УДК 669.187:669.15

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАБОТКИ РАСПЛАВА ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКОЙ

А.В. Рябов, Д.В. Неволин, В.И. Потапов

Разработана универсальная математическая модель, с помощью которой можно анализировать тепловые процессы, происходящие при легировании, модифицировании и раскислении стали порошковой проволокой с различными видами компонентов в ходе внепечной обработки.

Ключевые слова: математическое моделирование, порошковая проволока, внепечная обработка стали.

В последние десятилетия произошли существенные изменения в мировом и российском сталеплавильном производстве, вызванные созданием разных методов внепечной обработки стали с использованием комплексных агрегатов и технологических процессов, которые обеспечивают улучшение качества стали [1].

Практика показала экономическую и технологическую целесообразность использования порошковой проволоки для микролегирования, легирования и корректировки химического состава стали.

Использование порошковой проволоки имеет следующие преимущества: не увеличивается содержание азота, кислорода и водорода в стали; обеспечивается высокая степень и стабильность усвоения элементов, особенно высокоактивных, например, кальция; в меньшей степени снижается температура металла; не требуется больших капитальных затрат на оборудование; низки эксплуатационные расходы; отсутствуют проблемы с хранением и транспортировкой гидрофильных, легкоокисляющихся, ядовитых и пожароопасных реагентов; обеспечивается возможность введения легирующих добавок в ковш любой емкости, в промежуточный ковш МНЛЗ и в изложницу. Этот метод универсален и позволяет иметь в проволоке практически любые легирующие компоненты по желанию потребителя [2].

Проволока вводится в ковш с расплавленной сталью с определенной скоростью, после чего плавится ее оболочка и расплавляется содержимое. Процесс модифицирования стали определяется скоростью усвоения порошковой проволоки, а следовательно, и скоростью ввода её в расплав. Подобная задача рассматривалась в работе [3], в которой было принято, что движение проволоки происходит в «турбулентном режиме».

В данной работе предлагается математическая модель теплофизики этого процесса, в которой скорость ввода проволоки учитывается в уравнении энергии для движущихся сред [4].

В процессе тепловой обработки расплава участвуют три среды: наполнитель проволоки, оболочка проволоки и расплав в ковше. Так как проволока имеет цилиндрическую форму, была принята цилиндрическая система координат и осесимметричная постановка задачи. Каждая среда имеет свои теплофизические параметры c_p, ρ, λ – удельную теплоемкость, плотность, теплопроводность. Поэтому для каждой среды принято уравнение конвективного теплообмена и эти уравнения связаны между собой. Было принято, что теплопередача между средами происходит по линейному закону Ньютона. Первая и вторая среды движутся в поршневом режиме. В геометрическом смысле каждая среда представляет собой слой: наполнитель – цилиндр радиуса R_1, оболочка проволоки – коаксиальный цилиндр с радиусами (внутренним R_1 и внешним R_2) и расплав с радиусом R_3. Такая послойная структура системы позволяет учесть радиальную теплопередачу между средами-слоями. Для уменьшения дальнейших вычислительных трудностей приняли, что теплофизические параметры сред не зависят от температуры.

С учетом принятых допущений уравнения сохранения энергии для послойной системы сред примут вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial t_1}{\partial \tau} + w_1 \dfrac{\partial t_1}{\partial z} = \kappa_{11}(t_1 - t_1) + \kappa_{12}(t_2 - t_1) + \\ + \kappa_{13}(t_3 - t_1) + a_1 \dfrac{\partial^2 t_1}{\partial z^2}; \\ \dfrac{\partial t_2}{\partial \tau} + w_2 \dfrac{\partial t_2}{\partial z} = \kappa_{21}(t_1 - t_2) + \kappa_{22}(t_2 - t_2) + \\ + \kappa_{23}(t_3 - t_2) + a_2 \dfrac{\partial^2 t_2}{\partial z^2}; \\ \dfrac{\partial t_3}{\partial \tau} + w_3 \dfrac{\partial t_3}{\partial z} = \kappa_{31}(t_1 - t_3) + \kappa_{32}(t_2 - t_3) + \\ + \kappa_{33}(t_3 - t_3) + a_3 \dfrac{\partial^2 t_3}{\partial z^2}, \end{cases} \tag{1}$$

где t_i – температура, индексы i = 1, 2, 3 относятся соответственно к наполнителю, стальной оболочке порошковой проволоки и металлическому расплаву в ковше; w_i – скорости движения сред; τ – координата по оси времени; z – координата по оси расстояния oz; $\kappa_{ij} = \alpha_{ij} p_{ij} / c_i \rho_i S$, α_{ij} – коэффициент теплопередачи от i-й среды к j-й, p_{ij} – периметр сечения раздела сред, c_i, – удельная теплоемкость, ρ_i – плотность, S_i – поперечное сечение i-й среды; a_i – температуропроводность.

Уравнения (1) дополняются начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} & t_i(z,0) = t_i^{\text{н}}(z),\ i = 1, 2, 3; \\ & \lambda_i \frac{\partial t_i}{\partial z} = \alpha_{i,3}[t_3(0,\tau) - t_i(0,\tau)],\ i = 1, 2, 3. \end{aligned} \tag{2}$$

Системы уравнений (1), (2) записаны в симметричном виде. Для рассматриваемого процесса обработки расплава приняты следующие допущения:

- $w_1 = w_2$, $w_3 = 0$ – наполнитель не перемещается внутри оболочки, вся порошковая проволока погружается в неподвижный расплав;
- $a_1 = a_3 = 0$ – для порошка и для расплава не рассматривается температуропроводность по длине;
- $\kappa_{ii} = 0$ – коэффициент теплопередачи α_{ii} внутри среды принимается равным 0.

Введем вектор-функцию $t = [t_1\ t_2\ t_3]^T$, тогда уравнения (1) запишутся в виде:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + W\frac{\partial t}{\partial z} = Kt + A\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \tag{3}$$

где

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \end{bmatrix};$$

$$K = \begin{bmatrix} -\Sigma_{j=1}^3 \kappa_{1j} & \kappa_{12} & \kappa_{13} \\ \kappa_{21} & -\Sigma_{j=1}^3 \kappa_{2j} & \kappa_{23} \\ \kappa_{31} & \kappa_{32} & -\Sigma_{j=1}^3 \kappa_{3j} \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix}.$$

При рассмотренной постановке задачи теплового взаимодействия порошковой проволоки, движущейся со скоростью w в расплаве, учтен главный фактор – динамика движения проволоки в расплаве. При погружении проволоки в расплав происходит ее нагрев и на какой-то глубине плавление оболочки. В работах [1–3] использовали статические уравнения теплопроводности, не содержащие конвективного члена, то есть фактически не учитывали скорость движения проволоки и рассматривали теплообмен только в радиальном направлении, что не соответствует действительному процессу. При постановке задачи в данной работе заведомо пренебрегли радиальными тепловыми эффектами, приводящими к появлению корочки на оболочке, или так называемыми эффектами на подвижной границе, описываемыми уравнением Стефана. Учет этих эффектов потребовал бы введения координаты r и, соответственно, слагаемых в уравнениях (3), описывающих радиальную теплопередачу.

Для численного решения смешанной задачи (1), (2) использовали метод конечных разностей. Решение уравнений (1), (2) в области D заменили решением в точках разностной сетки D.

В качестве сетки D ввели совокупность точек пересечения прямых $z = m\Delta z$ и $\tau = n\Delta\tau$ в области D, где $m = 0, 1, \ldots, M$; $n = 0, 1, \ldots, N$; $\Delta z = l$; $\Delta\tau = h$; $l > 0$, $h > 0$.

После замены частных производных их разностными аналогами в уравнениях (1) и (2) и необходимых преобразований получено итерационное матричное уравнение:

$$t^{m,n+1} = Pt^{m-1,n} + Qt^{m,n} + Rt^{m+1,n}, \tag{4}$$

где

$$t^{m,n} = t(ml, nh),\ t^{m-1,n} = t((m-1)l, nh),$$

$$t^{m+1,n} = t((m+1)l, nh),\ t^{m,n+1} = t(ml, (n+1)h)\ -$$

значения вектор-функции в узлах сетки;

$$P = \frac{h}{l^2}A + \frac{h}{2l}W;$$

$$Q = hK - \frac{2h}{l^2}A + E;$$

$$R = \frac{h}{l^2}A - \frac{h}{2l}W;$$

E – единичная матрица.

Граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2l}\Lambda(t^{2,n} - t^{0,n}) = \alpha(t^{1,n} - \Theta^1); \\ & \frac{1}{2l}\Lambda(t^{k+1,n} - t^{k-1,n}) = \alpha(t^{k,n} - \Theta^k), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$, $\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{23} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{32} \end{bmatrix}$,

$$\Theta^1 = \begin{bmatrix} t_2^{1,n} \\ t_3^{1,n} \\ t_2^{1,n} \end{bmatrix},\ \Theta^k = \begin{bmatrix} t_2^{k,n} \\ t_3^{k,n} \\ t_2^{k,n} \end{bmatrix}.$$

Из граничных условий выразим $t^{0,n}$ и $t^{k+1,n}$ (соответственно температуры на 0 и k+1 шагах по длине) и подставим эти параметры в уравнение (4). После преобразований получим уравнение в виде:

$$t^{m,n+1} = Mt^{m,n} + N, \tag{6}$$

где $M = \begin{bmatrix} Q^1 & R^1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ P^2 & Q^2 & R^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P^3 & Q^3 & R^3 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & P^{k-1} & Q^{k-1} & R^{k-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & P^k & Q^k \end{bmatrix};$

Исходные данные расчета

Среды	Геометрия			Теплофизика					Параметры моделирования и начальные условия			
	R, м	S, м^2	p, м	a, м^2/с	c, Дж/ (кг·К)	ρ, кг/м^3	λ, Вт/ (м·К)	α, м^2/с	h, с	l, м	w, м/с	$t^н$, К
Наполнитель	0,005	$7{,}9\cdot10^{-5}$	0	0	705	2326	0,75	0	$1\cdot10^{-4}$	0,2	5	293
			0,0314					$5\cdot10^{3}$				
			0					0				
Оболочка	0,0052	$6{,}4\cdot10^{-6}$	0,0314	$1\cdot10^{-5}$	840	7200	47	$5\cdot10^{3}$			5	293
			0					0				
			0,033					$35\cdot10^{3}$				
Расплав	0,5052	$8{,}0\cdot10^{-1}$	0	0	840	7200	47	0			0	1873
			0,033					$35\cdot10^{3}$				
			0					0				

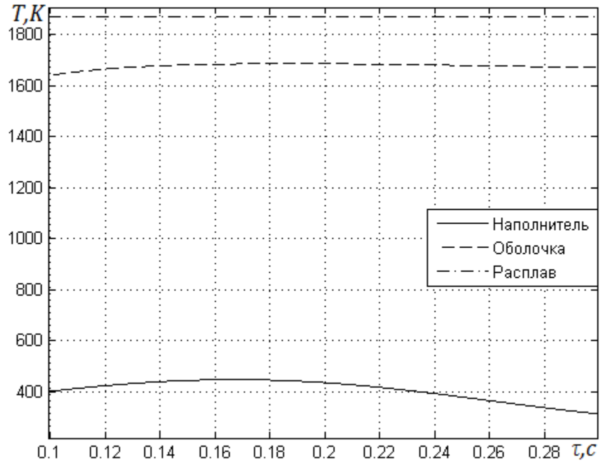


Рис. 1. Зависимости температуры сред от времени при *z = 0,5 м* и скорости ввода проволоки *5 м/с*

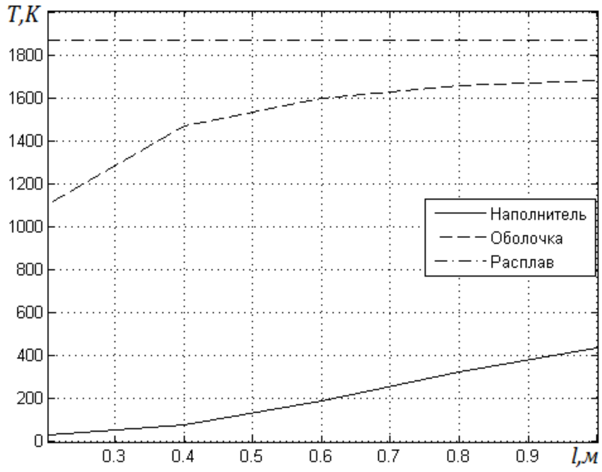
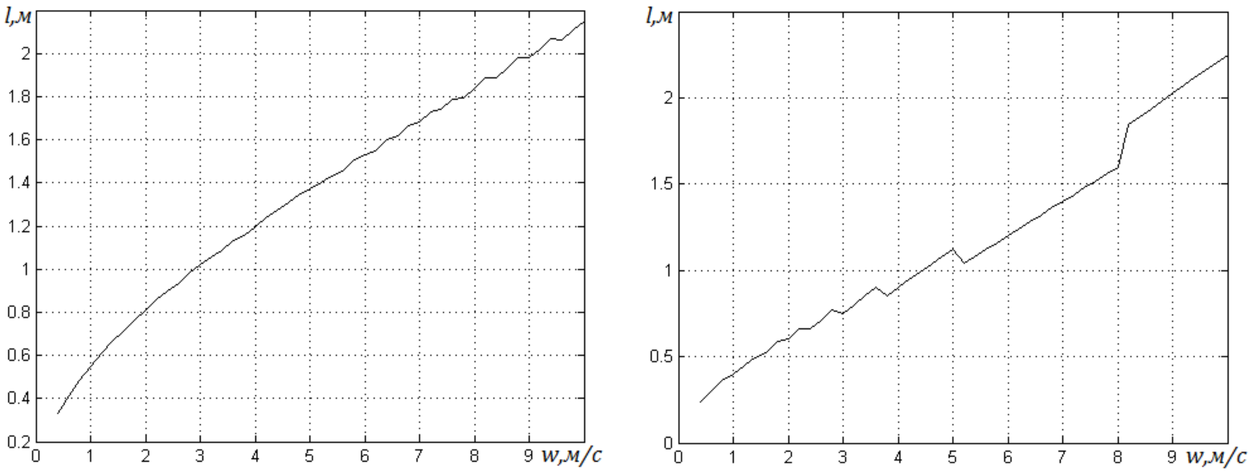


Рис. 2. Распределение температур сред при *t = 0,2 с* и скорости ввода проволоки *5 м/с*



а) **б)**

Рис. 3. Зависимость глубины погружения от скорости ввода: а – при $h = 5\cdot10^{-4}$ с и $l = 5\cdot10^{-2}$ м; б – при $h = 2{,}5\cdot10^{-3}$ с и $l = 2{,}5\cdot10^{-2}$ м

$$N = \begin{bmatrix} PH\Theta^1 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ -RH\Theta^k \end{bmatrix}; \; Q^1 = Q - PH \; ; \; R^1 = P + R \; ;$$

$$P^k = P + R \; ; \; Q^k = Q + RH \; ; \; H = 2l \cdot \Lambda^{-1} \alpha \; .$$

В качестве наполнителя при расчёте был выбран силикокальций, так как примерно 60 % порошковой проволоки в мире производится с этим компонентом.

Результаты численных расчетов рассматриваемой краевой задачи на примере силикокальция приведены на рис. 1–3. Теплофизические свойства сред были приняты такими же, как в [3]. Исходные данные для расчета приведены в таблице.

Полученные результаты моделирования процесса обработки расплава методом скоростного ввода порошковой проволоки показали, что зависимость глубины погружения проволоки от скорости ввода имеет не апериодический характер. Это объясняется многими факторами:

- высокоинтенсивный процесс теплообмена описывается гиперболической системой уравнений (1), решение которых может иметь колебательный характер;
- параметрами разностной сетки;
- параметрами сред.

На рис. 1, 2 приведены некоторые результаты расчета температурных полей по средам. На рис. 3 приведены зависимости глубины погружения проволоки до начала плавления оболочки от скорости ввода. Можно заключить, что процесс теплообмена проволоки и расплава имеет нелинейный характер. По полученной модели можно определить оптимальную скорость ввода проволоки, при которой плавление начинается на необходимой глубине.

Таким образом, разработана универсальная математическая модель, с помощью которой можно анализировать тепловые процессы, происходящие при легировании, модифицировании и раскислении стали порошковой проволокой с различными видами компонентов в ходе внепечной обработки.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-08-00638.

Литература

1. *Прецизионная обработка металлургических расплавов / Д.А. Дюдкин, В.В. Кисиленко, И.А. Павлюченков, В.Ю. Болотов. – М.: Теплотехник, 2007. – 424с.*
2. *Обработка низкокремнистой стали в ковше кальцийсодержащими реагентами / Р. Пипенброк, Б.А. Никифоров, А.Ю. Никулин, П. Фершурен // Черная металлургия: Бюл. НТИ. – 1993. – № 2. – С. 31–32.*
3. *Никулин, А.Ю. Взаимодействие кальцийсодержащей порошковой проволоки с жидким металлом при внепечной обработке стали / А.Ю. Никулин, Г.П. Логийко // Известия вузов. Черная металлургия. – 1996. – № 11. – С. 4–9.*
4. *Потапов, В.И. Математические модели теплофизических процессов в объектах многослойной структуры / В.И. Потапов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 270 с.*

Рябов Андрей Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры общей металлургии, Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Златоусте. 456209, Челябинская обл., г. Златоуст, ул. Тургенева, 16. Тел.: (3513)665829. E-mail: avrmetall@ya.ru.

Неволин Дмитрий Вадимович, студент, Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Златоусте. 456209, Челябинская обл., г. Златоуст, ул. Тургенева, 16. Тел.: (3513)665829.

Потапов Виктор Иванович, доктор технических наук, доцент кафедры математики и вычислительной техники, Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Златоусте. 456209, Челябинская обл., г. Златоуст, ул. Тургенева, 16. Тел.: (3513)665876. E-mail: adm@zb-susu.ru.

Bulletin of the South Ural State University
Series "Metallurgy"
2013, vol. 13, no. 1, pp. 194–198

MATHEMATICAL MODELLING OF MELT PROCESSING WITH CORED WIRE

A.V. Ryabov, D.V. Nevolin, V.I. Potapov

The paper develops a universal mathematical model that can be used to analyze the thermal processes occurring during doping modification and deoxidizing of steel with cored wire containing various components during secondary treatment.

Keywords: mathematical modelling, cored wire, secondary metallurgy.

Ryabov Andrey Valer'evich, candidate of engineering science, associate professor of the General Metallurgy Department, Zlatoust Branch, South Ural State University. 16 Turgenev street, Zlatoust, Chelyabinsk region, Russia 456209. Tel.: 7(3513)665829. E-mail: avrmetall@ya.ru.

Nevolin Dmitriy Vadimovich, student, Zlatoust Branch, South Ural State University. 16 Turgenev street, Zlatoust, Chelyabinsk region, Russia 456209. Tel.: 7(3513)665829.

Potapov Viktor Ivanovich, doctor of engineering science, associate professor of the Mathematics and Computer Technology Department, Zlatoust Branch, South Ural State University. 16 Turgenev street, Zlatoust, Chelyabinsk region, Russia 456209. Tel.: 7(3513)665876. E-mail: adm@zb-susu.ru.

Поступила в редакцию 1 апреля 2013 г.