

# Обработка металлов давлением. Технологии и машины обработки давлением

УДК 621.774.37:539.319

DOI: 10.14529/met160105

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПОСЛЕ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

Г.Л. Колмогоров, Е.В. Кузнецова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь

Предложена методика расчета технологических остаточных напряжений, формируемых в процессе пластического деформирования при изготовлении осесимметричных металлоизделий (проволока, прутки, трубы), учитывающая степень пластической деформации и деформационное упрочнение материала, что позволяет определять уровень и распределение остаточных напряжений в заготовке в зависимости от вида обработки металлов давлением, основных параметров технологического процесса, а также механических свойств обрабатываемого материала. Решения получены в аналитическом виде. В выражения для определения остаточных напряжений входят основные параметры процесса обработки, механические свойства материала и геометрические характеристики изделия. Знание величины остаточных напряжений позволяет прогнозировать поведение металлоизделий в условиях эксплуатационных нагрузок и предотвращать их разрушение.

*Ключевые слова:* технологические остаточные напряжения; осесимметричные металлоизделия; степень пластической деформации; деформационное упрочнение материала.

Технологические остаточные напряжения определяют качество и эксплуатационные характеристики металлопродукции [1]. Существующие методики определения остаточных напряжений носят в основном экспериментальный характер, не обладают универсальностью, применение их зачастую затруднено и приводит к значительным погрешностям. Остаточные напряжения в металлоизделиях могут достигать значительных величин вплоть до предела текучести и прочности материала, что зачастую приводит к разрушению конструкций еще при хранении или в первые часы эксплуатации при достаточно низком уровне эксплуатационных нагрузок [2]. Уровень остаточных напряжений является во многих случаях важным параметром, определяющим качество изделий, полученных в результате пластического деформирования методами обработки давлением.

В работе предложена инженерная методика определения технологических остаточных напряжений при пластическом деформировании труб на основе энергетического подхода. Сущность энергетического подхода заключается в том, что потенциальная энергия остаточных напряжений  $U$  рассматривается как часть энергии  $U_d$ , пошедшей на пластическое деформирование [3]:

$$U = \psi U_d, \quad (1)$$

где  $\psi$  – параметр, определяющий долю энергии пластического деформирования, пошедшую на формирование остаточных напряжений.

Величина энергии пластического деформирования определяется соотношением

$$U_d = S_{\text{сеч}} \int_0^{\varepsilon} \sigma_s d\varepsilon, \quad (2)$$

где  $S_{\text{сеч}}$  – площадь сечения металлоизделия;  $\sigma_s$  – сопротивление деформации обрабатываемого материала;  $\varepsilon$  – степень пластической деформации для конкретного технологического перехода.

Технологические остаточные напряжения носят упругий характер, поэтому они определяются из решения упругих задач для конкретной конфигурации металлоизделий, в частности, осесимметричных тел (проволока, прутки, труба). При этом используется математический аппарат теории упругости.

Так, потенциальная энергия упругих остаточных напряжений будет равна

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV, \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора остаточных напряжений;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора упругих деформаций от действия остаточных напряжений;  $V$  – объем изделия.

При производстве осесимметричных изделий волочением в изделиях после деформирования под действием остаточных напряжений реализуется схема плоского деформированного состояния. Характерным для нее является отсутствие осевых деформаций ( $\varepsilon_z = 0$ ). Система дифференциальных уравнений для упругого состояния, соответствующего последеформационному действию остаточных напряжений, в цилиндрической системе координат имеет следующий вид [4]:

$$\left. \begin{aligned} r \frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{d}{dr}(r\tau_{rz}) &= 0; \\ \frac{d}{dr}(r\sigma_r) - \sigma_\theta + r \frac{d\tau_{rz}}{dz} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  – радиальные, окружные и осевые остаточные напряжения соответственно.

При осевой симметрии напряженного состояния в условиях плоского деформированного состояния имеем

$$\frac{d\sigma_z}{dz} = 0; \quad \frac{d\tau_{rz}}{dz} = 0,$$

тогда система (4) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dr}(r\tau_{rz}) &= 0; \\ \frac{d}{dr}(r\sigma_r) - \sigma_\theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Уравнения системы (5) не содержат осевого напряжения  $\sigma_z$ , которое определяется дополнительным соотношением из обобщенного закона Гука

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)] = 0,$$

откуда следует

$$\sigma_z = \mu(\sigma_r + \sigma_\theta), \quad (6)$$

здесь  $\mu$  и  $E$  – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала соответственно.

### Остаточные напряжения в прутках

Рассмотрим упругое напряженное состояние от остаточных напряжений в проволоке и прутках, которое определяется уравнениями (5) и (6).

Разрешим первое из уравнений (5) относительно  $\tau_{rz}$ , получим  $\tau_{rz} = c_1/r$ .

Для центральных слоев ( $r=0$ ) касательное напряжение  $\tau_{rz}$  становится бесконечно большим, из соображений физического смысла полагаем  $c_1 = 0$ , тогда и  $\tau_{rz} = 0$ . Дифференцируя по  $r$  выражение в круглых скобках второго из дифференциальных уравнений (5), имеем

$$\sigma_\theta = \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr}. \quad (7)$$

При подстановке данного соотношения во второе из уравнений (5) получим

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2\sigma_r}{r} - \frac{\sigma_z}{\mu r} = 0. \quad (8)$$

Соотношения (6), (7) и (8) позволяют определить последеформационные остаточные напряжения в прутковых и проволоочных изделиях. При этом имеется возможность определения напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  через напряжения  $\sigma_z$  (полуобратный метод теории упругости). Так, можно задать функцию  $\sigma_z$  в виде ряда

$$\sigma_z = a_0 + a_1 r^2.$$

Из условия самоуравновешенности остаточных напряжений установим связь между коэффициентами  $a_0$  и  $a_1$ :

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi R} \int_0^R \sigma_z r dr d\theta &= \int_0^{2\pi R} \int_0^R (a_0 + a_1 r^2) r dr d\theta = \\ &= R^2 \pi \left[ a_0 + \frac{a_1 R^2}{2} \right] = 0, \end{aligned}$$

откуда  $a_0 = -\frac{a_1 R^2}{2}$ , тогда  $\sigma_z = \frac{\bar{a}_1}{2}(2\bar{r}^2 - 1)$ , где

$\bar{a}_1 = a_1 R^2$ ,  $\bar{r} = \frac{r}{R}$  – безразмерная радиальная координата,  $R$  – радиус прутка.

Зная выражение для  $\sigma_z$ , получаем из соотношения (8) уравнение для определения  $\sigma_r$ , а затем из соотношения (6) находим уравнения для  $\sigma_\theta$ . Ниже записана полученная система уравнений для определения остаточных напряжений

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\bar{a}_1}{4\mu}(\bar{r}^2 - 1); \\ \sigma_\theta &= \frac{\bar{a}_1}{4\mu}(3\bar{r}^2 - 1); \\ \sigma_z &= \frac{\bar{a}_1}{2}(2\bar{r}^2 - 1). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\bar{a}_1$  – параметр, характеризующий распределение остаточных напряжений по объему заготовки, который определяется из условия (1).

При известных компонентах тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  с помощью обобщенного закона Гука находятся компоненты тензора относительных упругих деформаций  $\varepsilon_{ij}$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E}[\sigma_r - \mu(\sigma_z + \sigma_\theta)]; \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E}[\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)], \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

и рассчитывается потенциальная энергия остаточных напряжений в соответствии с соотношением (3)

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi R} \int_0^R (\sigma_r \varepsilon_r + \sigma_\theta \varepsilon_\theta) r dr d\theta. \quad (11)$$

После подстановки соотношений (9), (10) в выражение (11), интегрирования по объему единичной длины и преобразований получим

$$U = \frac{\pi R^2 \bar{a}_1^2}{24E} \left( \frac{1}{\mu^2} - 1 \right). \quad (12)$$

Энергия пластического деформирования зависит от сопротивления деформации материала, которое для большинства металлов и сплавов имеет вид [5]

$$\sigma_s = \sigma_{s_0} (1 + m\varepsilon^n), \quad (13)$$

где  $\sigma_{s_0}$  – исходное сопротивление деформации металла;  $m, n$  – эмпирические коэффициенты, характеризующие деформационное упрочнение материала.

Подставляя выражения (13) в (12), находим энергию, пошедшую на пластическое деформирование

$$U_d = \pi R^2 \sigma_{s_0} \varepsilon \left( 1 + \frac{m\varepsilon^n}{n+1} \right). \quad (14)$$

Из условия (1) с учетом (14) и (12) находим параметр  $\bar{a}_1$

$$\bar{a}_1 = \sqrt{\frac{\psi \sigma_{s_0} E \cdot 24 \mu^2}{1 - \mu^2} \varepsilon_{\text{сп}} \left( 1 + \frac{m\varepsilon_{\text{сп}}^n}{n+1} \right)}. \quad (15)$$

Степень пластической деформации при волочении прутковых изделий определяется в виде [6]

$$\varepsilon = 2 \ln(d/d_d) + \frac{4 \operatorname{tg} \alpha}{3\sqrt{3}}, \quad (16)$$

где  $\alpha$  – угол образующей канала волоки в случае волочения;  $d, d_d$  – диаметры заготовки до и после пластической деформации.

Таким образом, выражения (9) с учетом (15) и (16) полностью определяют напряженное состояние от остаточных напряжений в прутковых и проволочных изделиях после волочения.

В случае прокатки и других технологических схем обработки давлением существуют формулы для определения степени деформации, аналогичные формуле (16), что позволяет считать рассматриваемую методику достаточно универсальной.

### Остаточные напряжения в трубах

В тонкостенных трубах  $\tau_{rz}$  малы (допущение), значит,  $c_1 = 0$ , поэтому упругое состояние определяется вторым уравнением системы (5).

Граничные условия для радиальных остаточных напряжений имеют следующий вид:

$$\sigma_r|_{r=R_1} = 0; \quad \sigma_r|_{r=R_2} = 0, \quad (17)$$

где  $R_1$  – внешний радиус;  $R_2$  – внутренний радиус.

С учетом граничных условий (17) можно записать выражение для  $\sigma_r$  в виде

$$\sigma_r = -a_0 (R_1 - r)(r - R_2), \quad (18)$$

где  $a_0$  – неизвестная постоянная, характеризующая распределение остаточных напряжений по толщине стенки трубы; знак «минус» в выражении (18) указывает, что радиальные напряжения являются сжимающими [7].

При определении окружного остаточного напряжения используется второе уравнение системы (5), с учетом уравнения (18). После интегрирования и преобразований получим

$$\sigma_\theta = +a_0 [(r - R_1)(r - R_2) + r(2r - R_1 - R_2)]. \quad (19)$$

Учитывая выражения (6), (18), (19) и  $\varepsilon_z = 0$ , определим выражение для определения осевых остаточных напряжений  $\sigma_z$ . После преобразования получим выражение для осевого остаточного напряжения в виде

$$\sigma_z = a_0 \mu [2(r - R_1)(r - R_2) + r(2r - R_1 - R_2)]. \quad (20)$$

При этом условии самоуравновешенности продольных остаточных напряжений  $\int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z r dr d\theta = 0$  выполняется автоматически.

Зная компоненты тензора остаточных напряжений  $\sigma_{ij}$  (18)–(20) в трубных заготовках, в соответствии с выражением (3) можно определить потенциальную энергию упругой деформации в объеме трубы единичной длины

$$U = \frac{\pi a_0^2}{60E} (1 - \mu^2) (1 - \bar{R}^2) \bar{B} \bar{R}_1^6, \quad (21)$$

где  $\bar{R} = R_1/R_2$ ;  $\bar{B} = 7(1 + \bar{R}^4) + 22\bar{R}^2 - 18\bar{R}(1 + \bar{R}^2)$ .

Энергия пластического деформирования при волочении трубной заготовки с учетом (2) примет вид

$$U_d = \pi (R_1^2 - R_2^2) \sigma_{s_0} \varepsilon \left( 1 + \frac{m\varepsilon^n}{n+1} \right). \quad (22)$$

После подстановки (21) и (22) в (1), преобразований получим значение неизвестного параметра  $a_0$ :

$$a_0 = \frac{\sigma_{s_0}}{R_1^2} \sqrt{\frac{\psi^* \cdot 60}{(1 - \mu^2) \bar{B}}} \varepsilon \left( 1 + \frac{m\varepsilon^n}{n+1} \right), \quad (23)$$

где  $\psi^* = \psi E / \sigma_{s_0}$  – комплексный параметр деформативности, характеризующий механические свойства обрабатываемого материала [8].

Степень пластической деформации при волочении труб [9] определяется в виде

$$\varepsilon = 2 \ln(d/d_d) + \frac{4 \operatorname{tg} \alpha (1 - a^3)}{3\sqrt{3} (1 - a^2)}, \quad (24)$$

где  $d, d_d$  – средние диаметры заготовки до и после пластической деформации;  $a$  – параметр, характеризующий относительную начальную толщину стенки трубы.

Таким образом, разработана методика определения технологических остаточных напряжений в осесимметричных металлоизделиях, формируемых при пластическом деформировании. Решения получены в аналитическом виде. В выражениях для определения остаточных напряжений входят основные параметры процесса обработки, механические свойства материала и геометрические характеристики изделия.

Приведенная методика дает возможность определять величину остаточных напряжений в

## Обработка металлов давлением

зависимости от условий пластического деформирования для проволоки, прутков и труб из различных металлов и сплавов. Знание величины остаточных напряжений позволяет прогнозировать поведение металлоизделий в условиях эксплуатационных нагрузок и предотвращать их разрушение.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 13-08-01169.

### Литература

1. Поздеев, А.А. Остаточные напряжения: теория и приложение / А.А. Поздеев, Ю.И. Няшин, П.В. Трусов. – М., 1982.
2. Соколов, И.А. Остаточные напряжения и качество металлопродукции / И.А. Соколов, В.И. Уральский. – М.: Металлургия, 1981. – 96 с.
3. Колмогоров, Г.Л. Технологические остаточные напряжения и их влияние на долговечность и надежность металлоизделий / Г.Л. Колмогоров, Е.В. Кузнецова, В.В. Тиунов. – Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012. – 226 с.
4. Амензаде, Ю.А. Теория упругости: учеб. для ун-тов. / Ю.А. Амензаде. – 3-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 1976. – 272 с.
5. Третьяков, А.В. Опыт использования экспериментальных данных по механическим свойствам металлов при пластическом деформировании / А.В. Третьяков, Г.К. Трофимов. – Свердловск: Изд-во Машиностроительной промышленности. Уралмашзавод, 1964. – 50 с.
6. Колмогоров, Г.Л. Гидродинамическая смазка при обработке металлов давлением / Г.Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1986. – 168 с.
7. Биргер, И.А. Остаточные напряжения / И.А. Биргер. – М.: Машигиз, 1963. – 232 с.
8. Пат. 2276779 Российская Федерация, МПК G01N3/28. Способ определения показателя деформативности материала / Г.Л. Колмогоров, Т.Е. Мельникова, Е.В. Кузнецова; патентообладатель ГОУ ВПО «Пермский государственный технический университет». – № 2004128707; заявл. 27.09.2004; опубл. 20.05.2006, Бюл. № 14.
9. Колмогоров, Г.Л. О степени деформации при осесимметричном деформировании / Г.Л. Колмогоров, Е.В. Кузнецова // Известия вузов. Черная металлургия. – 2000. – № 11.

**Колмогоров Герман Леонидович**, д-р техн. наук, профессор кафедры динамики и прочности машин, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь; dpm@pstu.ru.

**Кузнецова Елена Владимировна**, канд. техн. наук, доцент кафедры динамики и прочности машин, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь; mellen75@mail.ru.

Поступила в редакцию 6 апреля 2015 г.

DOI: 10.14529/met160105

## TECHNOLOGICAL RESIDUAL STRESSES AFTER PROCESSING OF METALS BY PRESSURE

G.L. Kolmogorov, dpm@pstu.ru,  
E.V. Kuznetsova, mellen75@mail.ru

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

The method of calculation of technological residual stresses generated in the process of plastic deformation in the manufacture of hollow axisymmetric metalware (wire, rods, pipes) is offered that takes into account the degree of plastic deformation and strain hardening of the material and allows to determine the level and distribution of residual stresses in the workpiece depending on the type of metal forming, main process parameters, as well as mechanical properties of the processed material. Solutions are obtained analytically. Equations that determine residual stresses contain key working process parameters, mechanical properties of the material and geometrical characteristics of the product. Knowledge of the residual stress level permits to predict metalware behaviour under service loads and to prevent their fracture.

*Keywords: technological residual stresses; axisymmetric metalware; degree of plastic deformation; strain hardening of material.*

## References

1. Pozdeev A.A., Nyashin Yu.I., Trusov P.V. *Ostatochnye napryazheniya: teoriya i prilozhenie* [Residual Stress: Theory and Application]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 112 p.
2. Sokolov I.A., Ural'skiy V.I. *Ostatochnye napryazheniya i kachestvo metalloproduksii* [Residual Stresses and the Quality of Steel]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1981. 96 p.
3. Kolmogorov G.L., Kuznetsova E.V., Tiunov V.V. *Tekhnologicheskie ostatochnye napryazheniya i ikh vliyaniye na dolgovechnost' i nadezhnost' metalloizdeliy* [Technological Residual Stresses and Their Effect on the Longevity and Reliability of Hardware]. Perm, Permskiy National Research Polytechnical University Publ., 2012. 226 p.
4. Amenzade Yu.A. *Teoriya uprugosti*. [The Theory of Elasticity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1976. 272 p.
5. Tret'yakov A.V., Trofimov G.K. *Opyt ispol'zovaniya eksperimental'nykh dannykh po mekhanicheskim svoystvam metallov pri plasticheskom deformirovanii* [Experience in the Use of Experimental Data on the Mechanical Properties of Metals During Plastic Deformation]. Sverdlovsk, Mashinostroitel'noy promyshlennosti Publ., 1964. 50 p.
6. Kolmogorov G.L. *Gidrodinamicheskaya smazka pri obrabotke metallov davleniem* [The Hydrodynamic Lubrication for Metal Forming]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1986. 168 p.
7. Birger I.A. *Ostatochnye napryazheniya* [Residual Stresses]. Moscow, Mashgiz Publ., 1963. 232 p.
8. Kolmogorov G.L. et al. *Sposob opredeleniya pokazatelya deformativnosti materiala* [Method of Determining Deformability Index of Material]. Patent RF, no. 2276779, 2006.
9. Kolmogorov G.L., Kuznetsova E.V. [The Degree of Deformation in Axisymmetric Deformation]. *Izvestiya VUZ. Chernaya metallurgiya*, 2000, no. 11, pp. 31–33. (in Russ.)

Received 6 April 2015

## ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Колмогоров, Г.Л. Технологические остаточные напряжения после обработки металлов давлением / Г.Л. Колмогоров, Е.В. Кузнецова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2016. – Т. 16, № 1. – С. 41–45. DOI: 10.14529/met160105

## FOR CITATION

Kolmogorov G.L., Kuznetsova E.V. Technological Residual Stresses After Processing of Metals by Pressure. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 41–45. (in Russ.) DOI: 10.14529/met160105