGE

*M.I. Alkatsev, malkatsev@mail.ru,  
V.M. Alkatsev, malkatsev@mail.ru,  
Z.K. Abaev, abaich@yandex.ru,  
A.E. Dzgoev, Dzgoev\_Alan@mail.ru*

*North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University),  
Vladikavkaz, Russian Federation*

This article presents frequently used methods for assessing the quality of regression models and their application in the study of certain metallurgical processes. These models are:  $R^2$  coefficient, correlation coefficient, multicollinearity, extrapolation, time systems, engineering prediction, full factorial experiment. Until now, a significant part of researchers have indicated that coefficient is used not only by economists, but also by graduate students of technical specialties as a diagnostic value, while the correction of this coefficient does little. The correlation coefficient is a numerical characteristic of the joint distribution of two random variables, independent of the dimension of the units. This rule applies equally to the correlation coefficient obtained by multiplying two matrix-columns. The method of data processing in the presence of collinearity (intercorrelation) in them and its elimination is shown. The drawbacks of using the extrapolation method in the process of mathematical modeling are shown. A new forecasting method has been developed, based on finite time series, called the sliding matrix method and consisting in the continuous updating of the coefficients of the regression equation by removing the line with obsolete data from the matrix and entering new lines with data at the predicted point. The method allows you to continuously get rid of the old information "burden", which allows you to make the forecast more correct. All calculations of the mathematical model were made using the Mathcad software product.

*Keywords: mathematical modeling of non-ferrous metals, sliding matrix method.*

### References

1. Alkatsev M.I., Alkatsev V.M., Voloshin S.B., Dzgoev A.E., Abaev Z.K. Simulation Modeling of Zinc Concentrates Roasting in the Fluidized Bed Furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 2018, vol. 18, no 3, pp. 26–32. (in Russ.) DOI: 10.14529/met180303

2. Kremer N.Sh. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika: ucheb. dlya vuzov* [Probability Theory and Mathematical Statistics: A textbook for universities]. Moscow, Unity-Dana Publ., 2004, 514 p.
3. Dougerti C. *Introduction to econometrics*. 3rd ed. Oxford: University Press, 2010.
4. Johnson N.L., Leone F.C. *Statistics and experimental design in engineering and the physical science*. N.Y., John Wiley and Sons Publ., 1977.
5. Kobzar A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Applied mathematical statistics. For engineers and scientists]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006, 816 p.
6. Bolt G.J. *Marketing and sales forecasting: a total approach*. 2nd rev. ed. London, Kogan Page Limited Publ., 1971.
7. Gmshinskiy V.G. *Inzhenernoye prognozirovaniye* [Engineering forecasting]. Moscow, Energoizdat Publ., 1982, 208 p.
8. Orlova I.V., Polovnikov V.A. *Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli: komp'yuternoye modelirovaniye* [Economic-mathematical methods and models: computer simulated]. Moscow, University textbook Publ., Infra-M Publ., 2013.
9. Anderson T. *Statisticheskii analiz vremennykh ryadov* [Statistical analysis of time series]. Translation from English by I.G. Zhurbenko and V.P. Sock. Edited by Yu.K. Belyaev. Moscow, Mir Publ., 1976.
10. Voskoboynikov Yu.E. *Regressionnyy analiz dannykh v pakete Mathcad: ucheb. posobiye* [Regression analysis of data in the Mathcad package: Tutorial]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2011, 224 p. (Textbooks for universities. Special literature).
11. Novik F.S, Arsov Ya.B. *Optimizatsiya protsessov tekhnologii metallov metodami planirovaniya eksperimenta* [Optimization of metal technology processes using experimental design methods]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011.
12. Lebedev A.N. *Моделирование в научно-технических исследованиях* [Modeling in scientific and technical research]. Moscow, Radio and communication Publ., 1989. 224 p.
13. Sidnyaev N.I., Vilisova N.T. *Vvedeniye v teoriyu planirovaniya eksperimenta* [Introduction to the Experiments Planning Theory]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011, 464 p.
14. Zarubin V.S. *Matematicheskoye modelirovaniye v tekhnike: ucheb. dlya vuzov* [Mathematical Modeling in Technique]. 3rd ed. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2010. 495 p. (Ser. "Mathematic in Technical University". Vol. XXI).
15. Alkatsev M.I., Dzgoev A.E., Betrozov M.S. [Sliding matrix method as a forecasting instrument for dynamic processes]. *Proceeding of the International Scientific and Practical Conference "Theory and Practice of Modern Science"*. Moscow, Institute of Strategic Researches Publ., 544 p. (in Russ.)
16. Kumaritov A.M., Alkatsev M.I., Dzgoev A.E., Betrozov M.S., Huzmiev I.M., Dobaev A.Z. *Skol'zyashchaya matritsa kak metod statisticheskogo analiza dinamicheskikh ryadov* [Sliding matrix as a method of statistical analysis of time series]. Certificate of state registration of computer programs (RU), no. 2013614024, 2013.
17. Alkatsev M.I., Voloshin S.B., Mamontov D.V. *Programmnyy emulyator protsessa obzhiga sul'fidnykh tsinkovykh kontsentratov v pechi kipyashchego sloya 1.0* [Software emulator of the process of roasting sulphide zinc concentrates in a fluidized bed furnace 1.0]. Certificate of state registration of computer programs (RU), no. 2011311745, 2011.

*Received 24 January 2020*

---

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Оценка адекватности математических моделей металлургических процессов в рамках регрессионного анализа данных в пакете Mathcad / М.И. Алкацев, В.М. Алкацев, З.К. Абаев, А.Э. Дзгоев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2020. – Т. 20, № 3. – С. 12–20. DOI: 10.14529/met200302

### FOR CITATION

Alkatsev M.I., Alkatsev V.M., Aباev Z.K., Dzgoev A.E. To the Question about Removing Errors in the Process of Mathematical Modeling of Metallurgical Processes within the Regression Data Analysis Using the Mathcad Package. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 2020, vol. 20, no. 3, pp. 12–20. (in Russ.) DOI: 10.14529/met200302