

# Металлургическая теплотехника и теплоэнергетика Metallurgical heat and power engineering

Научная статья  
УДК 669.046:621.783.001.57  
DOI: 10.14529/met250409

## К АППРОКСИМАЦИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СЛЯБОВ ПРИ НАГРЕВЕ В МЕТОДИЧЕСКИХ ПЕЧАХ КВАДРАТИЧНЫМ ПОЛИНОМОМ

**В.И. Панферов**, [panferovvi@susu.ru](mailto:panferovvi@susu.ru)  
**С.В. Панферов**, [panferovsv@susu.ru](mailto:panferovsv@susu.ru)

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия*

**Аннотация. Введение.** В условиях повышения требований к качеству и экономичности нагрева металла перед прокаткой задача создания и совершенствования алгоритмического обеспечения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) нагревательных печей является вполне актуальной. **Цель исследования:** разработка и конкретизация новых вариантов настройки параболического подхода к описанию температурного поля заготовок при нагреве в методических печах. **Материалы и методы.** В работе проведены физико-математическое и численное исследования вопроса о том, насколько определение коэффициентов параболы по так называемым важнейшим температурам тела обеспечивает удовлетворительное представление температурного поля слябов при нагреве в печах квадратичным трехчленом. **Результаты.** Приведены два варианта настройки квадратичного полинома, вычислительным исследованием показано, что данные варианты настройки обеспечивают заметно более точное воспроизведение температурного поля слябов при нагреве в печах, чем решение, приведенное в ранее опубликованной статье (Панферов В.И., Панферов С.В. О параболической аппроксимации температурного поля слябов при нагреве в методических печах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2025. Т. 25, № 1. С. 44–52.). С точки зрения воспроизведения реального распределения температуры по сечению сляба варианты алгоритма практически равноценны, погрешность аппроксимации температурного поля является реально мало-значимой. Отмечено также, что процедура второго варианта настройки заметно проще и, что весьма важно, может быть реализована только по данным текущих измерений на печи, что является, очевидно, практически более точным. **Заключение.** Результаты исследования могут быть использованы при разработке и совершенствовании алгоритмического обеспечения АСУ ТП методических печей.

**Ключевые слова:** нагрев металла, автоматизированная система управления, метод парабол, распределение температуры по сечению заготовки, погрешность расчета, «важнейшие температуры тела»

**Для цитирования:** Панферов В.И., Панферов С.В. К аппроксимации температурного поля слябов при нагреве в методических печах квадратичным полиномом // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2025. Т. 25, № 4. С. 99–109. DOI: 10.14529/met250409

Original article  
DOI: 10.14529/met250409

## TO APPROXIMATION OF THE TEMPERATURE FIELD OF SLABS DURING HEATING IN CONTINUOUS FURNACES BY A QUADRATIC POLYNOMIAL

**V.I. Panferov**, [panferovvi@susu.ru](mailto:panferovvi@susu.ru)  
**S.V. Panferov**, [panferovsv@susu.ru](mailto:panferovsv@susu.ru)

*South Ural State University, Chelyabinsk, Russia*

**Abstract. Introduction.** In the context of increasing requirements for the quality and efficiency of metal heating before rolling, the task of creating and improving the algorithmic support of automated process control systems (APCS) for heating furnaces is quite relevant. **Purpose of the study.** Development and

specification of new options setup the parabolic approach to describing the temperature field of billets during heating in continuous furnaces. **Materials and methods.** The paper contains a physical, mathematical and numerical study of the extent to which the determination of the parabola coefficients from the so-called “most important temperatures in the body” provides a satisfactory representation of the temperature field of slabs during heating in furnaces by a quadratic trinomial. **Results.** Two options setup the quadratic polynomial are presented. A computational study has shown that these options provide a significantly more accurate reproduction of the temperature field of slabs during heating in furnaces than the solution given in the previously published article (Panferov V.I., Panferov S.V. On parabolic approximation of the temperature field of slabs during heating in continuous furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy.* 2025;25(1):44–52.). In terms of reproducing the actual temperature distribution across the slab cross-section, the algorithm variants are virtually equivalent, with the error in approximating the temperature field being negligible. It was also noted that the second setup procedure is significantly simpler and, crucially, can be implemented solely using current furnace measurements, which is clearly more accurate in practice. **Conclusion.** The results of this study can be used in the development and improvement of algorithmic support for automated process control systems for continuous furnaces.

**Keywords:** metal heating, automated control system, parabolic method, temperature distribution across the slab cross-section, calculation error, “most important temperatures in the body”

**For citation:** Panferov V.I., Panferov S.V. To approximation of the temperature field of slabs during heating in continuous furnaces by a quadratic polynomial. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy.* 2025;25(4):99–109. (In Russ.) DOI: 10.14529/met250409

## Введение

В работе [1] рассмотрен вопрос о возможности пространственной аппроксимации нестационарного температурного поля слябов при нагреве в методических печах квадратичным полиномом. При этом собственно сам процесс нагрева описывался следующей системой уравнений:

$$c_T \rho \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \right), \quad (1)$$

$$0 < x < L, \tau > 0;$$

$$t(x, 0) = t^0(x), 0 \leq x \leq L; \quad (2)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = 0, \tau > 0; \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial t(L, \tau)}{\partial x} = \alpha [t_n(\tau) - t(L, \tau)], \tau > 0. \quad (4)$$

Здесь  $c_T$ ,  $\rho$  и  $\lambda$  – соответственно теплоемкость единицы массы, плотность и коэффициент теплопроводности, зависящие в общем случае от температуры  $t(x, \tau)$ ;  $x$  – пространственная координата;  $\tau$  – время;  $L$  – расчетное сечение заготовки;  $t^0(x)$  – заданная функция, описывающая начальное температурное поле металла;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $t_n(\tau)$  – температура рабочего пространства печи.

Рассматриваемый же квадратичный по переменной  $x$  многочлен представлялся формулой

$$t_{x^2}(x, \tau) = a(\tau) + b(\tau)x + c(\tau)x^2. \quad (5)$$

Здесь  $a(\tau)$ ,  $b(\tau)$ ,  $c(\tau)$  – параметры (коэффициенты) параболы, которые подлежат определению в процессе решения задачи моделирования.

Приведенный в работе [1] вариант решения задачи заключается в том, что для определения коэффициентов  $a(\tau)$ ,  $b(\tau)$ ,  $c(\tau)$  соотношение (5) непосредственно подчиняли уравнениям модели (1)–(4). В результате получили обыкновенное дифференциальное уравнение для определения искомых параметров параболы. Нашли общее решение этого уравнения и его конкретизацию для случая постоянной температуры рабочего пространства печи. Предложен способ отыскания начального условия для полученного решения. Проведены вычислительные эксперименты, позволяющие оценить приемлемость рассматриваемого подхода для расчета температурных полей заготовок. Показано, что при использовании метода парабол наибольшая погрешность в определении температуры имеет место для центра и поверхности сляба, при этом погрешности расчета среднemasсовой температуры практически нет.

Разумность такого подхода – представление нестационарного температурного поля нагреваемого металла параболой – обуславливается тем, что параболу можно однозначно характеризовать «...небольшим числом параметров...» [2, с. 352], что значительно упрощает описание температурного поля и весьма существенно уменьшает необходимый для его хранения объем памяти компьютера.

В данной работе рассматривается подход, основанный на таком понятии, как «важнейшие температуры в теле» [3]: требуется,

чтобы числовые значения «важнейших» температур отображались (*представлялись*) бы с достаточной точностью аппроксимирующим квадратичным полиномом. Такой подход вполне оправдан практически, так как «важнейшие» температуры достаточно однозначно характеризуют качество нагрева металла, да и его температурное поле в целом.

Чаще всего к этим температурам относят температуру поверхности заготовки, минимальную температуру, которая, например, при симметричном нагреве наблюдается в центре сляба, и его среднемассовую температуру [3, 4]. Понятно, что по температуре поверхности и минимальной температуре можно оценить и перепад температуры в металле и, наоборот, зная эти величины, нетрудно вычислить и его минимальную температуру. При этом перепад температуры, как это хорошо известно, диктуется технологией прокатки, важен он также и с точки зрения величины термонапряжений, возникающих в начале процесса при нагреве заготовок холодного посада.

### Постановка задачи

Рассмотрим два варианта решения задачи о возможности аппроксимации температурного поля слябов при нагреве в методических печах квадратичным полиномом, полагая при этом, что некоторые «важнейшие» температуры металла достаточно точно представляются этим полиномом. При этом предварительно отметим, что при данном математическом описании процесса считается, что центр заготовки имеет координату  $x = 0$ , а ее поверхность  $x = L$ . Кроме того, температура поверхности  $t(L, \tau) = t_{\text{пов}}$  и среднемассовая температура тела  $\bar{t} = t_{\text{срм}}$  при представлении его температурного поля квадратичным многочленом будут вычисляться по следующим формулам:

$$t(L, \tau) = t_{\text{пов}} = a(\tau) + b(\tau)L + c(\tau)L^2; \quad (6)$$

$$\bar{t} = t_{\text{срм}} = \frac{1}{L} \int_0^L [a(\tau) + b(\tau)x + c(\tau)x^2] dx = a(\tau) + b(\tau) \frac{L}{2} + c(\tau) \frac{L^2}{3}. \quad (7)$$

### Первый вариант решения

Полагая, что коэффициенты полинома должны быть определены из условий равенства вычисляемых по формуле (5) температур центра  $t_{\text{ц}}(\tau)$ , поверхности  $t_{\text{пов}}(\tau)$  и среднемассовой температуры  $t_{\text{срм}}(\tau)$  их реальным значениям, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} t_{\text{ц}}(\tau) = a(\tau); \\ t_{\text{пов}}(\tau) = a(\tau) + b(\tau)L + c(\tau)L^2; \\ t_{\text{срм}}(\tau) = a(\tau) + b(\tau) \frac{L}{2} + c(\tau) \frac{L^2}{3}. \end{cases} \quad (8)$$

Решая систему (8), установим, что коэффициенты трехчлена следует определять по формулам:

$$\begin{cases} a(\tau) = t_{\text{ц}}(\tau); \\ b(\tau) = [6t_{\text{срм}}(\tau) - 2t_{\text{пов}}(\tau) - 4t_{\text{ц}}(\tau)]/L; \\ c(\tau) = \{3[t_{\text{ц}}(\tau) + t_{\text{пов}}(\tau)] - 6t_{\text{срм}}(\tau)\}/L^2. \end{cases} \quad (9)$$

Как это следует из (9) при таком варианте решения для определения параметров полинома нужно знать реальные текущие значения трех температур –  $t_{\text{ц}}(\tau)$ ,  $t_{\text{пов}}(\tau)$ ,  $t_{\text{срм}}(\tau)$ . Общие формулы для  $t_{\text{ц}}(\tau)$ ,  $t_{\text{пов}}(\tau)$ ,  $t_{\text{срм}}(\tau)$  могут быть получены заранее, например, путем решения задачи (1)–(4) для характерных режимов работы зон методической печи. Понятно, что затем для конкретизации нужно подставить в формулы реальные числовые значения параметров этих режимов работы. Также следует отметить, что  $t_{\text{пов}}(\tau)$  вообще-то может быть определена и непосредственно измерением на печи [5]. При этом нетрудно заметить, что, подставляя уравнение (5) в граничное условие (3), получим, что коэффициент  $b(\tau)$  должен быть равен нулю. Вместе с тем из системы (9) следует, что при использовании данного подхода это совсем не так. Обуславливается это, очевидно, тем, что квадратичный полином не совсем точно описывает реальное температурное поле сляба, что, собственно, и показано в работе [1].

### Второй вариант решения

Подчиним  $t_{x^2}(x, \tau) = a(\tau) + b(\tau)x + c(\tau)x^2$  граничным условиям (3) и (4), тогда будем иметь, что

$$\frac{\partial t_{x^2}(0, \tau)}{\partial x} = b(\tau) = 0; \quad (10)$$

$$\lambda \frac{\partial t_{x^2}(L, \tau)}{\partial x} = \alpha [t_{\text{п}}(\tau) - t(L, \tau)] = \lambda 2Lc(\tau) = \alpha [t_{\text{п}}(\tau) - a(\tau) - c(\tau)L^2]. \quad (11)$$

Если при этом дополнительно считать, что должны быть равны и среднemasсовые температуры, то получим, что

$$\begin{cases} \lambda 2Lc(\tau) = \alpha [t_{\text{п}}(\tau) - a(\tau) - c(\tau)L^2]; \\ t_{\text{срм}}(\tau) = a(\tau) + c(\tau) \frac{L^2}{3}, \end{cases} \quad (12)$$

поэтому будет

$$\begin{cases} a(\tau) = t_{\text{срм}}(\tau) - \frac{L^2}{3} \cdot \frac{\alpha [t_{\text{п}}(\tau) - t_{\text{срм}}(\tau)]}{2\lambda L + \frac{2}{3}\alpha L^2}; \\ c(\tau) = \frac{\alpha [t_{\text{п}}(\tau) - t_{\text{срм}}(\tau)]}{2\lambda L + \frac{2}{3}\alpha L^2}. \end{cases} \quad (13)$$

Подчеркнем, что при таком подходе параметр  $b(\tau) = 0$ , а для определения других коэффициентов необходимо знать реальные значения среднemasсовой температуры и температуры рабочего пространства печи.

Покажем, как по результатам текущих измерений на печи можно определить среднemasсовую температуру заготовки. Для этого проинтегрируем уравнение (1) по координате  $x$  в пределах от 0 до  $L$  и разделим обе его части на  $L$ , тогда, полагая, что  $c_{\text{т}}$ ,  $\rho$  и  $\lambda$  являются const, получим [6, 7]

$$c_{\text{т}}\rho \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} dx = \lambda \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} dx, \quad (14)$$

или же

$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{L} \int_0^L t(x, \tau) dx \right) = \frac{\lambda}{c_{\text{т}}\rho L} \cdot \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^L, \quad (15)$$

или же

$$\frac{dt_{\text{срм}}(\tau)}{d\tau} = \frac{\lambda}{c_{\text{т}}\rho L} \left[ \frac{\partial t(L, \tau)}{\partial x} - \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} \right]. \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что здесь  $\bar{t} = t_{\text{срм}} = \frac{1}{L} \int_0^L t(x, \tau) dx$  – среднее значение температуры заготовки (среднemasсовая температура).

Если подставим соотношения (3) и (4) в уравнение (16), тогда получим, что

$$\frac{dt_{\text{срм}}(\tau)}{d\tau} = \frac{\alpha}{c_{\text{т}}\rho L} [t_{\text{п}}(\tau) - t(L, \tau)]. \quad (17)$$

Отсюда следует, что среднemasсовая температура может быть вычислена по результатам текущих измерений штатными техническими средствами АСУ ТП печей температур рабочего пространства и поверхности сляба:

$$t_{\text{срм}}(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{\alpha}{c_{\text{т}}\rho L} [t_{\text{п}}(\tau) - t(L, \tau)] d\tau + t_{\text{срм}}(0). \quad (18)$$

Таким образом, при данном варианте решения задачи процедура определения параметров полинома заметно упрощается в вычислительном отношении, примечательно, что здесь могут быть использованы не расчетные, а реальные данные о температурах рабочего пространства и поверхности металла. Конечно, при этом предварительно должным образом необходимо решить задачу параметрической идентификации математической модели (1)–(4), в первую очередь определить реальное числовое значение коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ .

Структура алгоритма вычисления среднemasсовой температуры по текущим измерениям температур рабочего пространства и поверхности сляба представлена на рис. 1.

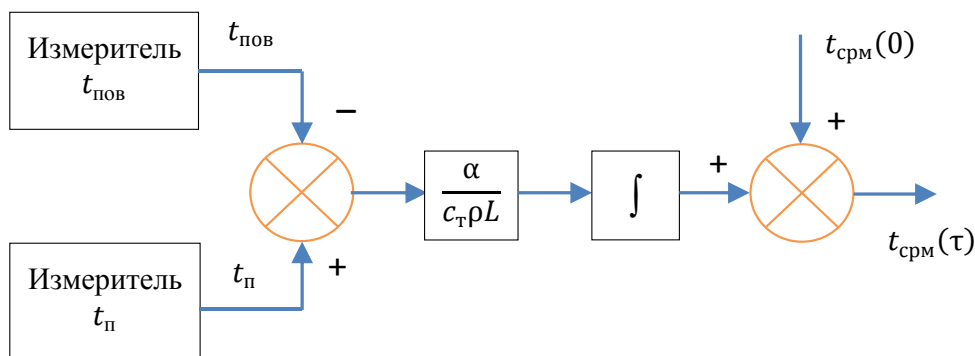


Рис. 1. Структура алгоритма вычисления среднemasовой температуры  
Fig. 1. Structure of the algorithm for calculating the mass average temperature

### Оценка погрешности воспроизведения температурного поля сляба квадратичным полиномом

Расчеты выполнялись для следующих условий:  $t_{\text{п}} = 1300 \text{ }^\circ\text{C} = \text{const}$ ;  $a_{\text{T}} = \frac{\lambda}{c_{\text{T}}\rho} = 0,02 \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$ ;  $L = 0,1 \text{ м}$ ;  $\lambda = 40,705 \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^\circ\text{C}}$ ;  $\alpha = 407,05 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot^\circ\text{C}}$ ;  $\bar{t}^0 = \frac{1}{L} \int_0^L t^0(x) dx = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . При этом использовалось известное [4] решение задачи (1)–(4) при  $t_{\text{п}} = \text{const}$ :

$$t(x, \tau) = t_{\text{п}} + (\bar{t}^0 - t_{\text{п}}) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_i}{\mu_i + \sin\mu_i \cdot \cos\mu_i} \cdot \cos \mu_i \frac{x}{L} \cdot \exp(-\mu_i^2 \frac{a_{\text{T}}\tau}{L^2}), \quad (19)$$

где  $\mu_i$  – корни следующего уравнения  $\text{ctg}\mu_i = \frac{\mu_i \lambda}{\alpha L}$ .

Нетрудно вычислить, что при таких условиях температуры центра  $t_{\text{ц}}(\tau)$ , поверхности  $t_{\text{пов}}(\tau)$  и среднemasовая температура  $t_{\text{срм}}(\tau)$  будут изменяться в соответствии с уравнениями:

$$t_{\text{ц}}(\tau) = t(0, \tau) = t_{\text{п}} + (\bar{t}^0 - t_{\text{п}}) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_i}{\mu_i + \sin\mu_i \cdot \cos\mu_i} \cdot \exp(-\mu_i^2 \frac{a_{\text{T}}\tau}{L^2}); \quad (20)$$

$$t_{\text{пов}} = t(L, \tau) = t_{\text{п}} + (\bar{t}^0 - t_{\text{п}}) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_i}{\mu_i + \sin\mu_i \cdot \cos\mu_i} \cdot \cos \mu_i \cdot \exp(-\mu_i^2 \frac{a_{\text{T}}\tau}{L^2}); \quad (21)$$

$$t_{\text{срм}}(\tau) = t_{\text{п}} + (\bar{t}^0 - t_{\text{п}}) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2(\sin\mu_i)^2}{\mu_i(\mu_i + \sin\mu_i \cdot \cos\mu_i)} \cdot \exp(-\mu_i^2 \frac{a_{\text{T}}\tau}{L^2}). \quad (22)$$

Первый вариант настройки коэффициентов параболы. На рис. 2–5 приведены кривые распределения температуры в заготовке, вычисленные по методу парабол (первый вариант решения задачи) и по классическому (точному) методу Фурье соответственно для моментов времени  $\tau = 0,25 \text{ ч}$ ,  $\tau = 0,5 \text{ ч}$ ,  $\tau = 0,75 \text{ ч}$  и  $\tau = 1,0 \text{ ч}$ . Кривые отмечались соответственно зеленым и красным цветом.

Как видно из рис. 2–5, совпадение кривых практически идеальное, что свидетельствует о достаточной обоснованности параболического подхода к описанию температурных полей слябов при нагреве в методических печах. Однако здесь необходимо иметь в виду, что модель (1)–(4) предварительно должна быть настроена на реальный процесс, кроме того, при вычислении коэффициентов параболы в формулы (20)–(22) нужно подставлять реальное значение температуры рабочего пространства печи, стабилизируемое с помощью ее автоматизируемой системы управления технологическим процессом (АСУ ТП), и реальное значение начальной среднemasовой температуры  $\bar{t}^0$ . Последняя величина может отслеживаться, например, с помощью алгоритмов работы [8]. Более того, вместо вычисления температуры поверхности по формуле (21) ее значение можно брать и из АСУ ТП за счет использования соответствующего измерителя. Также и среднemasовую температуру можно определять по схеме рис. 1 с использованием реальных измерений на печи.

Второй вариант настройки коэффициентов параболы. На рис. 6–9 приведены кривые распределения температуры в заготовке, вычисленные по формуле (5) с настройкой коэффициентов параболы по второму варианту и по классическому (точному) методу Фурье соответственно для моментов времени  $\tau = 0,25 \text{ ч}$ ,  $\tau = 0,5 \text{ ч}$ ,  $\tau = 0,75 \text{ ч}$  и  $\tau = 1,0 \text{ ч}$ . Как и прежде, кривые отмечались соответственно зеленым и красным цветом.

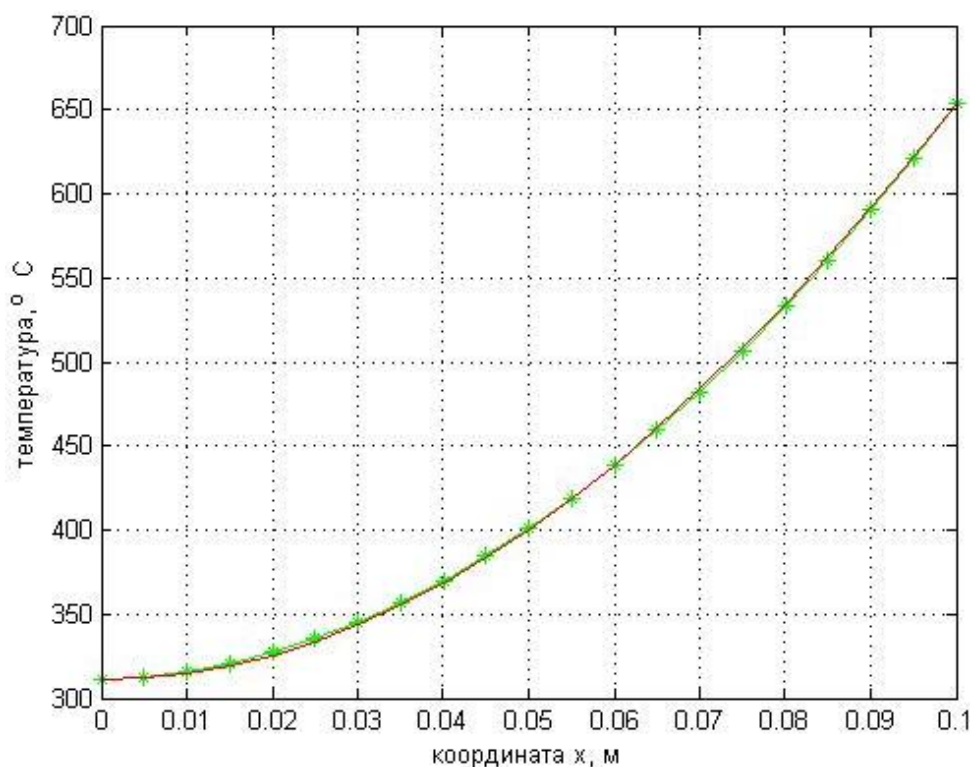


Рис. 2. Распределения температуры по сечению заготовки для  $\tau = 0,25$  ч, вычисленные по методу парабол (первый вариант настройки его коэффициентов) и по точному методу Фурье  
Fig. 2. Temperature distributions across the cross-section of the workpiece for  $\tau = 0.25$  h, calculated using the parabola method (the first version of adjusting its coefficients) and the exact Fourier method

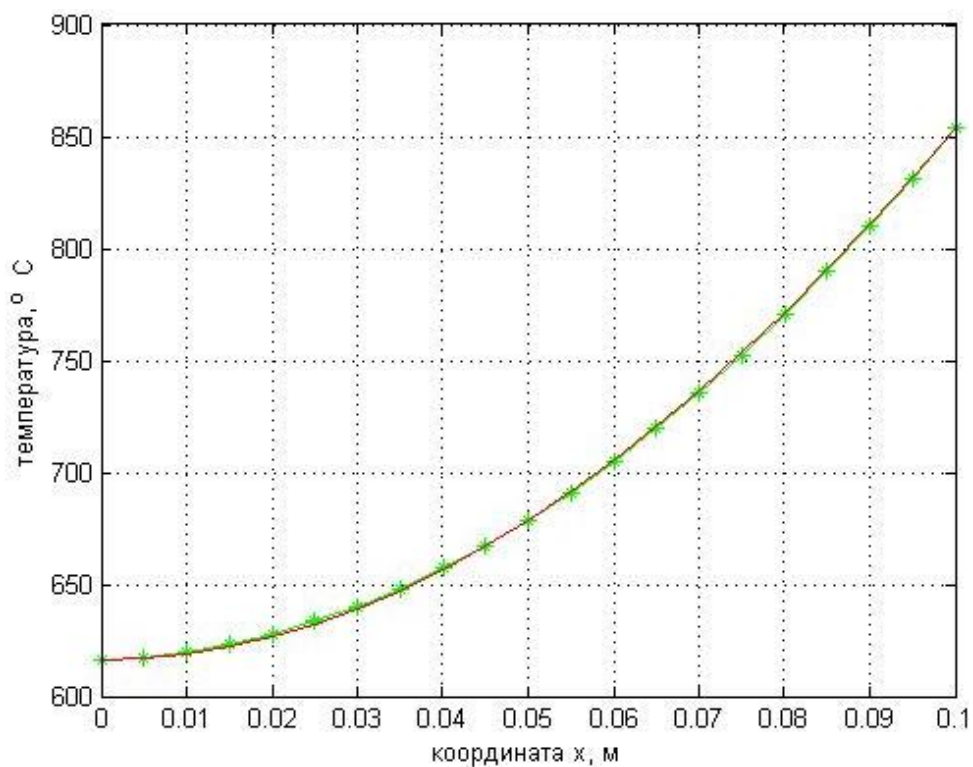


Рис. 3. Распределения температуры по сечению заготовки для  $\tau = 0,5$  ч, вычисленные по методу парабол (первый вариант настройки его коэффициентов) и по точному методу Фурье  
Fig. 3. Temperature distributions across the cross-section of the workpiece for  $\tau = 0.5$  h, calculated using the parabola method (the first version of adjusting its coefficients) and the exact Fourier method

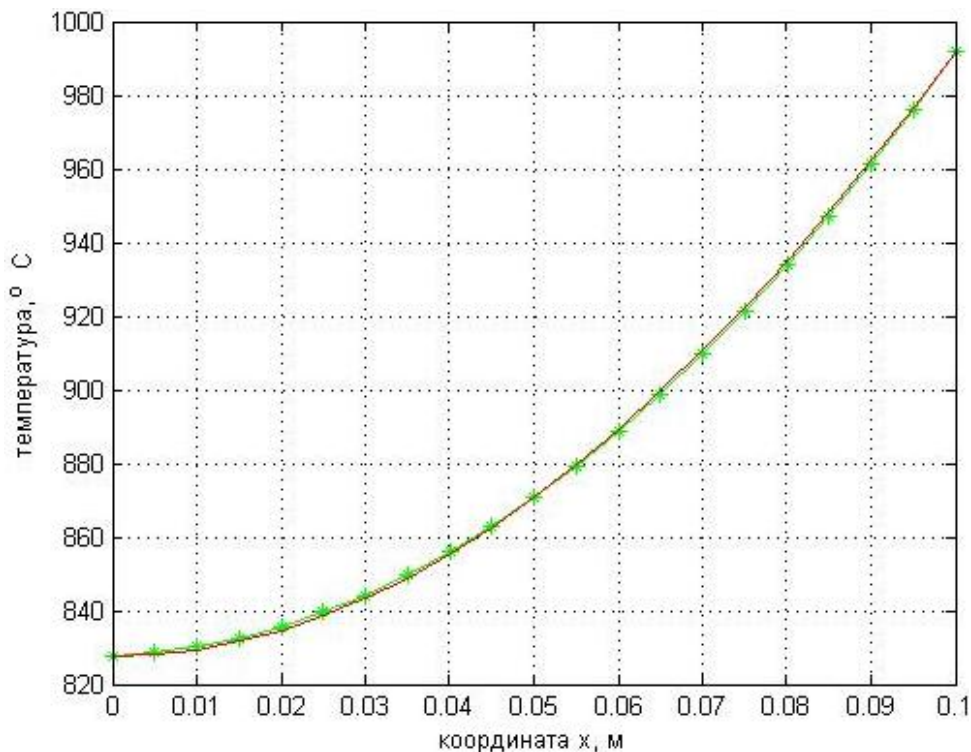


Рис. 4. Распределения температуры по сечению заготовки для  $\tau = 0,75$  ч, вычисленные по методу парабол (первый вариант настройки его коэффициентов) и по точному методу Фурье  
 Fig. 4. Temperature distributions across the cross-section of the workpiece for  $\tau = 0.75$  h, calculated using the parabola method (the first version of adjusting its coefficients) and the exact Fourier method

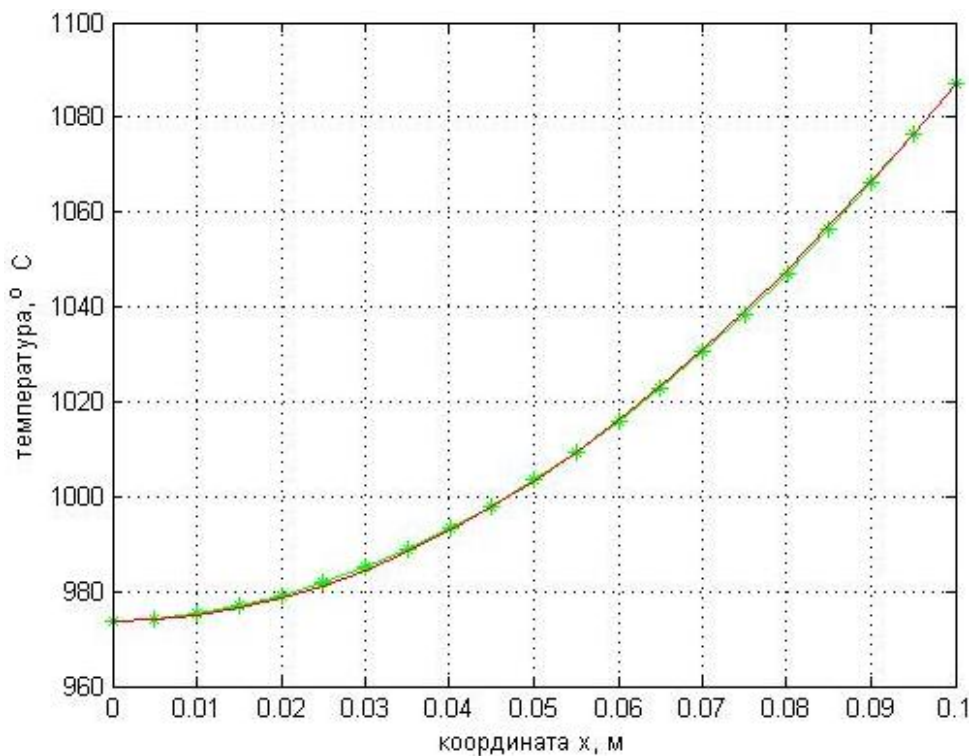


Рис. 5. Распределения температуры по сечению заготовки для  $\tau = 1,0$  ч, вычисленные по методу парабол (первый вариант настройки его коэффициентов) и по точному методу Фурье  
 Fig. 5. Temperature distributions across the cross-section of the workpiece for  $\tau = 1.0$  h, calculated using the parabola method (the first version of adjusting its coefficients) and the exact Fourier method

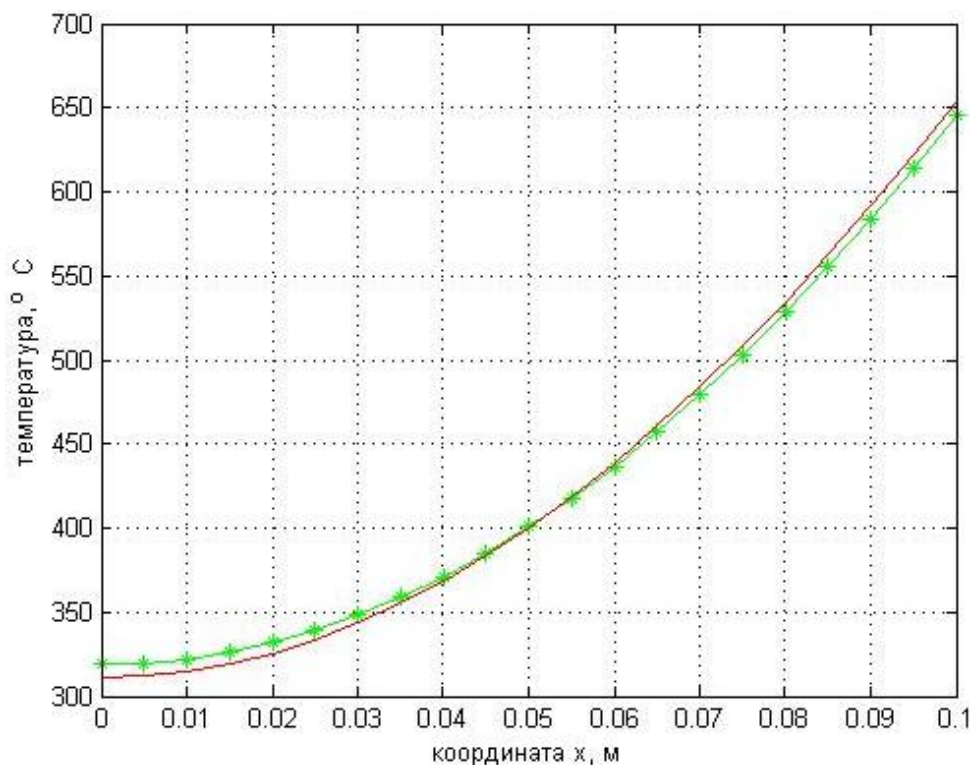


Рис. 6. Параболическое (зеленая кривая) с настройкой коэффициентов по второму варианту и вычисленное по точному методу Фурье распределения температур по сечению заготовки для  $\tau = 0,25$  ч  
Fig. 6. Parabolic (green curve) with the coefficients adjusted according to the second option and the temperature distribution over the cross-section of the workpiece calculated using the exact Fourier method for  $\tau = 0.25$  h

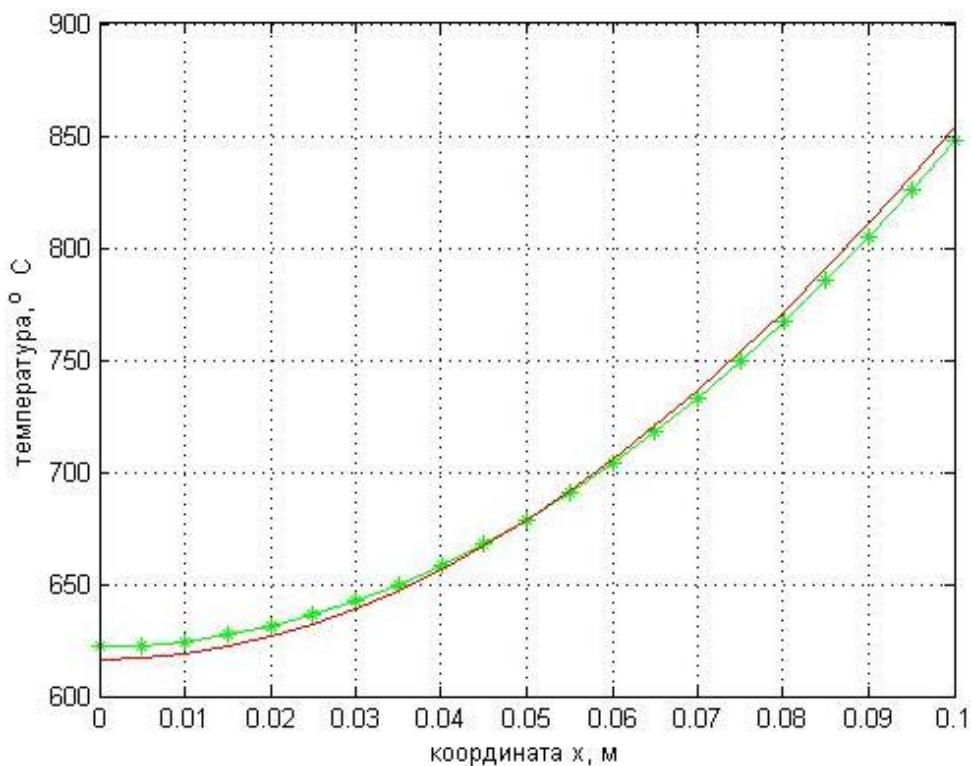


Рис. 7. Параболическое (зеленая кривая) с настройкой коэффициентов по второму варианту и вычисленное по точному методу Фурье распределения температур по сечению заготовки для  $\tau = 0,5$  ч  
Fig. 7. Parabolic (green curve) with the coefficients adjusted according to the second option and the temperature distribution over the cross-section of the workpiece calculated using the exact Fourier method for  $\tau = 0.5$  h

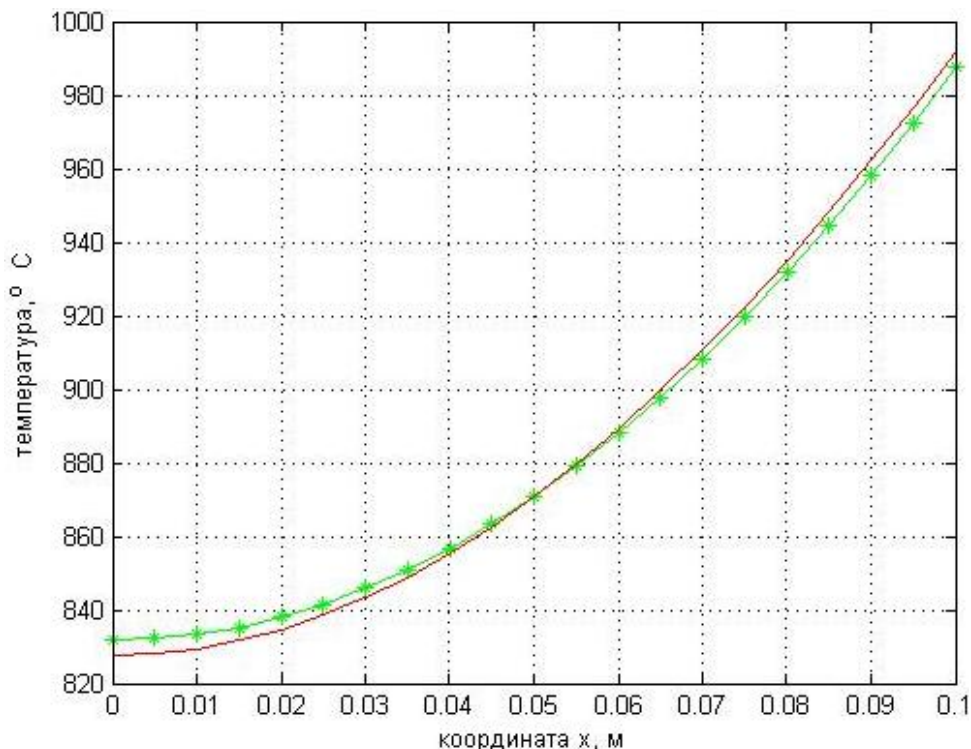


Рис. 8. Параболическое (зеленая кривая) с настройкой коэффициентов по второму варианту и вычисленное по точному методу Фурье распределения температур по сечению заготовки для  $\tau = 0,75$  ч  
 Fig. 8. Parabolic (green curve) with the coefficients adjusted according to the second option and the temperature distribution over the cross-section of the workpiece calculated using the exact Fourier method for  $\tau = 0.75$  h

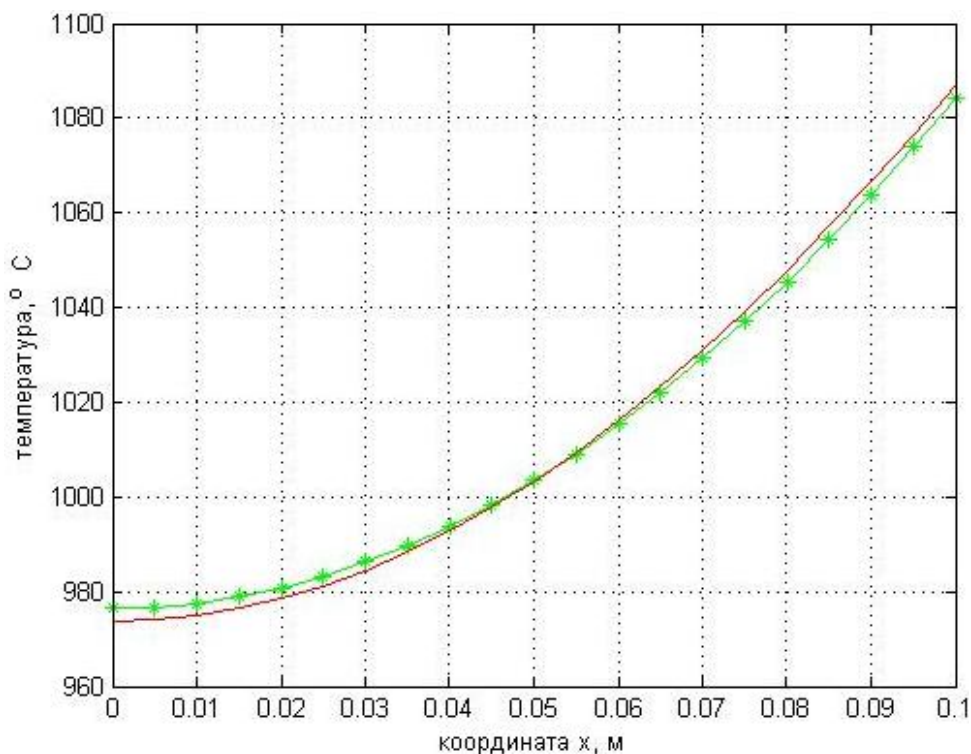


Рис. 9. Параболическое (зеленая кривая) с настройкой коэффициентов по второму варианту и вычисленное по точному методу Фурье распределения температур по сечению заготовки для  $\tau = 1,0$  ч  
 Fig. 9. Parabolic (green curve) with the coefficients adjusted according to the second option and the temperature distribution over the cross-section of the workpiece calculated using the exact Fourier method for  $\tau = 1.0$  h

Как видно из рис. 6–9, отличие кривых более заметное, чем для случаев рис. 2–5, однако это различие следует признать также практически малозначимым. Поэтому можно заключить, что оба варианта настройки квадратичного многочлена с точки зрения воспроизведения реального распределения температуры по сечению сляба практически равноценны. Однако сама процедура второго варианта настройки и проще, и может быть реализована с вычислениями среднемаховой температуры по схеме рис. 1, а не по формуле (22), что является, очевидно, практически более точным.

### **Выводы**

Следует отметить, что варианты настройки квадратичного трехчлена, рассмотренные в данной работе, обеспечивают заметно более точное воспроизведение температурного поля слябов при нагреве в печах, чем приведенное в работе [1] решение. Кроме того, данные вычислительные процедуры существенно проще. Поэтому их следует рекомендовать для предпочтительного включения в состав алгоритмического обеспечения АСУ ТП методических печей.

### **Список литературы**

1. Панферов В.И., Панферов С.В. О параболической аппроксимации температурного поля слябов при нагреве в методических печах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2025. Т. 25, № 1. С. 44–52. DOI: 10.14529/met250105
2. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.: Физматлит, 1965. 480 с.
3. Свинолобов Н.П., Бровкин В.Л. Теоретические основы металлургической теплотехники: учеб. пособие для вузов. Днепропетровск: Пороги, 2002. 226 с.
4. Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Metallurgizdat, 1950. 453 с.
5. Панферов В.И., Панферов С.В. К решению задачи контроля температуры металла в АСУ ТП методических печей // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2021. Т. 21, № 4. С. 63–75. DOI: 10.14529/met210408
6. Панферов В.И., Торопов Е.В. К теории моделирования нагрева металла в печах // Известия высших учебных заведений. Черная Металлургия. 1992. № 3. С. 79–82.
7. Панферов В.И., Панферов С.В. К решению задачи об управляемости нагрева металла в промышленных печах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2019. Т. 19, № 2. С. 79–85. DOI: 10.14529/met190209
8. Панферов В.И., Тренин Н.А., Панферов С.В. Оценка температуры массивного тела по измеряемым величинам процесса теплообмена // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2018. Т. 18, № 1. С. 133–139. DOI: 10.14529/ctcr180116

### **References**

1. Panferov V.I., Panferov S.V. On parabolic approximation of the temperature field of slabs during heating in continuous furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2025;25(1):44–52. (In Russ.) DOI: 10.14529/met250105
2. Butkovskiy A.G. *Teoriya optimal'nogo upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami* [Theory of optimal control of systems with distributed parameters]. Moscow: Fizmatlit; 1965. 480 p. (In Russ.)
3. Svinolobov N.P., Brovkin V.L. *Teoreticheskiye osnovy metallurgicheskoy teplotekhniki: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Theoretical foundations of metallurgical heat engineering: Textbook for universities]. Dnepropetrovsk: Porogi; 2002. 226 p. (In Russ.)
4. Tayts N.Yu. *Tekhnologiya nagreva stali* [Steel heating technology]. Moscow: Metallurgizdat; 1950. 450 p. (In Russ.)
5. Panferov V.I., Panferov S.V. To the Solution of the Problem of Control of Metal Temperature in ACS TP of Methodical Furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2021;21(4):63–75. (In Russ.) DOI: 10.14529/met210408
6. Panferov V.I., Toropov E.V. [To the theory of modeling of metal heating in furnaces]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous metallurgy*. 1992;(3):79–82. (In Russ.)

7. Panferov V.I., Panferov S.V. To the Solution of the Problem on the Controllability of Heating of Metal in Industrial Furnaces. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*. 2019;19(2):79–85. (In Russ.) DOI: 10.14529/met190209

8. Panferov V.I., Trenin N.A., Panferov S.V. Evaluation of the Temperature of a Massive Body on Measurable Values of the Heat Exchange Process. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*. 2018;18(1):133–139. (In Russ.) DOI: 10.14529/ctcr180116

***Информация об авторах***

**Панферов Владимир Иванович**, д-р техн. наук, проф., проф. кафедры информационных систем и технологий, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; panferovvi@susu.ru.

**Панферов Сергей Владимирович**, канд. техн. наук, доц., доц. кафедры градостроительства, инженерных сетей и систем, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; panferovsv@susu.ru.

***Information about the authors***

**Vladimir I. Panferov**, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Prof. of the Department of Information Systems and Technologies, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; panferovvi@susu.ru.

**Sergey V. Panferov**, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Ass. Prof. of the Department of Urban Planning, Engineering Networks and Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; panferovsv@susu.ru.

***Статья поступила в редакцию 20.09.2025***

***The article was submitted 20.09.2025***