

Металлургическая теплотехника и теплоэнергетика Metallurgical heat and power engineering

Научная статья
УДК 669.046:536.24
DOI: 10.14529/met250306

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА НАГРЕВА СТАЛИ В ПЕЧАХ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ ПОВЕРХНОСТИ ЗАГОТОВОК В ТОМИЛЬНОЙ ЗОНЕ

В.И. Панферов[✉], panferovvi@susu.ru

С.В. Панферов, panferovsv@susu.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Введение. В условиях повышения требований к качеству нагрева металла перед прокаткой задача совершенствования алгоритмического обеспечения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) нагревательных печей является вполне актуальной. **Цель исследования.** Рассматривается решение проблемы контроля перепада температуры по сечению заготовок по скорости изменения температуры их поверхности в томильных зонах методических печей. Показано, что использование такого подхода позволяет в принципе исключить влияние поверхностного слоя окалины на точность оценки контролируемого параметра. **Материалы и методы.** Выполнен анализ литературных источников и проведено обобщение известных результатов по проблеме дифференцирования промышленных сигналов. Выделены апробированные варианты решения этой задачи: 1) с предварительной аппроксимацией измеренных данных некоторой функцией; 2) прямое многоточечное цифровое дифференцирование. **Результаты.** Установлены условия применимости как первого, так и второго вариантов для решения задачи контроля перепада температуры в томильных зонах методических печей. Конкретно при этом использовали четырехточечный цифровой дифференциатор температуры поверхности сляба. Для большей точности оценки перепада температуры предусматривали включение в схему цифровой обработки экспериментальных данных еще и алгоритма предварительной фильтрации. Алгоритм фильтрации найден из решения задачи оптимизации, отмечено, что данный алгоритм по структуре аналогичен алгоритмам фильтрации, построенным согласно известным подходам Р. Калмана. Приводятся результаты вычислительных экспериментов. Показано, что предварительная фильтрация существенно повышает точность оценки параметра методом цифрового дифференцирования. **Заключение.** Результаты работы могут быть использованы при совершенствовании алгоритмического обеспечения АСУ ТП методических печей.

Ключевые слова: качество нагрева слябов, контроль перепада температуры по сечению, методические печи, автоматизированная система управления, аппроксимация измеренных данных, систематическая и случайная погрешности измерения, перепад температуры в поверхностном слое окалины, цифровое дифференцирование

Для цитирования: Панферов В.И., Панферов С.В. Контроль качества нагрева стали в печах по температуре поверхности заготовок в томильной зоне // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2025. Т. 25, № 3. С. 60–72. DOI: 10.14529/met250306

**QUALITY CONTROL OF STEEL HEATING IN FURNACES
BY THE SURFACE TEMPERATURE OF BLANKS IN THE LINGUISHING ZONE**V.I. Panferov[✉], panferovvi@susu.ru

S.V. Panferov, panferovsv@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. Introduction. In the conditions of increasing requirements for the quality of metal heating before rolling, the task of improving the algorithmic support of automated process control systems (APCS) of heating furnaces is quite relevant. **Purpose of the study.** The article considers a solution to the problem of monitoring the temperature difference across the cross-section of blanks based on the rate of change of their surface temperature in the soaking zones of continuous furnaces. It is shown that the use of such an approach makes it possible, in principle, to exclude the influence of the surface scale layer on the accuracy of assessing the controlled parameter. **Materials and methods.** An analysis of literary sources was performed and a generalization of the known results on the problem of differentiating industrial signals was carried out. The following tested options for solving this problem are highlighted: 1) with preliminary approximation of the measured data by a certain function; 2) direct multi-point digital differentiation. **Results.** The conditions for the applicability of both the first and second options for solving the problem of monitoring the temperature difference in the soaking zones of continuous furnaces were established. Specifically, a four-point digital slab surface temperature differentiator was used. For greater accuracy of temperature drop estimation, it was envisaged to include a preliminary filtering algorithm in the digital processing scheme of experimental data. The filtering algorithm was found from the solution of the optimization problem; it was noted that this algorithm is similar in structure to the filtering algorithms constructed according to the well-known approaches of R. Kalman. The results of computational experiments are presented. It is shown that preliminary filtering significantly increases the accuracy of parameter estimation by the digital differentiation method. **Conclusion.** The results of the work can be used to improve the algorithmic support of the automated process control system of continuous furnaces.

Keywords: slab heating quality, temperature difference control over the section, continuous furnaces, automated control system, approximation of measured data, systematic and random measurement errors, temperature difference in the surface layer of scale, digital differentiation

For citation: Panferov V.I., Panferov S.V. Quality control of steel heating in furnaces by the surface temperature of blanks in the languishing zone. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy.* 2025;25(3):60–72. (In Russ.) DOI: 10.14529/met250306

Постановка задачи

В работах [1, 2] предложены два варианта алгоритма контроля перепада температуры по сечению нагреваемых заготовок в период выдержки при постоянной температуре рабочего пространства в томильных зонах методических печей. Первый вариант алгоритма заключается в контроле перепада Δt по разности температур печи $t_{\text{п}}$ и поверхности металла $t_{\text{пов}}$: $\Delta t = k_1(t_{\text{п}} - t_{\text{пов}})$, а второй вариант – на основе данных только о мгновенной скорости изменения температуры поверхности металла $\frac{dt_{\text{пов}}}{d\tau}$: $\Delta t = k_2 \frac{dt_{\text{пов}}}{d\tau}$, здесь τ – время, а k_1 и k_2 – некоторые коэффициенты. При этом, что достаточно примечательно, при использовании второго варианта, как это нетрудно заметить, контроль температуры рабочего про-

странства, при которой осуществляется выдержка, совсем не требуется.

Характерной особенностью алгоритмов является то, что контроль осуществляется по данным текущих измерений независимо от предыстории процесса нагрева.

Оба варианта алгоритма теоретически эквивалентны в том смысле, что с помощью характеристик регулярного режима можно преобразовать один вариант (одну форму записи) в другой (в другую форму записи) и наоборот. При отсутствии каких-либо погрешностей во входных данных оба варианта алгоритма дают абсолютно совпадающие результаты – оценки перепада температуры просто тождественны. Однако влияние имеющих место в действительности погрешностей измерения входных сигналов значимо различное. Так, погрешность

измерения температуры поверхности металла, обусловленная наличием поверхностного слоя окалины (в пределах томильной зоны печей это, как правило, практически постоянная величина [3, 4]), оказывает прямое влияние на точность оценки перепада по первому варианту, вместе с тем для второго варианта такая погрешность является малосущественной, так как производная от постоянной величины по времени равна нулю. При этом влияние случайных погрешностей прямо противоположное: на точность оценки по первому варианту это влияние с помощью несложных достаточно известных приемов (например, за счет фильтрации или предварительной аппроксимации реальных данных методом наименьших квадратов, что вообще-то тоже фильтрация) может быть сведено практически к нулю, для второго варианта это влияние является достаточно проблематичным – данный вариант алгоритма весьма чувствителен к случайным погрешностям измерения.

Тем не менее возможность разработки реально работающей подсистемы контроля качества нагрева слябов в печах, инвариантной по отношению к погрешностям, обусловленным наличием поверхностного слоя окалины, является весьма привлекательной задачей при совершенствовании алгоритмического обеспечения АСУ ТП. При этом отметим, что значимость и важность практической реализации такого подхода в АСУ ТП объясняется прежде всего тем, что слой окалины создает существенную систематическую погрешность измерения температуры поверхности неокисленного металла. Так, например, в работе [4, с. 222] указано, что в условиях «...выдержки при нагреве металла, характерных для томильной зоны..., перепад на окалине при этом довольно стабилен и составлял 30 °С...». Весомость этой проблемы отмечается также и в работах [3, 5], так, в работе [3, с. 77] подчеркнуто, что «...температура поверхности заготовки может значительно отличаться от действительной температуры поверхности металла из-за наличия на нем слоя окалины», а в работе [5] сообщается, что перепад температуры по толщине окалины может достигать даже и 100 °С. Подчеркнем также, что эта погрешность является абсолютно неустранимой, если только при измерениях не использовать такое сложное и уникальное устройство, как пирометр Лэнда [3]. Однако с его помощью возможны только разовые измерения, согла-

сованные с движением слябов в печи. Кроме того, прибор по некоторым причинам необходимо после каждого измерения выводить из рабочего пространства печи. Разовые измерения возможны также и с помощью контактных термопар, вводимых в рабочее пространство печи через ее смотровые окна.

Таким образом, необходима разработка приемлемого для практики алгоритма дифференцирования сигнала о температуре поверхности нагреваемых слябов в условиях томильных зон методических печей. Это и позволит создать вышеупомянутую подсистему контроля качества нагрева металла в печах, которая, следует это особо подчеркнуть, будет инвариантной как по отношению к реальной толщине окалины, так и по отношению к фактическому перепаду температуры в ней.

Анализ процедур дифференцирования промышленных сигналов

Как это хорошо известно, задача достаточно точной численной оценки производной сигнала со случайной ошибкой является трудно реализуемой, в первую очередь, вследствие ее некорректности [6–9]. Известные в литературе алгоритмы [6–21] базируются на различных идеях и подходах, разработаны эти алгоритмы для конкретных задач и условий и характеризуются разными достоинствами и недостатками. Как указано в работе [22], «...выбор оптимального способа дифференцирования зависит, безусловно, от вида сигнала и характеристик шума». Поэтому напрямую, без дополнительной настройки и оптимизации достаточно сложно воспользоваться тем или иным известным алгоритмом, возникает настоятельная необходимость в разработке конкретного способа реализации процедуры дифференцирования для конкретной решаемой задачи. В связи с этим рассмотрим известные в литературе методы цифрового дифференцирования промышленных сигналов.

Отметим, что широко известны так называемые точечные алгоритмы дифференцирования, например, простейший двухточечный алгоритм имеет вид [10–12, 15, 21]

$$\frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} \approx \frac{x(\tau_{i+1}) - x(\tau_i)}{\Delta\tau}, \quad (1)$$

где $x(\tau)$ – измеряемый сигнал; τ – время; $\Delta\tau$ – промежуток времени между моментами считывания сигнала $\Delta\tau = \tau_{i+1} - \tau_i$, $i = 0, 1, 2, \dots$, $\tau_i = i \cdot \Delta\tau$.

Известно также, что лучшая точность достигается при использовании двухточечного алгоритма центральной аппроксимации [10, 21]. При этом отмечается, что вообще-то большая точность вычисления производной может быть достигнута при использовании многоточечных алгоритмов [21], в частности, за счет усреднения результатов вычислений производной для двух соседних точек по двухточечному алгоритму с шагом $2\Delta\tau$ [13, 19].

Кроме того, известны и различные регуляризирующие алгоритмы [6–18]. Здесь часто используются алгоритмы, основанные на аппроксимации измеряемого сигнала алгебраическим полиномом с последующим его аналитическим дифференцированием [11, 13–15], так, в частности, в работе [15] применяется кубическая сплайн-аппроксимация измеряемых данных, а в работе [20] использована предварительная локальная скользящая квадратичная аппроксимация дифференцируемых сигналов.

Следует заметить, что регуляризация по сути дела, что, кстати, весьма часто указывается в литературе [см., например, 22], представляет собой подавление (фильтрацию) высокочастотной случайной составляющей погрешности измерения сигнала. Как нам это представляется, и некоторые многоточечные алгоритмы, включающие в свою структуру процедуры усреднения, также следует отнести к регуляризирующим алгоритмам.

В работе [17] для решения задачи дифференцирования используется частотный подход, аппроксимирующая функция с конечным частотным спектром подбирается по свойствам ее производной, здесь регуляризация сводится к минимизации евклидовой нормы оценки производной.

Задачу дифференцирования можно решить и следующим образом [16]. Хорошо известно, что $\int_0^\tau \frac{dx(\tau)}{d\tau} = x(\tau) - x(0)$. Если при этом $x(0) = 0$, т. е. если задача приведена к нулевым начальным условиям, что несложно реализовать, то проблема дифференцирования сводится к решению интегрального уравнения $\int_0^\tau \frac{dx(\tau)}{d\tau} = x(\tau)$ относительно $\frac{dx(\tau)}{d\tau}$.

В [12] используются оценки производной, вычисленные по простейшему двухточечному алгоритму (1) с одним и тем же временным промежутком между точками. При этом считается, что на используемом для оценки от-

резке времени истинная производная равна одному и тому же значению, т. е. является const. Для отыскания результирующей оценки производной решается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), отыскивается ее псевдорешение. Установлено, что с увеличением количества частных оценок по соотношению (1) точность результирующей оценки производной увеличивается, однако увеличивается и вычислительная сложность процедуры.

Алгоритм работы [16], базирующийся на решении интегрального уравнения, также является сложным в вычислительном отношении. Близким по сложности к алгоритмам работ [12, 16] следует считать и алгоритмы работ [15, 17], требующие решения СЛАУ.

В работе [18] отмечается, что часто при дифференцировании сигналов востребованы быстрдействие методов и возможность их использования в режиме реального времени. Все это, конечно, определяется их вычислительной ресурсоемкостью. Указано, что регуляризирующий алгоритм А.Н. Тихонова, в котором решается интегральное уравнение, требует большой вычислительной ресурсоемкости.

В целом, как это указано в работе [23], «...наиболее распространенные... подходы к задаче численного дифференцирования условно можно разделить на две группы. Первая предполагает предварительное решение задачи аппроксимации... с последующим дифференцированием, ...ко второй группе можно отнести синтез оптимальных нерекурсивных широкополосных дифференциаторов». Отмечается также и более детальная классификация подходов [24], тем не менее и эта классификация в общем укладывается в двухвариантное разделение методов. Поэтому вполне целесообразно рассмотреть возможность применения в данном случае подходов, относящихся как к первой, так и ко второй группе алгоритмов дифференцирования.

Примечание 1. Интерполяционный способ представления функций нельзя считать приемлемым в данном случае, так как как случайные, так и систематические погрешности измерений температуры при интерполяции будут обязательно вноситься в интерполяционный полином, что приведет к весьма нежелательной ошибке при последующем дифференцировании.

Оценка применимости метода дифференцирования с предварительной аппроксимацией результатов измерения температуры поверхности сляба

Рассмотрим наиболее предпочтительный и наиболее употребляемый подход к решению задачи дифференцирования промышленных сигналов – это посредством предварительной аппроксимации экспериментальных данных подходящей функцией. При этом заметим, что выбор аппроксимирующей функции вообще-то плохо формализуем, хорошо, если известна физика рассматриваемых процессов, тогда структура аппроксимирующей зависимости и выбирается в соответствии с этим знанием. В этом случае аппроксимация экспериментальных данных обычно получается наиболее точной, мера близости расчетных и экспериментальных данных принимает минимально возможное значение. Если же структура аппроксимирующей зависимости подобрана плохо, то задачу аппроксимации нельзя решить должным образом. Поэтому при выборе структуры модели аппроксимации результатов измерения температуры поверхности сляба в томительной зоне печей есть смысл воспользоваться закономерностями регулярного теплового режима, как это и было сделано при разработке самих алгоритмов контроля.

Как известно, изменение температуры поверхности сляба на стадии выдержки в томительной зоне методических печей можно представить следующим соотношением:

$$t_{\text{пов.ок}}^3(\tau) = t_{\text{п}}^3 + A_1 \cos \mu_1 L \cdot \exp(-\mu_1^2 a \tau) + \delta. \quad (2)$$

Здесь $t_{\text{п}}^3$ – температура рабочего пространства в томительной зоне, при которой осуществляется выдержка металла; $t_{\text{пов.ок}}^3$ – температура поверхности окалины; A_1 – коэффициент, зависящий от температурного поля сляба в начале периода выдержки; L – расчетное сечение заготовки; a – коэффициент температуропроводности металла; μ_1 – первый корень уравнения $\frac{\lambda \mu}{\alpha} = \text{ctg}(\mu L)$, λ – коэффициент теплопроводности неокисленного металла, α – эквивалентный коэффициент теплоотдачи, δ – перепад температуры по толщине окалины (считаем, что в течение процедуры измерений это практически постоянная величина [4]).

Примечание 2. Во-первых, в литературе, как это и отмечено выше, есть, как нам представляется, вполне достоверные сведения о том, что перепад температуры по толщине окалины в пределах томительной зоны можно считать примерно постоянной величиной. Во-вторых, промежуток времени между выдачами заготовок из методических печей стана «2500» ПАО «ММК» (Магнитогорский металлургический комбинат) в среднем составляет 2–4 мин. На такое относительно малое время и следует рассчитывать на реализацию процедуры определения производной температуры поверхности заготовки, из-за этого вполне обоснованно [25] можно считать, что перепад температуры в окалине является примерно константой. В-третьих, одним из вариантов объяснения этого утверждения могут быть следующие рассуждения. Как известно, плотность теплового потока через окалину q можно представить формулой $q = \lambda_{\text{ок}} \frac{\delta}{L_{\text{ок}}}$, отсюда следует, что $\delta = \frac{q \cdot L_{\text{ок}}}{\lambda_{\text{ок}}}$. В томительных зонах методических печей q уменьшается во времени, а толщина окалины $L_{\text{ок}}$, наоборот, растет, по этой причине произведение $q \cdot L_{\text{ок}} \approx \text{const}$, а следовательно, и $\delta \approx \text{const}$. Здесь $\lambda_{\text{ок}}$ – коэффициент теплопроводности окалины.

При отсутствии окисления температура поверхности заготовки изменялась бы, следуя физике процесса, в соответствии с уравнением

$$t_{\text{пов.ме}}^3(\tau) = t_{\text{п}}^3 + A_1 \cos \mu_1 L \cdot \exp(-\mu_1^2 a \tau). \quad (3)$$

Из приведенных соотношений можно найти, что

$$\frac{dt_{\text{пов.ок}}^3(\tau)}{d\tau} = \frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau} = -\mu_1^2 a A_1 \cos \mu_1 L \cdot \exp(-\mu_1^2 a \tau). \quad (4)$$

Таким образом, как это следует из (4), оценку производной температуры поверхности неокисленного металла (что, собственно, и нужно для алгоритма контроля) можно заменить вычислением производной температуры поверхности окалины на слябе, что является весьма привлекательным обстоятельством при решении задачи контроля. Объясняется это прежде всего тем, что температуру поверхности окалины можно, хотя и не совсем просто, определить все-таки измерением на печи, а температуру поверхности неокисленного металла – практически нет. При этом к месту заметим, что практика использования производных температуры поверхности по времени в задачах определения нестационарного распределения температуры в слитках в литературе известна [26], здесь применялся, как это и само собой разумеется, метод регуляризации.

Как это видно из (4), их производные по времени равны, поэтому ставится задача определения численных значений этих производных по результатам измерения температуры поверхности окалины $t_{\text{пов.ок}}^3(\tau)$ и числовому значению температуры рабочего пространства, при которой осуществляется выдержка $t_{\text{п}}^3$. Из (4) также следует, что для этого по экспериментальным данным $\{t_{\text{пов.ок}}^3(\tau); t_{\text{п}}^3\}$ необходимо определить заранее неизвестные параметры A_1 и μ_1 . Решать эту задачу, как это обычно и принято, можно методом наименьших квадратов:

$$\min_{A_1, \mu_1} (\sum_{i=1}^n \{ \ln[t_{\text{п}}^3(\tau_i) + \delta - t_{\text{пов.ок}}^3(\tau_i)] - \ln(-A_1) - \ln(\cos \mu_1 L) + \mu_1^2 a \tau_i \}^2). \quad (5)$$

В данном случае перед составлением соотношения (5) применено такое линеаризирующее преобразование уравнения (2), как логарифмирование.

Решая задачу (5), получим, что

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \tau_i \ln[\cdot] - 1/n \cdot \sum_{i=1}^n \tau_i \sum_{i=1}^n \ln[\cdot]}{a/n \cdot (\sum_{i=1}^n \tau_i)^2 - a \sum_{i=1}^n \tau_i^2}}; \quad (6)$$

$$A_1 = -\exp \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln[\cdot] - \ln \cos \mu_1 L + \mu_1^2 \frac{a}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i \right\}, \quad (7)$$

где $[\cdot] = [t_{\text{п}}^3(\tau_i) + \delta - t_{\text{пов.ок}}^3(\tau_i)]$.

Из соотношений (4), (6) и (7) видно, что при использовании упомянутого подхода систематическая погрешность δ будет «вноситься» в оценки параметров A_1 и μ_1 , а следовательно, и в оценки производных, что недопустимо.

Пример. Пусть в период выдержки металла в томильной зоне ($120 \leq \tau \leq 160$ мин) для $a = 0,02 \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$; $L = 0,0625$ м; $\lambda = 29 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°C}}$; $\alpha = 258,81 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}$; $t_{\text{п}} = 1200$ °C; температура поверхности неокисленного металла изменяется в соответствии с уравнением $t_{\text{пов.ме}}^3(\tau) = 1200 + A_1 \cdot \cos \mu_1 L \cdot \exp(-\mu_1^2 a \tau)$, где $\mu_1 = 10,94 \text{ м}^{-1}$, $A_1 = -30 125$ °C. Если же будем считать, что перепад температуры в окалине составляет $\delta = 10$ °C, то по формулам (6) и (7) получим, что $\mu_1 = 11,73 \text{ м}^{-1}$, $A_1 = -62 197$ °C; при $\delta = 20$ °C уже будет $\mu_1 = 12,79 \text{ м}^{-1}$, $A_1 = -186 407$ °C; а при $\delta = 30$ °C вычислим, что $\mu_1 = 14,48 \text{ м}^{-1}$, $A_1 = -1 380 415$ °C. Таким образом, проявляется весьма заметное влияние систематической погрешности измерения на точность оценки параметров μ_1 и A_1 . В этом случае скорость изменения температуры поверхности во времени в период томления, вычисленная по формуле (4), будет следующей:

- 1) при $\delta = 0$ °C $\frac{dt_{\text{пов.ок}}^3(\tau)}{d\tau} = \frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$ уменьшается от 465 до 94 °C/ч;
- 2) при $\delta = 10$ °C $\frac{dt_{\text{пов.ок}}^3(\tau)}{d\tau} = \frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$ уменьшается от 522 до 83 °C/ч;
- 3) при $\delta = 20$ °C $\frac{dt_{\text{пов.ок}}^3(\tau)}{d\tau} = \frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$ уменьшается от 612 до 69 °C/ч;
- 4) при $\delta = 30$ °C $\frac{dt_{\text{пов.ок}}^3(\tau)}{d\tau} = \frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$ уменьшается от 814 до 49 °C/ч.

Вместе с тем коэффициент k_2 , вычисляемый в данном случае по формуле $k_2 = \frac{1 - \cos \mu_1 L}{\mu_1^2 a \cos \mu_1 L}$, будет равен: 1) при $\delta = 0$ °C $k_2 = 0,121$ ч; 2) при $\delta = 10$ °C $k_2 = 0,125$ ч; 3) при $\delta = 20$ °C $k_2 = 0,133$ ч; 4) при $\delta = 30$ °C $k_2 = 0,147$ ч.

Поэтому оценки перепада температуры по сечению заготовки при этом будут изменяться во времени (в процессе выдержки): 1) при $\delta = 0$ °C Δt снижается от 56,3 до 11,3 °C; 2) при $\delta = 10$ °C Δt снижается от 65,5 до 10,4 °C; 3) при $\delta = 20$ °C Δt снижается от 81,3 до 9,1 °C; 4) при $\delta = 30$ °C Δt снижается от 120,0 до 7,2 °C.

Понятно, что случай, когда $\delta = 0$ °C здесь считается эталонным и все погрешности должны определяться путем сравнения с данными этого режима. В связи с этим приведенные результаты позволяют заключить, что если для начала периода выдержки погрешность оценки перепада температуры по сечению сляба с помощью рассматриваемой процедуры вряд ли можно считать приемлемой, то к концу периода это далеко не всегда так и ошибка в расчете Δt может быть и допустимой. Конечно, при этом следует иметь в виду, что в принципе метод, основанный на предварительной аппроксимации дифференцируемого сигнала (в данном случае температуры поверхности окалины) подходящей аппроксимирующей функцией, не пригоден для решения поставленной задачи, так как систематическая погрешность измерения температуры поверхности неокисленного металла обязательно «вносится» в параметры этой функции, а затем и в вычисляемую по ней производную и коэффициент k_2 , т. е. в оба множителя правой части уравнения $\Delta t = k_2 \frac{dt_{\text{пов}}}{d\tau}$.

Четырехточечный цифровой дифференциатор

Рассмотрим вариант решения поставленной задачи, основанный на непосредственном численном дифференцировании результатов измерений [27]. Существо рассматриваемого алгоритма заключается в следующем. Во-первых, средняя величина сигнала в $(i + 1)$ -й момент времени оценивается по четырем точкам, включающим текущее измерение и три предыдущих, т. е.

$$\bar{x} = (x_{i+1} + x_i + x_{i-1} + x_{i-2})/4. \quad (8)$$

Здесь $x_i = x(\tau_i)$.

Во-вторых, найденное таким образом среднее значение \bar{x} относится к середине отрезка времени, на котором располагаются данные точки (рис. 1).

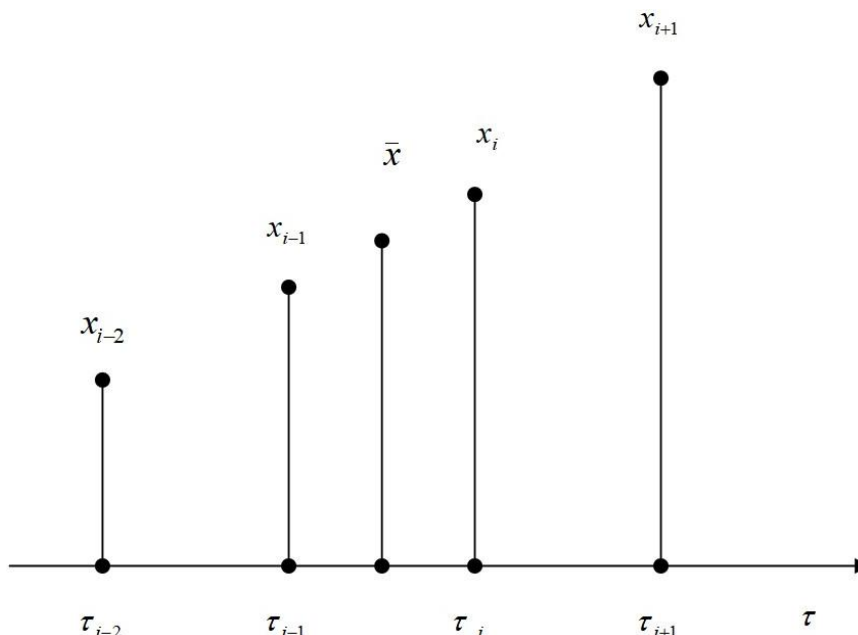


Рис. 1. Схема расположение точек, используемых при построении цифрового фильтра
 Fig. 1. Schematic diagram of the location of points used in constructing a digital filter

Очевидно, что в этом случае можно воспользоваться следующими четырьмя оценками производной сигнала в $(i + 1)$ -й момент времени:

$$\frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}}{1,5\Delta\tau}, \quad (9)$$

$$\frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} = \frac{x_i - \bar{x}}{0,5\Delta\tau}, \quad (10)$$

$$\frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} = \frac{\bar{x} - x_{i-1}}{0,5\Delta\tau}, \quad (11)$$

$$\frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} = \frac{\bar{x} - x_{i-2}}{1,5\Delta\tau}. \quad (12)$$

Общеизвестно, что лучшей оценкой будет среднее арифметическое найденных частных оценок производной, т. е.

$$\begin{aligned} \frac{dx(\tau_{i+1})}{d\tau} &= \frac{\left[\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{1,5\Delta\tau} + \frac{x_i - \bar{x}}{0,5\Delta\tau} + \frac{\bar{x} - x_{i-1}}{0,5\Delta\tau} + \frac{\bar{x} - x_{i-2}}{1,5\Delta\tau} \right]}{4} = \frac{1}{\Delta\tau} \left[\frac{2(x_{i+1} - \bar{x}) + 2(x_i - \bar{x}) + 2(\bar{x} - x_{i-1}) + \frac{2}{3}(\bar{x} - x_{i-2})}{4} \right] = \\ &= \frac{1}{6\Delta\tau} [x_{i+1} + 3x_i - 3x_{i-1} - x_{i-2}]. \end{aligned} \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что имеющаяся в каждом отсчете сигнала постоянная систематическая погрешность будет взаимно уничтожаться и не будет влиять на точность оценки его производной по времени. Кроме того, из-за усреднения как самих результатов измерений (используется среднее арифметическое отсчетов), так и оценок производных будет осуществляться фильтрация случайных помех, это общеизвестный и абсолютно проверенный результат и это показывает опыт применения авторами алгоритма (13) [27]. Далее, как это видно из формулы (13), алгоритм достаточно прост в вычислительном отношении, что, конечно, является его несомненным достоинством для применения в системах управления, работающих в режиме реального времени.

Вычислительное исследование алгоритма дифференцирования

На рис. 2 приведены использованная в вычислительном эксперименте эталонная кривая температуры поверхности неокисленного металла $t_{\text{пов.ме}}^3(\tau) = 1200 + A_1 \cdot \cos \mu_1 L \cdot \exp(-\mu_1^2 a \tau)$, где $\mu_1 = 10,94 \text{ м}^{-1}$, $A_1 = -30 \text{ } 125 \text{ } ^\circ\text{С}$, и эта же кривая только с наложенными на нее систематической погрешностью $\delta = 20 \text{ } ^\circ\text{С}$ и случайной погрешностью из интервала $[-5; +5] \text{ } ^\circ\text{С}$, полученной с помощью генератора случайных чисел с равномерным законом распределения. Последняя кривая имитирует реально измеренную температуру поверхности окалины (сляба) в период выдержки.

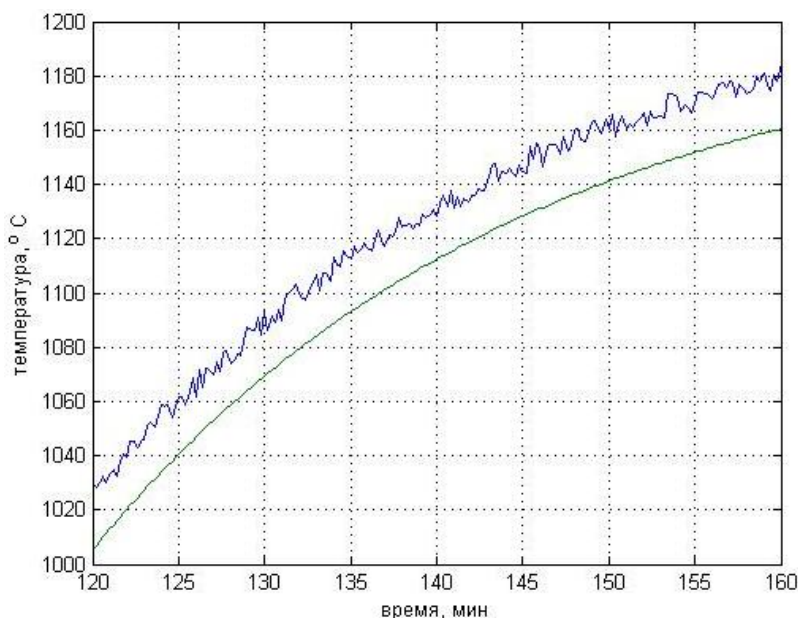


Рис. 2. Кривые изменения температуры поверхности неокисленного металла и поверхности окалины (сляба)
Fig. 2. Curves of change in temperature of the surface of unoxidized metal and the surface of scale (slab)

Вычислительные эксперименты показали, что в случае, когда в дифференцируемой кривой присутствует только постоянная систематическая погрешность, то алгоритм (13) дает, что и следовало ожидать, практически точное значение скорости роста температуры поверхности неокисленного металла (влияние δ исключается). Относительная погрешность вычисления $\frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$ не превышала и 5 %.

Если же к эталонной кривой добавлялась еще и случайная погрешность, то при тех же условиях исследований все зависело от амплитуды этой случайной погрешности. Так, при увеличении этой амплитуды от 0 до 4 °С можно считать, что погрешность дифференцирования практически приемлема. Здесь средняя на всем промежутке времени ($120 \leq \tau \leq 160$ мин) погрешность оценки перепада температуры по сечению сляба из-за цифрового дифференцирования изменялась от 2,8 до 10,2 °С.

Кроме того, погрешность дифференцирования, как и следовало ожидать, зависит и от размера шага по времени $\Delta\tau$. Так с увеличением этого шага от 1 до 2 мин погрешность выросла в среднем от 10 до 40 %. Также следует указать, что погрешность вычисления производной зависит и от момента времени, для которого она определяется. Объясняется это тем, что кривизна эталонной кривой уменьшается с течением времени, уменьшается вследствие этого и $\frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$.

Для расширения диапазона применения алгоритма (13) по амплитуде наблюдаемых на практике помех использовали предварительную фильтрацию результатов измерений $t_{\text{пов.ок}}^3(\tau)$, применялся следующий фильтр [27]:

$$t_{\text{пов.ок}}^{\text{эф}}(i) = \gamma t_{\text{пов.ок}}^3(i) + (1 - \gamma)t_{\text{пов.ок}}^{\text{эф}}(i - 1), \quad (14)$$

где $t_{\text{пов.ок}}^{\text{эф}}$ – выходной сигнал фильтра; γ – некоторый коэффициент, выбираемый при настройке фильтра на конкретную статистическую ситуацию.

Алгоритм фильтрации найден из решения задачи оптимизации [27]. В работе [27] также показано, что данный алгоритм по структуре аналогичен алгоритмам фильтрации, построенным согласно известным подходам Р. Калмана.

На рис. 3 приведена идеальная кривая $\frac{dt_{\text{пов.ме}}^3(\tau)}{d\tau}$, на этом же графике точками и крестиками для отдельных моментов времени указаны оценки этой производной, вычисленные по алгоритму (13) без и с предварительной фильтрацией данных по соотношению (14) соответственно. Здесь полагалось, что $\gamma = 0,2$, а амплитуда помехи равна 4°C , т. е. помеха генерировалась в диапазоне $[-4; +4]^\circ\text{C}$.

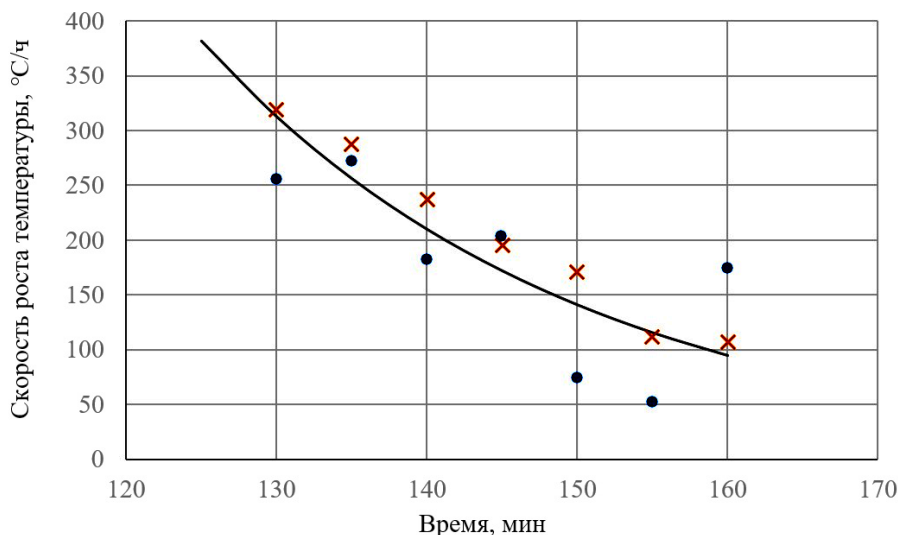


Рис. 3. Скорость роста температуры поверхности неокисленного металла
 Fig. 3. The rate of increase in surface temperature of unoxidized metal

Как видно из рис. 3, предварительная фильтрация существенно повышает точность оценки производной.

На рис. 4 приведены кривые разгона по температуре поверхности нагреваемых слябов в методической печи стана «2500» ПАО ММК, эти данные заимствованы из работы [28]. На рис. 4 T_0 и τ_3 – постоянная времени и время запаздывания объекта управления, показана графическая процедура определения этих параметров для первой (рис. 4а) и второй (рис. 4б) сварочных зон методической печи. Здесь же 1 – собственно экспериментальная кривая, 2 – ее аппроксимация.

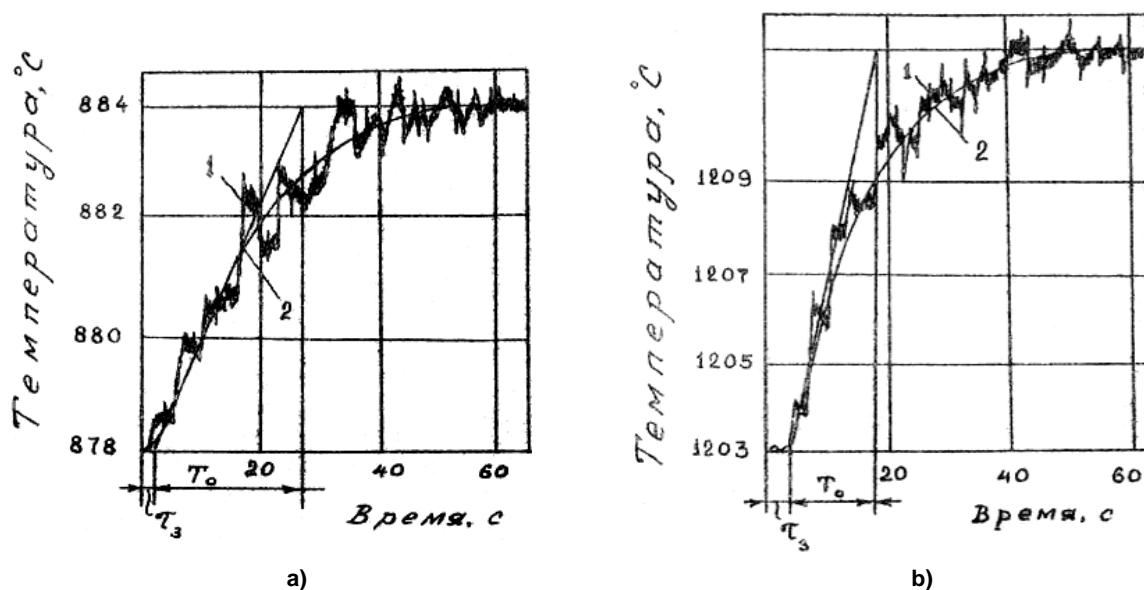


Рис. 4. Экспериментальные кривые разгона по температуре поверхности нагреваемых заготовок [28]
 Fig. 4. Experimental curves of acceleration by surface temperature of heated workpieces [28]

Как видно из рис. 4, диапазон изменения реальных помех на печах не превышает и $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, т. е. реальная помеха принадлежит диапазону $[-0,75; +0,75]\text{ }^{\circ}\text{C}$. Выше было показано, что алгоритм дифференцирования (13) в таких условиях удовлетворительно сработает даже без предварительной фильтрации измеренных данных.

Выводы

Рассмотрено решение задачи контроля перепада температуры по сечению заготовок по скорости изменения температуры их поверхности в томильных зонах методических

печей. Отмечено, что использование такого подхода позволяет в принципе исключить влияние поверхностного слоя окалины на точность оценки контролируемого параметра. Исследованы варианты дифференцирования по времени температуры поверхности слябов в период выдержки при постоянной температуре рабочего пространства томильной зоны методических печей. Указаны условия их практической применимости. Результаты работы могут быть использованы при создании и совершенствовании алгоритмического обеспечения АСУ ТП нагревательных печей.

Список литературы

1. Панферов В.И. О некоторых свойствах и об алгоритме косвенного контроля температурных полей массивных тел в период выдержки при постоянной температуре печи // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 1985. № 6. С. 114–116.
2. Панферов В.И. К контролю температурных полей массивных тел в период выдержки при постоянной температуре печи // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 1986. № 7. С. 157.
3. Автоматизация методических печей / Л.И. Буглак, И.Б. Вольфман, С.Ю. Ефроймович и др. М.: Металлургия, 1981. 196 с.
4. Лисиенко В.Г., Волков В.В., Маликов Ю.К. Улучшение топливоиспользования и управление теплообменом в металлургических печах. М.: Металлургия, 1988. 231 с.
5. Спивак Э.И. Методы ускоренных расчетов нагревательных печей. М.: Металлургия, 1988. 141 с.
6. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 284 с.
7. Численные методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, А.В. Гончарский, В.В. Степанов, А.Г. Ягола. М.: Наука, 1990. 227 с.
8. Васин В.В. Об устойчивом вычислении производной в пространстве $C(-\infty, \infty)$ // Вычислительная математика и математическая физика. 1973. Т. 13, № 6. С. 1383–1389.
9. Скорик Г.Г. Наилучшие оценки в методах аппроксимации производных функции, заданной с погрешностью: автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук. Екатеринбург: УрГУ им. А.М. Горького, 2006. 15 с.
10. Глинченко А.С. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие: в 2 ч. Красноярск: Изд-во КГТУ, 2001. Ч. 1. 199 с.
11. Майстренко А.В. Синтез, исследование и применение алгоритмов цифрового дифференцирования сигналов в системах автоматического регулирования процессов: автореф. ... дис. канд. техн. наук. Томск: Изд-во ТУСУР, 2007. 21 с.
12. Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В. Цифровое дифференцирование сигналов с применением многоточечных методов в системах автоматического регулирования процессов // Доклады ТУСУР. 2009. № 2 (20). С. 83–88.
13. Авиационные приборы: учеб. / З.Н. Федотов, С.И. Кувшинов, В.В. Лебедев и др.; под ред. С.С. Дорофеева. М.: Воениздат, 1992. 323 с.
14. Cheng J., Jia X.Z., Wang Y.B. Numerical differentiation and applications // Inverse Problems in Science and Engineering. 2007. Vol. 15. P. 339–357. DOI: 10.1080/17415970600839093
15. Безуглов Д.А., Крутов В.А., Швачко О.В. Метод дифференцирования сигналов с использованием сплайн-аппроксимации // Фундаментальные исследования. 2017. № 4-1. С. 24–28.
16. Майстренко А.В., Светлаков А.А., Гарганеев А.Г. Цифровое дифференцирование сигналов с использованием интегральных уравнений Вольтерра и его применение для моделирования систем управления и контроля в силовой электронике // Энергосбережение, энергетика, энергоаудит. 2013. Т. 1, № 8 (14). С. 111–116.

17. Созонова, Т.Н. Разработка алгоритмов численного дифференцирования и интерполяции сигналов на основе частотных представлений: автореф. ... дис. канд. техн. наук. Белгород: Изд-во БелГУ, 2008. 18 с.

18. Гармаев Б.З., Бороноев В.В. Численное дифференцирование биометрических сигналов с помощью вейвлет-преобразования // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. № 2. С. 1–11. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/9/text.pdf>.

19. Ефремова Е.С. Информационно-измерительная система воздушных сигналов дозвукового летательного аппарата на основе вихревого метода: дис. ... канд. техн. наук. Казань: КазНИТУ им. А.Н. Туполева – КАИ, 2020. 207 с.

20. Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В. Цифровое дифференцирование сигналов на основе скользящей квадратичной аппроксимации и его применение в синтезе ПИД-регуляторов // Омский научный вестник. 2016. № 1 (145). С. 73–77.

21. Жохов К.С., Ганджа Т.В., Кочергин М.И. Исследование и развитие помехоустойчивых алгоритмов вычисления группового времени задержки модельного цифрового сигнала со случайной шумовой составляющей // Автометрия. 2024. Т. 60. № 2. С. 41–48.

22. Патрикеев И.А., Степанов Р.А., Фрик П.Г. Вейвлет-регуляризация операции дифференцирования сигналов с шумом // Вычислительные методы и программирование. 2005. Т. 6, № 1. С. 35–42.

23. Исаков В.Н., Коваленко А.Н. Локальные методы численного дифференцирования сигналов // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64, № 2. С. 127–135. DOI: 10.1134/S0033849419020062

24. Вовк С.М. Метод численного дифференцирования зашумленных данных с выбросами // Радиоелектроніка, інформатика, управління. 2017. № 3. С. 44–52.

25. Тимофеева А.С., Никитченко Т.В., Уразова Л.Ф. Влияние состава газовой среды в печи на окисление стали // Сталь. 2015. № 11. С. 69–70.

26. Kurpisz K. Determining transient temperature distribution in solids from measurements of the surface temperature // ISIJ (Iron and Steel Institute of Japan) International. 1991. Vol. 31, no. 9. P. 979–984. DOI: 10.2355/isijinternational.31.979

27. On one solution of the numerical problem differentiation in calculation vertical speed of aircraft / V.I. Panferov, S.V. Panferov, A.M. Hayutin, N.A. Trenin // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2021. Т. 21, № 2. С. 47–57. DOI: 10.14529/ctcr210205

28. Идентификация динамики теплотехнического объекта при микропроцессорном управлении / Б.Н. Парсункин, Г.Ф. Обухов, А.В. Леднов и др. // Автоматическое управление металлургическими процессами: Межвуз. сб. науч. тр. Магнитогорск: МГМА им. Г.И. Носова, 1994. С. 52–57.

References

1. Panferov V.I. [On some properties and on the algorithm of indirect control of temperature fields of massive bodies during the holding period at a constant furnace temperature]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous metallurgy*. 1985;(6):114–116. (In Russ.)

2. Panferov V.I. [On the control of temperature fields of massive bodies during the holding period at a constant furnace temperature]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous metallurgy*. 1986;(7):157. (In Russ.)

3. Buglak L.I., Wolfman I.B., Efroimovich S.Yu., Zakharov G.K., Klimovitsky M.D., Segal A.M. *Avtomatizatsiya metodicheskikh pechey* [Automation of methodical furnaces]. Moscow: Metallurgiya; 1981. 196 p. (In Russ.)

4. Lisienko V.G., Volkov V.V., Malikov Yu.K. *Uluchshenie toplivoispol'zovaniya i upravlenie teploobmenom v metallurgicheskikh pechakh* [Improving fuel utilization and heat transfer control in metallurgical furnaces]. Moscow: Metallurgiya, 1988. 231 p. (In Russ.)

5. Spivak E.I. *Metody uskorenykh raschetov nagrevatel'nykh pechey* [Methods of accelerated calculations of heating furnaces]. Moscow: Metallurgiya, 1988. 141 p. (In Russ.)

6. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka, 1979. 284 p. (In Russ.)

7. Tikhonov A.N., Goncharsky A.V., Stepanov V.V., Yagola A.G. *Chislennyye metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Numerical methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka, 1990. 227 p. (In Russ.)

8. Vasin V.V. The stable evaluation of a derivative in space $C(-\infty, \infty)$. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 1973;13(6):16–24. DOI: 10.1016/0041-5553(73)90002-5
9. Skorik G.G. *Nailuchshie otsenki v metodakh approksimatsii proizvodnykh funktsii, zadannoy s pogreshnost'yu: avtoref. dis. kand. fiz.-mat. nauk* [The best estimates in methods of approximation of the derivatives of a function given with an error. Abstract of Cand. sci. diss.]. Ekaterinburg: A.M. Gorky Ural State University, 2006. 15 p. (In Russ.)
10. Glinchenko A.S. *Tsifrovaya obrabotka signalov: ucheb. posobie: v 2 ch. Ch. 1* [Digital Signal Processing: Tutorial. In 2 parts. Part 1]. Krasnoyarsk: KSTU Publ., 2001. 199 p. (In Russ.)
11. Maystrenko A.V. *Sintez, issledovanie i primeneniye algoritmov tsifrovogo differentsirovaniya signalov v sistemakh avtomaticheskogo regulirovaniya protsessov: avtoref. dis. kand. tekhn. nauk* [Synthesis, research and application of algorithms for digital differentiation of signals in systems for automatic control of processes. Abstract of Cand. sci. diss.]. Tomsk: TUSUR Publ., 2007. 21 p. (In Russ.)
12. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Digital differentiation of signals with application of multi-point methods in systems of automatic control of processes. *Proceedings of TUSUR*. 2009;2(20):83–88. (In Russ.)
13. Fedotov Z.N., Kuvshinov S.I., Lebedev V.V. et al.; Dorofeev S.S. (Ed.). *Aviatsionnye pribory: ucheb.* [Aviation devices: Textbook]. Moscow: Voenizdat, 1992. 323 p. (In Russ.)
14. Cheng J., Jia X.Z., Wang Y.B. Numerical differentiation and applications. *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2007;15:339–357. DOI: 10.1080/17415970600839093
15. Bezuglov D.A., Krutov V.A., Shvachko O. V. The method of differentiation of signals using spline-approximation. *The Fundamental researches*. 2017;(4-1):24–28. (In Russ.)
16. Maystrenko A.V., Svetlakov A.A., Garganeyev A.G. [Digital differentiation of signals using Volterra integral equations and its application for modeling control and monitoring systems in power electronics]. *Energosberezheniye, energetika, energoaudit*. [Energy saving, energy, energy audit]. 2013;1(8(14)):111–116. (In Russ.)
17. Sozonova, T.N. *Razrabotka algoritmov chislennogo differentsirovaniya i interpolatsii signalov na osnove chastotnykh predstavleniy: avtoref. dis. kand. tekhn. nauk* [Development of algorithms for numerical differentiation and interpolation of signals based on frequency representations. Abstract of Cand. sci. diss.]. Belgorod: BelSU Publ., 2008. 18 p. (In Russ.)
18. Garmaev B.Z., Boronoev V.V. [Numerical differentiation of biometric signals using wavelet transform]. *Zhurnal Radioelektroniki = Journal of Radio Electronics*. 2017;(2):1–11. (In Russ.) Available at: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/9/text.pdf>.
19. Efremova E.S. *Informatsionno-izmeritel'naya sistema vozdushnykh signalov dozvukovogo letatel'nogo apparata na osnove vikhrevogo metoda: dis. kand. tekhn. nauk* [Information-measuring system of air signals of a subsonic aircraft based on the vortex method. Cand. sci. diss.]. Kazan: Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, 2020. 207 p. (In Russ.)
20. Maystrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoytov N.V. Digital differentiation signals based on moving quadratic approximation and its application in the synthesis of PID-regulators. *Omskiy nauchnyy vestnik = Omsk scientific bulletin*. 2016;1(145):73–77. (In Russ.)
21. Zhokhov K.S., Gandzha T.V., Kochergin M.I. [Research and development of noise-immune algorithms for calculating the group delay time of a model digital signal with a random noise component]. *Avtometriya*. 2024;60(2):41–48. (In Russ.)
22. Patrikeev I.A., Stepanov R.A., Frick P.G. [Wavelet regularization of the operation of differentiation of signals with noise]. *Numerical Methods and Programming*. 2005;6(1):35–42. (In Russ.)
23. Isakov V.N., Kovalenko A.N. Local methods of numerical signal differentiation. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2019;64(2):111–118. DOI: 10.1134/S1064226919020062
24. Vovk S.M. [Method of numerical differentiation of noisy data with emissions]. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2017(3):44–52. (In Russ.)
25. Timofeeva A.S., Nikitchenko T.V., Urazova L.F. [Influence of the composition of the gas environment in the furnace on the oxidation of steel]. *Stal'*. [Steel]. 2015;11:69–70. (In Russ.)
26. Kurpisz K. Determining transient temperature distribution in solids from measurements of the surface temperature. *ISIJ (Iron and Steel Institute of Japan) International*. 1991;31(9):979–984. DOI: 10.2355/isijinternational.31.979

27. Panferov V.I., Panferov S.V., Hayutin A.M., Trenin N.A. On One Solution of the Numerical Problem Differentiation in Calculation Vertical Speed of Aircraft. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2021;21(2):47–57. DOI: 10.14529/ctcr210205

28. Parsunkin B.N., Obukhov G.F., Lednov A.V., Degtyarev V.V., Uskov P.L. [Identification of the dynamics of a heat engineering object under microprocessor control]. In: *Avtomaticheskoe upravlenie metallurgicheskimi protsessami: Mezhevuz. sb. nauch. tr.* [Automatic control of metallurgical processes: Interuniversity collection of scientific papers]. Magnitogorsk: Magnitogorsk Mining and Metallurgical Academy named after G.I. Nosov, 1994. P. 52–57. (In Russ.)

Информация об авторах

Панферов Владимир Иванович, д-р техн. наук, проф., проф. кафедры информационно-аналитического обеспечения управления в социальных и экономических системах, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; panferovvi@susu.ru.

Панферов Сергей Владимирович, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; panferovsv@susu.ru.

Information about the authors

Vladimir I. Panferov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof. of the Department of Information and Analytical Support for Management in Social and Economic Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; panferovvi@susu.ru.

Sergey V. Panferov, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Urban Planning, Engineering Networks and Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; panferovsv@susu.ru.

Статья поступила в редакцию 05.06.2025

The article was submitted 05.06.2025