

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВИБРАЦИОННОГО ПРЕССОВАНИЯ ТРУБ

С.Р. Рахманов

Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск, Украина

Разработана математическая модель динамики процесса прессования осесимметричной трубной заготовки на профильном прессе трубопрессовой линии. Согласно расчетной схеме и принятой динамической модели процесса прессования трубной заготовки получены аналитические выражения для соответствующих взаимодействующих границ пластической и упругой зон очага деформации. Получена аналитическая зависимость, характеризующая скорость распространения фронта пластической деформации в зависимости от скорости перемещения прессуемого металла. Определены динамические характеристики возникновения волновых явлений в прессуемом металле с учетом условий воздействия со стороны инструмента, что существенно дополняет ранее известные представления о напряженно-деформированном состоянии металла в очаге деформации. Установлены поля деформаций в зонах возмущенной области очага деформации с учетом воздействия технологических инструментов. Путем моделирования динамических процессов в прессуемом металле установлены особенности реализации высокоэффективной технологии управляемого вибрационного прессования труб на профильном прессе трубопрессовой линии. Выбором рациональных параметров (амплитудно-частотной характеристики) используемого активного процесса вибрационного прессования трубной заготовки достигнуто значительное повышение эффективности процесса и качества прошиваемых заготовок.

Ключевые слова: труба; пресс; матрица; металл; игла; калибр; очаг деформации; напряжение; деформация; модуль упругости; модуль сдвига; пластическая область; условия пластичности; упругая область; вибрация; частота; амплитуда; период.

Введение

Повышение эффективности процессов прессования бесшовных труб в условиях применения высокочастотных активных вибраций создает определенные условия для расширения технологических возможностей эксплуатируемого прессового оборудования. Разработка новых, высокоэффективных технологий производства бесшовных труб выдвигает, при этом, ряд актуальных задач. В мировой практике весьма перспективным направлением интенсификации режимов деформации при прессовании бесшовных труб считается использование активных высокочастотных ультразвуковых колебаний или механических вибраций. Применение передовых технологий при производстве бесшовных труб требует кардинально нового подхода к задаче вибрационного прессования, что, в свою очередь, связано с отработкой режимов деформации, прогнозированием показателей стойкости технологического инструмента (матриц, игл, контейнеров), оптимизацией качества бесшовных труб и повышением на-

дежности функционирования всего прессового оборудования [1–3].

Цель работы. Разработка математической модели и совершенствование современных вибрационных технологий производства горячекатаных труб. **Постановка задачи.** Современные технологические процессы прессования труб из малопластичных и труднодеформируемых металлов на профильных прессах трубопрессовых установок с применением высокочастотных вибраций выдвигают ряд требований по совершенствованию как технологии производства труб, так и модернизации технологического оборудования [4, 5]. Последнее непосредственно связано с отработкой рациональных режимов деформации и прогнозированием показателей стойкости технологического инструмента, надежности функционирования оборудования для реализации самих высокочастотных вибраций [5] (рис. 1).

В ряде случаев с целью повышения эффективности технологические процессы прессования бесшовных труб предусматривают

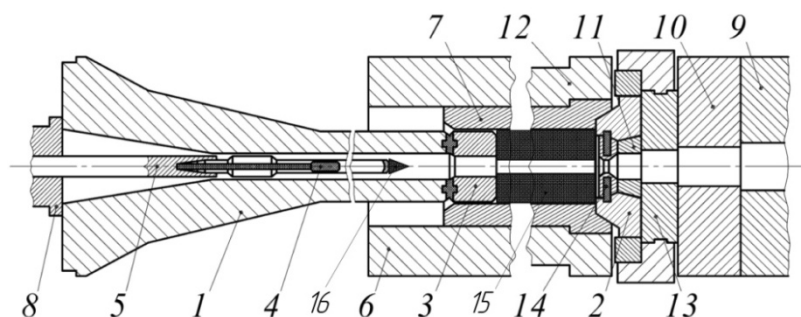


Рис. 1. Схема расположения базового технологического инструмента на трубопрофильном прессе двойного действия: 1 – пресс-штемпель со встроенным вибратором; 2 – матрицдержатель со встроенным вибратором; 3 – пресс-шайба; 4 – игла (оправка) со встроенным вибратором; 5 – иглодержатель; 6 – контейнер; 7 – внутренняя втулка; 8 – центрирующая втулка иглодержателя со встроенным вибратором; 9, 10 – опорные кольца пресса; 11 – опорное кольцо матрицы; 12 – промежуточная втулка; 13 – опорное кольцо матрицдержателя; 14 – матрица, 15 – трубная заготовка; 16 – экспандер или оправка

использование управляемых высокочастотных вибраций. Однако в силу недостаточной изученности, эти процессы не находят широкого применения в практике производства бесшовных труб. В частности, задачи по повышению эффективности процессов прессования труб на трубопрофильном прессе, в условиях применения высокочастотных вибраций, решаются без должного аналитического исследования и, как правило, экспериментально.

Выполнение операций прессования на профильном прессе преимущественно сопровождается значительными потерями рабочего усилия на преодоление сил сопротивления, характерного для процесса неравномерности деформаций по всему объему обрабатываемого металла.

Известно, что наиболее благоприятные условия деформации прессования труб достигаются в условиях использования высокочастотных вибраций, что получило некоторое свое отражение в ряде фундаментальных исследований, как в теоретическом плане, так и экспериментального характера.

Анализ литературных источников

Для обоснования и принятия решений по ведению прессования труб в активном управляемом режиме подробно проанализируем некоторые важные моменты известных процессов пластической деформации металла, моделируя возникающие волновые процессы в условиях применения высокочастотных активных вибраций.

Остановимся на некоторых моментах технологического процесса вибрационного

прессования труб. Процесс прессования труб на профильном прессе производится следующим образом: предварительно нагретая заготовка для прессования поступает в контейнер, имеющий температуру 380–420 °С. Вибрируемая игла (оправка) принудительно, посредством стержня внедряется в предварительно сверленную или экспандированную трубную заготовку. При дальнейшем движении пресс-штемпеля и вибрируемой оправки металл заготовки уплотняется и занимает ограниченный объем пространства втулки контейнера вдоль оси прессования. Далее прессуемый металл трубной заготовки посредством вибрируемого пресс-штемпеля вдавливается в кольцевой зазор, образованный активно вибрируемой матрицей и иглой. Следует принимать во внимание то, что при этом в процессе вибрационного прессования в поперечном направлении очага деформации возникают волновые процессы, которые в дальнейшем сопровождаются динамическими эффектами, действующими на металл заготовки через технологические инструменты.

Установление некоторых скрытых возможностей существующих технологий и разработка новой технологии вибрационного прессования труб требует создания корректных математических моделей, адекватно отражающих условия реализации и особенности данного процесса на современных профильных прессах. В основу разработки ряда математических моделей и создания механизмов для вибрационного нагружения металла положены некоторые разработки В.М. Клименко, В.Н. Потураева, Г.Б. Бухвалова, В.П. Сверден-

ко, В.И. Залесского, В.Н. Шаповала и других авторов; анализ ряда разработок обобщен и наиболее полно представлен в работах [6–11].

Большинством исследователей подтверждается тот факт, что применение высокочастотных вибраций при обработке металлов давлением приводит к уменьшению предела текучести материала и, как следствие, к значительному снижению энергосиловых параметров очага деформации. При этом важную роль играет фактор формирования рациональной объемной деформации металла и уменьшения внешних контактных и внутренних сил трения. Результатами исследований, приведенных в работах [12–16], установлена некоторая зависимость усилия прессования от частоты колебаний активных вибраций. При этом выявлено, что для достижения установленного вибрационного режима деформирования заготовки необходимо определение зависимости между частотой, амплитудой и кинематическими параметрами технологического процесса прессования. Следовательно, амплитудно-частотная характеристика базовых технологических инструментов (пресс-штемпеля, матрицы, иглы) оказывает существенное влияние на эффективность процесса, поскольку при этом формируются некоторые условия для активизации вибрационного деформирования заготовки в процессе прессования.

Первые опытно-промышленные установки с использованием ультразвуковых колебаний были построены фирмами Uniform Tubes и Aero projects (США) в начале 60-х годов XX столетия. Затем на заводе фирмы Aero projects для производства бесшовных труб был создан пресс с подводом высокочастотных ультразвуковых колебаний непосредственно к матрице. Применение ультразвуковых колебаний позволило увеличить степень единичного обжатия и повысить скорость деформации заготовки, уменьшить число операций отжига и травления, а также количество отходов. Данные вопросы свое дальнейшее решение нашли на заводе фирмы Stainless Tube Division (США), где производство бесшовных труб из коррозионно-стойкой стали на профильных прессах осуществляют высокочастотными ультразвуковыми колебаниями технологического инструмента (матрицы) [17].

Промышленная технология прессования бесшовных труб из предварительно просверленных заготовок с использованием энергии

ультразвуковых колебаний освоена также в Англии и Японии. Фирмами Levy и Kolambia Jammeril (Англия) были созданы прессы усилием прессования до 40 МН, которые эксплуатировались в технологических линиях трубопрессовых установок для производства труб диаметром до 380 мм. Процессы прессования реализовались путем подвода к пресс-штемпелю ультразвуковых колебаний частотой в пределах 5–15 кГц [18, 19].

Аналогичный профильный пресс с подводом ультразвуковых колебаний непосредственно к игле, через стержень, работает в фирме «Кобэ» (Япония) [20, 21].

На трубопрокатных заводах России и Украины в настоящее время работают трубопрокатные линии, оснащенные современными прессами, выпуска фирмы SMS MEER (Германия) или отечественного производства. Однако по ряду необоснованных причин данное оборудование не снабжено устройством для реализации современной технологии вибрационного прессования труб.

Метод решения задачи

Для выработки научно обоснованных предложений рассмотрим несколько иную постановку и решение задачи о прессовании предварительно нагретой гильзы вибрируемой матрицей и иглой. Игла и матрица, используемые в качестве технологических инструментов профильного пресса, представляют осесимметричные абсолютно твердые тела. В ходе реализации высокочастотного вибрационного прессования труб одновременно вибрируемая игла и матрица воздействуют на прессуемый металл (однородную среду), занимающий некоторое полупространство нормально к поверхностям технологических инструментов. При этом возмущенное движение прессуемого металла в очаге деформации, вызванное вибрируемой матрицей и иглой, в процессе прессования, в радиальном направлении, предполагаем строго осесимметричным. Выбираем следующую расчетную схему процесса прессования труб: используем цилиндрическую систему координат с началом в точке соприкосновения оправки с прошиваемой заготовкой; время прошивки отсчитываем от момента соприкосновения матрицы и иглы с металлом, причем ось x направляем вдоль оси прессования заготовки (рис. 2).

Решение задачи радиального волнового движения металла в процессе прессования,

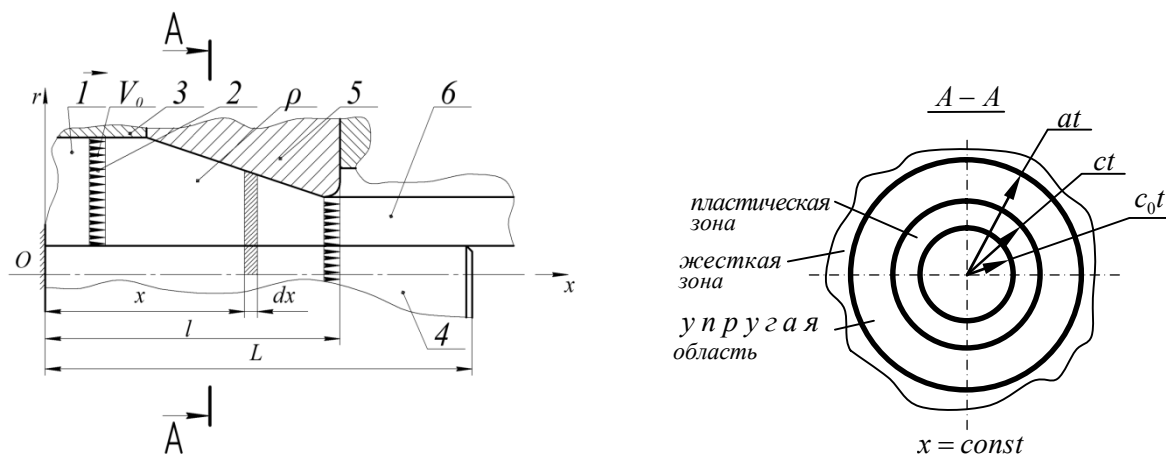


Рис. 2. Расчетная схема динамических процессов прессования и гильза с упруго-пластической зоной: 1 – пресс-штемпель; 2 – гильза; 3 – контейнер; 4 – игла (оправка); 5 – матрица; 6 – труба

основанное на использовании строгих нелинейных дифференциальных уравнений, в силу больших деформаций в настоящее время из-за недостаточного развития математического аппарата является затруднительным. Поэтому на данной стадии исследования наиболее приемлемы те методы, которые позволяют получить решение задачи в аналитической форме. Очевидно также, что данные методы хотя и обладают определенной погрешностью, но в основном охватывают физическую суть явлений, происходящих в процессе прессования предварительно просверленных или экспандированных заготовок в гильзы (трубы) заданных размеров.

Пусть $H(t)$ – есть глубина «внедрения» матрицы в металл в момент времени t . Если уравнение образующей рабочей поверхности матрицы задано в виде $r = f(x), (x \geq 0)$, то положение матрицы относительно выбранной системы координат в момент времени $t \geq 0$ согласно методу инверсии определяется $r = f[x + H(t)]$.

В некоторой фиксированной плоскости $x = \text{const}$ сечение движущейся матрицы в каждый момент времени представляет собой сужающуюся окружность (кольцо) переменного радиуса $r_0(t) = f[t + H(t)]$, изменяющуюся в радиальном направлении со скоростью

$$c_0(t) = \dot{r}_0(t) = \frac{d}{dt} f(x + H(t)) = f'(x + H(t))u_0(t), \quad (1)$$

где $u_0(t) = \dot{H}(t)$ – скорость прессования металла; $f'(x + H(t))$ – тангенс угла наклона

образующей рабочей поверхности матрицы к оси x на некоторой заданной глубине прессования.

Если образующая рабочей поверхности матрицы выполнена в виде эквивалентного конуса с углом полураствора θ_s , то $f(x) = x \text{tg}(\theta_s)$, то скорость сужения поперечного сечения матрицы в плоскости $x = \text{const}$ будет равна $c_0(t) = u_0(t) \text{tg}(\theta_s)$.

Принимаем во внимание то, что технологический процесс прессования труб на профильном прессе ведется в квазиустановившемся режиме с постоянной скоростью. Поэтому можно в первом приближении считать, что $u_0(t) = u_0 = \text{const}$. При этом каждое поперечное сечение матрицы при ее перемещении сужается с постоянной скоростью $c_0 = u_0 \text{tg}(\theta_s) = \text{const}$, что дает основание рассматривать движение металла в радиальном направлении как автомодельное.

Предложенный подход к решению задачи вибрационного прессования состоит в следующем: считается, что каждый слой металла в некоторой фиксированной плоскости $x = \text{const}$ движется независимо от других слоев, причем движение начинается с того момента времени, когда рабочая поверхность матрицы достигает данной плоскости. Исходная задача сводится к задаче о сужении цилиндрической «каверны». Следовательно, данная задача представляет собой задачу о распространении одномерных радиальных волн в слое, перпендикулярном направлению движения металла в очаге деформации. Таким образом, можно сказать, что предлагаемый подход к решению

поставленной задачи основывается исключительно на методе плоских сечений, что позволяет развивать известные положения процессов деформирования заготовки технологическими инструментами (матрицей и иглой).

Результаты ряда экспериментальных исследований [2, 6] указывают на необходимость поэтапного исследования деформированного состояния прессуемого металла в стесненном очаге деформации между матрицей и иглой. Напряженно-деформированное состояние металла в очаге деформации показывает, что при существующих скоростях прессования в цилиндрической заготовке (металле) кроме зоны упругого состояния, преимущественно возникает зона пластического состояния, а в некоторых случаях и зона упругих деформаций. Поэтому первоначально рассмотрим отдельно указанные зоны и дадим решение динамической задачи для каждой из них. Пластическая область очага деформации расположена в зоне непосредственного контакта металла с матрицей. В рамках рассматриваемой задачи и выбранной динамической модели процесса в каждом сечении $x = \text{const}$ данная зона представляет собой концентрическую область, ограниченную окружностью радиусом (поперечное сечение матрицы) $r_0(t)$, которая пропорционально калибровке матрицы сужается со скоростью $c_0(t)$, и окружностью некоторого радиуса $R(t)$, которая определяет границу пластической области со стороны упругой зоны и изменяется с неизвестной заранее скоростью $c = \dot{R}(t)$.

Область, примыкающая к пластической зоне по окружности $r = R(t)$, как будет показано в дальнейшем, может рассматриваться как область, подверженная, в некоторых случаях, определенному виду разрушения.

В выбранной цилиндрической системе координат законы сохранения массы и количества движения для радиального перемещения металла в рассматриваемом слое очага деформации $x = \text{const}$ имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad (3)$$

где $\rho(r, t)$ – плотность металла; $v(r, t)$ – радиальная скорость частиц металла (положительная в сторону уменьшения размеров мат-

рицы); σ_r, σ_θ – соответственно радиальная и окружная компоненты напряжения (положительные при сжатии).

Уравнения (2) и (3) применимы как для пластической зоны, так и для упругой зоны. Пластичность металла, при рассматриваемом подходе, наиболее удобно описывать критерием текучести по Треску, который в нашем случае имеет вид

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \tau_0, \quad (4)$$

где $\tau_0 = \text{const}$ – предел текучести прессуемого металла.

Кроме того необходимо отметить, что относительное изменение объема, как известно из [23, 24], является упругой деформацией, которая обычно в теории пластичности считается пропорциональной давлению $p = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_x)$. В этом случае предполагаем, что между давлением p и изменением объема очага деформации существует линейная зависимость, которую представим в виде

$$p = K \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right), \quad (5)$$

где ρ_0, ρ – соответственно начальная и текущая плотность прессуемого металла; K – объемный модуль упругости прессуемого материала.

Система четырех уравнений (2)–(5) не является замкнутой, так как содержит пять неизвестных функций: $v, \rho, \sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_x$.

Классическая теория пластичности при рассмотрении деформации металла с цилиндрической симметрией использует различные гипотезы и предположения относительно взаимосвязи напряжения σ_x с другими компонентами полного напряжения и деформаций. Одним из таких предположений в теории пластичности является предположение о линейности связи между девиатором тензора напряжений и девиатором тензора деформаций. Совместно с условием деформации указанное предположение приводит к следующей связи между напряжениями

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) - G\varepsilon, \quad (6)$$

где ε – объемная деформация материала.

Поскольку ε величина достаточно малая, то в уравнении (6) часто пренебрегают по-

следним членом, в результате чего получаем $\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta)$, что рекомендуется Хиллом [23]. Однако результаты исследования [24] говорят о том, что вместо условия (14) в ряде случаев можно использовать условие $\sigma_x = \sigma_\theta$.

Необходимо указать, что оба последних условия принадлежат к классу более общего параметрического условия $\sigma_x = s\sigma_\theta + (1-s)\sigma_r$, соответственно при значениях параметра $s = 1/2$ и $s = 1$. Если использовать условие (6), то для давления металла $p = \frac{1}{3}[(2-s)\sigma_r + (1+s)\sigma_\theta]$.

В силу изложенного, из (5), с учетом условия текучести, имеем

$$1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{K} \left[\sigma_r - \frac{1}{3}(1+s)\tau_0 \right]. \quad (7)$$

Исключив из уравнений (2) и (9) σ_θ при помощи условия (6) и ρ при помощи равенства (7), получим

$$\left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} \right) \left(K - \sigma_r + \frac{1+s}{3}\tau_0 \right) = -\rho_0 K \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right); \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) \left(K - \sigma_r + \frac{1+s}{3}\tau_0 \right) = - \left(\frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + v \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right). \quad (9)$$

Для матрицы с произвольной криволинейной образующей $r = f(x)$ и скоростью движения пресс-штампеля $u_0(t)$, именно эти два уравнения определяют пластическое движение металла в возмущенной инструментами области очага деформации $r_0(t) \leq r \leq R(t)$.

Предположим, что пресс-штампель трубную заготовку с постоянной скоростью u_0 вдавливают в кольцевой зазор между матрицей и иглой. В этом случае граница контакта пластической зоны с матрицей в радиальном направлении движется с постоянной скоростью $c_0 = u_0 \operatorname{tg} \theta_s$. В этом случае скорость распространения пластической зоны c также постоянна и равна $R(t) = ct$. Следовательно, при этом поставленная задача (8), (9) оказывается автомодельной, поскольку не имеет характерного размера. Перейдя в уравнениях (8) и (9) к

безразмерным величинам $\bar{v} = \frac{v}{c}$; $\bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{K}$;

$\bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0}{K}$, которые являются функциями только

автомодельной переменной в виде $\xi = \frac{r}{ct}$,

получаем систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left[1 - \bar{\sigma}_r + \frac{1}{3}(1+s)\bar{\tau}_0 \right] \left(\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} + \frac{\bar{\tau}_0}{\xi} \right) = \beta^2 \frac{d\bar{v}}{d\xi} (\xi - \bar{v}); \quad (10)$$

$$\left[1 - \bar{\sigma}_r + \frac{1}{3}(1+s)\bar{\tau}_0 \right] \left(\frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} \right) = \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} (\xi - \bar{v}), \quad (11)$$

где $\beta = \frac{c}{c_p}$, $c_p = \frac{K}{\rho_0}$.

Система уравнений (10) и (11) описывает пластическое течение в области очага деформации $c_0 t < r < ct$, в автомодельных переменных является интервалом $\xi_0 \leq \xi \leq 1$. Здесь ξ_0 – нижний предел автомодельной переменной $\xi_0 = \frac{c_0}{c} < 1$ соответствует границе контакта металла с иглой.

Обратим внимание на тот факт, что граница $r = R(t)$ заранее неизвестна, и в автомодельной задаче (из-за выбора в качестве характерной скорости величины c) неизвестным оказывается значение ξ_0 на границе с матрицей. Таким образом, в подвижной области $r_0(t) < r < R(t)$ с заранее неизвестной границей $R(t)$ для матрицы с произвольной (криволинейной) образующей, решение задачи в пластической зоне сводится к решению системы нелинейных уравнений в частных производных (8) и (9).

Для случая прессования труб на матрице, выполненной в виде строго конического тела, с постоянной скоростью движения u_0 , задача в конечном итоге сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (10) и (11) в области с фиксированными границами $\xi = \xi_0 < 1$ и $\xi = 1$ с заранее неизвестной величиной ξ_0 . Из граничных условий при $\xi = \xi_0$ известно значение скорости $v = c_0$

или $\bar{v} \Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{c_0}{c} = \xi_0$, условия на границе $\xi = 1$

должны определяться из условия стыковки решения в пластической зоне с решением в зоне, которая примыкает к пластической. Отметим, что линейризованная задача для пластической области базируется на основных предположениях линейной теории пластичности [23].

Результаты анализа задачи показывают, что хотя небольшое изменение плотности прессуемого металла происходит, но величина $\rho_0/\rho \approx 1$. Кроме того, величины $v \frac{\partial \rho}{\partial r}$ и

$v \frac{\partial v}{\partial r}$ имеют незначимый второй порядок, поэтому, в линейном приближении задачи, вместо уравнений (8) и (9) воспользуемся уравнениями:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (13)$$

Исключив из уравнений (12) и (13) ρ , при помощи уравнения (7) придем к следующей системе уравнений [24]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\tau_0}{r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + K \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0, \quad (15)$$

которая является линейризованным вариантом системы (8) и (9).

Отметим, что для матрицы с конической образующей, при постоянной скорости прессования u_0 , задача (30) и (31) является автономной и в безразмерных переменных приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi} + \frac{\bar{\tau}_0}{\xi} = \beta^2 \xi \frac{d\bar{v}}{d\xi}; \quad (16)$$

$$\frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} = \xi \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\xi}. \quad (17)$$

на интервале переменной $\xi_0 \leq \xi \leq 1$.

В дальнейшем ограничимся только решением линейризованной системы уравнений (16) и (17), которая, как показывает сравнение с численным решением нелинейной системы (8) и (9), имеет удовлетворительную точность,

но обладает тем преимуществом, что линейризованная система допускает замкнутое аналитическое решение. Из (16) и (17) имеем самостоятельное уравнение для определения \bar{v}

$$\left(1 - \beta^2 \xi^2\right) \frac{d\bar{v}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{\xi} = -\bar{\tau}_0, \quad (18)$$

Причем при $\xi = \xi_0$ должно удовлетворяться граничное условие $\bar{v} \Big|_{\xi=\xi_0} = \xi_0$. Решение уравнения (18), удовлетворяющее последнему условию, имеет вид

$$\bar{v}(\xi) = D_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2 \xi^2}}{\beta^2 \xi} - \frac{\bar{\tau}_0}{\beta^2 \xi}, \quad (19)$$

где $D_0 = \frac{\beta^2 \xi_0^2 + \bar{\tau}_0}{\sqrt{1 - \beta^2 \xi_0^2}}$.

Теперь из (16) получаем выражение для определения $\bar{\sigma}_r(\xi)$

$$\bar{\sigma}_r(\xi) = D_0 \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \beta^2 \xi^2}}{\beta \xi} + D_1, \quad (20)$$

где D_1 – произвольная постоянная.

Постоянная D_1 и безразмерная скорость распространения пластической зоны $\beta = \frac{c}{c_p}$

должны быть определены из условия сопряжения пластической зоны с упругой зоной, примыкающей к пластической. Так как для внешней зоны могут применяться различные математические и физические модели, то здесь используется наиболее распространенная модель: модель упругой зоны в трубной заготовке.

Следует отметить, что при реализации некоторых режимов прессования в предварительно прошитой и нагретой трубной заготовке, наряду с пластической зоной, возникает некоторая упругая область (рис. 3). В связи с этим исследование динамических явлений в упругой области очага деформации является актуальным.

Упругая область очага деформации (в силу особенностей реализации технологического процесса прошивки) ограничена некоторой «жесткой» областью технологического инструмента (границами контейнера). В упругой области очага деформации имеем известные уравнения теории упругости [25], которые для радиального движения металла имеют вид:

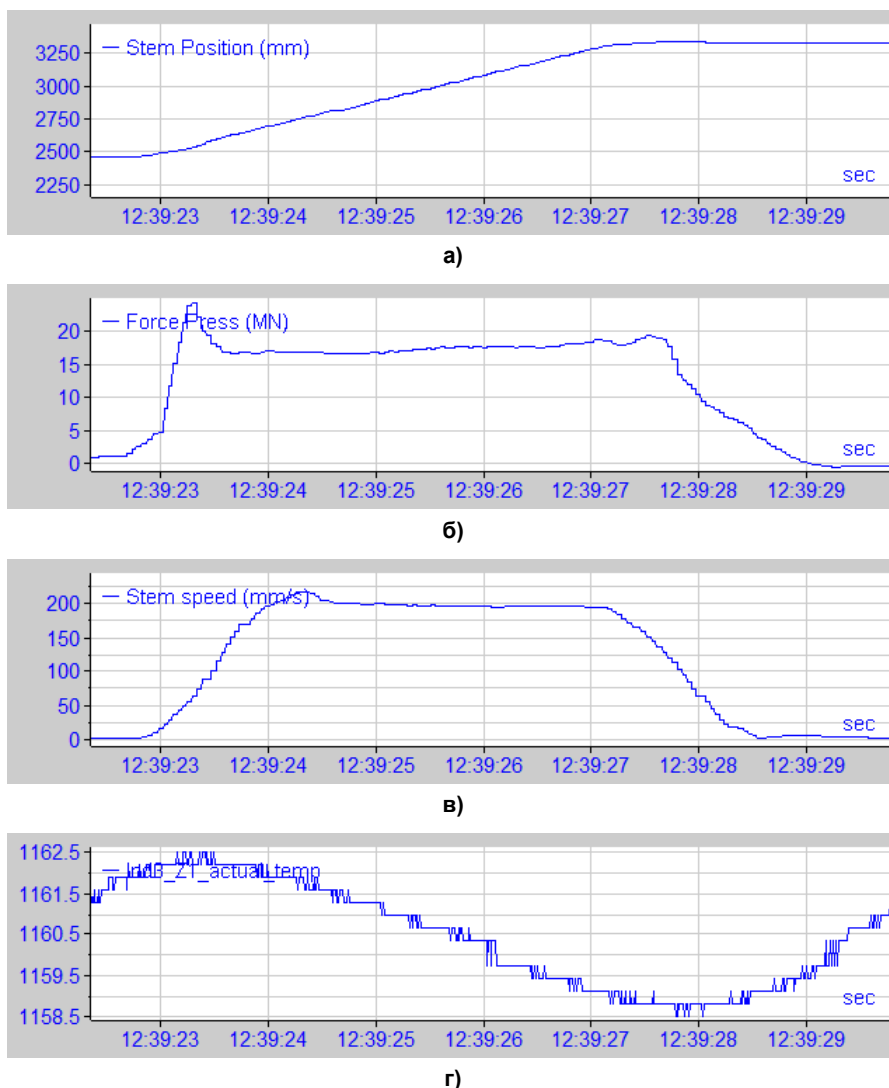


Рис. 3. Осциллограммы процесса прессования экспандированной трубной заготовки на трубопрофильном прессе 50 МН фирмы SMS MEER (заготовка $\varnothing 180$ мм, материал 12Х18Н10Т, готовая труба $\varnothing 105 \times 10$): а – ход траверсы прессы; б – сила прессования трубной заготовки; в – скорость прессования трубной заготовки; г – температура трубной заготовки перед прессованием

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad (21)$$

$$-\sigma_r = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + 2G \frac{\partial u}{\partial r}; \quad (22)$$

$$-\sigma_\theta = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + 2G \frac{u}{r}; \quad (23)$$

$$-\sigma_x = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \quad (24)$$

где $u(r, t)$ – радиальное перемещение частиц металла; $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; E, G – соответствен-

но модуль упругости Юнга и модуль сдвига прошиваемого металла; ν – коэффициент Пуассона.

Напряжение по-прежнему считается положительным для сжатия, и в выражении (21) учтено, что в рамках рассматриваемого подхода осевое удлинение прошиваемой заготовки сравнительно мало.

Исключив из уравнения (21) напряжения σ_r и σ_θ согласно (22) и (23), после преобразований получим уравнение волновых процессов для возмущенной области очага деформации в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (25)$$

$$a = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}.$$

Из уравнения (25) следует, что скорость распространения упругой цилиндрической волны в прошиваемой трубной заготовке равна скорости распространения продольных возмущений a . Момент времени, когда прессуемый металл касается матрицы и иглы, рассматриваемое сечение $x = \text{const}$ следует считать нулевым. Очевидно, что к моменту времени t упругая волна в данном слое очага деформации захватит область радиусом $r = at$. Отметим, что если упругая зона очага деформации по исходному предположению задачи соседствует с пластической, то она расположена в кольце $R(t) < r < at$.

В случае, если калиброванный участок матрицы является коническим и поток металла движется с постоянной скоростью, то упругая зона расположена в кольце $ct < r < at$. При этом замкнутое решение задачи можно реализовать путем конструирования возмущенной области очага деформации.

Перейдем к детальному анализу математической модели возмущенной области очага деформации (25) и изучению волновых процессов в прессуемом металле.

С учетом определенных начальных и граничных условий задачи

$$u \Big|_{t=0} = f(r); \quad \frac{du}{dr} \Big|_{t=0} = F(r); \quad \frac{du}{dr} \Big|_{r=R} = 0 \quad (26)$$

решение уравнения (25) представляем по методу Фурье в виде

$$u(r, t) = T(t)W(r). \quad (27)$$

После подстановок (27) в дифференциальное уравнение волновых процессов (25) имеем

$$\begin{aligned} W''(r)T(t) + \frac{1}{r}W'(r)T(t) - \frac{1}{r^2}W(r)T(t) = \\ = \frac{1}{a^2}T''(t)W(r). \end{aligned} \quad (28)$$

Разделяя переменные задачи после некоторых преобразований (28) запишем

$$\frac{W''(r) + \frac{1}{r}W'(r) - \frac{1}{r^2}W(r)}{W(r)} = \frac{T''(t)}{a^2T(t)} = -\lambda^2. \quad (29)$$

Из уравнения (29) имеем следующую систему независимых дифференциальных уравнений:

$$W''(r) + \frac{1}{r}W'(r) - \left(\lambda^2 - \frac{1}{r^2}\right)W(r) = 0; \quad (30)$$

$$T''(t) + \lambda^2 a^2 T(t) = 0. \quad (31)$$

Решения дифференциальных уравнений (30) и (31) согласно [26] соответственно запишем в виде

$$W(r) = C_1 J_1(\lambda r) + C_2 Y_1(\lambda r); \quad (32)$$

$$T(t) = A \cos(\lambda at) + B \sin(\lambda at) \quad (33)$$

где C_1, C_2, A, B – постоянные интегрирования задачи; $J_1(\lambda r), Y_1(\lambda r)$ – функции Бесселя соответственно первого и второго рода.

Дифференциальное уравнение (30) представляет известное уравнение Бесселя. Отметим, что в приведенном решении (32) при $r \rightarrow \infty$ второе слагаемое обращается в бесконечность $Y_1(\lambda r) \rightarrow \infty$. Следовательно, при этом для удовлетворения начальных условий задачи постоянные интегрирования задачи соответственно определены в виде $C_1 = 1; C_2 = 0$.

Тогда решение уравнения Бесселя в данном случае представим

$$W(r) = J_1(\lambda r).$$

Чтобы решение задачи удовлетворяло выбранному граничному условию справедливо $\frac{dW}{dr} \Big|_{r=R} = 0$. Необходимо подчеркнуть, что при этом из последнего условия находим требуемые корни (собственные числа) уравнения Бесселя

$$\frac{d}{dr}(J_1(\lambda r)) \Big|_{r=R} = 0$$

или

$$-\frac{1}{\lambda R} J_1(\lambda R) + J_0(\lambda R) = 0. \quad (34)$$

Из решения уравнения (34) с учетом некоторой замены $\lambda R = \mu$ находим все собственные числа (корни) уравнения Бесселя $\mu_k, k = 1, 2, 3, \dots$

Отметим, что собственным числам $\lambda_k = \mu_k / R$ уравнения Бесселя соответствует собственная функция

$$W(r) = J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right). \quad (35)$$

Согласно методу Фурье решение уравнения (25) с учетом (32) и (35) представим в виде

$$\begin{aligned} u(r, t) = \sum_{k=1}^n \left[A_k \cos\left(\frac{\mu_k at}{R}\right) + B_k \sin\left(\frac{\mu_k at}{R}\right) \right] \times \\ \times J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right). \end{aligned} \quad (36)$$

Из принятых начальных условий задачи запишем

$$f(r) = \sum_{k=1}^n A_k J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right) \text{ и } F(r) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right).$$

Соответственно определяем постоянные интегрирования задачи A_k и B_k в виде:

$$A_k = \frac{2}{R^2 J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right)_0} \int_0^R r f(r) J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right) dr; \quad (37)$$

$$B_k = \frac{2}{R a \mu_k J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right)_0} \int_0^R r F(r) J_1\left(\frac{\mu_k r}{R}\right) dr.$$

Решение задачи при этом удобно представить в стандартной форме гармонических колебательных процессов

$$u(r, t) = \sum_{k=1}^n \tilde{A}_k \sin\left(\frac{\mu_k a t}{R} + \varphi_k\right) J_1\left(\frac{\mu_k a t}{R}\right), \quad (38)$$

где $\tilde{A}_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$ – амплитуды волновых процессов в прошиваемом металле; $\varphi_k = \frac{A_k}{B_k}$ – начальные фазы волновых процессов.

Период волновых процессов в прошиваемом металле определяется

$$T_k = \frac{2\pi}{K_k}, \quad (39)$$

где $K_k = \sqrt{\frac{\mu_k a}{R}}$ – частота распространения упругих волн в прессуемом металле.

Для рассматриваемой скорректированной математической модели процесса прошивки и реологии металла сила осевого сопротивления оправки с учетом трения в очаге деформации, при известных предположениях [27, 28], определяется

$$F = 2\pi \int_0^l p [f'(x) + \mu_0] f(x) dx, \quad (40)$$

где p – давление металла в очаге деформации при прошивке трубной заготовки; μ_0 – коэффициент трения между прошиваемым металлом и оправкой в очаге деформации.

Предлагается следующая схема решения задачи. Сначала рассматривается задача в предположении, что возмущенная область состоит из пластической зоны и зоны упругости. При этом сначала решается уравнение для определения параметра β (относительной

скорости распространения волны пластичности в металле), а затем по формулам (8) и (9) восстанавливаются истинные поля напряжений и скоростей. Далее проверяется выполнение условия $\sigma_\theta > -\sigma_0$ во всей возмущенной области очага деформации. Если это условие выполняется, то указанным решением задачи ограничиваемся. При опровержении данного условия переходим к следующему этапу решения задачи. Далее задавшись определенными начальными и граничными условиями активных вынужденных гармонических колебаний технологического инструмента (оправки или иглы) в виде $f(r) = r(t) \sin(\omega t)$ и $F(r) = c_0(t) \cos(\omega t)$ заданной частоты ω , математическим моделированием определяем эффективные параметры вибрационной прошивки трубной заготовки на этапе назначения технологического процесса.

Необходимо подчеркнуть, что поскольку процессы прошивки в рамках выбранной динамической модели очага деформации представляют волновые процессы, то путем приложения внешних активных управляющих воздействий, например, высокочастотных колебаний определенной частоты ω со стороны вибрируемого технологического инструмента прошиваемому металлу (см. рис. 1), возможно добиться ускоренного внедрения оправки в металл и увеличение эффективности производства.

Отметим, что поскольку высокочастотный вибратор непосредственно встроен в иглу, то в процессе прессования трубы, кроме всего прочего, для защиты от тепловых воздействий он подвергается интенсивному охлаждению существующей системой охлаждения самой иглы. Под воздействием активных управляющих высокочастотных колебаний достигается значительное уменьшение предела упругости и текучести прессуемого металла, что обеспечивает снижение усилия прессования и приводит к повышению эффективности процесса прессования труб. При этом для стабилизации энергосиловых параметров очага деформации математическим моделированием могут быть определены требуемые рациональные амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний технологических инструментов (матрицы и иглы). Типовые осциллограммы процесса прессования экспандированной трубной заготовки на трубопрофильном прессе 50 МН фирмы SMS MEER (заготовка $\varnothing 180$ мм,

материал 12X18H10T, готовая труба $\varnothing 105 \times 10$) представлен на рис. 3.

Стабилизацией параметров объемного напряженно-деформированного состояния металла, например, при прессовании трубной заготовки из стали 12X18H10T диаметром 180 мм на трубопрофильном прессе 50 МН, применением активных высокочастотных вибраций частоты $\omega = 7,5$ кГц достигается снижение силы прессования с 17,9 до 15 МН (на 19 %) и за счет снижения значительных сил контактного трения повышение стойкости матриц и игл в два раза.

Необходимо особо подчеркнуть тот факт, что с применением высокочастотных активных вибраций, кроме всего прочего, под воздействием вынужденных колебаний системы значительно возрастает скорость расширения границы пластической зоны.

Полученные результаты показывают, что технологические процессы прессования труб из различных марок сталей и их сплавов с применением высокочастотной вибрации по рассматриваемой схеме достаточно корректно моделируются представленной математической моделью.

Разработанная математическая модель динамики процесса прессования труб определенно расширяет возможности анализа динамических явлений в очаге деформации. При этом решение задачи по прогнозированию напряженно-деформированного состояния очага деформации, как видно из выбранной динамической модели, базируется на реализации доступного математического аппарата. Полученные результаты позволяют реализовать управляемые режимы деформации в очаге и совершенствовать технологические процессы прессования труб на прошивном прессе. Уточненные динамические особенности очага деформации существенно дополняют существующие представления о напряженно-деформированном состоянии металла в условиях вибрационного прессования бесшовных труб.

Предложенная методика исследования технологического процесса прессования трубных заготовок в полые гильзы из различных марок сталей и их сплавов на профильном прессе по данной схеме заметно расширяет возможности анализа напряженно-деформированного состояния металла в очаге деформации. Полученные результаты указывают на высокую эффективность применения процесса вибрационного прессования и позволяют наметить

пути совершенствования технологического процесса производства бесшовных труб.

Выводы

Разработана динамическая модель процесса прессования труб на профильном прессе. Определены параметры возмущенной технологическими инструментами области очага деформации, соответствующей границам движения пластической и упругой зон, на границах взаимодействия матрицы и иглы в деформируемой трубной заготовке.

Составлена математическая модель распространения волновых процессов в прессуемом металле. Составлены дифференциальные уравнения для распространения фронтов пластической деформации и упругой зоны в возмущенной области очага деформации.

Получены аналитические зависимости для скорости распространения фронта пластической деформации и фронта распространения упругой зоны в возмущенной области очага деформации. Определены основные параметры границ сопряженных зон распространения волновых процессов в пластической и упругой областях соответственно. Анализом принятых моделей задачи о распространении волн в прессуемом металле определены динамические характеристики с учетом применения высокоэффективной технологии вибрационного процесса прессования труб (вибрация матрицы и иглы), что существенно дополняет ранее известные представления о напряженно-деформированном состоянии очага деформации. Выбором рациональных геометрических параметров образующей рабочей поверхности как самих матриц, так и амплитудно-частотных характеристик технологических инструментов (матрицы и иглы) при вибрационном прессовании на прессе достигнуто значительное повышение качества труб.

Литература

1. Перлин, И.Л. Теория прессования металлов / И.Л. Перлин. – М.: Металлургия, 1964. – 344 с.
2. Гуляев, Г.И. Прессование стальных труб и профилей / Г.И. Гуляев, А.Е. Притоманов, О.П. Дробич. – М.: Металлургия, 1973. – 192 с.
3. Медведев, М.И. Совершенствование процесса прессования труб / М.И. Медведев, Ю.Г. Гуляев, С.А. Чукмасов. – М.: Металлургия, 1986. – 151 с.

4. Коликов, А.П. Новые процессы деформации металлов и сплавов / А.П. Коликов, П.И. Полухин, А.В. Крупин. – М.: Высшая школа, 1986. – 351 с.
5. Технология трубного производства: учеб. для вузов / В.Н. Данченко, А.П. Коликов, Б.А. Романцев, С.В. Самусев. – М.: Интермет Инжиниринг, 2002. – 640 с.
6. Боборыкин, Ю.А. Некоторые вопросы обработки металлов давлением с применением вибраций / Ю.А. Боборыкин // *Материалы семинара «Применение вибраций для интенсификации процессов штамповки»*. – М.: МДННТП, 1961.
7. Иванова, В.С. Механизм пластической деформации при действии циклических нагрузок / В.С. Иванова // *Металловедение и термическая обработка металлов*. – 1960. – Vol. 2, no. 4. – P. 215–218.
8. Бухвалов, Г.Б. Обработка металлов в условиях вибрационного нагружения / Г.Б. Бухвалов, Н.П. Скрябин, В.П. Волегов // *Доклады четвертой научно-технической конференции молодых специалистов*. – М.: ВНИИМЕТМАШ, 1961.
9. Залесский, В.И. Исследование деформации при осадке в условиях вибрационного нагружения / В.И. Залесский, И.П. Волков // *Изв. ВУЗов. Черная металлургия*. – 1965. – № 9.
10. Залесский, В.И. Вибрационное прессование с применением гидровинтового вибратора / В.И. Залесский, О.С. Мендыбаев // *Изв. ВУЗов. Черная металлургия*. – 1965. – № 11.
11. Потураев, В.Н. Некоторые результаты исследования вибропрессования / В.Н. Потураев, А.Ф. Миронюк. – М., 1966.
12. Стеблюк, В.И. Определение параметров вибрационных прессов для штамповой зачистки деталей / В.И. Стеблюк, И.П. Тартаковский // *Технология и автоматизация машиностроения*. – Киев, 1968. – Вып. 3.
13. Зайцев, В.С. Геометрические условия вибрационной прокатки / В.С. Зайцев, И.М. Павлов, С.Ф. Буханов // *Изв. ВУЗов. Черная металлургия*. – 1969. – № 5.
14. Матвеев, И.Б. Выбор принципиальной схемы вибрационного пресса / И.Б. Матвеев // *Кузнечно-штамповочное производство*. – 1973. – № 8.
15. Николаев, В.А. Давление и момент при прокатке полосы с вибрационным нагружением / В.А. Николаев // *Изв. ВУЗов. Черная металлургия*. – 1971. – № 9.
16. Сверденко, В.П. Изучение влияния низкочастотных колебаний на силовые параметры при вибрационной осадке / В.П. Сверденко, И.Г. Добровольский, В.Н. Булах // *Изв. ВУЗов. Черная металлургия*. – 1971. – № 7.
17. Thompson, F.C. *The Fundamentals of Wire Drawing* / F.C. Thompson // *The Iron Age*. – 1938. – No. 15.
18. Patent Germany, no. 930201. *The Wire Drawing*. – 1955.
19. Stancowic, H. *Static-Dynamic Forging* / H. Stancowic // *Metal Treatment and Drop Forging*. – 1958. – No. 159.
20. Solkowski, T. *Étude du tréfilage avec filiers oscillantes* / T. Solkowski, A. Vilain // *Metallurgit (Belg.)*. – 1968. – Vol. 8, no. 4.
21. Winsper, C.T. *The Superposition of Longitudinal Sonic Oscillations on the Wire Drawing Process* / C.T. Winsper, D.H. Sansome // *Proc. Inst. Mech. Engrs.* – 1968. – No. 25.
22. Клименко, В.М. Вибрационная обработка давлением / В.М. Клименко, В.Н. Шаповал. – Киев: Техника, 1977. – 128 с.
23. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
24. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – М.: Высшая школа, 1978. – 512 с.
25. Ландау, Л.Д. *Теоретическая физика. В 10 т. Т. 7: Теория упругости* / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
26. Кошляков, Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.И. Смирнов // М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
27. Рахманов, С.Р. Динамические процессы при прошивке трубной заготовки на прессе / С.Р. Рахманов, О.Г. Гоман // *Сталь*. – 2010. – № 6. – С. 73–78.
28. Рахманов, С.Р. Математическое моделирование процессов вибрационной прошивки трубной заготовки на прошивном прессе / С.Р. Рахманов // *Вибрация в технике и технологиях*. – 2010. – № 3. – С. 99–108.

Рахманов Сулейман Рахманович, канд. техн. наук, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов, Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск; npfvostokplus@gmail.com.

Поступила в редакцию 20 марта 2017 г.

DOI: 10.14529/met170210

MATHEMATICAL MODELLING OF THE PROCESSES OF VIBRATIONAL PIPE PRESSING

S.R. Rakhmanov, npfvostokplus@gmail.com

National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnepropetrovsk, Ukraine

The mathematical model of dynamics of process of pressing of an axial-symmetric pipe preparation on a parsing press of tube press installation is developed. For the accepted settlement scheme, dynamic model and process of pressing of pipe preparation analytical expressions of expansion of the borders corresponding to plastic and elastic zones in the deformation center are received. The analytical dependence characterizing the speed of distribution of the front of plastic deformation on speed of the pressed metal is received. Dynamic characteristics of emergence of the wave phenomena in the pressed metal in the conditions of influence from the tool are defined that significantly supplements earlier known ideas of the stress-strained condition of metal in the deformation center. Fields of deformations in zones of the disturbed area of the center of deformation taking into account influence of technological tools are established. By modeling of dynamic processes in the pressed metal features of realization of highly effective technology of the operated vibration pressing of pipes on a profile press of tube press installation are established. The choice of rational parameters (the amplitude-frequency characteristic) of the used active process of vibration pressing of pipe preparation has reached substantial increase of efficiency of process and quality of the pierced preparations.

Keywords: pipe; press; matrix; metal; needle; caliber; deformation center; stress; deformation; elasticity modulus; shear modulus; plastic area; plasticity conditions; elastic area; vibration; frequency; amplitude; period.

References

1. Perlin I.L. *Teoriya pressovaniya metallov* [Theory of Metal Pressing]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1964. 344 p.
2. Gulyaev G.I., Pritomanov A.E., Drobich O.P. *Pressovanie stal'nykh trub i profiley* [Pressing of Steel Pipes and Profiles]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1973. 192 p.
3. Medvedev M.I., Gulyaev Yu.G., Chukmasov S.A. *Sovershenstvovanie protsessa pressovaniya trub* [Improvement of Pipe Pressing Process]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1986. 151 p.
4. Kolikov A.P., Polukhin P.I., Krupin A.V. *Novye protsessy deformatsii metallov i splavov* [New Processes of Deformation of Metals and Alloys]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986. 351 p.
5. Danchenko V.N., Kolikov A.P., Romantsev B.A., Samusev S.V. *Tekhnologiya trubnogo proizvodstva* [Technology of Pipe Production]. Moscow, Intermet Engineering Publ., 2002. 640 p.
6. Boborykin Yu.A. [Some Issues of Metal Forming Using Vibration]. *Materialy seminar "Primenenie vibratsiy dlya intensivatsii protsessov shtampovki"* [Materials of the Seminar "Application of Vibration for Intensification of Stamping Processes"]. Moscow, MDNTP Publ., 1961. (in Russ.)
7. Ivanova V.S. Mechanism of Plastic Deformation in Cyclic Loading. *Metal Science and Heat Treatment*, 1960, vol. 2, no. 4, pp. 215–218. DOI: 10.1007/BF00681176

8. Bukhvalov G.B., Skryabin N.P., Volegov V.P. [Metal Forming Under Vibrational Loading]. *Doklady chetvertoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh spetsialistov* [Reports of the Fourth Scientific and Technical Conference of Young Professionals]. Moscow, VNIIMETMASH Publ., 1961.
9. Zalesskiy V.I., Volkov I.P. [Investigation of Deformation in Compression Under Vibrational Loading]. *Izvestiya VUZ. Chernaya metallurgiya*, 1965, no. 9. (in Russ.)
10. Zalesskiy V.I., Mendybaev O.S. [Vibrational Pressing Using a Hydro-Screw Vibrator]. *Izvestiya VUZ. Chernaya metallurgiya*, 1965, no. 11. (in Russ.)
11. Poturaev V.N., Mironyuk A.F. Nekotorye rezul'taty issledovaniya vibropressovaniya [Some Results of Investigation of Vibrational Pressing]. Moscow, 1966.
12. Steblyuk V.I., Tartakovskiy I.P. [Determination of Parameters of Vibrational Presses for Stamping Finish of Components]. *Tekhnologiya i avtomatizatsiya mashinostroeniya* [Technology and Automatization of Machine Building]. No. 3. Kiev, 1968. (in Russ.)
13. Zaytsev V.S., Pavlov I.M., Bukhanov S.F. [Geometrical Conditions of Vibrational Rolling]. *Izvestiya VUZ. Chernaya metallurgiya*, 1969, no. 5. (in Russ.)
14. Matveev I.B. [Choosing the Principal Scheme of a Vibrational Press]. *Kuznechno shtampovochnoe proizvodstvo*, 1973, no. 8. (in Russ.)
15. Nikolaev V.A. [Pressure and Moment in Band Rolling with Vibrational Loading]. *Izvestiya VUZ. Chernaya metallurgiya*, 1971, no. 9. (in Russ.)
16. Sverdenko V.P., Dobrovol'skiy I.G., Bulakh V.N. [Investigation of the Effect of Low-Frequency Oscillations on the Force Parameters in Vibrational Compression]. *Izvestiya VUZ. Chernaya metallurgiya*, 1971, no. 7. (in Russ.)
17. Thompson F.C. The Fundamentals of Wire Drawing. *The Iron Age*, 1938, no. 15.
18. *The Wire Drawing*. Patent Germany, no. 930201, 1955.
19. Stancowic H. Static-Dynamic Forging. *Metal Treatment and Drop Forging*, 1958, no. 159.
20. Solkowski T., Vilain A. Étude du tréfilage avec filiers osillantes. *Metallurist* (Belg.), 1968, vol. 8, no. 4.
21. Winsper C.T., Sansome D. H. The Superposition of Longitudinal Sonic Oscillations on the Wire Drawing Process. *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 1968, no. 25.
22. Klimenko V.M., Shapoval V.N. *Vibratsionnaya obrabotka davleniem* [Vibrational Metal Forming]. Kiev, Tekhnika Publ., 1977. 128 p.
23. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied Theory of Plasticity and Creep]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 400 p.
24. Bezukhov N.I. *Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti* [Fundamentals of the Theory of Elasticity, Plasticity and Creep]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978. 512 p.
25. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 7. Teoriya uprugosti* [Theoretical Physics. Vol. 7. Elasticity Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 248 p.
26. Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. I. *Uraveneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki* [Partial Derivative Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970. 712 p.
27. Rakhmanov S.R., Goman O.G. [Dynamic Processes in Press Piercing of a Pipe Billet]. *Stal'*, 2010, no. 6, pp. 73–78. (in Russ.)
28. Rakhmanov S.R. [Mathematical Modelling of Vibrational Piercing of a Tubular Billet with a Piercing Press]. *Vibratsiya v tekhnike i tekhnologiyakh*, 2010, no. 3, pp. 99–108. (in Russ.)

Received 20 March 2017

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Рахманов, С.Р. Математическое моделирование процессов вибрационного прессования труб / С.Р. Рахманов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2017. – Т. 17, № 2. – С. 77–90. DOI: 10.14529/met170210

FOR CITATION

Rakhmanov S.R. Mathematical Modelling of the Processes of Vibrational Pipe Pressing. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 2017, vol. 17, no. 2, pp. 77–90. (in Russ.) DOI: 10.14529/met170210