

# ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ КONTИНУАЛЬНОЙ ТЕОРИИ УПЛОТНЕНИЯ ПОРОШКОВ С ОСОБЫМИ СВОЙСТВАМИ

*М.Н. Самодурова, Л.А. Барков, В.А. Иванов, Б.А. Яров*

Представлен анализ опыта применения известных базовых уравнений континуальной теории для описания процессов уплотнения порошков с особыми свойствами.

*Ключевые слова:* континуальная теория, основные уравнения, определяющие соотношения, уплотнение, порошки.

## Введение

Одной из важных технологических операций в порошковой металлургии является операция формования заготовок или изделий, выполняемая путем уплотнения порошков и позволяющая получить необходимый комплекс механических, физических и специальных свойств изделий.

С середины прошлого века для установления зависимостей плотности заготовок от усилий их формования использовалась дискретно-контактная теория формования порошков [1–3], а начиная с 70-х годов для построения математических моделей уплотнения порошков все чаще используется континуальная теория, в которой порошок рассматривается как квазисплошная уплотняемая среда с заданными реологическими свойствами [4–6]. Следует отметить, что дискретно-контактная теория формования порошков не утратила своего значения и в настоящее время. Так, авторами данной статьи в публикации [3] представлены результаты проверки в промышленных условиях теоретических зависимостей плотности от усилий уплотнения порошков целого ряда ученых, полученных на основе этой теории. Оказалось, что зависимость, предложенная еще в 1948 году известным русским ученым М.Ю. Бальшиным [1], дает достоверные результаты при описании процесса уплотнения таких порошков с особыми свойствами, как порошки молибдена и вольфрама. Безусловно, континуальная теория открывает более широкие возможности для построения теории и математических моделей, позволяющих определять геометрические, кинематические и энергосиловые параметры процесса формования из порошков заготовок и изделий. В мире имеется богатейший опыт применения этой теории для построения математических моделей процессов обработки материалов давлением [7,8].

## Дифференциальные уравнения механики в теории уплотнения квазисплошных порошков

Еще в 1822 году всемирно известный французский ученый О.Л. Коши первым опубликовал дифференциальные уравнения механики при деформации упругой сплошной среды. Силовые уравнения О.Л. Коши получил упрощением диф-

ференциальных уравнений движения, полученных Л. Эйлером в 1755 году, пренебрегая уплотнением среды и считая массовые силы и ускорения среды незначительными. В качестве физического уравнения О.Л. Коши использовал известное уравнение, выведенное Р. Гуком в конце XVII века. Применяя указанные уравнения, а также полученные закономерности для напряженного и деформированного состояний, О.Л. Коши заложил основы новой науки – теории упругости.

Получение в конце XIX – начале XX века условий перехода от упругого к пластическому состоянию деформируемых тел послужило началом создания науки по теории пластичности. Основными уравнениями этой теории были также дифференциальные уравнения равновесия, полученные О.Л. Коши

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений.

Эти же уравнения положены в основу создаваемой в настоящее время теории деформации порошковых уплотняемых материалов [5, 6, 9]. В этой теории в качестве кинематического уравнения используется дифференциальное уравнение неразрывности деформации, полученное на основе одного из фундаментальных законов механики о постоянстве массы [9]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho v_{i,i} = 0, \quad (2)$$

где  $\rho = \rho(x, y, z, t)$  – массовая плотность;  $v_i$  – компоненты скорости частиц деформируемой среды.

В качестве примера построения этой теории на основе уравнений (1) и (2) можно привести материалы докторской диссертации Ю.Н. Логинова, посвященной исследованию процессов деформации некомпактных материалов с особыми свойствами [10]. Для получения замкнутой системы уравнений Ю.Н. Логинов, кроме уравнений механики (1) и (2), использует физические уравнения связи между компонентами напряжений и скоростями деформаций, полученные на основе гипотезы о пропорциональности компонентов девиатора напряжений и скоростей деформации

$$s_{ij} = \frac{2T}{H} \xi_{ij}, \quad (3)$$

где  $s_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений;  $\xi_{ij}$  – компоненты девиатора скорости деформации;

$T$  – интенсивность касательных напряжений;  $H$  – интенсивность скорости деформации.

Но так как из девiatorа напряжений исключена «гидростатическая» составляющая нормальных напряжений, без которой невозможно сформировать из порошка заготовку и уплотнить ее, то Ю.Н. Логинов находит функции  $T$  и среднего нормального напряжения  $\sigma$  из опытов по осадке пористых образцов и их прессованию в замкнутом контейнере в виде

$$\begin{aligned} T &= T(H, \Lambda, \varepsilon, \rho_0, \Theta); \\ \sigma &= \sigma(H, \Lambda, \varepsilon, \rho_0, \Theta), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Lambda$  – степень деформации сдвига;  $\varepsilon$  – степень объемной деформации;  $\rho_0$  – плотность порошка перед формованием;  $\Theta$  – гомологическая температура порошка при формовании.

В последнее время в теории пластичности и теории деформации порошковых уплотняемых материалов вместо уравнений связи (3) широко используется так называемый ассоциированный закон течения [11, 12], записываемый уравнениями

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} = \psi \xi_{ij}, \quad (5)$$

где  $\Phi$  – функция текучести.

Причем этот закон течения выполняется только в случае, когда напряжения  $\sigma_{ij}$  удовлетворяют принятому условию текучести.

В наибольшей мере уплотняемые порошковые материалы отвечают эллиптическому условию текучести Р.Дж. Грина [13], когда функция текучести принимает вид

$$\Phi = \Phi(\sigma_{ii}) = \frac{\tau_{\text{окт}}^2}{a^2} + \frac{\sigma^2}{b^2}, \quad (6)$$

где  $\tau_{\text{окт}}$  – октаэдрическое напряжение.

Условие текучести (6) можно модернизировать [12], если константы  $a$  и  $b$  определить из простейших опытов на чистый сдвиг и на сжатие.

В условиях чистого сдвига  $\sigma_{11} = -\sigma_{33} = \tau_s$ ,  $\sigma_{22} = 0$ , откуда  $a = \tau_s$ . В условиях всестороннего сжатия  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_s$ .

С учетом полученных значений констант условие (6) примет вид

$$\frac{\tau_{\text{окт}}^2}{\tau_s^2} + \frac{\sigma^2}{\sigma_s^2} = 1, \quad (7)$$

где  $\tau_s = \tau_s(\rho)$ ,  $\sigma_s = \sigma_s(\rho)$ .

В первом приближении значения функций  $\tau_s(\rho)$  и  $\sigma_s(\rho)$  можно представить зависимостями

$$\begin{aligned} \tau_s(\rho) &= \tau_s^k \left(1 + A \ln \frac{\rho}{\rho_k}\right)^n; \\ \sigma_s(\rho) &= \sigma_s^k \left(1 + A \ln \frac{\rho}{\rho_k}\right)^n, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $A$  и  $n$  – физические константы обрабатываемых материалов; индекс  $k$  показывает, что величина характеризует компактный материал.

Подставляя в уравнение (7) значения  $\tau_{\text{окт}}$  и  $\sigma$ , получим условие текучести, записанное в главных напряжениях

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2}{\tau_s^2} + \\ + \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{\sigma_s^2} = 9. \end{aligned} \quad (9)$$

В общем случае функция текучести и условие текучести имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}) = \\ = \frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2}{9\tau_s^2} + \\ + \frac{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})^2}{9\sigma_s^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

После выполнения вычислений в уравнениях (5) с учетом значений функций текучести (10) и преобразований получим уравнения связи напряженного и деформированного состояний для уплотняемых сред

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \left(1 - \frac{\tau_s^2}{\sigma_s^2}\right) \sigma + \frac{2T}{H} \xi_{xx}; \\ \sigma_{yy} &= \left(1 - \frac{\tau_s^2}{\sigma_s^2}\right) \sigma + \frac{2T}{H} \xi_{yy}; \\ \sigma_{zz} &= \left(1 - \frac{\tau_s^2}{\sigma_s^2}\right) \sigma + \frac{2T}{H} \xi_{zz}; \\ \sigma_{xy} &= \frac{2T}{H} \xi_{xy}; \\ \sigma_{yz} &= \frac{2T}{H} \xi_{yz}; \\ \sigma_{zx} &= \frac{2T}{H} \xi_{zx}. \end{aligned} \quad (11)$$

В этих уравнениях среднее нормальное напряжение  $\sigma$  связано со скоростью относительного изменения объема  $\xi$  следующей зависимостью

$$\sigma = \frac{2T}{H} \cdot \frac{\sigma_s^2}{\tau_s^2} \xi. \quad (12)$$

#### Интегральные уравнения механики в теории уплотнения квазисплошных порошков

На деформируемый объем порошка  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$ , действуют активные поверхностные силы  $p_i$ , и частицы порошка при этом перемещаются со скоростями  $v_i$ . Откуда мощность поверхностных сил определится интегралом

$$\int_S p_i v_i ds = 0. \quad (13)$$

Используя известную формулу Остроградского – Гаусса [14], преобразуем поверхностный интеграл в объемный, выражающий мощность, развиваемую внутренними напряжениями  $\sigma_{ij}$  при скоростях деформации  $\xi_{ij}$

$$\int_V \sigma_{ij} \xi_{ij} dV = 0. \quad (14)$$

Уравнения (13) и (14) позволяют записать условие сохранения механической энергии, часто называемое основным энергетическим уравнением [15]

$$\int_S p_i v_i ds - \int_V \sigma_{ij} \xi_{ij} dV = 0. \quad (15)$$

Другим интегральным уравнением механики является вариационное уравнение принципа наименьшей полной энергии деформации [9]

$$\int_V \sigma_{ij} \xi_{ij}^* dV - \int_S p_i v_i^* ds \geq 0, \quad (16)$$

где  $\xi_{ij}$  и  $\xi_{ij}^*$  – компоненты тензора скоростей деформации, соответствующие действительному и кинематически возможному состояниям;  $v_i$  и  $v_i^*$  – составляющие поля скоростей течения, соответствующие действительному и кинематически возможному состояниям.

Основное энергетическое уравнение (15), записанное для действительного напряженно-дефор-

мированного состояния, можно представить в следующем виде, если пренебречь мощностью сил инерции ( $N_n$ ) и массовых сил ( $N_x$ ) [16, 17],

$$N_\sigma - N_p = 0, \quad (17)$$

где  $N_\sigma$  – мощность внутренних напряжений;  $N_p$  – мощность поверхностных сил.

Для уплотняемых материалов мощность внутренних напряжений затрачивается как на формоизменение ( $N_\phi$ ), так и на объемное уплотнение ( $N_V$ ) материала

$$N_\sigma = N_\phi + N_V = \\ = \iiint_V T H dV + 3 \iiint_V \sigma \xi dV. \quad (18)$$

Мощность поверхностных сил, в свою очередь, складывается из мощности нормальных ( $N_n$ ) и касательных ( $N_\tau$ ) напряжений

$$N_p = N_n + N_\tau = \\ = \iint_S \sigma_n v_n dS + \iint_S v_\tau \tau_n dS. \quad (19)$$

Если пренебречь мощностью сил инерции и мощностью массовых сил ввиду их малости, то основное энергетическое уравнение для уплотняемых материалов запишется так

$$\iiint_V T H dV + 3 \iiint_V \sigma \xi dV - \\ - \iint_S \sigma_n v_n dS + \iint_S v_\tau \tau_n dS = 0. \quad (20)$$

На основе этого уравнения А.И. Рудской в докторской диссертации построил свою теорию уплотнения порошковых материалов со специальными свойствами [18].

Приведенные выше дифференциальные и интегральные уравнения механики достаточно часто используются для построения математических моделей доуплотнения пористых скомпактированных из порошков заготовок [5, 6, 19–22]. К сожалению, по применению этих уравнений для построения математических процессов уплотнения порошков имеются лишь отдельные публикации [23, 24].

#### Стадии процесса уплотнения порошков с особыми свойствами

Экспериментально изучать процесс уплотнения порошков, а затем теоретически его описывать ученые начали еще в первой половине XX века [1, 2, 4, 5]. Уже в первой своей монографии по порошковой металлургии [1] М.Ю. Бальшин весь процесс уплотнения порошка в пресс-формах делит на три стадии. Дальнейшими исследованиями отечественных и зарубежных ученых [3, 26–28] установлено, что на первой стадии процесса уплотнения порошков, названной структурным уплотнением, деформации осуществляются за счет более рациональной структурной укладки частиц и их взаимной упругой деформации, на второй стадии за счет возникновения и роста поверхностей взаимного контакта частиц, а на третьей – за счет пластической деформации частиц порошка.

Исследованиями последних лет [10, 29] установлено, что стадия структурного уплотнения для порошков на основе железа, меди и других метал-

лов с обычными свойствами преобладает на начальной стадии уплотнения и часто совмещается со второй стадией. Для порошков металлов и сплавов с особыми свойствами, к которым относятся, прежде всего, порошки таких тугоплавких металлов как вольфрам и молибден, а также суперсплавы на основе никеля, кобальта и титана, содержащие интерметаллиды, оксидную, карбидную, нитридную, боридную и другую керамику, стадия структурного уплотнения является продолжительной и часто единственной. Усилие уплотнения таких порошков с особыми свойствами может быть рассчитано на основе дискретно-контактной теории формования, что подтверждено авторами статьи в публикации [3].

Исследование выполнено в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» Государственный контракт № 14.513.11.088 от 21.06.2013

#### Литература

1. Бальшин, М.Ю. Порошковая металлургия / М.Ю. Бальшин. – М.: Машигиз, 1948. – 254 с.
2. Жданович, Г.М. Теория прессования металлических порошков / Г.М. Жданович. – М.: Металлургия, 1969. – 264 с.
3. Теоретические и экспериментальные зависимости плотности от усилий компактирования порошковых заготовок / М.Н. Самодурова, Л.А. Барков, С.А. Мырзин и др. // Вест. Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. «Металлургия». – 2013. – Т. 13, № 1. – С. 150–153.
4. Кипарисов, С.С. Закономерности уплотнения порошковых материалов / С.С. Кипарисов, В.Е. Перельман, О.В. Роман // Порошковая металлургия. – 1977. – № 12. – С. 39–44.
5. Перельман, В.Е. Формование порошковых материалов / В.Е. Перельман. – М.: Металлургия, 1979. – 232 с.
6. Феноменологические теории прессования порошков / М.Б. Штерн, Г.Г. Сердюк, Л.А. Максименко и др. – Киев: Наукова думка, 1982. – 140 с.
7. Гун, Г.Я. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением / Г.Я. Гун. – М.: Металлургия, 1983. – 352 с.
8. Гуляев, Ю.Г. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением / Ю.Г. Гуляев, С.А. Чукмасов, А.В. Губинский. – Киев: Наукова думка, 1986. – 240 с.
9. Колмогоров, В.Л. Механика обработки металлов давлением / В.Л. Колмогоров. – Екатеринбург: Изд-во УПИ, 2001. – С. 85–87.
10. Логинов, Ю.Н. Исследование процессов деформации некомпактных материалов с особыми свойствами: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Ю.Н. Логинов. – Екатеринбург: Изд-во УПИ, 2002. – 36 с.
11. Друянов, Б.А. Прикладная теория пластичности пористых тел / Б.А. Друянов – М.: Машиностроение, 1989. – 168 с.

12. Каменников, Ю.И. Теория деформируемости материалов / Ю.И. Каменников, Л.А. Барков. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1995. – 123 с.
13. Грин, Р.Дж. Теория пластичности пористых тел / Р.Дж. Грин // Механика: сб. пер. – 1973. – № 4. – С. 109–120.
14. Колмогоров, В.Л. Напряжения, деформации, разрушение / В.Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.
15. Гун, Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением / Г.Я. Гун. – М.: Металлургия, 1980. – 456 с.
16. Основные уравнения теории уплотняемых материалов / Л.А. Барков, Ю.И. Каменников, Б.А. Чаплыгин и др. // Проблемы развития металлургии Урала рубежа XXI века: сб. науч. тр. – Магнитогорск, 1996. – С. 113–118.
17. Барков, Л.А. Прокатка малопластичных металлов с многосторонним обжатием / Л.А. Барков, 1988. – 304 с.
18. Рудской, А.И. Разработка новых порошковых материалов и развитие теории их пластического деформирования с целью получения изделий со специальными физико-механическими свойствами: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / А.И. Рудской. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. – 31 с.
19. Сегал, В.М. Пластическая деформация пористых тел / В.М. Сегал // Пластическая деформация легких и специальных сплавов. – 1982. – № 2. – С. 37–42.
20. Григорьев, А.К. Энергетические методы решения технологических задач пластичности пористых тел / А.К. Григорьев, А.И. Рудской // Порошковая металлургия. – 1988. – № 5. – С. 6–10.
21. Моргун, Г.Н. Обработка порошковых материалов давлением / Г.Н. Моргун // Итоги науки и техники. Сер. «Порошковая металлургия». – М.: ВИНТИ, 1989. – Т. 3. – С. 67–124.
22. Григорьев, А.К. Деформация и уплотнение порошковых материалов / А.К. Григорьев, А.И. Рудской. – М.: Металлургия, 1992. – 192 с.
23. Shima, S. Plasticity theory for porous metals / S. Shima, M. Oyane // Int. J. Mech. Sci. – 1976. – Vol. 18, no. 6. – P. 285–291.
24. Барков, Л.А. Математическое моделирование процесса прессования изделий типа втулки из порошковых магнитных материалов / Л.А. Барков, П.А. Ческидов, М.Н. Самодурова // Вест. Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. «Машиностроение». – 2004. – Вып. 5, № 5 (34). – С. 149–153.
25. Barkov, L.A. Consolidation model of powder materials / L.A. Barkov, P.A. Cheskidov // Jr. of World Congress. – Paris, 1994. – P. 561–566.
26. Экспериментальное исследование процесса холодного прессования штабиков из порошков вольфрама / С.А. Мымрин, В.Э. Кузнецов, Л.А. Барков и др. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. – № 9. – С. 15–18.
27. Андреева, Н.В. Исследование уплотняемости порошков / Н.В. Андреева, И.Д. Радомысльский, Н.И. Щербаков // Порошковая металлургия. – 1975. – № 6. – С. 32–42.
28. Shima, S. A study of forming of metal powders // Doct. Eng. Thesis. – Kyoto, 1975. – 200 p.
29. Александров, А.Э. Разработка методов математического моделирования технологий обработки давлением порошковых и пористых материалов: дис. ... канд. техн. наук: 05.16.05 / А.Э. Александров. – СПб., 2009. – 163 с.

**Самодурова Марина Николаевна**, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. Тел.: (351)2679224. E-mail: samodurovamn@susu.ac.ru.

**Барков Леонид Андреевич**, доктор технических наук, профессор кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: barkovla@susu.ac.ru.

**Иванов Василий Александрович**, старший преподаватель кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: Vasilij.A.Ivanov@gmail.com.

**Яров Булат Ажуватович**, аспирант кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: bulatyarov@gmail.com.

## PHASE BALANCE IN LIQUID STEEL AT CERIUM INTRODUCTION

**M.N. Samodurova**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
samodurovamn@susu.ac.ru,

**L.A. Barkov**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
barkovla@susu.ac.ru

**V.A. Ivanov**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
Vasilij.A.Ivanov@gmail.com

**B.A. Yarov**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
bulatyarov@gmail.com

The paper presents an analysis of the experience of application of the known basic equations of continuum theory to describe the compaction of powders with special properties.

*Keywords: continuum theory, basic equations, constitutive relations, densification, powders.*

### References

1. Bal'shin M.Yu. *Poroshkovaya metallurgiya* [Powder metallurgy]. Moscow, Mashgiz, 1948. 254 p.
2. Zhdanovich G.M. *Teoriya pressovaniya metallicheskih poroshkov* [Theory of Pressing of Metal Powders]. Moscow, Metallurgiya, 1969. 264 p.
3. Samodurova M.N., Barkov L.A., Mymrin S.A., Ivanov V.A., Dzhigun N.S. Theoretical and Experimental Dependences of Density on the Force of Compaction of Powder Blanks [Teoreticheskie i eksperimental'nye zavisimosti plotnosti ot usilij kompaktirovaniya poroshkovykh zagotovok]. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Metallurgy"*, 2013, vol. 13, no. 1, pp. 150–153.
4. Kiparisov S.S., Perel'man V.E., Roman O.V. Laws of Compaction of Powder Materials [Zakonomernosti uplotneniya poroshkovykh materialov]. *Poroshkovaya metallurgiya*, 1977, no. 12, pp. 39–44.
5. Perel'man V.E. *Formovanie poroshkovykh materialov* [Forming of Powder Materials]. Moscow, Metallurgiya, 1979. 232 p.
6. Shtern M.B., Serdyuk G.G., Maksimenko L.A. et al *Fenomenologicheskie teorii pressovaniya poroshkov* [Phenomenological Theories of Powder Pressing]. Kiev, Naukova Dumka, 1982. 140 p.
7. Gun G.Ya. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov obrabotki metallov davleniem* [Mathematical Modeling of Metal Forming Processes]. Moscow, Metallurgiya, 1983. 352 p.
8. Gulyaev Yu.G., Chukmasov S.A., Gubinskiy A.V. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov obrabotki metallov davleniem* [Mathematical Modeling of Metal Forming Processes]. Kiev, Naukova Dumka, 1986. 240 p.
9. Kolmogorov V.L. *Mekhanika obrabotki metallov davleniem* [Mechanics of Metal Forming]. Ekaterinburg, USTU Publ., 2001. 836 p.
10. Loginov Yu.N. *Issledovanie protsessov deformatsii nekompaktnykh materialov s osobymi svoystvami*. Dokt. diss. [Investigation of the Processes of Deformation of Non-Compact Materials with Special Properties. Doct. diss.]. Ekaterinburg, 2002. 394 p.
11. Druyanov B.A. *Prikladnaya teoriya plastichnosti poristykh tel* [Applied Theory of Plasticity of Porous Bodies]. Moscow, Mashinostroenie, 1989. 168 p.
12. Kamenshchikov Yu.I., Barkov L.A. *Teoriya deformiruemosti materialov* [Theory of Materials Deformability]. Chelyabinsk, ChSTU Publ., 1995. 123 p.
13. Green R.J. A Plasticity Theory for Porous Solids. *Int. J. Mech. Sci.*, 1972, vol. 14, no. 4, pp. 215–224. doi: 10.1016/0020-7403(72)90063-X.
14. Kolmogorov V.L. *Napryazheniya, deformatsii, razrushenie* [Stresses, Strains, Fracture]. Moscow, Metallurgiya, 1970. 229 p.
15. Gun G.Ya. *Teoreticheskie osnovy obrabotki metallov davleniem* [Theoretical Bases of Metal Forming]. Moscow, Metallurgiya, 1980. 456 p.
16. Barkov L.A., Kamenshchikov Yu.I., Chaplygin B.A. et al. Osnovnye uravneniya teorii uplotnyaemykh materialov [The Basic Equations of the Theory of Compacted Materials]. *Problemy razvitiya metallurgii Urala*

---

*rubezha XXI veka* [Problems of Development of Metallurgy of the Ural on the Threshold of the XXI Century]. Magnitogorsk, 1996, pp. 113–118.

17. Barkov L.A., Vydrin V.N., Pastukhov V.V., Chernyshev V.N. *Prokatka maloplastichnykh metallov s mnogostoronnim obzhatiem* [Rolling Low-Plastic Metals with a Multilateral Compression]. Chelyabinsk, Metallurgiya, 1988. 304 p.

18. Rudskoy A.I. *Razrabotka novykh poroshkovykh materialov i razvitie teorii ikh plasticheskogo deformirovaniya s tsel'yu polucheniya izdeliy so spetsial'nymi fiziko-mekhanicheskimi svoystvami*. Avtoref. dokt. diss. [Development of New Powder Materials and the Theory of Their Plastic Deformation to Obtain Products with Specific Physical and Mechanical Properties. Abstract of doct. diss.]. St. Petersburg, 1998. 31 p.

19. Segal V.M. Plastic Deformation of Porous Bodies [Plasticheskaya deformatsiya poristykh tel]. *Plasticheskaya deformatsiya legkikh i spetsial'nykh splavov. T. 2.* [Plastic Deformation of Light and Special Alloys. Vol. 2]. Moscow, Metallurgiya, 1982, pp. 37–42.

20. Grigor'ev A.K., Rudskoy A.I. Energy Methods for Solving Technological Problems of Plasticity of Porous Bodies [Energeticheskie metody resheniya tekhnologicheskikh zadach plastichnosti poristykh tel]. *Poroshkovaya metallurgiya*, 1988, no. 5. pp. 6–10.

21. Morgun G.N. Obrabotka poroshkovykh materialov davleniem [Handling of Powder Materials by Pressure]. *VINITI. Seriya "Poroshkovaya metallurgiya". T. 3.* [VINITI. Series "Powder Metallurgy". Vol. 3]. Moscow, VINITI, 1989, pp. 67–124.

22. Grigor'ev A.K., Rudskoy A.I. *Deformatsiya i uplotnenie poroshkovykh materialov* [Deformation and Compaction of Powder Materials]. Moscow, Metallurgiya, 1992. 192 p.

23. Shima S., Oyane M. Plasticity Theory for Porous Metals. *Int. J. Mech. Sci.*, 1976, vol. 18, no. 6, pp. 285–291. doi: 10.1016/0020-7403(76)90030-8.

24. Barkov L.A., Cheskidov P.A., Samodurova M.N. Matematicheskoe modelirovanie protsessa pressovaniya izdeliy tipa vtulki iz poroshkovykh magnitnykh materialov [Mathematical Modeling of the Compression of Products Such as Sleeve from Powdered Magnetic Materials]. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Mechanical Engineering Industry"*, 2004, no. 5 (34), issue 5, pp. 149–153.

25. Barkov L.A., Cheskidov P.A. Consolidation Model of Powder Materials. *J. of World Congress*. Paris, 1994, pp. 561–566.

26. Mymrin S.A., Kuznetsov V.E., Barkov L.A. et al Eksperimental'noe issledovanie protsessa kholodnogo pressovaniya shtabikov iz poroshkov vol'frama [An Experimental Study of the Process of Cold Pressing of Rods from Tungsten Powders]. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo*, 1990, no. 9, pp. 15–18.

27. Andreeva N.V., Radomysel'skiy I.D., Shcherbakov N.I. Issledovanie uplotnyaemosti poroshkov [Investigation of compactibility of powders]. *Poroshkovaya metallurgiya*, 1975, no. 6, pp. 32–42.

28. Shima S. *A Study of Forming of Metal Powders*. Doct. eng. thesis. Kyoto, 1975. 200 p.

29. Aleksandrov A.E. *Razrabotka metodov matematicheskogo modelirovaniya tekhnologiy obrabotki davleniem poroshkovykh i poristykh materialov*. Kand. diss. [Development of Methods of Mathematical Modeling of Technologies of Forming Powder and Porous Materials. Cand. sci. diss.]. St. Petersburg, 2009. 163 p.

*Поступила в редакцию 2 октября 2013 г.*