

ИМИТАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПРОКАТКИ НА НЕПРЕРЫВНОМ ЛИСТОВОМ СТАНЕ

А.В. Выдрин, vydrinav@susu.ru

В.В. Широков, shirokovvv@susu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1663-9362>

М.А. Соседкова, sosedkovama@susu.ru, <https://orcid.org/0009-0001-8918-4170>

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Процесс непрерывной прокатки листов известен уже давно и, кажется, всесторонне изучен, но экономическая ситуация вынуждает предприятия непрерывно его совершенствовать и искать всё новые и новые способы повышения качества продукции при сохранении, а желательно при увеличении, производительности. И существующие методики и подходы оказываются малоэффективными, поскольку содержат в себе большое число допущений и упрощений. С другой стороны, современные листопрокатные агрегаты являются дорогостоящими и высокопроизводительными, что существенно повышает стоимость ошибок в работе с ними. В этой ситуации очень перспективным представляется создание цифровых двойников, которые позволили бы детальнее исследовать технологический процесс, эффективно обучать персонал и исключить принятие неэффективных или потенциально опасных технических решений. В данной статье решается задача создания имитационной математической модели процесса горячей прокатки листа на непрерывном стане. На основании апробированных подходов строится кинематически возможное поле скоростей в металле заготовки, решается тепловая задача. Применение уравнения баланса мощности позволяет определить критические углы в каждой из клеток и в зависимости от исходных данных определить либо величины межклетевых натяжений при заданном скоростном режиме, либо обороты валков в каждой клетки для заданного режима натяжения. При определении мощностей сил, действующих в стане, учитываются процессы упрочнения-разупрочнения металла листа. Полученные в результате численных экспериментов данные согласуются с известными экспериментальными зависимостями и качественно верно отражают физическую суть процессов, протекающих в стане. Разработка данной модели позволила заложить основу для дальнейшего построения цифрового двойника непрерывного листопрокатного стана.

Ключевые слова: непрерывная прокатка, прокатка листа, математическая модель, скоростные режимы

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и образования в рамках проекта «Приоритет 2030».

Для цитирования: Выдрин А.В., Широков В.В., Соседкова М.А. Имитационная математическая модель процесса прокатки на непрерывном листовом стане // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2023. Т. 23, № 2. С. 43–54. DOI: 10.14529/met230204

Original article
DOI: 10.14529/met230204

SIMULATION MATHEMATICAL MODEL OF THE ROLLING PROCESS ON A CONTINUOUS SHEET MILL

A.V. Vydrin, vydrinav@susu.ru

V.V. Shirokov, shirokovvv@susu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1663-9362>

M.A. Sosedkova, sosedkovama@susu.ru, <https://orcid.org/0009-0001-8918-4170>

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. The process of continuous sheet rolling has been known for a long time, and seems to be comprehensively studied, but the economic situation is forcing enterprises to continuously improve it, and look for more and more new ways to improve product quality, while maintaining, and preferably increasing,

productivity. And the existing methods and approaches are ineffective, because they contain a large number of assumptions and simplifications. On the other hand, modern plate-rolling machines are expensive and high-performance, which significantly increases the cost of errors in working with them. In this situation, it seems very promising to create digital twins, which would allow a more detailed study of the technological process, effectively train personnel, and exclude the adoption of inefficient or potentially dangerous technical solutions. This article solves the problem of creating a simulation mathematical model of the process of hot rolling of a sheet on a continuous mill. Based on the proven approaches, a kinematically possible velocity field in the billet metal is constructed, and the thermal problem is solved. The application of the power balance equation makes it possible to determine the critical angles in each of the stands, and, depending on the initial data, to determine either the interstand tensions for a given speed mode, or the roll revolutions in each stand for a given tension mode. When determining the power of the forces acting in the mill, the processes of hardening-softening of the sheet metal are taken into account. The data obtained as a result of numerical experiments are consistent with the known experimental dependencies, and qualitatively correctly reflect the physical essence of the processes occurring in the mill. The development of this model made it possible to lay the foundation for further construction of a digital twin of a continuous sheet rolling mill.

Keywords: continuous rolling, sheet rolling, mathematical model, speed modes

Acknowledgments. The work was supported by the Ministry of Science and Education within the framework of the Priority 2030 project.

For citation: Vydrin A.V., Shirokov V.V., Sosedkova M.A. Simulation mathematical model of the rolling process on a continuous sheet mill. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy.* 2023;23(2):43–54. (In Russ.) DOI: 10.14529/met230204

В настоящее время известно достаточно большое количество работ, посвященных процессу горячей прокатки полос в непрерывном стане [1, 2]. При этом следует отметить достаточную проработку вопросов, касающихся определения температурного состояния полосы при прокатке (например, [1, 3, 4]). В отмеченных работах также рассмотрены механизмы формирования механических свойств металла при горячей непрерывной прокатке. В работе [5] заявлено, что разработан алгоритм, позволяющий определять энергосиловые, температурные и скоростные параметры процесса прокатки во всех клетях непрерывной группы при переменном сопротивлении пластической деформации. Следует отметить, что этот алгоритм предусматривает расчет изменения сопротивления металла пластической деформации с учетом особенностей процесса непрерывной прокатки, но в основном он касается особенностей температурного режима и не содержит научно обоснованной методики определения продольных усилий между клетями непрерывного стана. С другой стороны, достаточно корректная методика определения энергосиловых параметров, в том числе продольных усилий в полосе между клетями непрерывного стана, была представлена еще в работе [6]. Однако она содержит ряд неопределенностей, которые, по-видимому, ограничили ее применение. Наиболее обоснованный подход к анализу особенностей не-

прерывной прокатки, предполагающей взаимодействие клетей через прокатываемую полосу, предложен в работе [7]. Этот подход был успешно реализован для расчета энергосиловых параметров процесса непрерывной раскатки труб [8].

В связи с тем, что вопросы определения энергосиловых параметров при непрерывной листовой прокатке являются достаточно значимыми, целесообразно использовать накопленный в настоящее время опыт и создать на его основе оригинальный алгоритм для их расчета.

В основе концептуальной математической модели непрерывного прокатного стана лежит концептуальная модель очага деформации при продольной прокатке листовой заготовки. **Определяющими параметрами** этой модели для i -й клетки непрерывного стана являются: толщина h_0 , ширина b_0 , длина l_0 , температура t_0 полосы на входе в очаг деформации, среднее сопротивление металла пластической деформации σ_s , скорость вращения валков v_b , диаметр валков D_b , начальный зазор между валками h_b , коэффициент жесткости клетки c_k , теплоемкость c и плотность ρ металла полосы, степень черноты поверхности металла ξ , температура окружающей среды t_c , коэффициент теплопроводности λ_b и кинематический коэффициент вязкости ν_b воздуха,

коэффициент теплопередачи между полосой и рабочими валками α_B , температура рабочих валков t_B , коэффициент выхода тепла η . К параметрам отклика относятся: толщина h_1 , ширина b_1 , длина l_1 и температура t_1 полосы на выходе из очага деформации; усилие, действующее на валки P ; крутящий момент M ; продольное усилие, возникающее в полосе на входе T_0 и выходе T_1 из очага деформации. В соответствии с этим концептуальная модель очага деформации может быть записана в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} h_1 = h_1(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ b_1 = b_1(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ l_1 = l_1(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ t_1 = t_1(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ \sigma_s = \sigma_s(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ P = P(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ M = M(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ T_0 = T_0(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta); \\ T_1 = T_1(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_C, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta). \end{cases} \quad (1)$$

Для выбора уравнений, входящих в систему (1), необходимо решить три основные задачи: описать формоизменение металла, описать изменение температуры и связанное с ней изменение свойств металла в процессе прокатки, рассчитать энергосиловые параметры.

При решении задачи формоизменения в качестве зависимости

$$h_{i1} = h_{i1}(h_{1(i-1)}, b_{1(i-1)}, l_{1(i-1)}, t_{1(i-1)}, \sigma_{s(i-1)}, v_{B1}, D_{B1}, h_{B1}),$$

описывающей изменение толщины листа, примем уравнение Головина – Симса [1]

$$h_1 = h_B + \frac{P}{c_K}. \quad (2)$$

Формулу для определения конечной ширины полосы принимаем в виде

$$b_1 = \beta \cdot b_0, \quad (3)$$

где β – коэффициент уширения.

В настоящее время известны различные эвристические формулы для расчета уширения при прокатке полос, при редуцировании труб, при волочении через ролики. Все они содержат параметры, учитывающие влияние на уширение коэффициента трения, температуры металла, особенности геометрии очага деформации. Определить выражения функций, описывающих влияние этих коэффициентов аналитическим путем, можно только для простейших случаев. Поэтому, как правило, подобные выражения определяют эмпирическим путем.

С другой стороны, в настоящее время появились достаточно доступные коммерческие программные продукты для расчета напряженно-деформированного состояния металла при пластической деформации, реализующие метод конечных элементов. Эти продукты имеют широкую область применения и позволяют заменять физический эксперимент на вычислительный. Поэтому уравнение для расчета коэффициента уширения определялось по результатам компьютерного моделирования с использованием программного продукта Qform.

Уравнение для определения конечной длины полосы определяется из условия постоянства объема, в соответствии с которым

$$l_1 = \frac{h_0 b_0 l_0}{h_1 b_1}. \quad (4)$$

Математическая модель температурных режимов [3] при прокатке в непрерывной группе клетей учитывает потери температуры в межклетевом промежутке за счет излучения тепловой энергии и конвективного теплообмена с окружающей средой и изменение температуры в очаге деформации за счет потери в результате контактного теплообмена с рабочими валками и разогрева полосы за счет энергии пластического формоизменения.

Температура полосы на выходе из i -й клетки непрерывной группы определяется следующим образом:

$$t_i = t_{(i-1)} - \frac{1}{c(t_0) \cdot \rho} \cdot \left[\frac{(h_0 + b_0) \cdot l}{h_0 \cdot b_0} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot C_0 \cdot \xi}{v_1} \cdot \left[\left(\frac{t_0 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_c + 273}{100} \right)^4 \right] + \frac{1,32 \cdot \lambda_B}{\sqrt{v_B \cdot b_0 \cdot v_1}} \cdot (t_0 - t_c) \right\} + \frac{\alpha_B}{v_1} \cdot \frac{(b_0 + b_1) \cdot \sqrt{R \cdot (h_0 - h_1)}}{h_1 \cdot b_1} \cdot (t_0 - t_B) - \eta \cdot p_c \cdot \frac{h_0 - h_1}{h_0} \right] \quad (5)$$

При описании функции $\sigma_s = \sigma_s(h_0, b_0, l_0, t_0, \sigma_s, v_B, D_B, h_B, c_K, c, \rho, \xi, t_c, \lambda_B, v_B, \alpha_B, t_B, \eta)$ необходимо учитывать особенности горячей непрерывной прокатки полос, а именно то, что при прохождении металлом промежутка между клетями происходит его разупрочнение, которое может быть неполным. Учесть это позволяет методика, представленная в работе [9] и взятая за основу в разработанной математической модели.

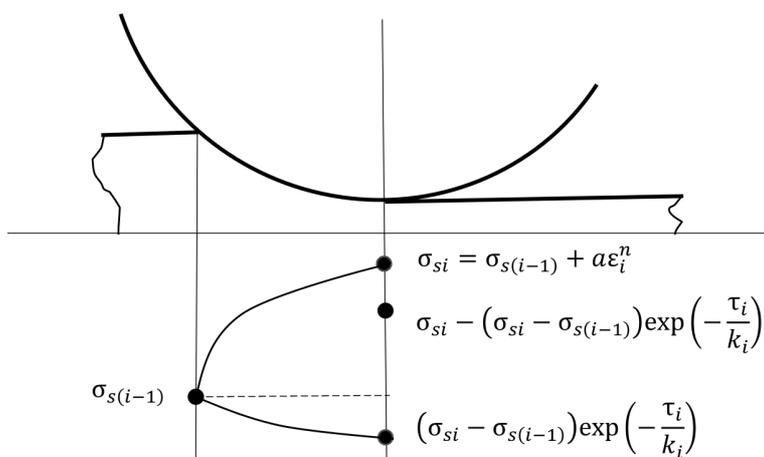


Рис. 1. Характер изменения сопротивления металла пластической деформации в i -й клетке прокатного стана
Fig. 1. The nature of the change in the resistance of the metal to plastic deformation in the i -th stand of the rolling mill

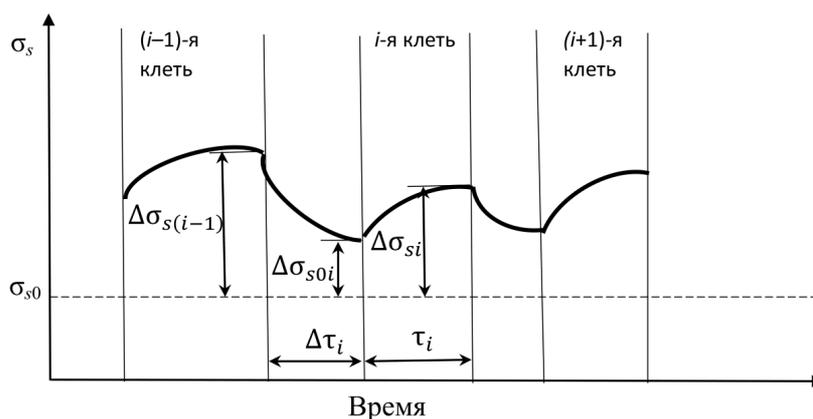


Рис. 2. Динамика изменения сопротивления металла пластической деформации при непрерывной прокатке
Fig. 2. Dynamics of change in the resistance of the metal to plastic deformation during continuous rolling

Рассмотрим с этой точки зрения процесс деформации в отдельной i -й клетке стана (рис. 1). В процессе прокатки в общем случае протекают процессы деформационного упрочнения и динамической рекристаллизации. Их наложение дает конечное значение сопротивления металла пластической деформации. В соответствии с этим результирующее значение сопротивления металла пластической деформации на выходе из i -й клетки стана будет равно (рис. 2):

$$\sigma_{sli} = \sigma_{sli(i-1)} + a\varepsilon_i^n \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau_i}{k_i}\right) \right]. \quad (6)$$

Величина σ_{s10} , согласно рис. 2, будет равна

$$\sigma_{s10} = \sigma_{s0} + a\varepsilon_1^n \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau_1}{k_1}\right) \right], \quad (7)$$

где $\Delta\tau_i$ – время нахождения металла между $(i-1)$ -й и i -й клетями.

Время нахождения металла в i -й клетке будет равно

$$\tau_i = \frac{l}{v_{li} \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\mu_i - 1}{\mu_i} \right) \right]}. \quad (8)$$

Время нахождения металла между $(i-1)$ -й и i -й клетями определяется следующим образом:

$$\Delta\tau_i = \frac{L_i}{v_{l(i-1)}}, \quad (9)$$

где L_i – расстояние между $(i-1)$ -й и i -й клетями.

При вычислении энергосиловых параметров в соответствующие формулы предлагается подставлять среднее по очагу сопротивление металла пластической деформации, т. е.

$$\sigma_{sic} = \frac{\sigma_{s(i-1)} + \sigma_{si}}{2}. \quad (10)$$

Зависимость для определения усилия прокатки

$$P_i = P_i \left(h_{l(i-1)}, b_{l(i-1)}, l_{l(i-1)}, t_{l(i-1)}, \sigma_{s(i-1)}, v_{vi}, D_{vi}, h_{vi} \right)$$

получим из условия равновесия сил, действующих в очаге деформации (рис. 3).

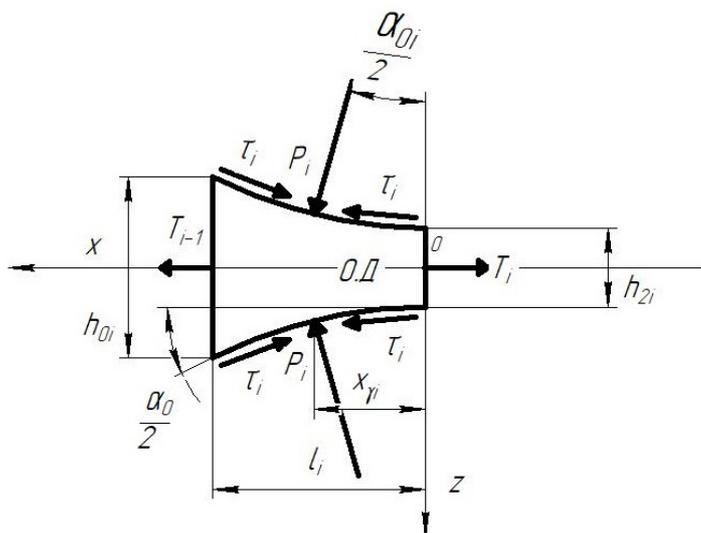


Рис. 3. Схема действия сил в очаге деформации
Fig. 3. Scheme of the action of forces in the deformation zone

$$T_{(0)} - 2 \cdot \tau \cdot S_{k0} \cdot \cos \frac{\alpha_0}{2} + 2 \cdot \tau \cdot S_{k1} \cdot \cos \frac{\alpha_0}{2} + 2 \cdot P \cdot S_k \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} - T_1 = 0. \quad (11)$$

Сила контактного трения определяется из уравнения

$$\tau_i = f_i \cdot \sigma_{si}, \quad (12)$$

где f – коэффициент трения.

Коэффициент трения может быть определён либо экспериментально, либо по известным зависимостям, например, представленным в работе [10].

Для определения величины $x_{\gamma i}$, которую необходимо знать для определения площадей зоны отставания $S_{\kappa 0}$ и зоны опережения $S_{\kappa 1}$, используем уравнение баланса мощностей. Для этого прежде всего построим поле скоростей в очаге деформации. В настоящее время известны различные подходы к построению кинематически возможного поля скоростей при прокатке [11–13]. В данной работе предлагается наиболее современный вариант построения поля скоростей, в основу которого положена реальная форма контактной поверхности с учетом гипотез плоских сечений и прямых вертикалей. Результат построения имеет вид:

$$v_x = v_B \cdot \sqrt{1 - \frac{x_\gamma^2}{R^2}} \cdot \left\{ \frac{\left(h_1 + \frac{x_\gamma^2}{R} \right) \cdot \left(\beta + \frac{1-\beta}{l} \cdot x_\gamma \right)}{h_0} - \left[\frac{\left(h_1 + \frac{x_\gamma^2}{R} \right) \cdot \left(\beta + \frac{1-\beta}{l} \cdot x_\gamma \right)}{h_0} - 1 \right] \cdot \frac{l^2 - x^2}{l^2 - x_\gamma^2} \right\}; \quad (13)$$

$$v_y = 2 \cdot x \cdot y \cdot v_B \cdot \sqrt{1 - \frac{x_\gamma^2}{R^2}} \cdot \left\{ 1 - \frac{\left(h_1 + \frac{x_\gamma^2}{R} \right) \cdot \left(\beta + \frac{1-\beta}{l} \cdot x_\gamma \right)}{h_0 \cdot (l^2 - x_\gamma^2)} - \frac{1}{R \cdot \left(h_1 + \frac{x_\gamma^2}{R} \right)} \times \right. \\ \left. \times \left\langle \frac{\left(h_1 + \frac{x_\gamma^2}{R} \right) \cdot \left(\beta + \frac{1-\beta}{l} \cdot x_\gamma \right)}{h_0} - \left[\frac{\left(h_1 + \frac{x_\gamma^2}{R} \right) \cdot \left(\beta + \frac{1-\beta}{l} \cdot x_\gamma \right)}{h_0} - 1 \right] \cdot \frac{l^2 - x^2}{l^2 - x_\gamma^2} \right\rangle \right\}; \quad (14)$$

$$v_z = v_x \frac{2z}{h_1 + \frac{x^2}{R}} \cdot \frac{x}{R}. \quad (15)$$

Построенное поле скоростей позволяет определить компоненты вектора скорости и тензора скоростей деформации с точностью до координаты нейтрального сечения x_γ , т. е. координаты нейтрального сечения.

Величина x_γ , как было отмечено выше, определяется из уравнения баланса мощностей

$$N_{\text{п}} + N_{\text{вн}} = 0, \quad (16)$$

где $N_{\text{п}}$ – сумма мощностей всех поверхностных сил;

$N_{\text{вн}}$ – сумма мощностей всех внутренних сил.

В соответствии с постановкой задачи к мощности внутренних сил относится только мощность формоизменения $N_{\text{ф}}$. Для ее расчета используется среднее по очагу деформации сопротивление металла пластической деформации, рассчитываемое по формуле (10).

К мощностям поверхностных сил относятся:

- мощность на поверхности входа в очаг деформации, создаваемая задним продольным усилием в полосе и затрачиваемая на скачкообразное изменение направления вектора скорости при входе в очаг деформации $N_{\text{п0}}$;
- мощность на поверхности выхода из очага деформации, создаваемая передним продольным усилием в полосе $N_{\text{п1}}$;
- мощность контактных напряжений $N_{\text{к}}$.

Поскольку на контактной поверхности имеется две зоны с противоположным скольжением (см. рис. 3), мощность контактного напряжения представим в виде

$$N_{\text{к}} = N_{\tau 0} - N_{\tau 1}, \quad (17)$$

где $N_{\tau 0}$ – мощность напряжений трения в зоне отставания;

$N_{\tau 1}$ – мощность напряжений трения в зоне опережения.

Таким образом, уравнение баланса мощности для отдельно взятой клетки имеет вид

$$N_{\tau 0} - N_{\tau 1} - N_{\phi} - N_{n0} + N_{n1} = 0. \quad (18)$$

Необходимо отметить, что координата нейтрального сечения x_{γ} при этом будет определена с точностью до значений заднего σ_0 и переднего σ_1 растягивающих напряжений. Определить эти напряжения, рассматривая только одну клетку непрерывного прокатного стана, невозможно, так как количество неизвестных при этом будет превышать количество уравнений.

Чтобы замкнуть полученную систему уравнений, рассмотрим непрерывный прокатный стан как систему, структурными составляющими которой являются отдельные клетки. Для описания функционирования этой системы также воспользуемся энергетическим подходом. С этой целью запишем уравнения баланса мощностей для всех клеток n -клеточного непрерывного стана в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} N_{\tau 0}^{(1)} - N_{\tau 1}^{(1)} - N_{\phi}^{(1)} - N_{n0}^{(1)} + N_{n1}^{(1)} = 0; \\ N_{\tau 0}^{(2)} - N_{\tau 1}^{(2)} - N_{\phi}^{(2)} - N_{n0}^{(2)} + N_{n1}^{(2)} = 0; \\ \dots \\ N_{\tau 0}^{(i-1)} - N_{\tau 1}^{(i-1)} - N_{\phi}^{(i-1)} - N_{n0}^{(i-1)} + N_{n1}^{(i-1)} = 0; \\ N_{\tau 0}^{(i)} - N_{\tau 1}^{(i)} - N_{\phi}^{(i)} - N_{n0}^{(i)} + N_{n1}^{(i)} = 0; \\ N_{\tau 0}^{(i+1)} - N_{\tau 1}^{(i+1)} - N_{\phi}^{(i+1)} - N_{n0}^{(i+1)} + N_{n1}^{(i+1)} = 0; \\ \dots \\ N_{\tau 0}^{(n-1)} - N_{\tau 1}^{(n-1)} - N_{\phi}^{(n-1)} - N_{n0}^{(n-1)} + N_{n1}^{(n-1)} = 0; \\ N_{\tau 0}^{(n)} - N_{\tau 1}^{(n)} - N_{\phi}^{(n)} - N_{n0}^{(n)} + N_{n1}^{(n)} = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Поскольку в соответствии с условиями равновесия участка полосы, находящегося между клетками, мощность сил переднего натяжения на выходе из предыдущей клетки равна по величине и обратна по знаку мощности сил заднего натяжения на входе в последующую клетку, имеем

$$N_{n1}^{(i-1)} = -N_{n0}^{(i)}. \quad (20)$$

Просуммируем правые и левые части системы уравнений (19) с учетом уравнения (20) и отсутствием, как правило, продольных усилий в полосе на входе и выходе из стана. В результате получим

$$\sum_{i=1}^n \left(N_{\tau 0}^{(i)} - N_{\tau 1}^{(i)} - N_{\phi}^{(i)} \right) = 0. \quad (21)$$

Полученные уравнения содержат n величин неизвестных координат нейтрального сечения для каждой клетки $x_{\gamma}^{(i)}$, входящих в составляющие суммарного баланса мощностей $N_{\tau 0}^{(i)}$ и $N_{\tau 1}^{(i)}$. Для того чтобы свести число неизвестных в уравнении (21) до одного, воспользуемся понятием секундного объема. Секундный объем $V_{\text{сек}}$ можно связать с координатой $x_{\gamma}^{(i)}$ следующим образом:

$$V_{\text{сек}} = v_{\text{в}}^{(i)} \cdot b^{(i)} \cdot \left[h_1^{(i)} + R^{(i)} \cdot \left(1 - \cos \gamma^{(i)} \right) \right] \cdot \cos \gamma^{(i)}. \quad (22)$$

Поскольку величина $V_{\text{сек}}$ для всего непрерывного прокатного стана одинакова, с помощью уравнения (22) можно для каждой клетки определить величину $\gamma^{(i)} = \frac{x_{\gamma}^{(i)}}{R^{(i)}}$ при заданном скоростном режиме непрерывного прокатного стана, режиме деформаций и конструктивными размерами

технологического инструмента (валков). То есть в полученном выражении имеем следующие известные величины: радиус рабочих валков i -й клетки $R^{(i)}$, толщина полосы на выходе из i -й клетки $h_1^{(i)}$, окружная скорость вращения валков $v_B^{(i)}$. В качестве ширины полосы $b^{(i)}$ в i -й клетки должна подставляться ширина полосы в нейтральном сечении $b_\gamma^{(i)}$. Таким образом, получили функцию

$$x_\gamma^{(i)} = x_\gamma^{(i)}(C^{(i)}, V_{\text{сек}}), \quad (23)$$

где $C^{(i)}$ – коэффициент, содержащий известные для i -й клетки величины.

После подстановки величин $x_\gamma^{(i)}$, выраженных через $V_{\text{сек}}$, в уравнение баланса мощностей для всего непрерывного стана получаем уравнение относительно одной неизвестной $V_{\text{сек}}$, которое можно решить численным методом.

После определения значения $V_{\text{сек}}$ определяется значение $x_\gamma^{(i)}$ для каждой клетки. Подставив его в уравнение баланса мощности первой клетки, учитывая, что $\sigma_0^{(1)} = 0$, можно

определить $\sigma_1^{(1)}$. Далее, поскольку $\sigma_1^{(1)} = \sigma_0^{(2)}$, определяем напряжение переднего натяжения для второй клетки $\sigma_1^{(2)}$. Аналогично шаг за шагом определяются напряжения от продольных сил во всех участках полосы, находящихся между клетями непрерывного стана.

Представленная математическая модель реализована в виде двух программных продуктов. Первый программный продукт реализован в среде Google Colab на языке Python, второй – на языке C++ (рис. 4). Программа на языке C++ позволяет рассчитывать до 8 клеток непрерывного стана.

Создание двух программных продуктов связано с решением двух задач. Программа на языке Python предназначена в основном для обучения студентов, поскольку является бесплатной и для работы с ней нет необходимости в установке специального программного обеспечения и в больших вычислительных мощностях.

Создание программного продукта на языке C++ ориентировано в большей степени на промышленные предприятия, поскольку использование облачных технологий для них не всегда возможно как по техническим причинам, так и по соображениям безопасности.

| | Клеть №1 | Клеть №2 | Клеть №3 | Клеть №4 | Клеть №5 | Клеть №6 | Клеть №7 | Клеть №8 |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Диаметр верхнего валка | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| Износ верхнего валка | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Диаметр нижнего валка | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| Износ нижнего валка | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Обороты верхнего валка | 60 | 65 | 75 | 85 | 90 | 95 | 97 | 98 |
| Обороты нижнего валка | 60 | 65 | 75 | 85 | 90 | 95 | 97 | 98 |
| Зор между валками | 50 | 40 | 30 | 20 | 15 | 10 | 8 | 7 |
| Величина противозгиба | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Жесткость клетки | | | | | | | | |

Рис. 4. Интерфейс программы на языке C++
 Fig. 4. Program interface in C++

Код программы разбит на логические блоки, реализованные в виде подпрограмм. Это позволяет варьировать наборы исходных и определяемых величин в зависимости от решаемой задачи. В частности, возможно определение межклетевых натяжений при заданном скоростном режиме работы стана или же нахождение скоростей вращения валков, обеспечивающих требуемый режим натяжений. В дальнейшем такая структура позволит относительно легко модифицировать существующие и встраивать в программу новые модули, в том числе элементы искусственного интеллекта.

Решение уравнений энергетического баланса осуществляется методом Брента [14], который обладает высокой точностью и не требует вычисления производной. Для нахождения значений интегралов использован метод Симпсона. Координаты критического сечения находятся с точностью до одной деся-

той длины очага деформации, поскольку в ходе отладки программы было установлено, что дальнейшее увеличение точности определения положения критического сечения не оказывает значимого влияния на результат. В частности, изменение координаты критического сечения на величину 0,01 длины очага деформации вызывает изменение частоты вращения валка не более чем на $0,001 \text{ c}^{-1}$.

В ходе проверки разработанной программы было показано, что результаты расчёта соответствуют известным зависимостям и качественно верно отражают взаимосвязь различных параметров процесса прокатки. Были рассчитаны продольные напряжения в полосе для заданных значений скорости вращения валков (рис. 5). Распределение коэффициента вытяжки по стану в этом случае приведено на рис. 6. Расчет по полученным зависимостям (рис. 7) показал, что создание натяжений в

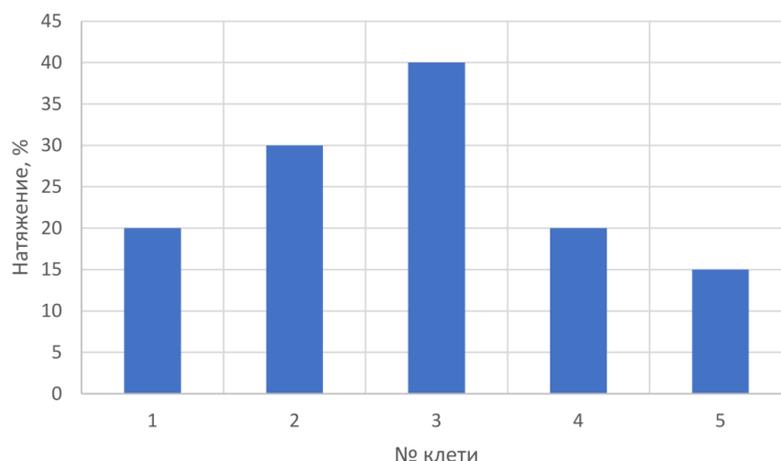


Рис. 5. Распределение межклетевых натяжений по стану в процентах от величины сопротивления металла пластической деформации
Fig. 5. Distribution of interstand tensions in the mill as a percentage of the resistance of the metal to plastic deformation

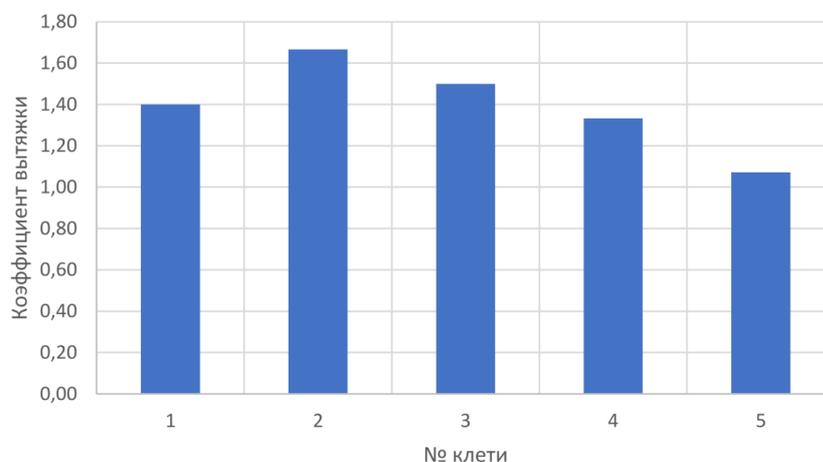


Рис. 6. Режим обжатий
Fig. 6. Compression mode

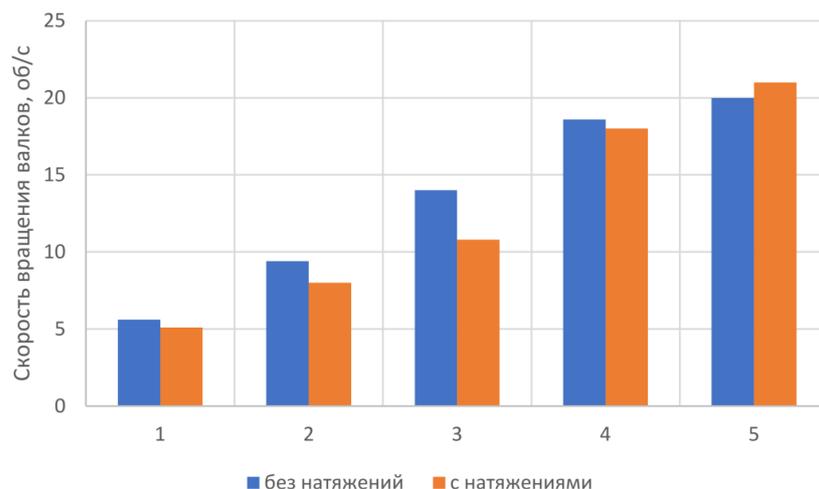


Рис. 7. Сравнение частоты вращения валков при свободной прокатке и прокатке с натяжениями

Fig. 7. Comparison of the speed of the rolls in free rolling and rolling with tension

рассматриваемом примере достигается торможением первых 4 клеток и небольшим ускорением 5-й клетки. Хотя такое изменение скоростного режима стана по сравнению со случаем свободной прокатки выглядит правдоподобным, необходимо его подтверждение посредством компьютерного и/или физического моделирования.

Выводы

В результате выполненной работы разработаны:

1) оригинальная математическая модель технологического процесса горячей непрерывной прокатки полос, учитывающая особенности взаимодействия клеток стана через деформируемую полосу;

2) программный продукт, обеспечивающий расчет технологических параметров процесса непрерывной прокатки.

Таким образом, создан расчетный инструмент, позволяющий определять влияние настроек непрерывного прокатного стана на технологические параметры.

Список литературы

1. Мазур В.Л., Ноговицын А.В. Теория и технология тонколистовой прокатки (численный анализ и технические приложения). Днепропетровск: РБА «Дніпро-VAL», 2010. 500 с.
2. Технология процессов прокатки и волочения. Листопрокатное производство / М.М. Сафьян, В.Л. Мазур, А.М. Сафьян, А.И. Молчанов. Киев: Выща школа, 1988.
3. Sosedkova M.A., Radionova L.V., Lisovskaya T.A. Mathematical Model of Hot Rolling Temperature Parameters // Solid State Phenomena. 2017. Vol. 265. P. 1026–1033. DOI: 10.4028/www.scientific.net/SSP.265.1026
4. Исследование теплового состояния металла с использованием методов физического и математического моделирования / А.Г. Левыкина, К.С. Горбунов, А.И. Позднякова, В.Н. Соловьев // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2021. Т. 19, № 3. С. 102–108. DOI: 10.18503/1995-2732-2021-19-3-102-108
5. Алгоритмы расчета основных параметров прокатных станов / В.П. Полухин, В.Н. Хлопонин, Е.В. Сигитов и др. – М.: Металлургия, 1975. – 232 с.
6. Сафьян М.М. Прокатка широкополосной стали. М.: Металлургия, 1969. 400 с.
7. Выдрин В.Н. О постановке и решении задач непрерывной прокатки // Теория и технология прокатки: темат. сб. науч. тр. Челябинск, 1989. С. 3–13.
8. Выдрин А.В., Аль-Джумаили М.Ж.М., Шкуратов Е.А. Алгоритм расчета энергосиловых параметров процесса раскатки гильзы в непрерывном стане // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г. И. Носова. 2019. Т. 17, № 2. С. 32–37. DOI: 10.18503/1995-2732-2019-17-2-32-37

9. Аль-Кхузай А.С.О., Выдрин А.В., Широков В.В. Анализ возможности применения универсальной феноменологической модели сопротивления металла пластической деформации // Моделирование и развитие процессов обработки металлов давлением. 2018. № 4 (27). С. 61–69. EDN: YUJRPN
10. Грудев А.Г., Зимберг Ю.В., Тилик В.Т. Трение и смазки при обработке металлов давлением: справ. М.: Metallurgiya, 1982.
11. Выдрин А.В., Широков В.В. Исследование деформационных, кинематических и энерго-силовых параметров процесса непрерывной прокатки бесшовных труб // Черные металлы. 2012. № 2. С. 14–19.
12. Выдрин В.Н., Федосиенко А.С., Крайнов В.И. Процесс непрерывной прокатки. М.: Metallurgiya, 1970. 456 с.
13. Выдрин А.В., Храмов Е.В., Бунышин М.В. Кинематика очага деформации при безоправочной прокатке труб нефтяного сортамента // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2016. Т. 16, № 1. С. 91–97. DOI: 10.14529/met160113
14. Brent R.P. Algorithms for Minimization without Derivatives. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1973. 195 p. ISBN 978-0-13-022335-7.

References

1. Mazur V.L., Nogovitsyn A.V. *Teoriya i tekhnologiya tonkolistovoy prokatki (chislennyy analiz i tekhnicheskie prilozheniya)* [Theory and technology of thin sheet rolling (numerical analysis and technical applications)]. Dnepropetrovsk: RBA “Dnipro-VAL”; 2010. 500 p. (In Russ.)
2. Safyan M.M., Mazur V.L., Safyan A.M., Molchanov A.I. *Tekhnologiya protsessov prokatki i volocheniya. Listoprokatnoe proizvodstvo* [Technology of rolling and drawing processes. Sheet-rolling production]. Kyiv: High School; 1988. (In Russ.)
3. Sosedkova M.A., Radionova L.V., Lisovskaya T.A. Mathematical Model of Hot Rolling Temperature Parameters. *Solid State Phenomena*. 2017;265:1026–1033.
4. Levykina A.G., Gorbunov K.S., Pozdnyakova A.I., Solovyov V.N. Study on a thermal state of steel using methods of physical and mathematical modeling. *Vestnik of Nosov Magnitogorsk state technical university*. 2021;19(3):102–108. DOI: 10.18503/1995-2732-2021-19-3-102-108
5. Polukhin V.P., Khloponin V.N., Sigitov E.V. et al. *Algoritmy rascheta osnovnykh parametrov prokatnykh stanov* [Algorithms for calculating the main parameters of rolling mills]. Moscow: Metallurgiya; 1975. 232 p. (In Russ.)
6. Safyan M.M. *Prokatka shirokopolosnoy stali* [Rolling of broadband steel]. Moscow: Metallurgiya; 1969. 400 p. (In Russ.)
7. Vydrin V.N. [On the formulation and solution of problems of continuous rolling]. In: *Theory and technology of rolling: thematic collection of scientific papers*. Chelyabinsk; 1989. P. 3–13. (In Russ.)
8. Vydrin A.V., Al-Jumaili M.J.M., Shkuratov E.A. Algorithm for calculating the energy parameters of the process of rolling hollow billets on a continuous mill. *Vestnik of Nosov Magnitogorsk state technical university*. 2019;17(2):32–37. (In Russ.) DOI: 10.18503/1995-2732-2019-17-2-32-37
9. Al-Khuzai A.S.O., Vydrin A.V., Shirokov V.V. [Analysis of the possibility of using a universal phenomenological model of the resistance of a metal to plastic deformation]. *Modelirovanie i razvitie protsessov obrabotki metallov davleniem*. 2018;4(27):61–69. (In Russ.)
10. Grudev A.G., Zimberg Yu.V., Tilik V.T. *Trenie i smazki pri obrabotke metallov davleniem: sprav.* [Friction and lubrication in the processing of metals by pressure: a reference book]. Moscow: Metallurgiya; 1982. (In Russ.)
11. Vydrin A.V., Shirokov V.V. [Study of deformation, kinematic and energy-power parameters of the process of continuous rolling of seamless pipes]. *Stahl und eisen*. 2012;2:14–19. (In Russ.)
12. Vydrin V.N., Fedosienko A.S., Krainov V.I. *Protsess nepreryvnoy prokatki* [Process of continuous rolling]. Moscow: Metallurgiya; 1970. 456 p. (In Russ.)
13. Vydrin A.V., Khramkov E.V., Bunyashin M.V. Kinematics of the Deformation Zone in Plugless Rolling of Oil Pipes. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2016;16(1):91–97. (In Russ.) DOI: 10.14529/met160113
14. Brent R.P. *Algorithms for Minimization without Derivatives*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1973. 195 p. ISBN 978-0-13-022335-7

Информация об авторах

Выдрина Александр Владимирович, д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой процессов и машин обработки металлов давлением, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; vydrinav@susu.ru.

Широков Вячеслав Вячеславович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доц. кафедры процессов и машин обработки металлов давлением, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; shirokovvv@susu.ru.

Соседкова Марина Алексеевна, старший преподаватель кафедры процессов и машин обработки металлов давлением, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; sosedkovama@susu.ru.

Information about the authors

Aleksandr V. Vydrin, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Head of the Department of Processes and Machines for Metal Forming, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; vydrinav@susu.ru.

Vyacheslav V. Shirokov, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher, Ass. Prof. of the Department of Processes and Machines for Metal Forming, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; shirokovvv@susu.ru.

Marina A. Sosedkova, Senior Lecturer of the Department of Processes and Machines of Metal Forming, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; sosedkovama@susu.ru.

Статья поступила в редакцию 12.12.2022

The article was submitted 12.12.2022