

О МЕТОДЕ ЭКСПОНЕНТ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАГРЕВА МЕТАЛЛА В ПЕЧАХ

В.И. Панферов[✉], tgsiv@mail.ru

С.В. Панферов, panferovsv@susu.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Введение. В условиях повышения требований к качеству и экономичности нагрева металла перед прокаткой задача создания и совершенствования алгоритмического обеспечения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) нагревательных печей является вполне актуальной. **Цель исследования:** изучить особенности применения предложенного в научной литературе метода экспонент для описания температурных полей заготовок при нагреве в печах: выясняется вопрос о том, насколько указанный подход соответствует физике процесса нагрева, какая точность описания при этом может быть достигнута. При этом следует подчеркнуть, что данный метод интересен прежде всего для реализации режима реального времени в АСУ ТП нагревательных печей. **Материалы и методы.** Отмечено, что разумность и привлекательность рассматриваемого подхода объясняется как простотой описания, так и небольшим числом параметров, характеризующих используемую экспоненту. Проведен физико-математический анализ вопроса о том, насколько метод удовлетворяет общеизвестному математическому описанию процесса нагрева, ядром которого, как это хорошо известно, является уравнение теплопроводности. **Результаты.** Показано, что предлагаемая в литературе структура модели удовлетворяет уравнению теплопроводности только для режима нагрева при постоянной температуре поверхности заготовки. Установлено также, что условие, описывающее отсутствие теплового потока на соответствующей границе, для начальных моментов времени выполняется достаточно приближенно, а абсолютно точно только для бесконечно большого времени. Рассмотрены способы отыскания начального условия для функции времени, входящей в структуру рассматриваемой экспоненты. Проведены численные эксперименты, позволяющие оценить влияние способа определения отмеченного начального условия на результаты расчета температурных полей. Показано, что в общем случае метод экспонент представляет распределение температуры по сечению заготовки практически равномерным. Это позволяет заключить, что рассматриваемый подход позволяет отслеживать по существу динамику среднemasсовой температуры заготовки. **Заключение.** Результаты работы могут быть использованы при разработке и совершенствовании алгоритмического обеспечения АСУ ТП методических печей.

Ключевые слова: нагрев металла, автоматизированная система управления, метод экспонент, особенности модели, функция времени, определение начального условия, распределение температуры по сечению заготовки, удовлетворение граничных условий, среднemasсовая температура

Для цитирования: Панферов В.И., Панферов С.В. О методе экспонент в задачах моделирования нагрева металла в печах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2024. Т. 24, № 4. С. 74–83. DOI: 10.14529/met240407

Original article

DOI: 10.14529/met240407

ABOUT THE EXPONENTER METHOD IN PROBLEMS OF SIMULATING METAL HEATING IN FURNACES

V.I. Panferov[✉], tgsiv@mail.ru

S.V. Panferov, panferovsv@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. Introduction. In the context of increasing requirements for the quality and efficiency of heating metal before rolling, the task of creating and improving algorithmic support for automated process control systems (APCS) for heating furnaces is quite relevant. **Purpose of the study.** To study the features of using the exponential method proposed in the scientific literature to describe the temperature fields of workpieces when heated in furnaces: the question of how well this approach corresponds to the physics of the heating process is clarified, and what accuracy of description can be achieved. It should be emphasized that this method is interesting, first of all, for the implementation of real-time mode in the process control system of heating furnaces. **Materials and methods.** It is noted that the reasonableness and attractiveness of the approach under consideration is explained both by the simplicity of the description and by the small number of parameters characterizing the exponent used. A physical and mathematical analysis of the question of how well the method satisfies the well-known mathematical description of the heating process is carried out, the core of which, as is well known, is the heat conduction equation. **Results.** It is shown that the model structure proposed in the literature satisfies the thermal conductivity equation only for the heating mode at a constant temperature of the workpiece surface. It has also been established that the condition describing the absence of heat flow at the corresponding boundary is satisfied quite approximately for the initial moments of time, and absolutely accurately only for an infinitely long time. Methods for finding the initial condition for the time function included in the structure of the exponential under consideration are considered. Numerical experiments were carried out to evaluate the influence of the method of determining the noted initial condition on the results of calculating temperature fields. It is shown that in the general case, the exponential method represents the temperature distribution over the cross section of the workpiece to be almost uniform. This allows us to conclude that the approach under consideration allows us to essentially track the dynamics of the mass-average temperature of the workpiece. **Conclusion.** The results of the work can be used in the development and improvement of algorithmic support for automated process control systems of methodical furnaces.

Keywords: metal heating, automated control system, exponential method, model features, time function, determination of the initial condition, temperature distribution over the workpiece cross-section, satisfaction of boundary conditions, mass-average temperature

For citation: Panferov V.I., Panferov S.V. About the exponenter method in problems of simulating metal heating in furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2024;24(4):74–83. (In Russ.) DOI: 10.14529/met240407

Введение

В свое время М.А. Био предложил мгновенное распределение температуры в массивном теле по пространственным координатам представлять с помощью парабол [1]. Привлекательность такого подхода объясняется тем, что параболу можно однозначно характеризовать только одним параметром, что значительно упрощает описание температурного поля [2] и весьма существенно уменьшает необходимый для его хранения объем памяти компьютера. С этой же целью – с целью сокращения необходимого объема памяти компьютера – в работе [3] применялась аппроксимация

температурного поля слябов в методических печах многочленами второго и четвертого порядков по координате x – толщине нагреваемой заготовки. При этом начало координат выбиралось в точке с нулевым тепловым потоком, это позволяло исключить в аппроксимирующем многочлене наличие нечетных степеней координаты x и тем самым уменьшить количество подлежащих определению его коэффициентов.

Обоснованность такого подхода аргументируется также и тем, что, как указано в работе [4, с. 157], «...из решений уравнения теплопроводности ... известно, что при постоянной

скорости нагрева и постоянном тепловом потоке с наступлением так называемого регулярного режима распределение температур по сечению пластины подчиняется параболическому закону».

Таким образом, метод парабол может показаться весьма привлекательным при решении задачи контроля температурных полей нагреваемых заготовок. Однако, как это отмечено в работе [2, с. 357], метод парабол «...не имеет решающих преимуществ перед методом гармоник или методом прямых», которые, кстати сказать, используются значительно чаще.

Постановка задачи

В работах [5, 6] для описания мгновенного распределения температуры по сечению нагреваемых заготовок предлагается использовать метод экспонент. Разумность и привлекательность такого подхода также объясняется как простотой описания, так и небольшим числом параметров, характеризующих используемую экспоненту. Вместе с тем данный метод в работах [5, 6] применяется без должного обоснования и аргументации, без указания того, насколько такое представление соответствует физическому описанию процесса нагрева. В работах [5, 6] этот метод используется для «...инженерного расчета» [5], оптимального по быстродействию управления нагревом, адекватность такого описания, как это нам представляется, оценивается только «...путем сравнения с известной методикой расчета с помощью номограмм» [5], изложенной, например, в работе [2]. Утверждается, что «...аппроксимация распределения температуры по толщине нагреваемого тела экспоненциальной функцией позволяет упростить расчет оптимального по быстродействию управляющего воздействия – температуры греющей среды и моментов переключения» [5, 6].

Метод экспонент может быть интересен в связи с тем, что для реализации режима реального времени в АСУ ТП нагревательных печей, несмотря на возросшую мощность современных компьютеров, по-прежнему привлекательны достаточно простые модели и алгоритмы. Поэтому существенно важным является вопрос о том, следует ли рекомендовать этот метод для использования в АСУ ТП, выяснить, насколько предлагаемое описание температурного поля все-таки соответствует общеизвестному математическому представлению процесса, насколько оно приемлемо, в том числе и для этих целей. Поэтому далее рассмотрим особенности применения этого метода.

Аналитическое решение задачи

Как это хорошо известно [7–11], нагрев слябов в методических печах можно представить с помощью математической модели следующей структуры:

$$c\rho \frac{\partial t(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t(x,\tau)}{\partial x} \right), 0 < x < L, \tau > 0; \quad (1)$$

$$t(x, 0) = t^0(x), 0 \leq x \leq L; \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = \alpha [t_{\text{п}}(\tau) - t(0, \tau)], \tau > 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial t(L,\tau)}{\partial x} = 0, \tau > 0. \quad (4)$$

Здесь c, ρ и λ – соответственно теплоемкость единицы массы, плотность и коэффициент теплопроводности, зависящие в общем случае от температуры $t(x, \tau)$; x – пространственная координата; τ – время; L – расчетное сечение заготовки; $t^0(x)$ – заданная функция, описывающая начальное температурное поле металла; α – коэффициент теплоотдачи; $t_{\text{п}}(\tau)$ – температура рабочего пространства печи.

Согласно [5, 6] мгновенное температурное поле заготовки предлагается описать следующим соотношением:

$$t(x, \tau) = t_{\text{пов}}(\tau) \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x], \quad (5)$$

где $t_{\text{пов}}(\tau)$ – температура поверхности; $\varphi(\tau)$ – некоторая функция времени, подлежащая определению в процессе решения задачи.

Подчиним данное соотношение уравнению теплопроводности (1), для этого сначала вычислим его частные производные:

$$\frac{\partial t(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{dt_{\text{пов}}(\tau)}{d\tau} \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x] + t_{\text{пов}}(\tau) \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x] \cdot (-x) \cdot \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial t(x,\tau)}{\partial x} = t_{\text{пов}}(\tau) \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x] \cdot [-\varphi(\tau)]; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 t(x,\tau)}{\partial x^2} = t_{\text{пов}}(\tau) \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x] \cdot [-\varphi(\tau)]^2. \quad (8)$$

Если подставить полученные выражения в уравнение теплопроводности (1), то получим следующее соотношение:

$$\frac{dt_{\text{пов}}(\tau)}{d\tau} + t_{\text{пов}}(\tau) \cdot (-x) \cdot \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} = a_T \cdot t_{\text{пов}}(\tau) \cdot [-\varphi(\tau)]^2, \quad (9)$$

где a_T – коэффициент температуропроводности.

Данное дифференциальное уравнение включает две неизвестные функции времени $t_{\text{пов}}(\tau)$ и $\varphi(\tau)$ и, естественно, само по себе решено быть не может.

Примечание. Конечно, с помощью граничного условия (3) $t_{\text{пов}}(\tau)$ можно выразить через $\varphi(\tau)$ и подставить в данное дифференциальное уравнение, однако в этом случае мы получаем достаточно сложное нелинейное дифференциальное уравнение относительно $\varphi(\tau)$, аналитическое решение которого не представляется возможным.

Как нам представляется, в работах [5, 6] (без каких-либо оговорок) полагается, что при рассматриваемом режиме нагрева $t_{\text{пов}} = \text{const}$. В этом случае дифференциальное уравнение (9) заметно упрощается и будет иметь вид

$$(-x) \cdot \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} = a_T \cdot [\varphi(\tau)]^2. \quad (10)$$

Данное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными и сравнительно просто может быть проинтегрировано (x считается константой).

$$\frac{-d\varphi(\tau)}{[\varphi(\tau)]^2} = \frac{a_T}{x} \cdot d\tau; \quad (11)$$

$$\int \frac{-d\varphi(\tau)}{[\varphi(\tau)]^2} = \int \frac{a_T}{x} \cdot d\tau + C; \quad (12)$$

$$\frac{1}{\varphi(\tau)} = \frac{a_T}{x} \tau + C; \quad (13)$$

$$\varphi(\tau) = \frac{1}{\frac{a_T}{x} \tau + C} = \frac{x}{a_T \tau + Cx}. \quad (14)$$

Следует отметить, что именно соотношение (14) и предлагается для описания процесса нагрева в работах [5, 6].

Как это следует из уравнения (14), $\varphi(\tau) \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$. Здесь C – постоянная интегрирования, определяется она из начального условия

$$\varphi(0) = \frac{1}{C} \rightarrow C = \frac{1}{\varphi(0)}. \quad (15)$$

Поэтому конкретное выражение для температурного поля (5) будет иметь вид:

$$t(x, \tau) = t_{\text{пов}} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\frac{a_T}{x} \tau + \frac{1}{\varphi(0)}}\right) = t_{\text{пов}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 \cdot \varphi(0)}{a_T \cdot \varphi(0) \cdot \tau + x}\right). \quad (16)$$

Заметим, что из уравнения (16) следует, что при $x = 0$ $t(x, \tau) = t_{\text{пов}}$, что вполне соответствует физике процесса нагрева.

Как видно из уравнения (16), экспоненциальное температурное поле однозначно характеризуется только одним настраиваемым параметром – $\varphi(0)$, причем примечательно то, что этот параметр, вернее его числовое значение, одинаков для любого момента времени, что является достаточно привлекательным фактором. К месту заметим, что в методе парабол коэффициенты зависят от времени, они разные для разных моментов времени, при переходе от одного момента времени к другому эти коэффициенты (параметры) следует определять заново, а в методе экспонент – нет. Это обстоятельство является существенным преимуществом метода экспонент перед методом парабол.

Однако здесь возникает вопрос о том, как определить $\varphi(0)$, насколько этот метод пригоден для практического использования?

Варианты определения начального условия $\varphi(0)$

Здесь может быть применен следующий приближенный подход. Если считать, что $t(x, \tau) = t_{\text{пов}} \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x]$, то среднemasсовая температура заготовки будет изменяться во времени следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{t}(\tau) &= \frac{1}{L} \int_0^L t_{\text{пов}}(\tau) \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot x] dx = -\frac{t_{\text{пов}}(\tau)}{L \cdot \varphi(\tau)} \exp[-\varphi(\tau) \cdot x] \Big|_0^L = \\ &= -\frac{t_{\text{пов}}(\tau)}{L \cdot \varphi(\tau)} \{\exp[-\varphi(\tau) \cdot L] - 1\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Поэтому, полагая $\tau = 0$, найдем уравнение для определения $\varphi(0)$:

$$\bar{t}(0) = -\frac{t_{\text{пов}}(0)}{L \cdot \varphi(0)} [\exp(-L \cdot \varphi(0)) - 1] \Leftrightarrow \frac{\bar{t}(0) \cdot L \cdot \varphi(0)}{t_{\text{пов}}(0)} = 1 - \exp(-L \cdot \varphi(0)). \quad (18)$$

Понятно, что это уравнение может быть решено только численным или графическим методами. Заметим, что здесь $\bar{t}(0) = \frac{1}{L} \int_0^L t^0(x) dx$ – среднемассовая температура заготовки в начале процесса.

Как показал анализ соотношения (18), в общем случае оно имеет два корня: один $\varphi(0) = 0$, второй – ненулевой, его приближенное значение находится из следующего соотношения: $\frac{\bar{t}(0) \cdot L \cdot \varphi(0)}{t_{\text{пов}}(0)} = 1 \rightarrow \varphi(0) = \frac{t_{\text{пов}}(0)}{\bar{t}(0) \cdot L}$. Такой вывод вытекает из рассмотрения графиков левой и правой частей уравнения (18) (рис. 1). Для оформления рис. 1 введем следующие обозначения: $y1 = \frac{\bar{t}(0) \cdot L \cdot \varphi(0)}{t_{\text{пов}}(0)}$; $y2 = 1 - \exp(-L \cdot \varphi(0))$; $h = \varphi(0)$. При этом конкретно для рис. 1 $L = 0,1$ м; $\bar{t}(0) = 20$ °C; $t_{\text{пов}}(0) = 100$ °C. Из рис. 1 следует, что для данного случая $\varphi(0) = 50$ м⁻¹.

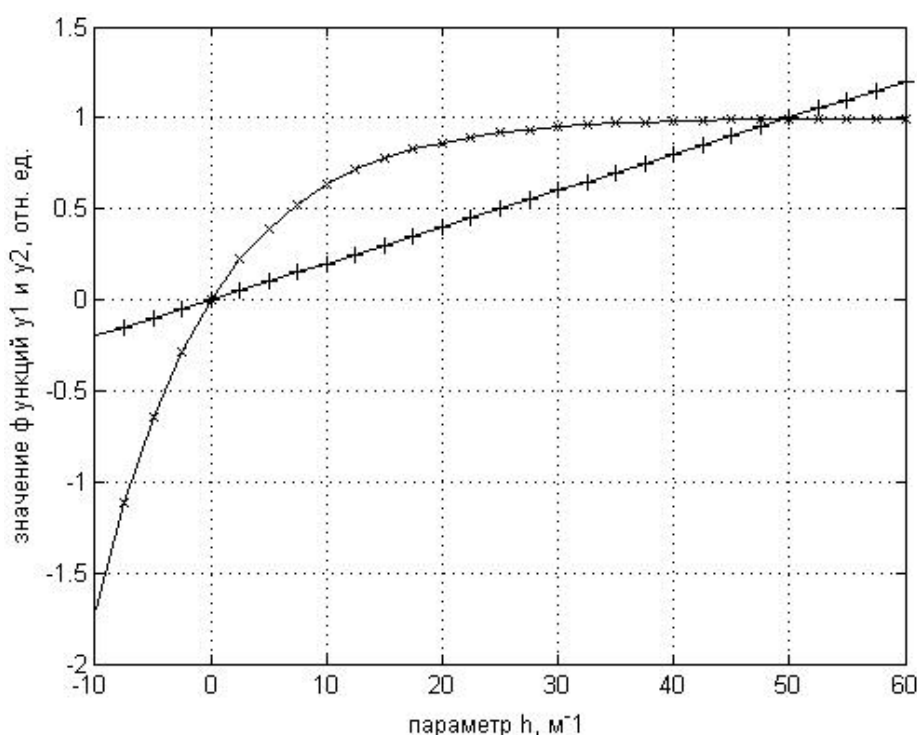


Рис. 1. Графики функций $y1$ и $y2$
Fig. 1. Graphs of functions $y1$ and $y1$

Следует заметить, что для реальных значений рассматриваемых параметров графики $y1$ и $y2$ пересекаются при $y1 = y2 = 0$ и при $y1 = y2 = 1$. Абсцисса первой точки всегда одна и та же, это $\varphi(0) = 0$, абсцисса второй точки зависит от условий задачи $\varphi(0) = \frac{t_{\text{пов}}(0)}{\bar{t}(0) \cdot L}$ – это условие и может быть использовано для определения начального условия. Нулевой корень здесь не приемлем, поскольку, как это нетрудно видеть из уравнения (16), в этом случае получается, что всегда якобы $t(x, \tau) = t_{\text{пов}}$, что никак не соответствует физике процесса нагрева.

Вместе с тем задачу определения начального условия для функции $\varphi(\tau)$ можно решать и так:

$$J[\varphi(0)] = \frac{1}{L} \int_0^L [t^0(x) - t_{\text{пов}} \cdot \exp(-x \cdot \varphi(0))]^2 dx \rightarrow \min_{\varphi(0)} J[\varphi(0)]. \quad (19)$$

Здесь $\varphi(0)$ следует определять из решения достаточно сложного уравнения

$$\frac{dJ[\varphi(0)]}{d\varphi(0)} = \frac{2}{L} \int_0^L [t^0(x) - t_{\text{пов}} \cdot \exp(-x \cdot \varphi(0))] \cdot (-t_{\text{пов}} \cdot \exp(-x \cdot \varphi(0)) \cdot (-x)) dx = 0. \quad (20)$$

Если воспользоваться начальным условием (2), то получим следующее формальное выражение для $\varphi(0)$:

$$t^0(x) = t_{\text{пов}} \cdot \exp(-x \cdot \varphi(0)) \rightarrow \varphi(0) = -\frac{1}{x} \ln \left(\frac{t^0(x)}{t_{\text{пов}}} \right). \quad (21)$$

Таким образом, из (21), во-первых, следует, что $\varphi(0)$ должно иметь разное значение для различных x , только если начальное температурное поле описывается приближенно экспонентой $t^0(x) \approx t_{\text{пов}} \cdot \exp(\beta \cdot x)$, то получается, что $\varphi(0) \approx -\beta$ (здесь β – некоторый коэффициент), а во-вторых, конкретное выражение для температурного поля будет следующим:

$$t(x, \tau) = t_{\text{пов}} \cdot \exp \left(-\frac{x^2 \ln \left(\frac{t^0(x)}{t_{\text{пов}}} \right)}{\ln \left(\frac{t^0(x)}{t_{\text{пов}}} \right) a_T \tau - x^2} \right). \quad (22)$$

Анализ граничных условий

Граничное условие (4) в общем случае при конечном значении времени τ в принципе не может быть удовлетворено, так как $\frac{\partial t(L, \tau)}{\partial x} = t_{\text{пов}} \cdot \exp[-\varphi(\tau) \cdot L] \cdot [-\varphi(\tau)] \neq 0$. Однако если в процессе нагрева температура поверхности поддерживается на постоянном уровне $t_{\text{пов}} = \text{const}$, то при $\tau \rightarrow \infty$ по физике процесса будет так, что температура в любой точке заготовки будет равна $t_{\text{пов}}$, тогда из (5) будет следовать, что должно быть $\varphi(\tau) \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$. Если же рассмотреть уравнение (14), то, действительно, рассматриваемая функция $\varphi(\tau)$ этому условию удовлетворяет. Таким образом, граничное условие (4) при рассматриваемом описании температурного поля точно удовлетворяется только при $\tau \rightarrow \infty$.

Если же рассмотреть граничное условие (3), то здесь, как это нам представляется, проблем нет, причем удастся определить температуру печи, которая обеспечивает поддержание температуры поверхности сляба на постоянном уровне:

$$-\lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = -\lambda \cdot t_{\text{пов}} \cdot [-\varphi(\tau)] = \alpha(t_{\text{п}} - t_{\text{пов}}) \rightarrow t_{\text{п}}(\tau) = t_{\text{пов}}[1 + \frac{\lambda}{\alpha} \varphi(\tau)]. \quad (23)$$

Вычислительные эксперименты

Рассмотрим, какие температурные поля получаются в заготовке, если пользоваться методом экспонент. Например, будем считать, что $a_T = 0,02 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; $L = 0,05$ м; $\bar{t}(0) = 20$ °С; $t_{\text{пов}}(0) = 500$ °С. Тогда $\varphi(0) = \frac{t_{\text{пов}}(0)}{\bar{t}(0) \cdot L} = \frac{500}{20 \cdot 0,05} = 500 \text{ м}^{-1}$, поэтому конкретное выражение для температурного поля, найденного методом экспонент, будет следующим: $t(x, \tau) = 500 \cdot \exp \left(-\frac{x^2 \cdot 500}{10 \cdot \tau + x} \right)$. Здесь τ следует подставлять в часах.

На рис. 2 представлен график температурного поля для $\tau = 0$ ч, вычисленный по указанной формуле. Подчеркнем, что при этом считалось, что $\bar{t}(0) = 20$ °С. Здесь соблюдается только равенство среднемассовых температур при $\tau = 0$ ч, а начальное температурное поле, каким бы оно ни было в реальности, при вычислениях представляется экспонентой. В этом заключается особенность первого варианта определения $\varphi(0)$.

На рис. 3 представлены кривые распределения температуры по сечению сляба, вычисленные по методу экспонент, конкретно по формуле $t(x, \tau) = 500 \cdot \exp \left(-\frac{x^2 \cdot 500}{10 \cdot \tau + x} \right)$ для $\tau = 0,5$ ч; $\tau = 1,0$ ч; $\tau = 2,0$ ч.

Как видно из рис. 3, распределение температуры по сечению практически равномерное, здесь только нужно иметь в виду, что во всех случаях $t_{\text{пов}} = 500$ °С (это при $x = 0$), т. е. имеются особенности оформления графиков в среде MATLAB.

Далее пусть, например, $t^0(x) = 2,4 \cdot 10^4 \cdot x^2$, °С, в этом случае так же, как и в предыдущем случае для $L = 0,05$ м $\bar{t}(0) = 20$ °С. Тогда для ранее указанных исходных данных конкретное выражение для температурного поля будет таким:

$$t(x, \tau) = 500 \cdot \exp \left(-\frac{x^2 \ln(48 \cdot x^2)}{\ln(48 \cdot x^2) \cdot 0,02 \cdot \tau - x^2} \right).$$

При этом к месту подчеркнем, что при $\tau = 0$ будет $t(x, \tau) = 500 \cdot \exp(\ln(48 \cdot x^2)) = 500 \cdot 48 \cdot x^2 = 2,4 \cdot 10^4 \cdot x^2$, °С, т. е. заявленное начальное условие выполняется абсолютно точно.

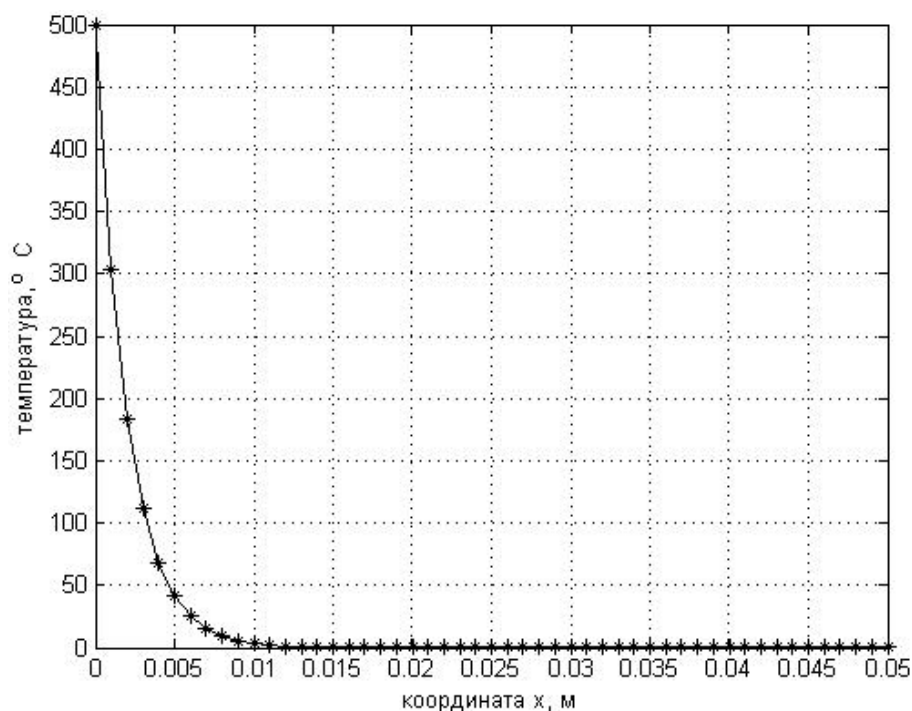


Рис. 2. График температурного поля сляба по методу экспонент при $\tau = 0$
Fig. 2. Graph of the temperature field of the slab using the exponential method at $\tau = 0$

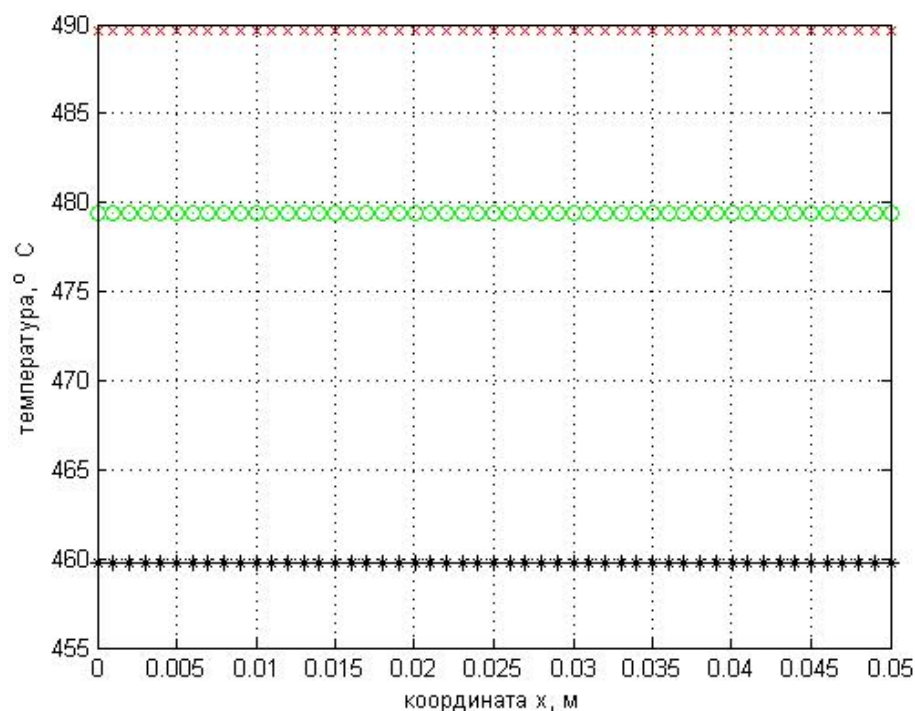


Рис. 3. Графики температурного поля сляба: при $\tau = 0,5$ ч – нижняя кривая; при $\tau = 1,0$ ч – средняя кривая; при $\tau = 2,0$ ч – верхняя кривая, вычисленные для 1-го варианта определения $\varphi(0)$
Fig. 3. Graphs of the temperature field of the slab: at $\tau = 0.5$ h – lower curve; at $\tau = 1.0$ h – middle curve; at $\tau = 2.0$ h – upper curve, calculated for the 1st option for determining $\varphi(0)$

На рис. 4 приведены графики распределения температуры по сечению той же самой заготовки, что и выше, вычисленные по данному уравнению, для тех же моментов времени: $\tau = 0,5$ ч; $\tau = 1,0$ ч; $\tau = 2,0$ ч. Здесь так же, как и в случае рис. 3, нужно иметь в виду, что во всех случаях $t_{\text{пов}} = 500$ °C (это при $x = 0$), т. е. имеются особенности оформления графиков в среде MATLAB.

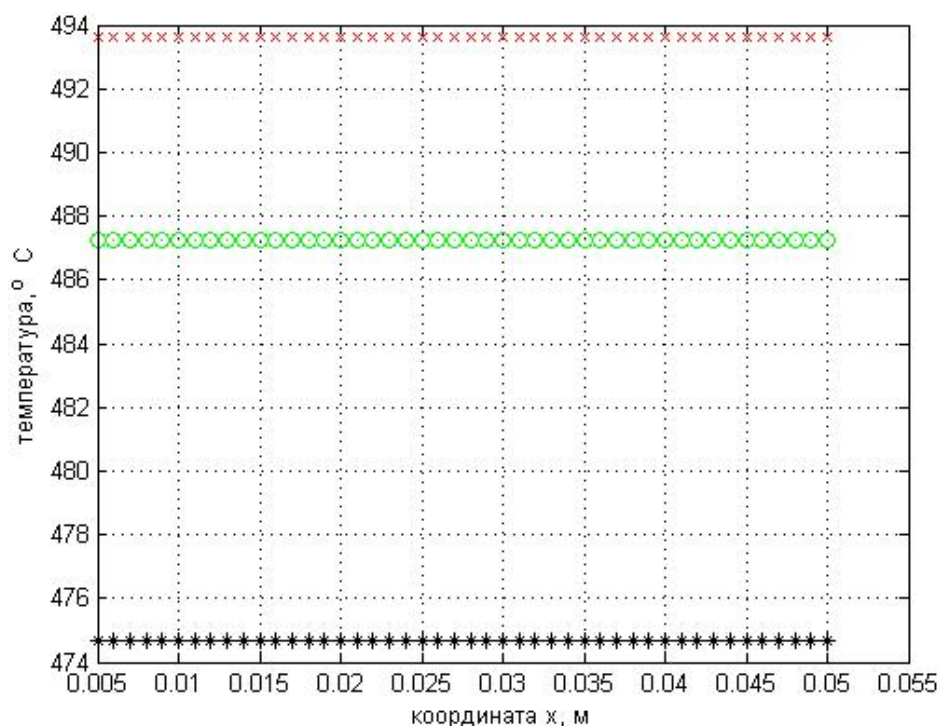


Рис. 4. Графики температурного поля слэба: при $\tau = 0,5$ ч – нижняя кривая; при $\tau = 1,0$ ч – средняя кривая; при $\tau = 2,0$ ч – верхняя кривая, вычисленные по уравнению, учитывающему точно реальное начальное температурное поле в заготовке
Fig. 4. Graphs of the temperature field of the slab: at $\tau = 0.5$ h – lower curve; at $\tau = 1.0$ h – middle curve; at $\tau = 2.0$ h – upper curve, calculated using an equation that takes into account the exact real initial temperature field in the workpiece

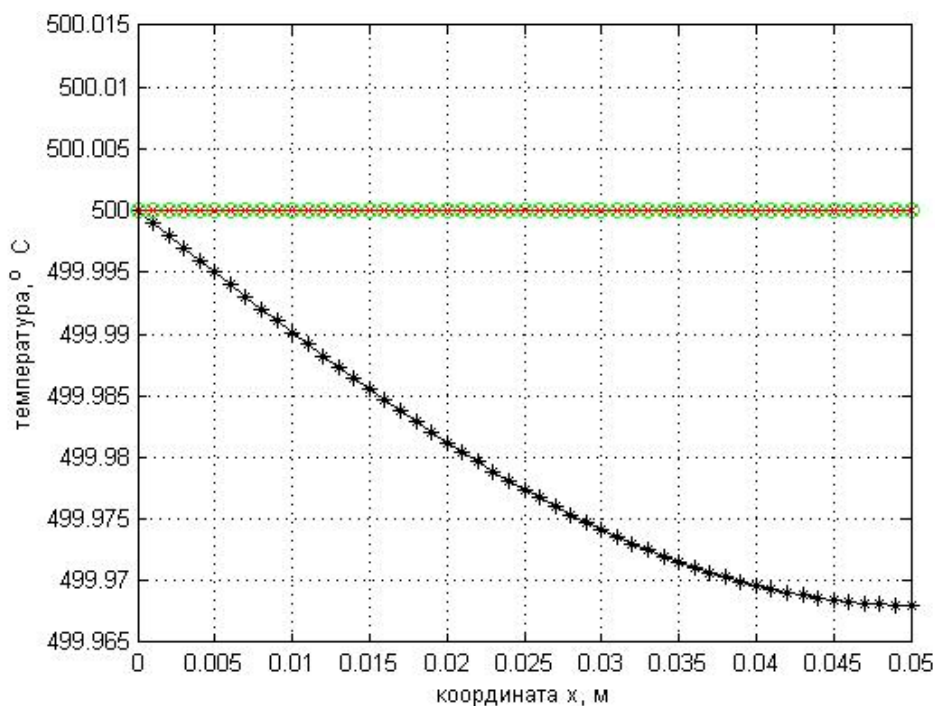


Рис. 5. Распределение температуры по сечению слэба: при $\tau = 0,5$ ч – нижняя кривая; при $\tau = 1,0$ ч и при $\tau = 2,0$ ч – общая верхняя кривая, вычисленная по точному решению задачи нагрева
Fig. 5. Temperature distribution across the slab cross-section: at $\tau = 0.5$ h – lower curve; at $\tau = 1.0$ h and at $\tau = 2.0$ h – general upper curve, calculated using the exact solution of the heating problem

Как видно из рис. 3 и 4, точный учет реального начального температурного поля сравнительно мало влияет на результаты расчета процесса нагрева по методу экспонент, различие результатов вычислений не превышает 15 °С.

Далее для полноты исследования сравним при $t_{\text{пов}} = \text{const}$ точное и по методу экспонент представления температурного поля заготовки.

На рис. 5 приведены распределения температуры по сечению заготовки для рассматриваемого случая, вычисленные по точному решению задачи методом разделения переменных, приведенному, например, в работе [4].

Следует заметить, что графики распределения температуры для $\tau = 1,0$ ч и для $\tau = 2,0$ ч практически полностью совпадают.

Таким образом, сравнивая рис. 3–5, в целом можно заключить, что с точки зрения вычисления «...важнейших температур в теле» [12, с. 110] метод экспонент можно признать приемлемым для вышеотмеченных условий.

Здесь также к месту заметим, что важнейшими в данном случае считаются температура поверхности и среднемассовая температура нагреваемого тела.

Выводы

Метод экспонент может быть применен для приближенного описания процесса нагрева, причем преимущественно в терминах «важнейших температур» – температуры поверхности и среднемассовой температуры и только для режима нагрева при постоянной температуре поверхности.

Список литературы

1. Biot M.A. New methods in heat flow analysis with applications to flight structures // *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1957. Vol. 24. P. 857–873. DOI: 10.2514/8.3992
2. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.: Физматлит, 1965. 480 с.
3. Автоматизация методических печей. / Л.И. Буглак, И.Б. Вольфман, С.Ю. Ефроймович и др. М.: Metallurgia, 1981. 196 с.
4. Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Metallurgizdat, 1950. 453 с.
5. Ревун М.П., Зинченко В.Ю. Расчет управления форсированным нагревом термически массивных тел в камерных печах // *Металлургическая теплотехника: сб. науч. тр. Днепропетровськ: «ПП Грек О.С.»*, 2006. С. 285–293.
6. Розробка математичної моделі й алгоритму розрахунків нагрівання термічно масивних тіл у полум'яних термічних печах камерного типу / М.П. Ревун, В.Ю. Зінченко, В.І. Іванов, О.І. Чепрасов // *Металургія*. 2016. Вип. 1 (35). С. 72–77.
7. Исследование температурного режима нагревательных печей прокатных станов при изменении сортамента нагреваемого металла / С.И. Гинкул, А.Н. Лебедев, Ю.В. Подобед, Ю.М. Сапронова // *Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия «Металлургия»*. 2010. Вып. 12 (177). С. 201–206.
8. Ткаченко В.Н. Математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами тепловой обработки материалов. Киев: Наукова думка, 2008. 243 с.
9. Автоматизация металлургических агрегатов. / Ю.В. Липухин, Ю.И., Булатов, К. Адельман, М. Кнорр. М.: Metallurgia, 1992. 304 с.
10. Панферов В.И., Торопов Е.В. К теории моделирования нагрева металла в печах // *Известия высших учебных заведений. Черная Metallurgia*. 1992. № 3. С. 79–82.
11. Панферов В.И., Панферов С.В. К решению задачи контроля температуры металла в АСУ ТП методических печей // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия»*. 2021. Т. 21, № 4. С. 63–75. DOI: 10.14529/met210408
12. Свинолобов Н.П., Бровкин В.Л. Теоретические основы металлургической теплотехники: учеб. пособие для вузов. Днепропетровск: Пороги, 2002. 226 с.

References

1. Biot M.A. New methods in heat flow analysis with applications to flight structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1957;24:857–873. DOI: 10.2514/8.3992
2. Butkovskiy A.G. *Teoriya optimal'nogo upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami* [Theory of optimal control of systems with distributed parameters]. Moscow: Fizmatlit; 1965. 480 p. (In Russ.)
3. Buglak L.I., Wolfman I.B., Efroimovich S.Yu., Zakharov G.K., Klimovitsky M.D., Segal A.M. *Avtomatizatsiya metodicheskikh pechey* [Automation of methodical furnaces]. Moscow: Metallurgiya; 1981. 196 p. (In Russ.)
4. Tayts N.Yu. *Tekhnologiya nagreva stali* [Steel heating technology]. Moscow: Metallurgizdat; 1950. 450 p. (In Russ.)
5. Revun M.P., Zinchenko V.Yu. [Calculation of control of forced heating of thermally massive bodies in chamber furnaces]. In: *Metallurgicheskaya teplotekhnika: sb. nauch. tr.* [Metallurgical heat engineering: collection scientific proceedings]. Dnipropetrovsk: "PP Grek O.S."; 2006. P. 285–293. (In Russ.)
6. Revun M.P., Zinchenko V.Yu., Ivanov V.I., Cheprasov O.I. [Development of a mathematical model and calculation algorithm for the heating of thermally massive bodies in flame thermal furnaces of the chamber type]. *Metallurhiya* [Metallurgy]. 2016;1(35):72–77. (In Ukrain.)
7. Ginkul S.I., Lebedev A.N., Podobed Yu.V., Sapronova Yu.M. [Investigation of the temperature regime of heating furnaces of rolling mills with a change in the range of the heated metal]. *Nauchnye trudy Doneckogo nacional'nogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya "Metallurgiya"*. [Scientific works of Donetsk National Technical University. Series "Metallurgy"]. 2010;12(177):201–206. (In Russ.)
8. Tkachenko V.N. *Matematicheskoye modelirovaniye, identifikatsiya i upravleniye tekhnologicheskimi protsessami teplovoy obrabotki materialov* [Mathematical modeling, identification and control of technological processes of heat treatment of materials]. Kyiv: Naukova Dumka; 2008. 243 p. (In Russ.)
9. Lipukhin Yu.V., Bulatov Yu.I., Adelman K., Knorr M. *Avtomatizatsiya metallurgicheskikh agregatov* [Automation of metallurgical units]. Moscow: Metallurgiya; 1992. 304 p. (In Russ.)
10. Panferov V.I., Toropov E.V. [To the theory of modeling of metal heating in furnaces]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous metallurgy*. 1992;(3):79–82. (In Russ.)
11. Panferov V.I., Panferov S.V. To the Solution of the Problem of Control of Metal Temperature in ACS TP of Methodical Furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2021;21(4):63–75. (In Russ.) DOI: 10.14529/met210408
12. Svinolobov N.P., Brovkin V.L. *Teoreticheskiye osnovy metallurgicheskoy teplotekhniki: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Theoretical foundations of metallurgical heat engineering: Textbook for universities]. Dnepropetrovsk: Porogi; 2002. 226 p. (In Russ.)

Информация об авторах

Панферов Владимир Иванович, д-р техн. наук, проф., проф. кафедры информационно-аналитического обеспечения управления в социальных и экономических системах, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; tgsiv@mail.ru.

Панферов Сергей Владимирович, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; panferovsv@susu.ru.

Information about the authors

Vladimir I. Panferov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof. of the Department of Information and Analytical Support for Management in Social and Economic Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; tgsiv@mail.ru.

Sergey V. Panferov, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Urban Planning, Engineering Networks and Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; panferovsv@susu.ru.

Статья поступила в редакцию 15.09.2024

The article was submitted 15.09.2024