

Металлургическая теплотехника и теплоэнергетика Metallurgical heat and power engineering

Научная статья
УДК 669.046:621.783.001.57
DOI: 10.14529/met250105

О ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СЛЯБОВ ПРИ НАГРЕВЕ В МЕТОДИЧЕСКИХ ПЕЧАХ

В.И. Панферов[✉], tgsiv@mail.ru

С.В. Панферов, panferovsv@susu.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Введение. В условиях повышения требований к качеству и экономичности нагрева металла перед прокаткой задача создания и совершенствования математического обеспечения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) нагревательных печей является вполне актуальной. **Цель исследования:** установить конкретику реализации упоминаемого в литературе параболического подхода к описанию температурных полей заготовок при нагреве в методических печах. **Материалы и методы.** Проведен физико-математический и численный анализ вопроса о том, насколько метод парабол удовлетворяет общеизвестному математическому описанию процесса нагрева, ядром которого, как это хорошо известно, является уравнение теплопроводности. **Результаты.** Получено обыкновенное дифференциальное уравнение для определения искомых параметров параболы. Приведено общее решение этого уравнения и его конкретизация для случая постоянной температуры рабочего пространства печи. Предложен способ отыскания начального условия для полученного решения. Проведены вычислительные эксперименты, позволяющие оценить приемлемость рассматриваемого подхода для расчета температурных полей заготовок. Показано, что при использовании метода парабол наибольшая погрешность в определении температуры имеет место для центра и поверхности сляба, при этом погрешности расчета среднemasсовой температуры практически нет. **Заключение.** Результаты работы могут быть использованы при разработке и совершенствовании алгоритмического обеспечения АСУ ТП методических печей.

Ключевые слова: нагрев металла, автоматизированная система управления, метод парабол, особенности модели, удовлетворение начального условия, распределение температуры по сечению заготовки, погрешность расчета, среднemasсовая температура

Для цитирования: Панферов В.И., Панферов С.В. О параболической аппроксимации температурного поля слябов при нагреве в методических печах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2025. Т. 25, № 1. С. 44–52. DOI: 10.14529/met250105

Original article
DOI: 10.14529/met250105

ON PARABOLIC APPROXIMATION OF THE TEMPERATURE FIELD OF SLABS DURING HEATING IN CONTINUOUS FURNACES

V.I. Panferov[✉], tgsiv@mail.ru

S.V. Panferov, panferovsv@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. Introduction. In the conditions of increasing requirements for the quality and efficiency of metal heating before rolling, the task of creating and improving the mathematical support of automated process control systems (APCS) for heating furnaces is quite relevant. **Purpose of the study.** To establish the specifics of the implementation of the parabolic approach mentioned in the literature to the description of the temperature fields of billets during heating in continuous furnaces. **Materials and methods.** A physical, mathematical and numerical analysis was carried out of the question of how much the parabola method satisfies the well-known mathematical description of the heating process, the core of which, as is well known, is the heat conductivity equation. **Results.** An ordinary differential equation for determining the desired

parameters of the parabola is obtained. A general solution to this equation and its specification for the case of a constant temperature of the furnace working space are given. A method for finding the initial condition for the obtained solution is proposed. Computational experiments were carried out to assess the acceptability of the approach under consideration for calculating the temperature fields of billets. It is shown that when using the parabola method, the greatest error in determining the temperature occurs for the center and surface of the slab, while there is practically no error in calculating the average mass temperature. **Conclusion.** The results of the work can be used in the development and improvement of algorithmic support for automated process control systems for continuous furnaces.

Keywords: metal heating, automated control system, parabola method, model features, satisfaction of initial condition, temperature distribution over the cross-section of the workpiece, calculation error, average mass temperature

For citation: Panferov V.I., Panferov S.V. On parabolic approximation of the temperature field of slabs during heating in continuous furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy.* 2025;25(1):44–52. (In Russ.) DOI: 10.14529/met250105

Введение

Известно, что еще в 50-х годах прошлого столетия М.А. Био предложил мгновенное распределение температуры по пространственным координатам в массивном теле представлять с помощью параболы [1]. Привлекательность такого подхода объясняется тем, что параболу можно однозначно характеризовать «...небольшим числом параметров...» [2, с. 352], что значительно упрощает описание температурного поля и весьма существенно уменьшает необходимый для его хранения объем памяти компьютера. С этой же целью – с целью сокращения необходимого объема памяти компьютера – в работе [3] применялась аппроксимация температурного поля слябов при нагреве в методических печах многочленами второго и четвертого порядков по координате x – толщине нагреваемой заготовки. Для этого начало координат выбиралось в точке с нулевым тепловым потоком, что и позволяло исключить в аппроксимирующем многочлене наличие нечетных степеней координаты x и тем самым уменьшить количество подлежащих определению его коэффициентов.

Обоснованность такого подхода аргументируется также и тем, что, как это указано в работе [4, с. 157], «...из решений уравнения теплопроводности ... известно, что при постоянной скорости нагрева и постоянном тепловом потоке с наступлением так называемого регулярного режима распределение температур по сечению пластины подчиняется параболическому закону». Здесь вполне уместно заметить, что, как это отмечено в работе [5, с. 159], «...многотлетний опыт работы различных научно-исследовательских учреждений показывает, что метод регулярного режима является эффективным средством решения инженерных задач».

К месту также заметим, что о наличии параболической составляющей в решении задачи нагрева пластины в печах в свое время указывал еще Г.П. Иванцов в работе [6, с. 59–60].

Известны также и другие работы, в которых температурные поля в телах достаточно успешно аппроксимируются степенными многочленами не выше 3-го порядка [7–9].

Постановка задачи

Таким образом, метод парабол достаточно привлекателен при решении задачи расчетного контроля температуры нагреваемых заготовок в системах управления, работающих в режиме реального времени. Поэтому существенно важными являются вопросы о том, как конкретно в этом случае следует вычислять параметры аппроксимирующей параболы, насколько предлагаемое описание температурного поля соответствует общеизвестному математическому представлению процесса, в какой мере оно приемлемо, в том числе и для целей использования в составе математического обеспечения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП). Поэтому далее рассмотрим особенности применения этого метода.

Общее решение задачи

Как это хорошо известно [10–15], нагрев слябов в методических печах можно представить с помощью математической модели следующей структуры:

$$c_{\tau}\rho \frac{\partial t(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t(x,\tau)}{\partial x} \right), 0 < x < L, \tau > 0; \quad (1)$$

$$t(x, 0) = t^0(x), 0 \leq x \leq L; \quad (2)$$

$$\frac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = 0, \tau > 0; \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial t(L,\tau)}{\partial x} = \alpha [t_{\text{п}}(\tau) - t(L, \tau)], \tau > 0. \quad (4)$$

Здесь c_T , ρ и λ – соответственно теплоемкость единицы массы, плотность и коэффициент теплопроводности, зависящие в общем случае от температуры $t(x, \tau)$; x – пространственная координата; τ – время; L – расчетное сечение заготовки; $t^0(x)$ – заданная функция, описывающая начальное температурное поле металла; α – коэффициент теплоотдачи; $t_{\pi}(\tau)$ – температура рабочего пространства печи.

Предположим, что нестационарное температурное поле слябов удовлетворительно описывается следующей параболой:

$$t(x, \tau) = a(\tau) + b(\tau)x + c(\tau)x^2. \quad (5)$$

Здесь $a(\tau)$, $b(\tau)$, $c(\tau)$ – параметры (коэффициенты) параболы, которые подлежат определению в процессе решения задачи моделирования.

Рассмотрим один из вариантов определения этих коэффициентов. Для этого подчиним непосредственно соотношению (5) уравнениям модели (1)–(4), тогда будем иметь:

$$c_T \rho \left[\frac{da(\tau)}{d\tau} + x \frac{db(\tau)}{d\tau} + x^2 \frac{dc(\tau)}{d\tau} \right] = \lambda \cdot 2c(\tau), 0 < x < L, \tau > 0; \quad (6)$$

$$a(0) + b(0)x + c(0)x^2 = t^0(x), 0 \leq x \leq L; \quad (7)$$

$$b(\tau) = 0, \tau > 0; \quad (8)$$

$$\lambda [b(\tau) + 2c(\tau)L] = \alpha [t_{\pi}(\tau) - a(\tau) - b(\tau)L - c(\tau)L^2], \tau > 0. \quad (9)$$

Если учесть, что из соотношения (8) следует, что $b(\tau) = 0$, то данная система уравнений сократится и переписывается следующим образом:

$$c_T \rho \left[\frac{da(\tau)}{d\tau} + x^2 \frac{dc(\tau)}{d\tau} \right] = \lambda \cdot 2c(\tau), 0 < x < L, \tau > 0; \quad (10)$$

$$a(0) + c(0)x^2 = t^0(x), 0 \leq x \leq L; \quad (11)$$

$$\lambda 2c(\tau)L = \alpha [t_{\pi}(\tau) - a(\tau) - c(\tau)L^2], \tau > 0. \quad (12)$$

При этом из соотношения (12) следует, что

$$a(\tau) = t_{\pi}(\tau) - \left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) c(\tau). \quad (13)$$

Поэтому, подставив данное выражение в (10), получим следующее обыкновенное линейное дифференциальное уравнение относительно $c(\tau)$:

$$c_T \rho \left\{ \frac{dt_{\pi}(\tau)}{d\tau} + \left[x^2 - \left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) \right] \frac{dc(\tau)}{d\tau} \right\} = \lambda \cdot 2c(\tau), \quad (14)$$

или

$$\frac{dc(\tau)}{d\tau} + \frac{2\lambda}{c_T \rho} / \left[\left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) - x^2 \right] c(\tau) = 1 / \left[\left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) - x^2 \right] \frac{dt_{\pi}(\tau)}{d\tau}. \quad (15)$$

Известно [16], что общее решение данного уравнения может быть представлено в следующем виде:

$$c(\tau) = \frac{1}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} \int \exp \left\{ \frac{\frac{2\lambda}{c_T \rho}}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} (\xi - \tau) \right\} \frac{dt_{\pi}(\xi)}{d\xi} d\xi + \\ + \text{const} \cdot \exp \left\{ - \frac{2\lambda/(c_T \rho)}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} \tau \right\}. \quad (16)$$

Поэтому для коэффициента $a(\tau)$ можно записать

$$a(\tau) = t_{\pi}(\tau) - \left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) \left\{ \frac{1}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} \int \exp \left\{ \frac{\frac{2\lambda}{c_T \rho}}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} (\xi - \tau) \right\} \frac{dt_{\pi}(\xi)}{d\xi} d\xi + \right. \\ \left. + \text{const} \cdot \exp \left\{ - \frac{\frac{2\lambda}{c_T \rho}}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} \tau \right\} \right\}. \quad (17)$$

Таким образом, с помощью соотношений (16) и (17) можно определить искомые числовые значения коэффициентов параболы для любого закона изменения температуры печи во времени.

Анализ и конкретизация решения для случая постоянной температуры печи

При постоянной во времени температуре печи $t_{\text{п}}(\tau) = t_{\text{пп}}$ получаем, что

$$c(\tau) = \text{const} \cdot \exp \left\{ -\frac{2\lambda/(c_{\text{т}}\rho)}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} \tau \right\}, \quad (18)$$

тогда

$$a(\tau) = t_{\text{пп}} - \left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) \text{const} \cdot \exp \left\{ -\frac{2\lambda/(c_{\text{т}}\rho)}{[(2\lambda L/\alpha + L^2) - x^2]} \tau \right\}. \quad (19)$$

Из данных формул следует, что $\lim_{\tau \rightarrow \infty} c(\tau) = 0$, а $\lim_{\tau \rightarrow \infty} a(\tau) = t_{\text{пп}}$, это вполне согласуется с физическими представлениями о процессе нагрева.

Из вышеприведенных уравнений следует, что числовые значения коэффициентов параболы зависят не только от времени, но и от координаты x , следовательно, в действительности распределение температуры по толщине заготовки более сложное, чем парабола. Поэтому необходимо признать, что кусочно-полиномиальная аппроксимация температурного поля, используемая в работах [7–9], является более точной. К месту заметим, что в работе [6, с. 59] отмечено следующее: «...общее решение уравнения Фурье представляет собой полином степени n ».

Как это следует из вышеприведенных формул, для дальнейшей конкретизации решения задачи необходимо как-то, исходя из начального условия, определять числовое значение const . При этом следует иметь в виду, что само решение задачи предполагает только параболическое начальное распределение температуры, что не всегда соответствует действительности. Таким образом, самим подходом к решению задачи моделирования закладывается ошибка в аппроксимации реального начального температурного поля. Однако и такой подход может быть оправдан тем, что с увеличением времени процесса, с наступлением так называемого регулярного режима нагрева влияние начального температурного поля заметно ослабевает [5]. Более того, «...теория регулярного режима позволяет в некоторых случаях проводить приближённые расчёты нестационарных температурных полей ... когда принимается, что температурное поле тела или системы тел входит в стадию регулярного режима с самого начала рассматриваемого процесса» [5, с. 149].

Из уравнений (18) и (19) следует, что расчетное начальное температурное поле $t_{\text{п}}^0(x)$ будет иметь вид:

$$t_{\text{п}}^0(x) = t_{\text{пп}} - \left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) \text{const} + \text{const} \cdot x^2. \quad (20)$$

Вполне понятно, что в общем случае оно не может быть равно реальному распределению температуры в заготовке в начале нагрева $t_{\text{п}}^0(x) \neq t^0(x)$, т. е. соотношение (11) при таком подходе может быть выполнено только приближенно. Поэтому для определения const воспользуемся таким понятием, как «важнейшие температуры в теле» [17], а именно понятием «среднемассовая температура», и будем считать, что в начале нагрева должны быть равны только среднемассовые температуры (расчетная $\overline{t_{\text{п}}^0}$ и реальная $\overline{t^0}$). Исходя из этого, получаем следующее уравнение для определения константы:

$$\text{const} = \frac{t_{\text{пп}} - \overline{t^0}}{\frac{2\lambda L}{\alpha} + \frac{2}{3}L^2}. \quad (21)$$

Поэтому конкретное выражение для начального температурного поля при данном подходе к моделированию процесса нагрева будет иметь вид:

$$t_{\text{п}}^0(x) = t_{\text{пп}} - \left(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2 \right) \cdot \frac{t_{\text{пп}} - \overline{t^0}}{\frac{2\lambda L}{\alpha} + \frac{2}{3}L^2} + \frac{t_{\text{пп}} - \overline{t^0}}{\frac{2\lambda L}{\alpha} + \frac{2}{3}L^2} \cdot x^2. \quad (22)$$

Заметим, что при таком подходе, каким бы ни было реальное начальное распределение температуры в заготовке, расчетное распределение всегда будет именно таким, как это указано в формуле (22).

Таким образом, при рассматриваемом подходе к моделированию нестационарного температурного поля заготовки при постоянной температуре печи будет описываться следующим достаточно простым уравнением:

$$t(x, \tau) = t_{\text{пп}} + \frac{t_{\text{пп}} - \overline{t^0}}{\frac{2\lambda L}{\alpha} + \frac{2}{3}L^2} \cdot \exp \left\{ -\frac{\frac{2\lambda}{c_{\text{т}}\rho}}{[(\frac{2\lambda L}{\alpha} + L^2) - x^2]} \tau \right\} \cdot \left(x^2 - \frac{2\lambda L}{\alpha} - L^2 \right). \quad (23)$$

Как это нетрудно заметить из (23), данный метод привлекателен не только по причине небольшого числа характеризующих параметров, но и по причине простоты получающегося математического описания температурного поля (небольшого объема вычислительной работы), что достаточно важно для задачи расчетного контроля температуры нагреваемых заготовок.

Вычислительные эксперименты

На рис. 1 представлены результаты расчета по данному соотношению (методу парабол) температурного поля заготовки для некоторых моментов времени при

$$t_{\text{пл}} = 1300 \text{ }^{\circ}\text{C}; \frac{\lambda}{c_T \rho} = 0,02 \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}; L = 0,1 \text{ м};$$

$$\lambda = 40,705 \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^{\circ}\text{C}}; \alpha = 407,05 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot^{\circ}\text{C}}; \bar{t}^0 = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

На рис. 2–4 приведены кривые распределения температуры в заготовке, вычисленные по методу парабол и по классическому (точному) методу Фурье для случая равномерного начального температурного поля в $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ и соответственно для моментов времени $\tau = 0,5 \text{ ч}$, $\tau = 1,0 \text{ ч}$ и $\tau = 1,5 \text{ ч}$. Здесь к месту необходимо подчеркнуть, что рассматривается наиболее неблагоприятный для данного подхода случай – случай равномерного на-

чального распределения температуры. Здесь во всех случаях звездочками помечены кривые, рассчитанные по методу парабол.

Как видно из рис. 2–4, наибольшее различие температур наблюдается для центра ($x = 0$) и поверхности заготовки ($x = L$), причем это различие уменьшается с увеличением времени нагрева. Поэтому можно заключить, что рассматриваемый подход к описанию процесса нагрева становится более точным по мере приближения регулярного режима нагрева. При этом, однако, следует иметь в виду, что «...время регуляризации температурного поля в теле зависит ... и от начального распределения температур» [5, с. 155]. Отсюда следует заключить, что чем ближе начальное распределение температуры будет к заложенному в предлагаемом методе, тем выше будет точность расчета уже с самых начальных моментов времени.

Многочисленные расчеты также показали, что различие среднемассовых температур, вычисленных по точному методу Фурье и по методу парабол, практически не существенно. Так, например, для случая на рис. 2 среднемассовая температура, вычисленная по методу парабол, составляет $695,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$, а по точному методу Фурье – $698,9 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Впрочем, несущественность

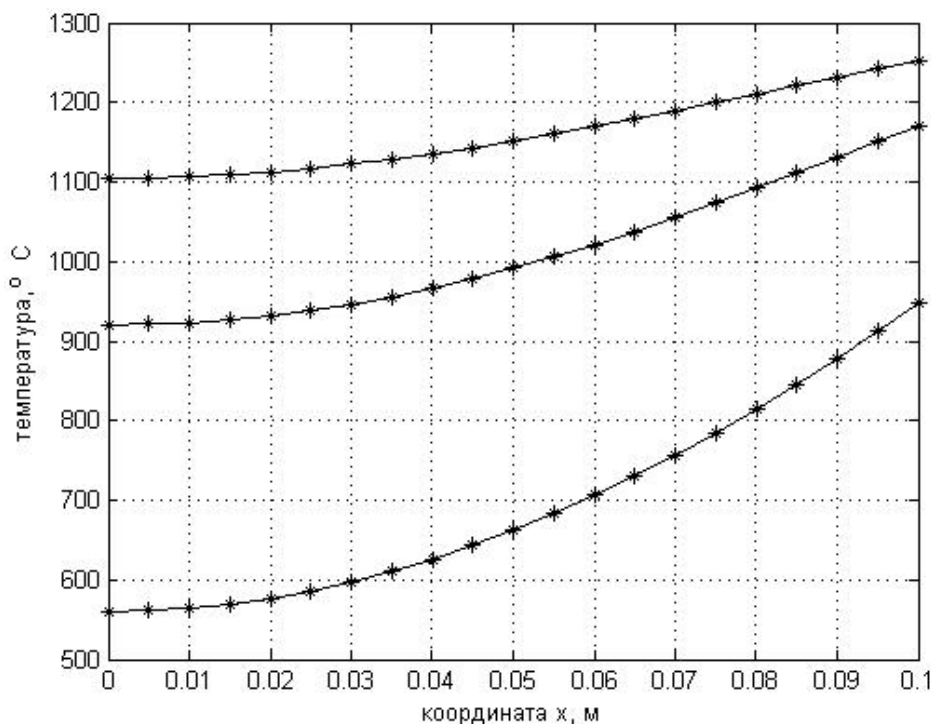


Рис. 1. Распределение температуры в заготовке: нижняя кривая – при $\tau = 0,5 \text{ ч}$; средняя – при $\tau = 1,0 \text{ ч}$; верхняя – при $\tau = 1,5 \text{ ч}$

Fig. 1. Temperature distribution in the workpiece: lower curve at $\tau = 0,5 \text{ h}$; middle – at $\tau = 1,0 \text{ h}$; upper – at $\tau = 1,5 \text{ h}$

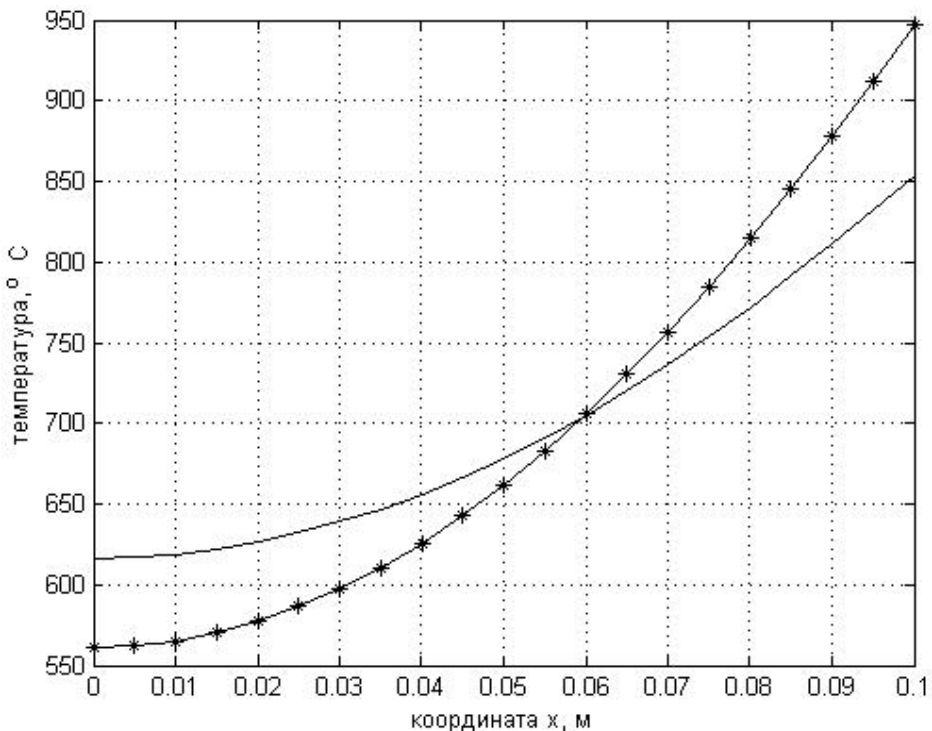


Рис. 2. Кривые распределения температуры в заготовке, вычисленные по методу парабол и по классическому методу Фурье для момента времени $\tau = 0,5$ ч
 Fig. 2. Temperature distribution curves in the workpiece, calculated using the parabola method and the classical Fourier method for the time moment $\tau = 0,5$ h

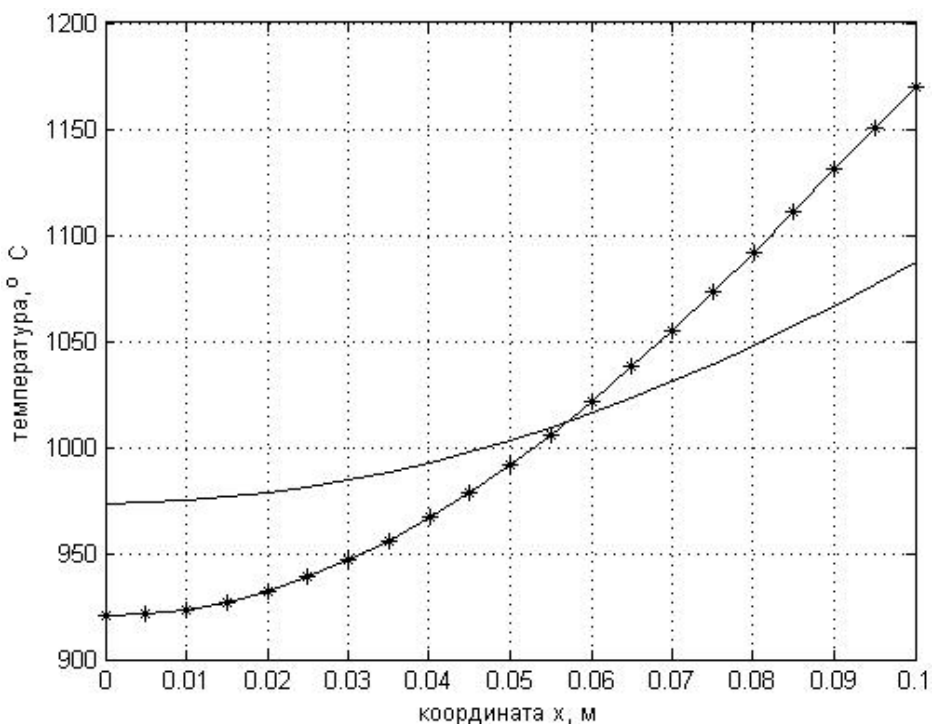


Рис. 3. Кривые распределения температуры в заготовке, вычисленные по методу парабол и по классическому методу Фурье для момента времени $\tau = 1,0$ ч
 Fig. 3. Temperature distribution curves in the workpiece, calculated using the parabola method and the classical Fourier method for the time moment $\tau = 1,0$ h

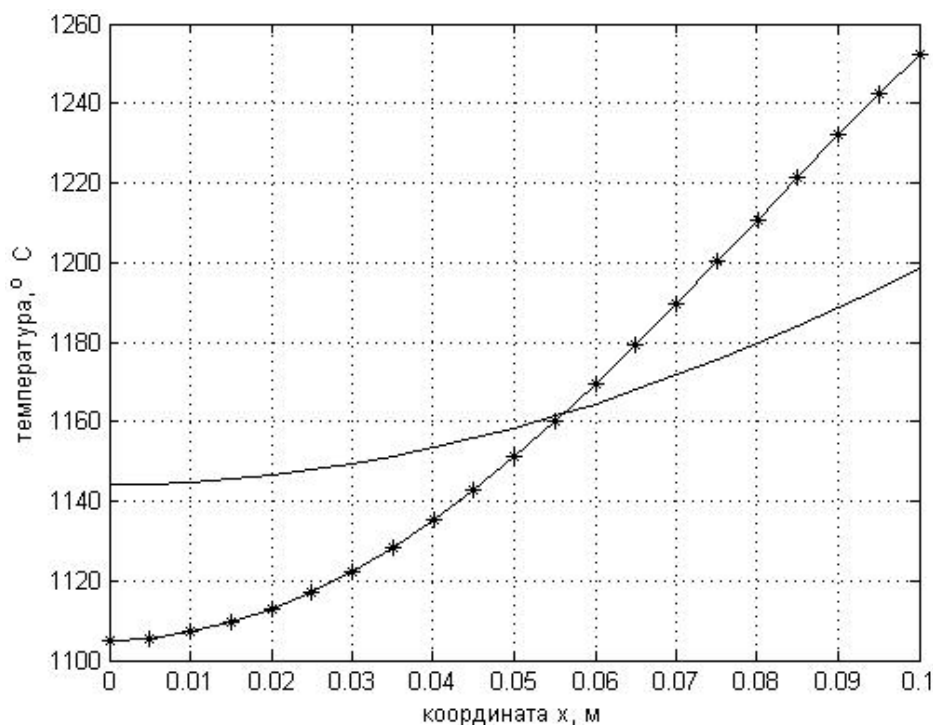


Рис. 4. Кривые распределения температуры в заготовке, вычисленные по методу парабол и по классическому методу Фурье для момента времени $\tau = 1,5$ ч
Fig. 4. Temperature distribution curves in the workpiece, calculated using the parabola method and the classical Fourier method for the time moment $\tau = 1,5$ h

различия расчетов среднemasсовой температуры можно проследить и визуальнo по графикам рис. 2–4: площади под кривыми точного и приближенного распределений температур по сечению сляба практически одинаковы. Поэтому метод парабол без каких-либо опасений может рассматриваться как простой и достаточно точный метод расчета среднemasсовой температуры слябов, причем зачастую и с самого начала процесса нагрева. Это значимо, так как для качественной прокатки металла, в первую очередь, важно общее теплосодержание заготовки, выдаваемой из печи. Если при этом учесть, что с увеличением времени нагрева заметно уменьшается и погрешность вычисления других температур заготовки, то метод парабол вполне можно рекомендовать для использования в составе матема-

тического обеспечения систем управления, работающих в режиме реального времени.

Выводы

Метод парабол, несмотря на простоту математического представления, позволяет практически без погрешности вычислять среднemasсовую температуру слябов и может быть применен для приближенного описания процесса нагрева при разработке и реализации АСУ ТП методических печей. При этом следует отметить, что погрешность расчета профиля температур по сечению заготовки имеется и зависит от того, насколько начальное распределение температуры по сечению сляба отличается от параболического, эта погрешность заметно уменьшается к концу процесса нагрева.

Список литературы

1. Biot M.A. New methods in heat flow analysis with applications to flight structures // Journal of the Aeronautical Sciences. 1957. Vol. 24. P. 857–873. DOI: 10.2514/8.3992
2. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.: Физматлит, 1965. 480 с.
3. Автоматизация методических печей. / Л.И. Буглак, И.Б. Вольфман, С.Ю. Ефроймович и др. М.: Металлургия, 1981. 196 с.
4. Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Металлургиздат, 1950. 453 с.

5. Дульнев Г.Н. Теория тепло- и массообмена. СПб.: НИУ ИТМО, 2012. 195 с.
6. Иванцов Г.П. Нагрев металла (теория и методы расчета). Свердловск; М.: Metallurgizdat, 1948. 192 с.
7. Зайнидинов Х.Н., Бахрамов С.А., Кучкаров М.А. Методы моделирования тепловых полей бикубическими сплайнами // Автоматика и программная инженерия. 2018. № 1 (23). С. 96–103.
8. Черепяхина А.А. Применение сглаживающего кубического сплайна для аппроксимации температурных полей при решении обратной задачи теплопроводности // Научный электронный архив академии естествознания. 2009. URL: <http://econf.rae.ru/article/4813> (дата обращения: 09.07.2024).
9. Павлов В.П., Кудоярова В.М. Анализ температурного поля в твердом теле методом сплайнов // Вестник УГАТУ. 2018. Т. 22, № 2 (80). С. 10–17.
10. Исследование температурного режима нагревательных печей прокатных станков при изменении сортамента нагреваемого металла / С.И. Гинкул, А.Н. Лебедев, Ю.В. Подобед, Ю.М. Сапронова // Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия «Металлургия». 2010. Вып. 12 (177). С. 201–206.
11. Ткаченко В.Н. Математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами тепловой обработки материалов. Киев: Наукова думка, 2008. 243 с.
12. Автоматизация металлургических агрегатов. / Ю.В. Липухин, Ю.И., Булатов, К. Адельман, М. Кнорр. М.: Metallurgiya, 1992. 304 с.
13. Панферов В.И., Торопов Е.В. К теории моделирования нагрева металла в печах // Известия высших учебных заведений. Черная Metallurgiya. 1992. № 3. С. 79–82.
14. Панферов В.И., Панферов С.В. К решению задачи контроля температуры металла в АСУ ТП методических печей // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2021. Т. 21, № 4. С. 63–75. DOI: 10.14529/met210408
15. Тимошпольский В.И., Трусова И.А. Тепловая работа нагревательных печей прокатного производства в промышленных условиях. Сообщение 1. Методические печи толкательного типа // Литье и металлургия. 2010. № 1 (54), 2 (55). С. 214–219.
16. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб.: в 2 т. СПб.: Мифрил. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1996. Т. 2. 560 с.
17. Свинолобов Н.П., Бровкин В.Л. Теоретические основы металлургической теплотехники: учеб. пособие для вузов. Днепропетровск: Пороги, 2002. 226 с.

References

1. Biot M.A. New methods in heat flow analysis with applications to flight structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1957;24:857–873. DOI: 10.2514/8.3992
2. Butkovskiy A.G. *Teoriya optimal'nogo upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami* [Theory of optimal control of systems with distributed parameters]. Moscow: Fizmatlit; 1965. 480 p. (In Russ.)
3. Buglak L.I., Wolfman I.B., Efroimovich S.Yu., Zakharov G.K., Klimovitsky M.D., Segal A.M. *Avtomatizatsiya metodicheskikh pechey* [Automation of methodical furnaces]. Moscow: Metallurgiya; 1981. 196 p. (In Russ.)
4. Tayts N.Yu. *Tekhnologiya nagreva stali* [Steel heating technology]. Moscow: Metallurgizdat; 1950. 450 p. (In Russ.)
5. Dulnev G.N. *Teoriya teplo- i massoobmena* [Theory of heat and mass transfer] St. Petersburg: National Research University ITMO; 2012. 195 p. (In Russ.)
6. Ivantsov G.P. *Nagrev metalla (teoriya i metody rascheta)* [Heating of metal (theory and methods of calculation)]. Sverdlovsk; Moscow: Metallurgizdat; 1948. 192 p. (In Russ.)
7. Zainidinov H.N., Bakhramov S.A., Kuchkarov M.A. Methods for Modeling of Thermal Fields by Bicubic Splines. *Automatics & Software Enginery*. 2018;1(23):96–103. (In Russ.)
8. Cherepakhina A.A. [Application of a smoothing cubic spline for approximating temperature fields when solving the inverse problem of heat conduction]. *Nauchnyy elektronnyy arkhiv akademii estestvoznaniya* [Scientific Electronic Archive of the Academy of Natural Sciences]. 2009. (In Russ.) Available at: <http://econf.rae.ru/article/4813> (accessed 09.07.2024).

9. Pavlov V.P., Kudoyarova V.M. Spline-functions method for solving thermal conductivity problems. *Vestnik UGATU*. 2018;22;(2(80)):10–17. (In Russ.)
10. Ginkul S.I., Lebedev A.N., Podobed Yu.V., Sapronova Yu.M. [Investigation of the temperature regime of heating furnaces of rolling mills with a change in the range of the heated metal]. *Nauchnye trudy Doneckogo nacional'nogo tehničeskogo universiteta. Seriya "Metallurgiya"*. [Scientific works of Donetsk National Technical University. Series "Metallurgy"]. 2010;12(177):201–206. (In Russ.)
11. Tkachenko V.N. *Matematicheskoye modelirovaniye, identifikatsiya i upravleniye tekhnologicheskimi protsessami teplovooy obrabotki materialov* [Mathematical modeling, identification and control of technological processes of heat treatment of materials]. Kyiv: Naukova Dumka; 2008. 243 p. (In Russ.)
12. Lipukhin Yu.V., Bulatov Yu.I., Adelman K., Knorr M. *Avtomatizatsiya metallurgicheskikh agregatov* [Automation of metallurgical units]. Moscow: Metallurgiya; 1992. 304 p. (In Russ.)
13. Panferov V.I., Toropov E.V. [To the theory of modeling of metal heating in furnaces]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous metallurgy*. 1992;(3):79–82. (In Russ.)
14. Panferov V.I., Panferov S.V. To the Solution of the Problem of Control of Metal Temperature in ACS TP of Methodical Furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2021;21(4):63–75. (In Russ.) DOI: 10.14529/met210408
15. Timoshpolsky V.I., Trusova I.A. [Thermal work of heating furnaces of rolling production under industrial conditions. Message 1. Pusher-type continuous furnaces]. *Litiyo i Metallurgiya (Foundry Production and Metallurgy)*. 2010;1(54), 2(55):214–219. (In Russ.)
16. Piskunov N.S. *Differentsial'noe i integral'noe ischisleniya: ucheb.: v 2 t.* [Differential and integral calculus: a textbook in 2 volumes]. St. Petersburg: Mifril. Fizmatlit; 1996. Vol. 2. 560 p. (In Russ.)
17. Svinolobov N.P., Brovkin V.L. *Teoreticheskiye osnovy metallurgicheskoy teplotekhniki: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Theoretical foundations of metallurgical heat engineering: Textbook for universities]. Dnepropetrovsk: Porogi; 2002. 226 p. (In Russ.)

Информация об авторах

Панферов Владимир Иванович, д-р техн. наук, проф., проф. кафедры информационно-аналитического обеспечения управления в социальных и экономических системах, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; tgsiv@mail.ru.

Панферов Сергей Владимирович, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; panferovsv@susu.ru.

Information about the authors

Vladimir I. Panferov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof. of the Department of Information and Analytical Support for Management in Social and Economic Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; tgsiv@mail.ru.

Sergey V. Panferov, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Urban Planning, Engineering Networks and Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; panferovsv@susu.ru.

Статья поступила в редакцию 23.12.2024

The article was submitted 23.12.2024