УДК 531/534:539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НА КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТАХ

Г.Ш. Рубин, А.А. Шишов, М.В. Чукин, Г.С. Гун

STUDY OF POSSIBILITY OF ANALYSIS OF THE MODE OF DEFORMATION BY CELLULAR AUTOMATA

G.Sh. Rubin, A.A. Shishov, M.V. Chukin, G.S. Gun

Клеточно-автоматные модели обеспечивают создание дискретной модели сплошной среды. Это исключает процесс аппроксимации континуальной модели и повышает точность моделирования. Прямое моделирование взаимодействия повышает скорость расчётов. Используя предложенную в статье зависимость, можно исследовать процессы неравномерности распространения деформации в среде.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, клеточные автоматы, дифференциальные уравнения, ячейка, такты, возмущения, двухмерная область, клеточно-автоматная модель, итерация.

The cellular automaton models contribute to generation of discrete models of continuum. Elimination of continuum model yields a large dividend in accuracy. The direct interaction model accelerates calculation. The functional connection suggested in this work allows to study the deformation irregularity.

Keywords: mode of deformation, cellular automata, differential equations, cell, tacts, perturbations, two-dimensional region, cellular automaton model, iteration.

В основе наиболее распространенных программных пакетов по расчету процессов обработки металлов давлением (ОМД) лежит механика сплошных сред. Математическая модель процесса деформации металла, представленная системой двадцати девяти дифференциальных уравнений, была создана с использованием некоторых упрощений, что влечет за собой рост погрешности результата вычислений. Ввиду сложности аналитического решения системы двадцати девяти дифференциальных уравнений применяют численные методы, самым распространенным из которых является метод конечных элементов. Применение численных методов, в свою очередь, также способствует увеличению погрешности вычислений.

В 1928 г. появилась фундаментальная работа Куранта, Фридрихса и Леви, посвященная численному решению дифференциальных уравнений в частных производных [1]. Интерес авторов заключался в использовании конечно-разностных методов решения дифференциальных уравнений как инструмента в чистой математике. Дискретизируя дифференциальные уравнения, доказывая сходимость дискретной системы к дифференциальной и, наконец, устанавливая существование решения дискретной системы алгебраическими методами, они доказывали теоремы существования и единственности решений для эллиптических, гиперболических и параболических дифференциальных уравнений. В этой работе было также получено и объяснено знаменитое необходимое условие устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви, которое в современной терминологии гласит, что число Куранта должно быть меньше единицы.

Этот подход является частным случаем клеточных автоматов [2]. В плане точности модели динамики жидкости клеточные автоматы не только «будят мысль», но и конкурентоспособны, по крайней мере, в некоторых обстоятельствах, с точки зрения их вычислительной эффективности.

Клеточные автоматы являются дискретными динамическими системами, эволюция которых полностью определяется в рамках локальных зависимостей, что также свойственно большому классу непрерывных динамических систем, определенных уравнениями в частных производных. Клеточный автомат в каком-то смысле подобен физическому понятию «поля».

Если представить клеточный автомат как своеобразный мир, где пространство расчерчено равномерной сеткой, каждая клетка (ячейка) которой характеризуется конечным количеством определенных параметров, время представлено последовательностью тактов, а законы мира представлены конечной таблицей переходов состояний для всех ячеек в зависимости от состояний соседних ячеек, то эта система достаточна для реализации сложных структур и явлений. Необходимо также отметить достоинство клеточных автоматов в общей парадигме параллельных вычислений [2].

Первой нашей попыткой создать модель реальной среды была система подвижных клеточных автоматов [3]. Среда представляла собой конечное количество элементарных элементов, взаимодействующих друг с другом по некоторому закону. В список параметров, характеризующих каждый элемент, входили координаты центра масс, масса и компоненты скорости. Варьируя закон взаимодействия элементов, можно было изменять свойства среды. Но эта система имела ряд недостатков, в частности, потребность в гигантской вычислительной мощности персонального компьютера, поскольку приходилось рассчитывать взаимодействия каждого элемента с каждым, а также количество тактов было слишком велико.

Вторая модель представляет собой классический клеточный автомат. Плоскость разделена на элементарные квадратные ячейки, а время, в свою очередь, – на такты. Состояние каждой ячейки может зависеть от четырех или от восьми соседних ячеек для двухмерного случая (от шести или двадцати шести – для трехмерного) и характеризуется шестью параметрами: k_1, k_2, k_3, k_4, s и v. Для двумерного случая состояние ячейки на следующем такте вычисляется по следующим формулам:

$$s_{i,j}^{t+1} = s_{i,j}^{t} + v_{i,j}^{t},$$

$$v_{i,j}^{t} = v_{i,j}^{t-1} + k_1\left(s_{i,j-1}^{t-1} - s_{i,j}^{t-1}\right) + k_2\left(s_{i-1,j}^{t-1} - s_{i,j}^{t-1}\right) + k_3\left(s_{i,j+1}^{t-1} - s_{i,j}^{t-1}\right) + k_1\left(s_{i+1,j}^{t-1} - s_{i,j}^{t-1}\right), \quad (1)$$

где $s_{i,j}^{t+1}$ – величина возмущения на $(t+1)$-м такте; k_1, k_2, k_3, k_4 – коэффициенты, варьирующие анизотропность среды.

При точечном возмущении двухмерной области наблюдается распространение возмущения одинаково во всех направлениях (рис. 1).

Радиус отдаления фронта возмущения от точечного источника определялся как среднее арифметическое расстояний от источника до ячеек с максимальным значением возмущения, а средняя величина возмущения фронта – как среднее арифметическое максимальных возмущений в ячейках, расположенных вдоль одного фронта.

На рис. 2 представлена радиальная проекция периодических возмущений от точечного источника.

Скорость распространения фронта возмущений остается постоянной на протяжении всего эксперимента (рис. 3).

Величина возмущений снижается по мере отдаления от источника (рис. 4).

Был проведен эксперимент по распространению возмущений от двух линейных источников в двухмерной области, расположенных по ее противоположным краям.

В результате возмущений образовались два плоских фронта, «бегущие» в направлении друг друга (рис. 5).

При встрече в центре области они наложились друг на друга, образовав один фронт большей величины возмущения, чем у начальных фронтов (рис. 6).

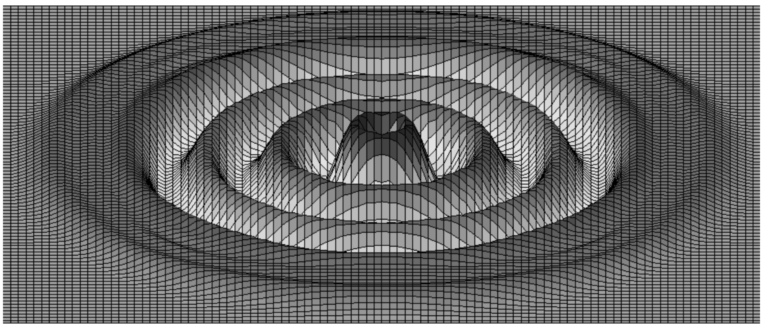

Рис. 1. Распространение возмущения от точечного источника

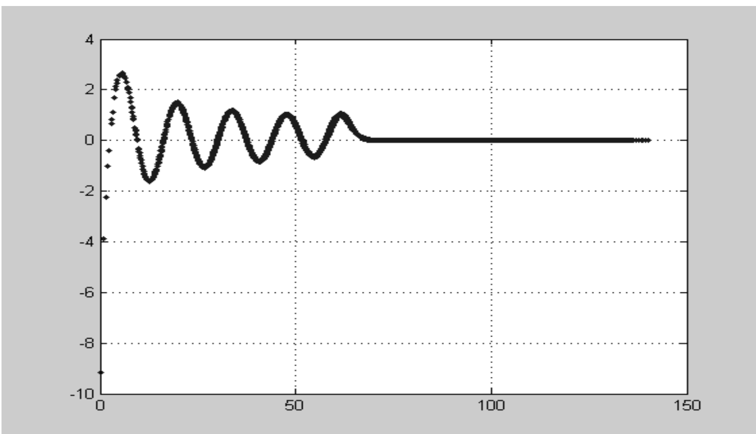

Рис. 2. Радиальная проекция периодических возмущений от точечного источника

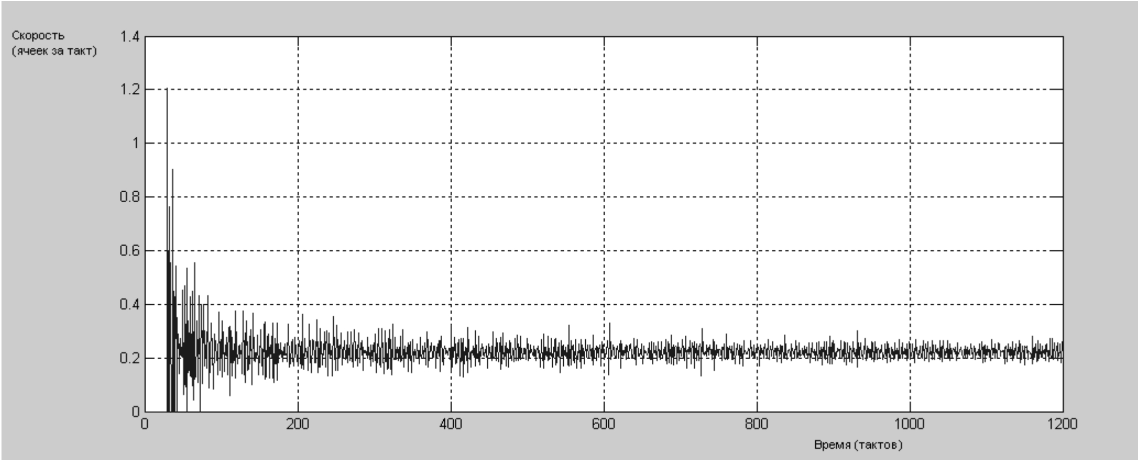

Рис. 3. Изменение скорости распространения фронта возмущения

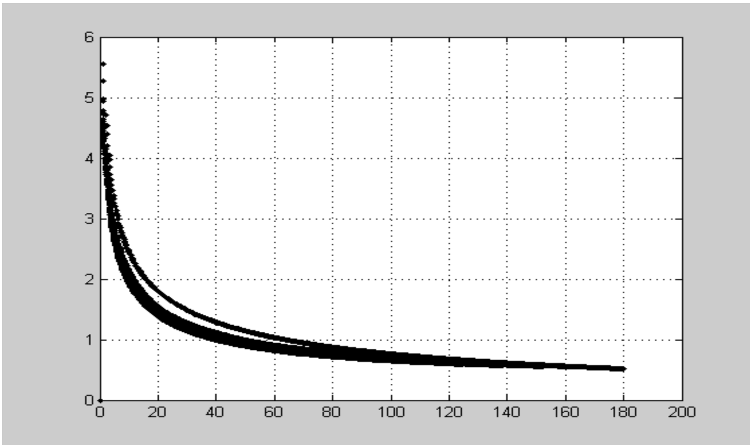

Рис. 4. Зависимость величины возмущений от расстояния до источника

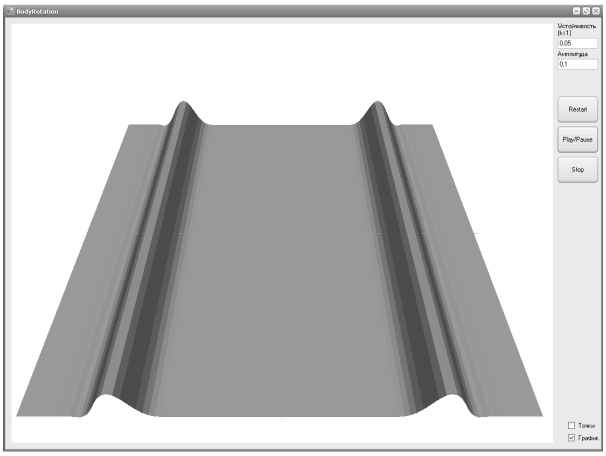

Рис. 5. Два плоских фронта

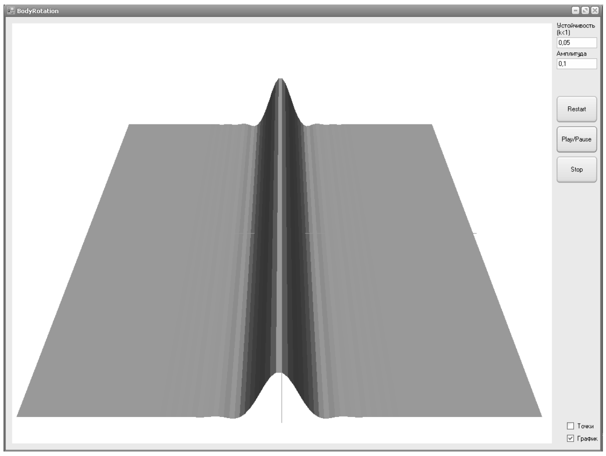

Рис. 6. Фронт возмущения в центре двухмерной области

При дальнейшем ходе эксперимента фронты возмущений распались на несколько фронтов меньшей величины возмущения (рис. 7).

В построенной нами модели рассматривается абстрактное возмущение, распространяющееся от источника по заданной области. Это отражает наиболее общий подход к моделированию физических взаимодействий в среде.

Обобщающий подход открывает широкие перспективы для моделирования процессов ОМД. В этом случае возмущением может быть изменение положения материальной точки, скорость материальной точки, сила, напряжения, деформации. Распространение любого из этих параметров может быть смоделировано описанной в настоящей статье схемой. Богатство модели обеспечивается выбором коэффициентов k_1, k_2, k_3, k_4 в формуле (1). Их варьирование позволит моделировать анизотропную среду, среду с локальными особенностями и пр.

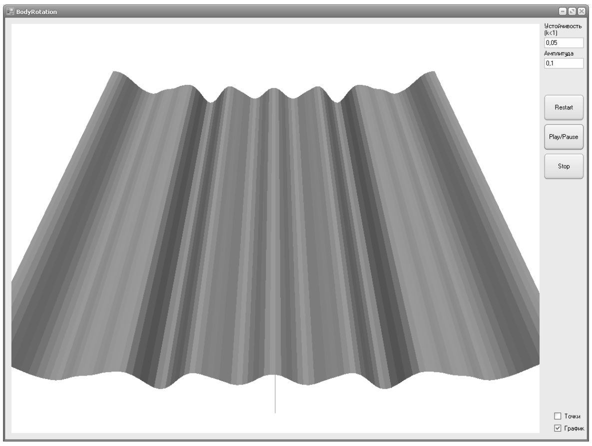

Рис. 7. Состояние области при дальнейшем распространении возмущений

В вычислительном плане клеточно-автоматная модель работает на порядок быстрее классических вычислительных методов (метода конечных элементов, разностных моделей), которые требуют последовательности итераций. Причем на каждой итерации происходит решение системы линейных уравнений большого порядка.

Таким образом, клеточно-автоматная модель открывает широкие перспективы для разработки эффективных программ расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) заготовки в процессе обработки давлением.

Литература

1. Courant, R. Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik / R. Courant, K. Friedrichs, H. Lewy // Mathematische Annalen. – 1928. – T. 100, № 1. – C. 32–74.

2. Тоффоли, Т. Машины клеточных автоматов: пер. с англ. / Т. Тоффоли, Н. Марголус. – М.: Мир, 1991. – 280 с.

3. Клеточно-автоматные модели деформируемой среды / Г.Ш. Рубин, А.А. Шишов, Г.С. Гун, М.В. Чукин // Труды восьмого конгресса прокатчиков. – Магнитогорск, 2010. – С. 451–453.

Поступила в редакцию 1 октября 2012 г.