

ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УПЛОТНЕНИЯ ПОРОШКОВ ПРИ КОМПАКТИРОВАНИИ

М.Н. Самодурова, Л.А. Барков, В.А. Иванов

Представлен анализ известных вариационных методов, применяемых при решении задач уплотнения порошков, предложен вариант вариационного функционала, применение которого рассмотрено для исследования процесса уплотнения порошковой композиции на основе карбида вольфрама.

Ключевые слова: вариационные методы, вариационные функционалы, уплотнение порошков, карбид вольфрама.

Введение

Вариационные методы решения некоторых физических задач были известны еще в XIX веке [1], но они не использовались как теоретические методы определения параметров процессов обработки материалов давлением. Классическим теоретическим методом определения силового взаимодействия рабочего инструмента и материала при его обработке давлением до середины XX века был метод, основанный на решении дифференциальных уравнений равновесия (1) совместно с геометрическими и физическими уравнениями [2]

$$\sigma_{ij,j} = 0. \quad (1)$$

Этот метод успешно используется и в настоящее время при решении частных плоских и осесимметричных задач по определению в основном контактных силовых условий, не учитывающих влияния на процесс массовых сил и сил инерции.

В 50-х годах прошлого века уровень развития таких процессов обработки давлением как ковка, штамповка, прокатка, прессование, волочение и другие потребовал создания новых теоретических методов решения объемных задач, позволяющих определять не только энергосиловые и кинематические параметры процессов, но и деформации и напряжения в обрабатываемых телах.

Создателем таких новых теоретических вариационных методов в теории обработки металлов давлением, по утверждению всемирно известного ученого члена-корреспондента АН РФ В.Л. Колмогорова [3], является А.А. Поздеев. В 1955 г., в то время доцент кафедры ОМД Уральского политехнического института, после изучения известных исследований по вариационным методам (не связанных с решением задач теории ОМД) отечественных ученых: А.А. Ильюшина [4], Л.И. Качанова [5], А.А. Маркова [6], зарубежных ученых: В. Прагера и Ф.Г. Ходжа [7], Р. Хилла [8] А.А. Поздеев впервые применил принцип изменений деформированного состояния (обобщение принципов Лагранжа и Журдена) для определения параметров формоизменения при пластической обработке металлов. Вариационное уравнение А.А. Поздеев записал как разницу вариаций работы внутренних и внешних сил при деформации в виде функционала [9].

Решение задачи сводится к отысканию таких функций деформаций и перемещений, которые сообщали бы функционалу (2) минимальное значение.

$$\tau_s \int_V \delta \Gamma dv - \int_S (x_n \delta u_x + y_n \delta u_y + z_n \delta u_z) ds = 0, \quad (2)$$

где τ_s – предел текучести на сдвиг; V – объем очага деформации; Γ – интенсивность деформаций; S – поверхность контакта инструмента с деформируемым телом; x_n, y_n, z_n – проекции векторов сил на координатные оси; u_x, u_y, u_z – компоненты перемещений.

Кроме А.А. Поздеева в создании и развитии вариационных методов решения задач теории ОМД принимали активное участие такие ученые как В.Л. Колмогоров, О.А. Ганаго и другие соавторы первой монографии по вариационным методам расчета усилий и деформаций [10]. Наиболее существенный вклад в развитие вариационных методов теории ОМД внес В.Л. Колмогоров, написавший ряд монографий [11–13] и учебник [14, 15].

Метод исследования уплотнения порошков, основанный на контактной теории

Первую теоретическую зависимость плотности порошкового материала от приложенных усилий компактирования еще в середине XX в. получил известный русский ученый М.Ю. Бальшин в виде [16]

$$\lg p = m \lg \bar{\rho} + \lg p_{\max}, \quad (3)$$

где p – усилие компактирования; m – фактор компактирования; $\bar{\rho}$ – относительная плотность прессовки; p_{\max} – усилие, необходимое для получения 100 % плотности прессовки.

Эта зависимость была получена на основе известной контактной теории взаимодействия порошковых материалов как дискретных сред. Активный приверженец этой контактной теории Г.М. Жданович в своей монографии по теории прессования

металлических порошков [17] считает, что частицы порошка представляют собой обособленные физические тела, подчиняющиеся при взаимодействии законам статистической механики. На этой основе Г.М. Жданович получил зависимость усилия компактирования p от относительной плотности прессовки $\bar{\rho}$ и от относительной насыпной плотности $\bar{\rho}_n$

$$p = p_{\max} \frac{\bar{\rho}^n - \bar{\rho}_n^n}{1 - \bar{\rho}_n^n}, \quad (4)$$

где n – фактор формирования.

Авторы статьи на основе результатов, проведенных ими промышленных исследований по компактированию порошков молибдена марки МЧ и вольфрама марки ВЧ, выполнили проверку зависимостей (3) и (4) в диапазоне удельных усилий компактирования от 200 до 500 МПа. Проверка показала, что зависимость М.Ю. Бальшина достаточно точно описывает процесс холодного компактирования штабиков из порошков молибдена сечением 18×18 мм и длиной 600 мм в диапазоне усилий от 200 до 315 МПа и штабиков из порошков вольфрама сечением 13×13 мм и длиной 500 мм в диапазоне усилий от 387 до 500 МПа. Установлено также, что зависимость Г.М. Ждановича дает заниженные почти в два раза значения плотности при заданных значениях усилий компактирования [18].

Вариационные функционалы для исследования уплотнения порошковых заготовок и порошков

В 80-е годы прошлого века уже были известны вариационные функционалы, использовавшиеся для исследования кинематических условий процесса горячего доуплотнения пористых сжимаемых порошковых заготовок.

Так, в работе [19] записан вариационный функционал, предназначенный для определения поля скоростей сжимаемого пористого материала с жесткопластическими свойствами, в виде

$$\int_V (T\delta H + \sigma\delta\xi) - \int_S p_i \delta v_i ds = 0, \quad (5)$$

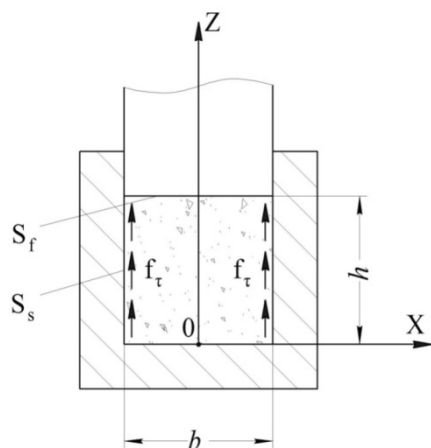


Рис. 1. Схема компактирования порошка в матрице прямоугольного сечения

где T – интенсивность касательных напряжений; H – интенсивность скоростей деформации сдвига; ξ – скорость относительного изменения объема; v_i – компоненты скоростей течения; p_i – компоненты напряжений на контакте.

Аналогичный функционал записан японскими учеными в работе [20]. В работе [21] этот функционал учитывает разрывы кинематически возможных полей скоростей. Следует отметить, что процесс доштамповки в работах [19–21] основан на условии пластичности пористых материалов, предложенном японскими учеными Шима и Ояно [22], но не привязан к форме изделия.

Процесс доштамповки порошковых цилиндрических заготовок учеными Украины [23] описан вариационным функционалом, основанным на условии пластичности Грина [24].

В 90-е годы одним из соавторов статьи Л.А. Барковым совместно с В.Э. Кузнецовым был получен для исследования характера уплотнения порошков на принципе виртуальных перемещений вариационный функционал вида [25]

$$J(u'_i) = \int_V \left[\int_{\Lambda_{n-1}^{\Lambda'_n}} T(\rho_0, \Lambda) d\Lambda + \int_{\varepsilon_{n-1}^{\varepsilon'_n}} \sigma(\rho_0, \varepsilon) d\varepsilon \right] dv - \int_{S_S} f_\tau u'_\tau ds, \quad (6)$$

где T , σ – интенсивность касательных напряжений и среднее напряжение; Λ' , Λ , ε' , ε – степени сдвиговой и объемной деформации на виртуальных и действительных полях перемещений; f_τ, u'_τ – удельная сила трения и перемещения порошка по боковой поверхности матрицы S_S (рис. 1).

Алгоритм решения задачи по уплотнению порошков и результаты решения

Рассмотрим задачи по уплотнению порошков вольфрама, молибдена, порошковых композиций типа WC + Co в процессе холодного одностороннего компактирования в жесткой разборной матрице (рис. 2) пресс-формы [26].

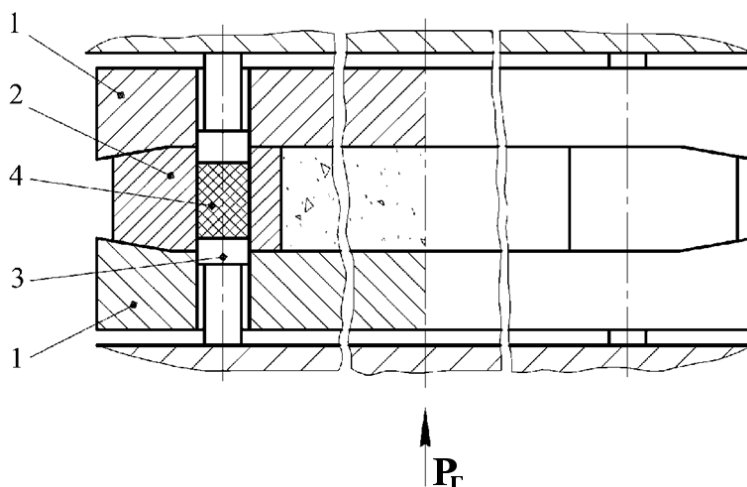


Рис. 2. Одноместная разборная пресс-форма для прессования штабиков из порошков вольфрама

Матрица пресс-формы, как видно из рис. 2, включает основание (не показано), две боковины 1, две торцевые пластины 2, шпильки 3 и упругие элементы 4. Пресс-форма устанавливается на стол специализированного гидравлического пресса с горизонтальным и вертикальным плунжерами [27]. Пред засыпкой порошка в полость 5 пресс-формы она зажимается усилием P_f горизонтального плунжера, затем усилием вертикального плунжера пресса на пуансон пресс-формы выполняется компактирование прямоугольного или квадратного штабика. Например, штабика из порошка вольфрама марки ВЧ сечением 13×13 мм и длиной 500 мм при приложении удельного усилия, равного 500 МПа.

При решении поставленной задачи по исследованию уплотнения вариационным методом приняты следующие допущения: прессуемый порошок представляет собой квазисплошное, уплотняемое, квазиизотропное тело; массовые силы и силы инерции при скорости пуансона пресс-формы в 2,5 мм/с незначительны; тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций ϵ_{ij} в очаге компактирования коаксиальны; силы трения действуют только на боковых поверхностях матрицы (см. рис. 1) и описываются законом трения Зибеля; на поверхностях контакта пуансона с порошком и порошка с основанием матрицы имеет место полное прилипание; объемной вязкостью порошка в связи с очень низкой скоростью перемещения пуансона пресс-формы пренебрегаем. Указанные допущения позволяют использовать вариационный принцип возможных перемещений и функционал в виде записи (6).

Задаваемое поле перемещений должно удовлетворять граничным условиям, определяемым формой и геометрическими параметрами очага деформации. Например, для компактирования штабиков из порошков тугоплавких металлов, главным образом из порошков вольфрама и молибдена, а также получения изделий из порошков твердых сплавов часто используются пресс-формы с матрицами квадратного или прямоугольного сечения и пуансоны с плоской рабочей поверхностью S_f (см. рис. 1). В этом случае граничные условия будут иметь вид

$$\begin{aligned} u_z|_{z=0} = 0, \quad u_z|_{z=h} = -\Delta h, \quad u_x|_{x=0, x=\pm l} = 0, \\ u_y|_{y=0, y=\pm b} = 0, \quad u_x|_{z=0, z=h} = 0, \\ u_y|_{z=0, z=h} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где Δh , h – обжатие порошка и текущая высота компакта; b – ширина компакта; l – длина компакта.

Минимизация функционала (6) выполняется с помощью прямых вариационных методов. На первоначальной стадии расчета, когда поле перемещений имеет много неопределенностей, наиболее целесообразно использовать метод Эйлера. Как известно, метод Эйлера представляет собой прямой вариационно-разностный метод, особенностью которого является использование для минимизации функционала функций, графическое изо-

бражение которых похоже на ломаные линии [14]. Существенным недостатком этого метода является большое количество варьируемых параметров, что делает метод малопродуктивным. Однако предварительные расчеты по методу Эйлера позволяют получить информацию о характере поля перемещений. Для конкретного примера по схеме компактирования, показанной на рис. 1, минимизация функционала (6) по методу Эйлера позволила получить функции перемещений в виде

$$u_z = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq z \leq a_1; \\ -a_6 \left[\frac{z-a_1}{a_4-a_1} \right]^{a_5^2+1}, & \text{при } a_1 < z \leq a_4; \\ (-\Delta h - a_6) \left[1 - \frac{z-a_4}{h-a_3-a_4} \right]^{a_5^2+1} - \Delta h, & \text{при } a_4 < z \leq h - a_3; \\ -\Delta h, & \text{при } h - a_3 < z \leq h. \end{cases} \quad (8)$$

При решении задачи по методу Эйлера насыпку порошка в матрице пресс-формы разбивали по высоте на 100 плоских сечений. Величину перемещений u_{zi} и степеней объемной деформации ϵ_{zi} в каждом сечении задавали в виде

$$\begin{aligned} u_{zi} = 0, \quad u_{zi} = x_i, \quad u_{z100} = -\Delta h, \\ \epsilon_{zi} = \frac{u_{zi+1} - u_{zi}}{z_{i+1} - z_i}, \end{aligned} \quad (9)$$

где i изменяется от 1 до 100; x_i – варьируемый параметр; z_i – координата i -го сечения.

Имея семейство функций перемещений в виде (8), полученных по методу Эйлера, часть из которых представляет собой сплайны четырех функций: двух степенных и двух линейных. Далее выполняем минимизацию функционала (6) по методу Рунге. Следует отметить, что в точках стыка функций совпадают не только значения функций, но и значения их первых производных. Семейство функций имеет пять независимых параметров: a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 . Шестой параметр определяется из условия равенства производных в точке стыка степенных функций:

$$a_6 = \Delta h \frac{(a_5^2+1)(a_4-a_1)}{(h-a_3-a_4)(a_5^2+1) + (a_4-a_1)(a_5^2+1)}. \quad (10)$$

Решение задачи по прямому вариационному методу Рунге позволяет определить действительное поле перемещений частиц уплотняемой среды при заданном шаге движения инструмента. По найденному полю перемещений определяются степени сдвиговой и объемной деформации в каждой точке компакта. Из условия неразрывности деформации с учетом связи деформаций и перемещений находится функция распределения плотности по очагу деформации

$$\rho = \rho_0 \exp \epsilon, \quad (11)$$

где ρ_0 – плотность насыпки порошка.

Таким образом, на основе функционала (6), граничных условий (7) и функций перемещений (8) были разработаны математическая модель и алгоритм реализации процесса холодного компак-

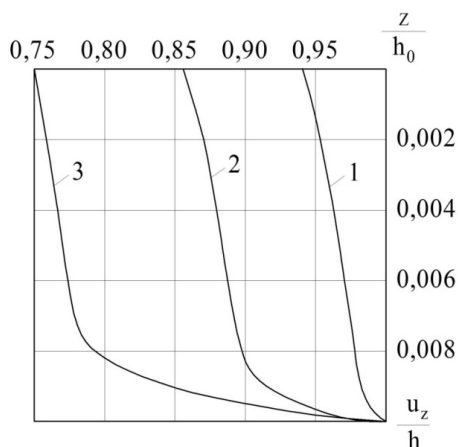


Рис. 3. Зависимость перемещений от шагов деформации: 1 – один шаг, 2 – пять шагов, 3 – одиннадцать шагов

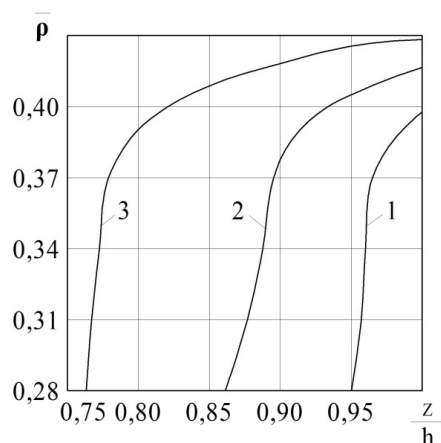


Рис. 4. Зависимость относительной плотности от шагов деформации: 1 – один шаг, 2 – пять шагов, 3 – одиннадцать шагов

тирования из порошков штабиков из тугоплавких металлов и заготовок твердосплавного инструмента в прямоугольной или квадратной матрице. При реализации математической модели использовались гипотезы плоских сечений и прямых вертикалей, функции $T = T(\rho_0, \Lambda)$, $\sigma = \sigma(\rho_0, \varepsilon)$, найденные из экспериментов, имели степенной характер.

Рассмотрим результаты реализации модели на примере холодного компактирования из порошка вольфрама марки ВА штабиков сечением $h_1 \times b_1 = 20 \times 20$ мм и длиной 500 мм. Высота засыпки порошка h_0 равнялась 40,2 мм, разовое обжатие $\Delta h_i = 0,01h_0$, $\rho_0 = 4,15$ т/м³, коэффициент трения $f = 0,01$.

На рис. 3 приведено поле перемещений для разных шагов деформации, а на рис. 4 – поле относительной плотности для этих же шагов деформации.

Исследование выполнено в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы» Государственный контракт № 14.513.11.088 от 21.06.2013.

Литература

1. Михлин, С.Г. Вариационные методы в математической физике / С.Г. Михлин. – М.: Гостехтеориздат, 1957.
2. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
3. Колмогоров, В.Л. К истории развития вариационных методов решения задач теории обработки металлов давлением / В.Л. Колмогоров // Обработка металлов давлением: сб. – Свердловск: УПИ, 1987. – С. 140–144.
4. Ильющин, А.А. Пластичность / А.А. Ильющин. – М.: Гостехиздат, 1948.
5. Качанов, Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. – М.: Гостехиздат, 1956.

6. Марков, А.А. О вариационных принципах в теории пластичности / А.А. Марков // Прикладная математика и механика. – 1947. – Т. XI, вып. 3.

7. Прагер, В. Теория идеально-пластических сред / В. Прагер, Ф.Г. Ходж. – М.: Гостехтеориздат, 1956.

8. Хилл, Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: Гостехтеориздат, 1956.

9. Тарновский, И.Я. Вариационные методы в теории обработки металлов давлением / И.Я. Тарновский, А.А. Поздеев // Научные доклады высшей школы. Металлургия. – 1958. – № 1.

10. Теория обработки металлов давлением (Вариационные методы расчета усилий и деформаций) / И.Я. Тарновский, А.А. Поздеев, О.А. Ганаго и др. – М.: Metallurgizdat, 1963. – 672 с.

11. Колмогоров, В.Л. Напряжения, деформации, разрушение / В.Л. Колмогоров. – М.: Metallurgiya, 1970. – 229 с.

12. Колмогоров, В.Л. Некоторые актуальные задачи теории обработки металлов давлением / В.Л. Колмогоров. – М.: ВИЛС, 1979. – 124 с.

13. Теория пластических деформаций металлов / Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров и др. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.

14. Колмогоров, В.Л. Механика обработки металлов давлением: учеб. для вузов / В.Л. Колмогоров. – М.: Metallurgiya, 1986. – 688 с.

15. Колмогоров, В.Л. Механика обработки металлов давлением: учеб. для вузов / В.Л. Колмогоров. – 2-е изд., перераб. и доп. – Екатеринбург: Изд-во УГТУ – УПИ, 2001. – 836 с.

16. Бальшин, М.Ю. Порошковая металлургия / М.Ю. Бальшин. – М.: Машиз, 1948. – 286 с.

17. Жданович, Г.М. Теория прессования металлических порошков / Г.М. Жданович. – М.: Metallurgiya, 1969. – 264 с.

18. Теоретические и экспериментальные зависимости плотности от усилий компактирования порошковых заготовок / М.Н. Самодурова,

Л.А. Барков, С.А. Мырзин, В.А. Иванов // Вестник Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. «Металлургия». – 2013. – Т. 13, № 1. – С. 150–153.

19. Сегал, В.М. Вариационный функционал для пористого пластического тела / В.М. Сегал, В.И. Резников, В.Ф. Малышев. // Порошковая металлургия. – 1981. – № 9. – С. 15–18.

20. Mori, K.I. Finite deformation of porous metals / K.I. Mori, S. Shima, K. Osakada // Bull. JSME. – 1980. – Vol. 23, no. 178. – P. 516–522.

21. Лантев, А.М. Вариационный функционал для жестко-пластического пористого материала / А.М. Лантев // Порошковая металлургия. – 1983. – № 1 – С. 1–4.

22. Shima, S. Plasticity theory for porous metals / S. Shima, M. Oyane // Int. J. Mech. Sci. – 1976. – Vol. 18, no. 6. – P. 285–291.

23. Баглюк, Г.А. Анализ напряженно-деформированного состояния уплотняемого осесим-

метричного пористого тела с использованием вариационных методов / Г.А. Баглюк, И.Д. Радомысльский, В.Л. Юрчук // Порошковая металлургия. – 1986. – № 10. – С. 26–30.

24. Грин, Р.Дж. Теория пластичности пористых тел / Р.Дж. Грин // Механика: сб. пер. – 1973. – № 4. – С. 109–120.

25. Барков Л.А., Кузнецов В.Э. // Проблемы современных материалов и технологий: тез. докл. конф. – Пермь, 1993. – С. 46–48.

26. А. с. 1803261 СССР, МКИ³ В 22 F 3/02. Пресс-форма для прессования изделий из порошков / Л.А. Барков, М.Л. Ямпольский, С.А. Мырзин. – № 4901425; заявл. 09.01.91; опубл. 23.03.93, Бюл. № 11. – 4 с.: ил.

27. Оборудование для обработки давлением порошков и порошковых заготовок / под ред. Л.А. Баркова. – Челябинск: Металл, 1992. – 296 с.

Самодурова Марина Николаевна, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. Тел.: (351)2679224. E-mail: samodurovamn@susu.ac.ru.

Барков Леонид Андреевич, доктор технических наук, профессор кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: barkovla@susu.ac.ru.

Иванов Василий Александрович, старший преподаватель кафедры машин и технологий обработки материалов давлением, Южно-Уральский государственный университет. 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: Vasilij.A.Ivanov@gmail.com.

Bulletin of the South Ural State University
Series “Metallurgy”
2013, vol. 13, no. 2, pp. 71–76

PHASE BALANCE IN LIQUID STEEL AT CERIUM INTRODUCTION

M.N. Samodurova, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,
samodurovamn@susu.ac.ru,

L.A. Barkov, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,
barkovla@susu.ac.ru

V.A. Ivanov, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,
Vasilij.A.Ivanov@gmail.com

The paper presents an analysis of the known variational methods applied to solving the problems of powders' densification and offers a variant of variational functional whose application is considered for the investigation of the compaction of powder composition based of tungsten carbide.

Keywords: variational methods, variational functionals, powders' densification, tungsten carbide.

References

1. Mikhlin S.G. *Variatsionnye metody v matematicheskoy fizike* [Variational Methods in Mathematical Physics]. Moscow, Gostekhteorizdat, 1957. 476 p.
2. Storozhev M.V., Popov E.A. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of Metal Forming]. Moscow, Mashinostroenie, 1977. 423 p.
3. Kolmogorov V.L. To the History of the Development of Variational Methods for Solving the Problems of the Theory of Metal Forming [K istorii razvitiya variatsionnykh metodov resheniya zadach teorii obrabotki metallov davleniem]. *Obrabotka metallov davleniem*. Sverdlovsk, UPI Publ., 1987, pp. 140–144.
4. Il'yushin A.A. *Plastichnost'* [Plasticity]. Moscow, Gostekhizdat, 1948. 376 p.
5. Kachanov L.M. *Osnovy teorii plastichnosti* [Bases of the Theory of Plasticity]. Moscow, Gostekhizdat, 1956. 324 p.
6. Markov A.A. Variational Principles in the Theory of Plasticity [O variatsionnykh printsipakh v teorii plastichnosti]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1947, vol. XI, no. 3, pp. 339–350.
7. Prager W., Hodge P.G. *Theory of Perfectly Plastic Solids*. John Wiley & Sons, 1951. 264 p.
8. Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, 1950. 355 p.
9. Tarnovskiy I.Ya., Pozdeev A.A. Variational Methods in the Theory of Metal Forming [Variatsionnye metody v teorii obrabotki metallov davleniem]. *Nauchnye doklady vysshey shkoly. Metallurgiya*, 1958, no. 1, pp. 15–23.
10. Tarnovskiy I.Ya., Pozdeev A.A., Ganago O.A., Kolmogorov V.L. et al. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of Metal Forming]. Moscow, Metallurgizdat, 1963. 672 p.
11. Kolmogorov V.L. *Napryazheniya, deformatsii, razrushenie* [Stresses, Strains, Fracture]. Moscow, Metallurgiya, 1970. 229 p.
12. Kolmogorov V.L. *Nekotorye aktual'nye zadachi teorii obrabotki metallov davleniem* [Some Actual Problems of the Theory of Metal Forming]. Moscow, VILS Publ., 1979. 124 p.
13. Unksov, E.P., Dzhonson U., Kolmogorov V.L. et al. *Teoriya plasticheskikh deformatsiy metallov* [Theory of Plastic Deformation of Metals]. Moscow, Mashinostroenie, 1983. 598 p.
14. Kolmogorov V.L. *Mekhanika obrabotki metallov davleniem* [Mechanics of Metal Forming]. Moscow, Metallurgiya, 1986. 688 p.
15. Kolmogorov V.L. *Mekhanika obrabotki metallov davleniem* [Mechanics of Metal Forming]. Ekaterinburg, USTU Publ., 2001. 836 p.
16. Bal'shin M.Yu. *Poroshkovaya metallurgiya* [Powder metallurgy]. Moscow, Mashgiz, 1948. 286 p.
17. Zhdanovich G.M. *Teoriya pressovaniya metallicheskih poroshkov* [Theory of Pressing of Metal Powders]. Moscow, Metallurgiya, 1969. 264 p.
18. Samodurova M.N., Barkov L.A., Mymrin S.A., Ivanov V.A., Dzhigun N.S. Theoretical and Experimental Dependences of Density on the Force of Compaction of Powder Blanks [Teoreticheskie i eksperimental'nye zavisimosti plotnosti ot usilii kompaktirovaniya poroshkovykh zagotovok]. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Metallurgy"*, 2013, vol. 13, no. 1, pp. 150–153.
19. Segal V.M., Reznikov V.I., Malyshev V.F. Variational Functionals for Porous Plastic Body [Variatsionnyy funktsional dlya poristogo plasticheskogo tela]. *Poroshkovaya metallurgiya*, 1981, no. 9, pp. 15–18.
20. Mori K.I., Shima S., Osakada K. Finite Deformation of Porous Metals. *Bull. JSME*, 1980, vol. 23, no. 178, pp. 516–522.
21. Laptev A.M. Variational Functional for a Rigid-Plastic Porous Material [Variatsionnyy funktsional dlya zhestko-plasticheskogo poristogo materiala]. *Poroshkovaya metallurgiya*, 1983, no. 1, pp. 1–4.
22. Shima S., Oyane M. Plasticity Theory for Porous Metals. *Int. J. Mech. Sci.*, 1976, vol. 18, no. 6, pp. 285–291. doi: 10.1016/0020-7403(76)90030-8.
23. Baglyuk, G.A. Radomysel'skiy I.D., Yurchuk V.L. Analysis of the Stress-Strain State of the Packed Axially Symmetric Porous Body Using Variational Methods [Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya uplotnyaemogo osesimmetrichnogo poristogo tela s ispol'zovaniem variatsionnykh metodov]. *Poroshkovaya metallurgiya*, 1986, no. 10, pp. 26–30.
24. Green R.J. A Plasticity Theory for Porous Solids. *Int. J. Mech. Sci.*, 1972, vol. 14, no. 4, pp. 215–224. doi: 10.1016/0020-7403(72)90063-X.
25. Barkov L.A., Kuznetsov V.E. *Tezisy dokladov konferentsii "Problemy sovremennykh materialov i tekhnologii"* [Problems of Modern Materials and Technologies. Abstracts of Papers]. Perm, 1993, pp. 46–48.
26. Barkov L.A. et al. *Press-forma dlya pressovaniya izdeliy iz poroshkov* [Press-Mould for Pressing Products from Powders]. Patent USSR, no. 1803261, 1991.
27. *Oborudovanie dlya obrabotki davleniem poroshkov i poroshkovykh zagotovok* [Equipment for Forming Powders and Powder Blanks]. Ed. by L.A. Barkov. Chelyabinsk, Metall, 1992. 296 p.

Поступила в редакцию 2 октября 2013 г.