УДК 621.731.4

DOI: 10.14529/met180413

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ГРАФИТА

М.Н. Самодурова¹, Н.Н. Огарков², С.И. Платов²

¹ Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия, ² Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова,

г. Магнитогорск, Россия

Для процесса высокоэнергетического прессования графитопластовой композиции и определения давления рассмотрено взаимодействие частиц смеси между собой, а также их влияние на процесс уплотнения.

Выявлены закономерности и построены эпюры кантатного взаимодействия, определены величины внешнего усилия, действующего по всей контактной поверхности.

Рассмотрены изменения удельных усилий, действующих на поверхностях контакта между твердой и мягкой составляющими композиции в процессе прессования.

Проанализированы известные методы оценки давления при прессовании, выявлены их недостатки для предлагаемой композиции «графит + смола». Выстроена методика моделирования процесса прессования согласно реологическим особенностям материала композиции.

Определены методы решения задачи по заполнению мягкой составляющей пространства между твердыми компонентами смеси. Заданы схемы возможного уплотнения частиц смеси и выведены уравнения, позволяющие определить необходимое давление для графитопластовой композиции с разной компоновкой.

Представлена схема формирования контактной поверхности при внедрении твердой в мягкую составляющую композиции. Выявлены основные факторы и установлены коэффициенты, влияющие на процесс уплотнения.

Смоделирован процесс прессования графитопластовой композиции с использованием методов теории пластичности. Для решения объемной задачи применен метод суперпозиции процессов в двух взаимноперпендикулярных плоскостях. Процесс прессования графитопластовой композиции условно разделен на два этапа. Определены допущения, которые заключаются в аппроксимации реальной формы контактирующих поверхностей упрощенными геометрическими формами: шаровой, цилиндрической, гиперболической, гиперболоидом вращения, параболической, эллиптической и др.

Получены математические зависимости для определения давления, реализуемого при внедрении твердой составляющей в мягкую и при заполнении пространства между твердыми составляющими мягкой. Дана оценка энергоемкости высокоэнергетического процесса прессования графитопластовой композиции.

Ключевые слова: графитопластовая композиция, усилие прессования, энергия прессования, моделирование.

Описание процесса высокоэнергетического прессования графитопластовой композиции [1, 2] требует знания деформирующего усилия, которое определяется взаимодействием фрагментов этой композиции. В настоящей работе рассматривается изменение удельных усилий, действующих на поверхностях контакта между твердой и мягкой составляющими композиции в процессе прессования.

Процесс прессования условно разделен на две стадии. На первой стадии происходит сближение твердых компонентов композиции путем внедрения твердых составляющих в мягкую компоненту и заполнения пространства между ними. На второй стадии твердые

компоненты входят в контакт между собой, упруго деформируются с формированием контактных площадок. Уплотнение структуры композиции реализуется за счет заполнения пространства, примыкающего к контактным площадкам.

Допускаем, что на контакте между фрагментами графитопластовой композиции распределение контактных давлений между фрагментами графитопластовой композиции соответствует эпюре, приведенной на рис. 1.

Определение величины внешнего усилия $P_{\rm e}$, действующего по всей контактной поверхности единичного фрагмента композиции, сводится к интегрированию функции распределения контактного давления $P_{\rm k}$ по поверхности контакта площадью A, т. е.

$$P_{\rm e} = \iint_{A} P_{\rm \kappa} dA. \tag{1}$$

Следует отметить, что уравнение (1) остается в силе и в том случае, если внешнее усилие передается через недеформируемые компоненты композиции.

Решение интеграла (1) не вызывает затруднений, если известна функция P_{κ} от координат точек, расположенных на площади проекции A, или если выразить эти координаты через координаты, в которых записана функция напряжений P_{κ} .

В тех случаях, когда *P*_к является функцией только одной координаты, возможна замена двойного интеграла одинарным. Упрощения решений также достигается путем аппроксимации реальной формы контактирующих поверхностей упрощенными геометрическими формами: шаровой, цилиндрической, гиперболической, гиперболоидом вращения, параболической, эллиптической и др.

Рассмотрим решение интеграла (1) применительно к аппроксимированной форме твердого фрагмента композиции в виде шара.

Распределение нормальных давлений на поверхности шаровидного контакта при отсутствии трения примем в соответствии с формулой А.Д. Томленова [3]:

$$P_{\kappa} = \sigma_{S} \left(1 + \frac{\pi}{2} - \alpha \right), \tag{2}$$

где α – угол между нормалью к контактной поверхности в рассматриваемой точке и направлением приложения внешнего усилия;

σ_S – предел текучести мягкой составляющей композиции.

Учитывая, что контактное давление описывается функцией только от угла α , и выражая угол α через радиус шаровой поверхности *R* и расстояние от точки, в которой рассматривается контактное давление до оси шаровой контактной поверхности ρ , измеряемое в плоскости, перпендикулярной к направлению приложения внешнего усилия (рис. 2), запишем интеграл (1) в виде

$$P_{\rm e} = \iint_{A} \sigma_{S} \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right) \rho d\rho d\gamma.$$
 (3)



Рис. 1. Эпюра контактных давлений на поверхности твердой составляющей графитопластовой композиции

Самодурова М.Н., Огарков Н.Н., Платов С.И.



Рис. 2. Схема формирования контактной поверхности при внедрении твердой в мягкую составляющую композиции

Вычисляя интеграл (3) в пределах от $\gamma = 0$ до $\gamma = 2\pi$ и по радиусу от $\rho = 0$ до $\rho = r$ (см. рис. 2), запишем окончательно

$$P_{\rm e} = \pi r^2 \sigma_S \times \left[1 + \frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{R^2}{2r^2} \right) \arccos \frac{r}{R} - \frac{R}{2r} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{1/2} \right].$$
(4)

Максимальное усилие, развиваемое шаровидной твердой компонентой при внедрении в мягкую компоненту на величину половины своего размера, т. е. на величину осевого радиуса (r = R) будет равно

$$P_{\rm e} = \pi R^2 \sigma_S \left(1 + \frac{\pi}{4} \right). \tag{5}$$

Относя усилие $P_{\rm e}$ к площади проекции контакта на плотность, перпендикулярную направлению приложения внешней нагрузки, определяем удельное усилие прессования:

$$P_{\rm y} = \sigma_S \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) \approx 1,785 \sigma_S \,. \tag{6}$$

Описанный метод оценки давления при прессовании учитывает только сопротивление внедрения твердых компонентов в мягкие, но не учитывает сопротивления заполнению мягкой составляющей пространства между твердыми составляющими.

Используя условие несжимаемости компонентов среды, задачу по заполнению мягкой составляющей пространства между твердыми решаем методом суперпозиции двух плоских процессов, протекающих во взаимноперпендикулярных плоскостях.

Для определения давления затекания мягкой составляющей в сужающиеся зазоры ме-

Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2018. Т. 18, № 4. С. 121–127 жду твердыми составляющими, воспользуемся зависимостью И. Бочарова [4]:

$$p = \frac{4\sigma_S}{\sqrt{3\pi}} \left[3a \ln\left(\frac{1}{1 - \frac{y_i}{\Delta}}\right) + \frac{bS}{h} + c \right], \tag{7}$$

где

$$a = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \operatorname{arcsin}\left(\frac{S}{l}\right) + \left[1 - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \left(\frac{S}{l}\right)^2}\right]\left(\frac{S}{l}\right);$$

$$b = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arcsin}\left(\frac{S}{l}\right) + \left[\frac{2}{3}\left(\frac{S}{l}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{S}{l}\right)\right]\sqrt{1 - \left(\frac{S}{l}\right)^2};$$

$$c = \pi - 2 \operatorname{arcsin}\left(\frac{S}{l}\right) - 2\left(\frac{S}{l}\right)\sqrt{1 - \left(\frac{S}{l}\right)^2};$$

S — максимальный размер единичного очага деформации (по оси x);

l – расстояние между центрами смежных очагов деформаций по оси *x*;

h – протяженность очага деформации по оси *у*.

В процессе прессования возможно возникновение двух схем плотной упаковки: с расположением центров твердых составляющих в трех взаимноперпендикулярных плоскостях и со смещением их центров на величину радиуса их размера (рис. 3).

Для первой схемы имеем: S = R; l = 2R; $\Delta = R$; h = 2R. Подстановкой этих значений в уравнения (7) получаем: a = 0,8066; b = 2,094 и c = 1,228.

Вторая схема характеризуется следующими параметрами S, l, Δ и h: S = R/2; l = R; h = 1,73R; Δ = 0,866R. Таким параметрам соответствуют: a = 0,8066; b = 2,094; c = 1,228.



Рис. 3. Схемы плотной упаковки твердых составляющих композиции

Давления, необходимые для заполнения мягкой составляющей пространства между твердыми компонентами композиции соответственно для первой и второй схем компоновки твердых составляющих, равны:

$$p_{1} = \frac{4\sigma_{S}}{\sqrt{3\pi}} \left[2,42 \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{y_{i}}{\Delta}} \right) + 2,27 \right];$$

$$p_{2} = \frac{4\sigma_{S}}{\sqrt{3\pi}} \left[2,42 \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{y_{i}}{\Delta}} \right) + 1,83 \right].$$
(8)

Поскольку в процессе прессования все твердые компоненты входят в контакт между собой, то под действием сжимающего усилия смоделированные сферической формой твердые компоненты формируют площадки контакта в форме круга радиусом δ, который в соответствии с контактной задачей Герца для одинаковых размеров твердых частиц композиции определяется формулой [5]

$$\delta = 0,88\sqrt[3]{\frac{P_{iR}}{E}},\tag{9}$$

где *R* – радиус контактирующих сферических тел;

E – модуль упругости материала контактирующих тел;

P_i – нагрузка, сжимающая сферические тела.

При прессовании композиции максимально возможную сжимающую нагрузку выразим через твердость и размер контактной площадки:

$$P_i = \text{HB} \cdot \pi \delta^2, \tag{10}$$

где HB – твердость материала твердой компоненты.

Подстановкой значения P_i в уравнение (9) и преобразованием его относительно параметра δ получаем

$$\delta = \frac{0,681\pi \text{HB}R}{E}.$$
 (11)

С учетом контактной деформации твердых составляющих максимальное значение параметра *y_i* в формулах (8) составляет

$$y_i = \left(1 - \frac{0,681\pi \text{HB}}{E}\right)R.$$
 (12)

Давление по первой и второй схемам

Математическое моделирование высокоскоростных процессов обработки давлением композиционных материалов...

плотной упаковки твердых компонентов с учетом (12) равно:

$$p_{1} = \frac{4\sigma_{S}}{\sqrt{3\pi}} \left[2,42 \ln\left(\frac{0,467E}{\text{HB}}\right) + 2,27 \right];$$

$$p_{2} = \frac{4\sigma_{S}}{\sqrt{3\pi}} \left[2,42 \ln\left(\frac{0,404E}{\text{HB}}\right) + 1,83 \right].$$
(13)

Поскольку в реальных условиях прессования графитопластовой композиции расположение твердых составляющих возможно по разным схемам и с формой отличной от сферической, то расчет рекомендуется выполнять по усредненным значениям давлений и с учетом поправочных коэффициентов:

$$p = 1,47\sigma_{S} \left[2,42 \ln \left(\frac{0,435E}{\text{HB}} \right) + 2,05 \right] \times$$
$$\times K_{\Phi} \cdot K_{T} \cdot K_{\text{III}}, \qquad (14)$$

где K_{Φ} – коэффициент, учитывающий отличие реальной формы твердой составляющей от сферической;

$$K_{\rm T}$$
 – коэффициент, учитывающий влияние изменения температуры в процессе прессования на величину предела текучести мягкой составляющей композиции;

*K*_Ш – коэффициент, учитывающий заполнение мягкой составляющей шероховатого слоя твердой компоненты [6, 7].

Энергия формовочной машины затрачивается на диссипацию энергии в очаге деформации композиции:

$$\Im = \int_{0}^{L} p \cdot F \cdot dL , \qquad (15)$$

где *p* – давление, необходимое для заполнения мягкой составляющей пространства между твердыми компонентами;

F – площадь прессования композиции в плоскости, перпендикулярной приложению внешней нагрузки;

L – путь, проходимый бойком, от начала до конца прессования.

Если допустить прямопропорциональную зависимость между усилием прессования и перемещением пуансона, то диссипация энергии определится среднеинтегральным значением:

$$\Im = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3\pi}} \left[2,42 \ln\left(\frac{0,435E}{\text{HB}}\right) + 2,05 \right] \times L_0 \cdot F \cdot K_{\Phi} \cdot K_{\text{T}} \cdot K_{\text{III}}.$$
(16)

Выводы

Смоделирован процесс прессования графитопластовой композиции с использованием методов теории пластичности. Для решения объемной задачи применен метод суперпозиции процессов в двух взаимноперпендикулярных плоскостях. Процесс прессования графитопластовой композиции условно разделен на два этапа. На первом этапе реализуется процесс внедрения твердых компонентов в мягкую и заполнение пространства между твердыми компонентами мягкой. На втором этапе формируются площадки контакта между твердыми составляющими с заполнением пространства между ними мягкой составляющей. Получены математические зависимости для определения давления, реализуемого при внедрении твердой составляющей в мягкую и при заполнении пространства между твердыми составляющими мягкой. Дана оценка энергоемкости высокоэнергетического процесса прессования графитопластовой композиции.

Статья выполнена при поддержке Правительства РФ (Постановление № 211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.А03.21.0011.

Литература

1. High-energy forming of monolithic and powder materials by pressure / M.N. Samoduro-va, L.A. Barkov, V.A. Ivanov, B.A. Yarov // Metallurgist, 2013. – Vol. 57, iss. 3–4. – P. 333–341.

2. High-speed stamping of powder workpieces for objects of high density and strength / L.A. Barkov, E.V. Ekk, M.N. Samodurova, V.A. Ivanov // Metallurgist. – 2015. – Vol. 58, iss. 9–10. – P. 930–936.

3. Томленов, А.Д. Теория пластического деформирования металлов / А.Д. Томленов. – М.: Металлургия, 1972. – 408 с.

4. Bocharov, Y. The Mechanics of the Coining Process / Y. Bocharov, S. Kobayashi, E.G. Thomsen // ASME J. Eng. Ind. – 1962. – Vol. 84. – P. 491–501.

5. Демидов, С.П. Теория упругости / С.П. Демидов. – М.: Высшая школа, 1979. – 432 с.

6. Маслоемкость контактных поверхностей в процессах обработки металлов давлением / Н.Н. Огарков, С.И. Платов, Е.С. Шеметова и др. // Металлург. – 2017. – № 1. – С. 79–82.

Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». 2018. Т. 18, № 4. С. 121–127

7. Огарков, Н.Н. Математическое описание распределения материала, в шероховатом слое контактных поверхностей деформирующего инструмента / Н.Н. Огарков. – М. – 8 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 2550-В.94.

Самодурова Марина Николаевна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры процессов и машин обработки металлов давлением, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; mar-samodur@yandex.ru, samodurovamn@susu.ru.

Огарков Николай Николаевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой технологии машиностроения, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, г. Магнитогорск; ogarkovnikolai@mail.ru.

Платов Сергей Иосифович, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой машин и технологий обработки давлением, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», г. Магнитогорск; psipsi@mail.ru.

Поступила в редакцию 13 октября 2018 г.

DOI: 10.14529/met180413

MATHEMATICAL MODELING OF HIGH-ENERGY PRESSING PROCESS OF GRAPHITE-PLASTIC COMPOSITION

*M.N. Samodurova*¹, mar-samodur@yandex.ru, samodurovamn@susu.ru, *N.N. Ogarkov*², ogarkovnikolai@mail.ru, *S.I. Platov*², psipsi@mail.ru ¹ South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation.

² Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russian Federation

For the process of high-energy pressing of the graphite-plastic composition and determination of pressure, the interaction of the particles of the mixture with each other, as well as their influence on the compaction process is considered.

Regularities are revealed and epyuri of cantata interaction are plotted and the magnitude of external force acting across the entire contact surface is determined.

The changes in the specific forces acting on the contact surfaces between the hard and soft components of the composition during the pressing process are considered.

The known methods of pressure estimation during pressing are analyzed, their disadvantages for the proposed composition "graphite + resin" are revealed. A method of modeling the process of pressing is built, according to the rheological characteristics of the material of the composition.

The methods for solving the problem of filling the soft component of the space between the solid components of the mixture are determined. Schemes of possible compaction of the mixture particles are given and equations are derived that allow one to determine the required pressure for a graphitoplast composition with different configurations.

A diagram of the formation of a contact surface when introducing a solid into the soft component of the composition is presented. The main factors are identified and the coefficients affecting the compaction process are established.

The process of pressing a graphitoplast composition was simulated using the methods of the theory of plasticity. To solve a three-dimensional problem, a method of superposition of processes in two mutually perpendicular planes is applied. The process of pressing a graphitoplast composition is conventionally divided into two stages. The assumptions that lie in the approximation of the real shape of the contacting surfaces by simplified geometric forms: ball, cylindrical, hyperbolic, hyperboloid of rotation, parabolic, elliptic, etc. are determined.

Mathematical dependences are obtained to determine the pressure that is realized when a solid component is introduced into the soft component and when the space between the solid components is soft. An assessment of the energy intensity of the high-energy process of pressing the graphite-plastic composition is given.

Keywords: graphite-plastic composition, the pressing force, energy of pressing, modelling.

References

1. Samodurova M.N., Barkov L.A., Ivanov V.A., Yarov B.A. High-Energy Forming of Monolithic and Powder Materials by Pressure. *Metallurgist*, 2013, vol. 57, iss. 3–4, pp. 333–341. DOI: 10.1007/s11015-013-9734-9.

2. Barkov L.A., Ekk E.V., Samodurova M.N., Ivanov V.A. High-Speed Stamping of Powder Workpieces for Objects of High Density and Strength. *Metallurgist*, 2015, vol. 58, iss. 9–10, pp. 930–936. DOI: 10.1007/s11015-015-0020-x.

3. Tomlenov A.D. *Teoriya plasticheskogo deformirovaniya metallov* [Theory of Plastic Deformation of Metals]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1972. 408 p.

4. Bocharov Y., Kobayashi S. and Thomsen E.G. The Mechanics of the Coining Process. *ASME J. Eng. Ind.*, 1962, no. 84, pp. 491–501. DOI: 10.1115/1.3667551

5. Demidov S.P. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1979, 432 p.

6. Ogarkov N.N., Platov S.I., Shemetova E.S., Samodurova M.N., Terent'ev D.V., Nekit V.A. Oil Absorption Capacity of the Contact Surfaces in Metal-Forming Processes. *Metallurgist*, 2017, vol. 61, iss. 1–2, pp. 58–62. DOI: 10.1007/s11015-017-0454-4

7. Ogarkov N.N. *Matematicheskoye opisaniye raspredeleniya materiala, v sherokhovatom sloye kontaktnykh poverkhnostey deformiruyushchego instrumenta* [Mathematical Description of the Distribution of the Material in the Rough Layer of the Contact Surfaces of the Deforming Tool]. Moscow, Dep. VINITI Publ., no. 2550-B.94. 8 p.

Received 13 October 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Самодурова, М.Н. Математическое моделирование высокоскоростных процессов обработки давлением композиционных материалов на основе графита / М.Н. Самодурова, Н.Н. Огарков, С.И. Платов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2018. – Т. 18, № 4. – С. 121–127. DOI: 10.14529/met180413

FOR CITATION

Samodurova M.N., Ogarkov N.N., Platov S.I. Mathematical Modeling of High-Energy Pressing Process of Graphite-Plastic Composition. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 121–127. (in Russ.) DOI: 10.14529/met180413