

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ ЗАГОТОВОК АБРАЗИВНОГО ИНСТРУМЕНТА НА КЕРАМИЧЕСКОЙ СВЯЗКЕ

А.А. Осинцев<sup>1</sup>, М.Н. Самодурова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ООО «Аванта», г. Челябинск,

<sup>2</sup> Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Для учета нагрузки на прессовое оборудование и оснастку необходимо знать усилия обработки, применяемые к заготовке. На основании лабораторных исследований изучены силовые прессования заготовок абразивных кругов на керамической связке. Полученная математическая модель может быть полезна при совершенствовании существующих и разработке новых технологий производства абразивного инструмента.

*Ключевые слова:* прессование; статистические методы; математическая модель.

## 1. Задание исходных данных

Исходя из того, что в технической литературе практически отсутствует математическое описание процесса прессования заготовок абразивного инструмента на керамической связке, был проведен эксперимент по прессованию моделей заготовок при условиях, аналогичных производственным. Размеры полученных заготовок: внешний диаметр 50 мм, высоты 10, 25 и 50 мм. Прессуемые смеси с зернистостями 16, 25 и 40 по ГОСТ 3647–80, твердостями СМ, С и СТ во всех возможных комбинациях, итого 27 комбинаций. Каждого размера и вида смеси заготовка прессовалась по три раза для получения более достоверных данных. Итого 81 прессовка. Результат со средними значениями представлен в табл. 1.

Обработка экспериментальных данных позволила создать статистическую модель, позволяющую прогнозировать получение основных технологических параметров.

В соответствии с методами планирования экспериментов [1–16] для построения модели задают переменные (факторы  $X$ ), влияющие на конечный результат  $Y$  (функция отклика).

В качестве искомого результата выбрано давление прессования  $P$  как обобщающая переменная, характеризующая весь процесс прессования в целом.

В качестве исходных факторов взяты зернистость, твердость и высота прессуемой заготовки, поскольку они напрямую влияют на давление прессования.

Фактор  $X_1$ , зернистость, принимается как он есть, с неравным интервалом варьирования.

Фактор  $X_2$ , твердость, для удобства оперирования представляется не в виде букв, а в виде дробей, исходя из табл. 2. Степени твердостей во внимание не принимаются. Общее количество принятых твердостей – 9.

Фактор  $X_3$ , высота прессовки, представляется в виде отношения высоты прессовки к ее диаметру  $h/d$  также с неравным интервалом варьирования.

Ни одно из представленных средних значений не является алгебраически средним, следовательно, возникает необходимость в разбивке поля эксперимента на участки, как на рис. 1.

Таких полей принимается три, поскольку в эксперименте прессовались заготовки трех высот. Таблица значений факторов приведена на примере табл. 3 с пошаговым поочередным изменением каждого фактора.

## 2. Реализация модели

Интервалы варьирования факторов и их значения в натуральном масштабе на основном, верхнем и нижнем уровнях указаны в табл. 4. В данной таблице рассматриваются следующие факторы:  $X_1 = 16, 25$ ;  $X_2 = \text{СМ}, \text{С}$ ;  $X_3 = 10 \text{ мм}, 25 \text{ мм}$ .

Кодированные значения факторов ( $x_i$ ) связаны с натуральными ( $X_i$ ) соотношениями:

$$x_i = (X_i - X_{0i})/\Delta X_i,$$

отсюда:

$$x_1 = (X_1 - 20,5)/4,5;$$

$$x_2 = (X_2 - 9/18)/(1/18);$$

$$x_3 = (X_3 - 0,35)/0,15.$$

**Таблица 1**

**Средние значения давления прессования**

№ эксперимента	Характеристика прессовки, зернистость, твердость, высота	Усилие прессования, т
1	16СМ10	3,20
2	16СМ25	3,82
3	16СМ50	5,17
4	25СМ10	4,75
5	25СМ25	3,06
6	25СМ50	3,58
7	40СМ10	4,44
8	40СМ25	3,20
9	40СМ50	3,04
10	16С10	4,75
11	16С25	4,46
12	16С50	5,19
13	25С10	4,65
14	25С25	4,34
15	25С50	6,47
16	40С10	2,27
17	40С25	1,96
18	40С50	2,48
19	16СТ10	4,44
20	16СТ25	7,13
21	16СТ50	7,14
22	25СТ10	6,82
23	25СТ25	5,79
24	25СТ50	6,20
25	40СТ10	6,16
26	40СТ25	4,81
27	40СТ50	4,86

**Таблица 2**

**Кодирование твердости**

1	ЧМ	1/9
2	ВМ	2/9
3	М	3/9
4	СМ	4/9
5	С	5/9
6	СТ	6/9
7	Т	7/9
8	ВТ	8/9
9	ЧТ	9/9

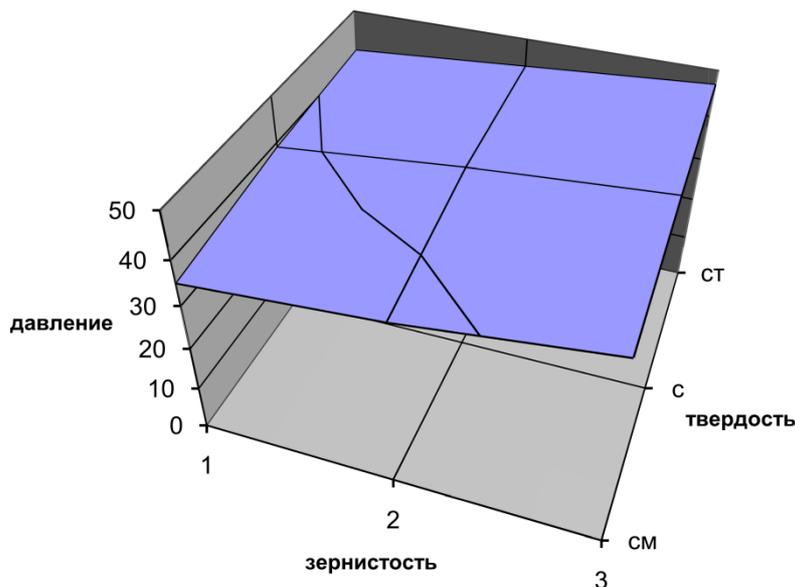


Рис. 1. Графическое отображение поля эксперимента

Таблица 3

## Значения факторов

$x_1$	16	25	40
	–	+	
$x_2$	см	с	ст
	–	+	
$x_3$	10	25	50
	–	+	

Таблица 4

## Интервалы варьирования факторов

Факторы	$X_1$ , зернистость	$X_2$ , отношение твердости	$X_3$ , отношение $h/d$
Основной уровень ( $X_{i,0}$ )	20,5	9/18	0,35
Интервал варьирования ( $\Delta X_i$ )	4,5	1/18	0,15
Верхний уровень ( $X_i = 1$ )	25	5/9	0,5
Нижний уровень ( $X_i = -1$ )	16	4/9	0,2

Также берутся во внимание парные взаимодействия факторов  $x_1x_2$ , поскольку модель не является линейной.

Математическая модель процесса представляется в виде:

$$Y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ij} x_i x_j,$$

где  $b_0$  и  $b_i$  – коэффициенты математической модели.

Для задания исходных данных составляется план факторного эксперимента в натуральном (табл. 5) и в кодовом масштабах (табл. 6).

В результате система уравнений:

$$1) b_0 - b_1 x_1 - b_2 x_2 - b_3 x_3 + b_4 x_1 x_2 = 3,20;$$

$$2) b_0 - b_1 x_1 - b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_1 x_2 = 3,82;$$

$$3) b_0 - b_1 x_1 + b_2 x_2 - b_3 x_3 - b_4 x_1 x_2 = 9,51;$$

$$4) b_0 - b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 - b_4 x_1 x_2 = 4,46;$$

$$5) b_0 + b_1 x_1 - b_2 x_2 - b_3 x_3 - b_4 x_1 x_2 = 4,75;$$

$$6) b_0 + b_1 x_1 - b_2 x_2 + b_3 x_3 - b_4 x_1 x_2 = 3,06;$$

$$7) b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 - b_3 x_3 + b_4 x_1 x_2 = 4,65;$$

$$8) b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_1 x_2 = 4,34.$$

Для определения коэффициентов используется зависимость

$$b_0 = (\sum x_0 Y_i) / n; \quad b_i = (\sum x_i x_j Y_i) / n.$$

Таблица 5

План эксперимента в натуральном масштабе

Номер опыта	Натуральный масштаб				Функция отклика, P, т
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$Y$
1		16	4/9	0,2	3,20
2		16	4/9	0,5	3,82
3		16	5/9	0,2	4,75
4		16	5/9	0,5	4,46
5		25	4/9	0,2	4,75
6		25	4/9	0,5	3,06
7		25	5/9	0,2	4,65
8		25	5/9	0,5	4,34

Таблица 6

План эксперимента в кодовом масштабе

Номер опыта	Кодовый масштаб					Функция отклика, P, т
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$Y$
1	+	-	-	-	+	3,20
2	+	-	-	+	+	3,82
3	+	-	+	-	-	4,75
4	+	-	+	+	-	4,46
5	+	+	-	-	-	4,75
6	+	+	-	+	-	3,06
7	+	+	+	-	+	4,65
8	+	+	+	+	+	4,34

Таким образом, после реализации факторного эксперимента получены коэффициенты регрессии

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1x_2$$

и тогда уравнение регрессии принимает вид

$$Y = 4,13 - 0,07x_1 + 0,42x_2 - 0,21x_3 - 0,13x_1x_2$$

и уравнение для расчета усилия, записанное с действительными коэффициентами,

$$P = 1,35X_1 + 78,58X_2 - 5,33h/d - 2,94X_1X_2 - 30,33.$$

Таблица погрешности приведена ниже (табл. 7).

Средний процент погрешности составляет 8,5 %.

Аналогично вышеприведенному выводу получены уравнения для остальных интервалов модели.

Факторы:  $X_1 = 16, 25$ ;  $X_2 = \text{СМ}, \text{С}$ ;  $X_3 = 25 \text{ мм}, 50 \text{ мм}$ .

$$Y = 4,51 - 0,15x_1 + 0,60x_2 + 0,59x_3 + 0,44x_1x_2,$$

$$P = 16,45 - 0,91X_1 - 25,28X_2 + 3,93h/d + 1,76X_1X_2.$$

Средний процент погрешности составляет 6,5 %.

Факторы:  $X_1 = 25, 40$ ;  $X_2 = \text{СМ}, \text{С}$ ;  $X_3 = 10\text{мм}, 25\text{мм}$ .

$$Y = 3,58 - 0,62x_1 - 0,28x_2 - 0,44x_3 - 0,57x_1x_2,$$

$$P = X_1 + 41,70X_2 - 2,93h/d - 2,28X_1X_2 - 13,42.$$

Средний процент погрешности составляет 9,0 %.

Факторы:  $X_1 = 25, 40$ ;  $X_2 = \text{СМ}, \text{С}$ ;  $X_3 = 25 \text{ мм}, 50 \text{ мм}$ .

$$Y = 3,52 - 0,84x_1 + 0,29x_2 + 0,37x_3 - 0,75x_1x_2,$$

$$P = 1,31X_1 + 66,72X_2 - 2,47h/d - 3X_1X_2 - 26,87.$$

Средний процент погрешности составляет 9,2 %.

Факторы:  $X_1 = 16, 25$ ;  $X_2 = \text{С}, \text{СТ}$ ;  $X_3 = 10 \text{ мм}, 25 \text{ мм}$ .

Таблица 7

Таблица погрешности давления

	Давление по эксперименту, тн	Расчетное давление, тн	Процент погрешности
1	3,20	3,72	14,0
2	3,82	3,30	15,8
3	4,78	4,82	1,5
4	4,46	4,40	1,4
5	4,75	4,12	15,3
6	3,06	3,70	17,3
7	4,65	4,70	1,1
8	4,34	4,28	1,4

$$Y = 5,17 - 0,02x_1 + 0,87x_2 + 0,01x_3 + 0,28x_1x_2,$$

$$P = 8,89 - 0,564X_1 - 7,30X_2 - 0,07h/d + 1,12X_1X_2.$$

Средний процент погрешности составляет 12,9 %.

Факторы:  $X_1 = 16, 25$ ;  $X_2 = C, CT$ ;  $X_3 = 25 \text{ мм}, 50 \text{ мм}$ .

$$Y = 5,84 - 0,14x_1 + 0,73x_2 + 0,41x_3 - 0,43x_1x_2,$$

$$P = 0,83X_1 + 48,40X_2 + 2,73h/d - 1,72X_1X_2 - 18,68.$$

Средний процент погрешности составляет 5,5 %.

Факторы:  $X_1 = 25, 40$ ;  $X_2 = C, CT$ ;  $X_3 = 10 \text{ мм}, 25 \text{ мм}$ .

$$Y = 4,60 - 0,80x_1 + 1,30x_2 - 0,38x_3 + 0,39x_1x_2,$$

$$P = 46,22 - 0,96X_1 - 8,58X_2 - 2,53h/d + 1,56X_1X_2.$$

Средний процент погрешности составляет 5,9 %.

Факторы:  $X_1 = 25, 40$ ;  $X_2 = C, CT$ ;  $X_3 = 25 \text{ мм}, 50 \text{ мм}$ .

$$Y = 4,61 - 1,09x_1 + 0,80x_2 + 0,39x_3 + 0,51x_1x_2,$$

$$P = 22,38 - 1,26X_1 - 27,42X_2 + 2,60h/d + 2,04X_1X_2.$$

Средний процент погрешности составляет 7,0 %.

Средний процент погрешности по модели в целом составляет 8,1 %, что позволяет сказать, что полученные уравнения регрессии с достаточной точностью описывают процесс прессования.

### 3. Анализ полученных результатов

Относительная средняя степень влияния факторов на давление прессования изображена на рис. 2.

Из анализа представленной диаграммы видно, что наибольшее влияние на величину давления прессования оказывает планируемая твердость заготовки, затем зернистость основного материала, затем их совокупный фактор, а только потом высота прессуемой заготовки.

Зная, как рассчитывается материальный состав заготовки, можно сказать, что это соответствует действительности, поскольку для получения каждой последующей степени твердости инструмента добавляется по два

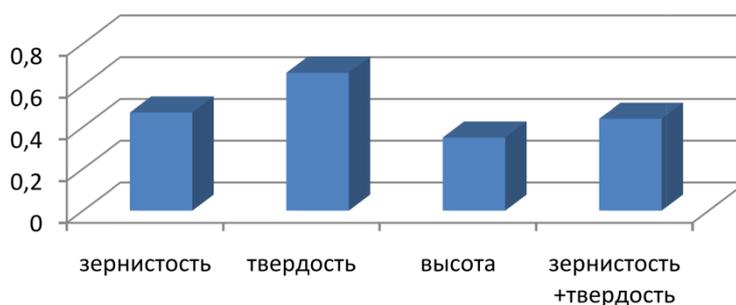


Рис. 2. Относительная степень влияния факторов на давление прессования  $P$ , средние значения по модели по всем интервалам

процента связки, которая работает как снижающий трение материал.

Зернистость также имеет большое значение, поскольку с уменьшением размера зерна увеличивается количество режущих граней в объеме инструмента, что увеличивает давление прессования, которое необходимо приложить для преодоления сил трения всех частиц.

Высота прессовки в сравнении с твердостью и зернистостью оказывает на давление прессования меньшее влияние. Это объясняется тем, что с увеличением высоты увеличивается площадь контактного трения на стенках инструмента и межчастичное трение в заготовке.

### Выводы

На основании данных экспериментальных исследований процесса прессования построена математическая модель, позволяющая определить усилие прессования абразивного инструмента на керамической связке. Анализ результата показывает, что расхождение данных эксперимента и расчетной колеблется от 5,5 до 12,9 %, и в среднем составляют 8,1 %. Установлено, что на величину давления прессования оказывают наибольшее влияние твердость получаемой заготовки и зернистость, и только затем высота самой заготовки.

### Литература

1. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
2. Блохин, А.В. Теория эксперимента / А.В. Блохин. – Минск: БГУ, 2002. – Ч. 1. – 70 с.
3. Блохин, А.В. Теория эксперимента / А.В. Блохин. – Минск: БГУ, 2003. – Ч. 2. – 67 с.
4. Сидняев, Н.И. Введение в теорию планирования эксперимента / Н.И. Сидняев, Н.Т. Вилисова. – М.: Изд-во МГТУ, 2011. – 464 с.
5. Маслов, В.Е. Экспериментальное исследование процессов обработки металлов давлением / В.Е. Маслов, В.Н. Шаповал. – Киев:

Голов. изд-во издат. объединения «Вища школа», 1983. – 232 с.

6. Блохин, А.В. Теория эксперимента [Электронный ресурс]: курс лекций в двух частях: ч. 1 / А.В. Блохин. – Электрон. текст. дан. (1,1 Мб). – Минск: Науч.-метод. центр «Электронная книга БГУ», 2003. – 70 с.

7. Блохин, А.В. Теория эксперимента [Электронный ресурс]: курс лекций в двух частях: ч. 2 / А.В. Блохин. – Электрон. текст. дан. (1,0 Мб). – Минск: Науч.-метод. центр «Электронная книга БГУ», 2003. – 67 с.

8. Горский, В.Г. Планирование промышленных экспериментов / В.Г. Горский, Ю.П. Адлер, А.М. Талалай. – М.: Металлургия, 1978. – 112 с.

9. Налимов, В.В. Теория эксперимента / В.В. Налимов. – М.: Наука, 1971. – 208 с.

10. Алалами, Р. Определение значимости факторов и их взаимодействия в многофакторном эксперименте / Р. Алалами, С.С. Тюрбунов // Электрон. науч.-образоват. журн. «Горизонты образования». – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2005.

11. Вольф, В.Г. Статическая обработка опытных данных / В.Г. Вольф. – М.: Колос, 1966. – 253 с.

12. Спиринов, Н.А. Методы планирования и обработки инженерного эксперимента: конспект лекций / Н.А. Спиринов, В.В. Лавров; под общ. ред. Н.А. Спиринова. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004. – 257 с.

13. Шевченко, К.И. Основы математических методов в теории обработки металлов давлением / К.И. Шевченко. – М.: Высшая школа, 1970. – 351 с.

14. Джонсон, Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М.: Мир, 1981. – 520 с.

15. Красовский, Г.И. Планирование эксперимента / Г.И. Красовский, Г.Ф. Филаретов. – Минск: Изд-во БГУ, 1982. – 302 с.

16. Эжк, Е.В. Математическое моделирование процессов выдавливания: учеб. пособие / Е.В. Эжк. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 1999.

**Осинцев Александр Александрович**, соискатель, главный инженер, ООО «Аванта», г. Челябинск; al\_o\_77@mail.ru.

**Самодурова Марина Николаевна**, канд. техн. наук, руководитель центра специальной металлургии, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; sm@susu.ac.ru.

Поступила в редакцию 20 апреля 2017 г.

## MATHEMATICAL DESCRIPTION OF PRESSING PROCESS OF WORKPIECES OF ABRASIVE TOOLS ON CERAMIC BOND

A.A. Osintsev<sup>1</sup>, *al\_o\_77@mail.ru*,  
M.N. Samodurova<sup>2</sup>, *sm@susu.ac.ru*

<sup>1</sup> JSC "Avanta", Chelyabinsk, Russian Federation,

<sup>2</sup> South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

To account for the load on pressing equipment and tooling it is necessary to know the efforts of the processing to be applied to the workpiece. On the basis of laboratory research the force of pressing of blanks of abrasive wheels on ceramic bond was studied. The obtained mathematical model can be useful for the improvement of existing and development of new technologies of production of abrasive tools.

*Keywords: pressing; statistical methods; mathematical model.*

### References

1. Adler Yu.P., Markova E.V., Granovskiy Yu.V. *Planirovanie eksperimenta pri poiske optimal'nykh usloviy* [Planning of Experiment When Searching Optimal Conditions]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 279 p.
2. Blokhin A.V. *Teoriya eksperimenta* [The Theory of the Experiment]. Part 1. Minsk, BGU Publ., 2002. 70 p.
3. Blokhin A.V. *Teoriya eksperimenta* [The theory of the experiment]. Part 2. Minsk, BGU Publ., 2003. 67 p.
4. Sidnyaev N.I., Vilisova N.T. *Vvedenie v teoriyu planirovaniya eksperimenta* [Introduction to the Theory of Planning of Experiment]. Moscow, MGTU Publ., 2011. 464 p.
5. Maslov V.E., Shapoval V.N. *Eksperimental'noe issledovanie protsessov obrabotki metallov davleniem* [Experimental Study of Processes of Metal Forming Processes]. Kiev, Vyshcha shkola Publ., 1983. 232 p.
6. Blokhin A.V. *Teoriya eksperimenta* [The Theory of the Experiment] (Electronic resource). Part 1. Minsk, Elektronnaya kniga BGU Publ., 2003. 70 p.
7. Blokhin A.V. *Teoriya eksperimenta* [The Theory of the Experiment] (Electronic resource). Part 2. Minsk, Elektronnaya kniga BGU Publ., 2003. 67 p.
8. Gorskiy V.G., Adler Yu.P., Talalay A.M. *Planirovanie promyshlennykh eksperimentov* [Planning of Industrial Experiments]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1978. 112 p.
9. Nalimov V.V. *Teoriya eksperimenta* [The Theory of the Experiment]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 208 p.
10. Alalami R., Torbunov S.S. [Determination of Significance of Factors and Their Interactions in a Multifactor Experiment]. *Elektronnyy nauchno-obrazovatel'nyy zhurnal "Gorizonty obrazovaniya"* (Barnaul), 2005. (in Russ.)
11. Vol'f V.G. *Statische obrabotka opytnykh dannykh* [Static Processing of Experimental Data]. Moscow, Kolos Publ., 1966. 253 p.
12. Spirin N.A., Lavrov V.V. *Metody planirovaniya i obrabotki inzhenerenogo eksperimenta* [Methods of Planning and Processing Engineering Experiment]. Spirin N.A. (Ed.). Ekaterinburg, UGTU–UPI Publ., 2004. 257 p.
13. Shevchenko K.I. *Osnovy matematicheskikh metodov v teorii obrabotki metallov davleniem* [Foundations of Mathematical Methods in the Theory of Metal Forming]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970. 351 p.
14. Johnson N.L., Leone F.C. *Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences*. New York, John Wiley and Sons, 1977.

15. Krasovskiy G.I., Filaretov G.F. *Planirovanie eksperimenta* [Experiment Planning]. Minsk, BGU Publ., 1982. 302 p.

16. Ekk E.V. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov vydavlivaniya* [Mathematical Modeling of the Processes of Extruding]. Chelyabinsk, SUSU Publ., 1999.

*Received 20 April 2017*

---

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Осинцев, А.А. Математическое описание процесса прессования заготовок абразивного инструмента на керамической связке / А.А. Осинцев, М.Н. Самодурова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2017. – Т. 17, № 2. – С. 119–126. DOI: 10.14529/met170214

### FOR CITATION

Osintsev A.A., Samodurova M.N. Mathematical Description of Pressing Process of Workpieces of Abrasive Tools on Ceramic Bond. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 2017, vol. 17, no. 2, pp. 119–126. (in Russ.) DOI: 10.14529/met170214

---