УДК 519.833

ОБ ОДНОМ ГАРАНТИРОВАННОМ РАВНОВЕСИИ В МОДЕЛИ БЕРТРАНА ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А.А. Мансурова, И.С. Стабулит, С.А. Шунайлова

В работе рассматривается дуополия Бертрана на рынке дифференцированного товара с учетом возможного появления импорта. Цена, назначаемая импортером представляет собой нестохастическую неопределенность. Модель дуополии формализуется как бескоалиционная игра двух лиц при неопределенности. Выбирая свои стратегии, игроки стремятся увеличить свой выигрыш, одновременно с этим они вынуждены ориентироваться на возможность реализации любого, заранее не предсказуемого, значения неопределенности. В качестве решения игры используется понятие сильно гарантированного равновесия, построение которого основано на понятии аналога векторного максимина и состоит из двух этапов. На первом этапе (аналог внутреннего минимума в максимине) для каждого игрока конструируется непрерывная функция, сопоставляющая каждой стратегии игрока «самую плохую» для него неопределенность. На втором этапе (аналог внешнего максимума в максимине) находится равновесие по Нэшу в «игре гарантий», полученной при подстановке в функции выигрыша найденных ранее неопределенностей. Сильно гарантированное равновесие построено в явном виде, определены достаточные условия существования указанного решения.

Ключевые слова: гарантированное равновесие; бескоалиционная игра; игра при неопределенности; дуополия Бертрана.

Введение

Одна из классических моделей ценообразования в условиях олигополии была предложена Джозефом Бертраном в 1883 г. в [1]. Основная идея этой работы в том, что производитель воздействует на рынок только путем формирования цены поставляемого товара. Современные исследователи многократно возвращались к изучению различных вариантов олигополии Бертрана, ряд результатов, например в [2–4]. Так, в [5] рассмотрена дуополия Бертрана с учетом возможного появления импорта, и определено гарантированное по Парето равновесие. В настоящей работе для модели, впервые рассмотренной в [5], формализовано и построено сильно гарантированное равновесие, основанное на предложенном в [6] (аналог векторного максимина) понятии сильно гарантированного решения.

1. Модель Бертрана с учетом импорта

Рассматривается рынок, на котором конкурируют две фирмы I и II, производящие товар A и B соответственно. При этом A и B взаимозаменяемы (так называмые «товары – заменители», например яблочный сок двух различных марок). Стратегиями фирм (игроков на данном рынке) будет цена, назначаемая ими на свой товар. Считаем, что фирма I объявляет цену за единицу своего товара p_1, а фирма II – цену p_2. После объявления цен на рынке складывается спрос на каждый товар, предположим, линейный относительно объявленных цен. Одновременно с этим производители узнают о выходе на рынок третьего продавца – импортера аналогичного товара C (например, третья марка сока вдобавок к двум уже имеющимся на рынке). О ценовой политике импортера и целях его выхода на рынок производители не имеют никакой информации. Возможно, он пытается захватить долю рынка, а может быть, желает «насолить» игрокам, снижая цены, или преследует еще какие-нибудь, известные только ему цели. Цена товара y, которую установит импортер, формирующий неопределенность игрокам неизвестна (можно утверждать только то, что она примет некоторое неотрицательное значение $y \geqslant 0$).

Выбирая свою стратегию (цену p_i за единицу производимого товара) производитель под номером i ($i = 1, 2$) должен учитывать не только действия конкурента, но и возможность реализации любого, заранее не предсказуемого, значения неопределенности y — цены, объявляемой импортером.

Пусть фирма I объявляет цену за единицу своего товара p_1, а фирма II – цену p_2. В результате назначения производителями цен на предлагаемые ими товары на рынке складывается ситуация $(p_1, p_2) \in \mathrm{P} = \mathrm{P}_1 \times \mathrm{P}_2$. Одновременно с этим, и независимо от решения производителей, реализуется конкретное значение неопределенности y – цена, назначаемая импортером. Будем считать, что спрос (складывающийся на рынке после объявления цен производителями (p_1, p_2) и импортером (y)) линейно зависит от цен. При этом коэффициент эластичности спроса по цене равен l_1, а по цене на товар – заменитель l_2 ($l_1 > l_2$). Спрос на «бесплатный» товар – q. Тогда функция спроса на товар первого производителя будет

$$Q_1(p_1, p_2, y) = q - l_1 p_1 + l_2 y + l_2 p_2 = q - l_1 p_1 + l_2(p_2 + y).$$

Соответственно спрос, предъявляемый на товар второго производителя, примет вид

$$Q_2(p_1, p_2, y) = q - l_1 p_2 + l_2(p_1 + y).$$

Полагаем, что себестоимость единицы товара обеих марок одинакова, и составляет c. Тогда функция — прибыль, получаемая первым производителем, составит

$$f_1(p_1, p_2, y) = Q_1(p_1, p_2, y)(p_1 - c) = [q - l_1 p_1 + l_2(p_2 + y)]\,(p_1 - c), \tag{1}$$

вторым —

$$f_2(p_1, p_2, y) = Q_2(p_1, p_2, y)(p_2 - c) = [q - l_1 p_2 + l_2(p_1 + y)]\,(p_2 - c). \tag{2}$$

Производители самостоятельно, не заключая договоренностей друг с другом, определяют цену на свой товар, стремясь при этом к получению как можно большей прибыли. При этом, принимая решение, они должны учитывать возможность реализации любого неотрицательного значения неопределенности y — цены импорта.

Математической моделью рассматриваемой дуополии может служить бескоалиционная игра при неопределенности

$$\langle \{1, 2\}, \{\mathrm{P}_i\}_{i=1,2}, \mathrm{Y}, \{\Phi_i(p_1, p_2, y)\}_{i=1,2} \rangle. \tag{3}$$

Здесь 1 и 2 – порядковые номера игроков – производителей, стратегиями которых является формирование цены $p_i \in \mathrm{P}_i = [0, +\infty)$ ($i = 1, 2$), множество $\mathrm{Y} = [0, +\infty)$ неопределенностей y, функция выигрыша i-го игрока $\Phi_i(p_1, p_2, y)$ ($i = 1, 2$), следуя принципу гарантированного результата Ю.Б. Гермейера, представляет собой сумму получаемой им прибыли $f_i(p_1, p_2, y)$ и слагаемого $\frac{y^2}{2}$, а именно,

$$\begin{aligned} \Phi_1(p_1, p_2, y) &= [q - l_1 p_1 + l_2(p_2 + y)]\,(p_1 - c) + \frac{y^2}{2}, \\ \Phi_2(p_1, p_2, y) &= [q - l_1 p_2 + l_2(p_1 + y)]\,(p_2 - c) + \frac{y^2}{2}. \end{aligned} \tag{4}$$

Замечание 1. Появление последнего слагаемого в (4) можно объяснить и следующим образом. Для каждого игрока ($i = 1, 2$) фактически рассматривается двухкритериальная задача: первый критерий — это его прибыль $f_i(p_1, p_2, y)$, второй связан с идеями принципа гарантированного результата: принимать i-му игроку решения рекомендуется в условиях, когда неопределенность «стремится максимально напортить жизнь» этому игроку, то есть принимает «самые большие» из возможных значений. Эта рекомендация и приводит ко второму критерию $\frac{y^2}{2}$, который i-ый игрок также стремится увеличить. Итак, в двухкритериальной задаче, возникающей для каждого игрока, у него 2 критерия, которые он желает увеличить – прибыль и $\frac{y^2}{2}$. Линейная их свертка с положительными коэффициентами (здесь единицы) и приводит к (4), а чтобы для оговариваемой двухкритериальной задачи добиться максимума по Парето, то достаточно эту линейную свертку максимизировать.

Итак, игра проходит следующим образом. Игроки самостоятельно, не вступая в коалицию, определяют свои стратегии p_i $(i = 1, 2)$, в результате чего складывается ситуация $p = (p_1, p_2) \in \mathrm{P} = \mathrm{P}_1 \times \mathrm{P}_2$. Одновременно с этим и независимо от действий игроков реализуется конкретное значение неопределенности y. В результате образуется пара (p, y). На множестве всех таких пар $\mathrm{P} \times \mathrm{Y}$ определена функция выигрыша i-го игрока $(i = 1, 2)$, введенная в (4). Значение функций $\Phi_i(p_1, p_2, y)$ на реализовавшейся паре (p, y) есть выигрыш игрока i, а значение $f_i(p_1, p_2, y)$ соответствующая его прибыль.

Определение 1. *Сильно гарантированным равновесием* (*СГР*) *игры* (3) *является тройка* $(p^e, \Phi_1^e, \Phi_2^e) \in \mathrm{P} \times \mathrm{R}^2$, *для которой существуют две непрерывные на* P *скалярные функции* $y^{(i)}(p) : \mathrm{P} \to \mathrm{Y}$ $(i = 1, 2)$ *такие, что*

во-первых, для всех $p \in \mathrm{P}$

$$\Phi_i(p, y^{(i)}(p)) = \min_{y \in \mathrm{Y}} \Phi_i(p, y) = \Phi_i[p] \quad (i = 1, 2); \tag{5}$$

во-вторых, ситуация $p^e = (p_1^e, p_2^e)$ *равновесна по Нэшу в «игре гарантий»*,

$$\langle \{1, 2\}, \{\mathrm{P}_i\}_{i=1,2}, \{\Phi_i(p_1, p_2, y^{(i)}(p_1, p_2))\}_{i=1,2} \rangle, \tag{6}$$

полученной при подстановке в (3) *вместо неопределенности ее реализаций* $y^{(i)}(p)$ $(i = 1, 2)$.

При этом p^e *есть сильно гарантирующая ситуация, а* $\Phi_i^e = \Phi_i(p^e, y_P(p^e))$ — *соответствующая ей векторная гарантия.*

Замечание 2. Формализация решения здесь основана на построении «аналога максимина», а именно операция внутреннего минимума в максимине заменена на нахождение функций, доставляющих минимумы в задаче (5), а операция внешнего максимума — на построении ситуации равновесия по Нэшу.

Определение 2. *Сильно гарантированным равновесием* (*СГР*) *дуополии Бертрана с учетом импорта назовем тройку* (p^e, f_1^e, f_2^e), *где сильно гарантирующая ситуация* $p^e = (p_1^e, p_2^e)$ *та же, что и в СГР игры* (3), *а* $f_i^e = f_i(p^e, y_P(p^e))$ *есть соответствующая гарантированноая прибыль* i*-й фирмы.*

2. Построение сильно гарантированного равновесия

Далее, при построении СГР дуополии Бертрана с учетом импорта, воспользуемся следующим алгоритмом, диктуемым определением сильно гарантированного равновесия.

Этап 1. Применив (5), построить две непрерывные функции $y^{(1)}(p)$ и $y^{(2)}(p)$. Затем сконструировать функции $\Phi_i[p] = \Phi_i(p, y^{(i)}(p))$ $(i = 1, 2)$.

Этап 2. Найти ситуацию $p^e = (p_1^e, p_2^e)$, равновесную по Нэшу в «игре гарантий» (6).

Этап 3. Подставив p^e и $y^{(i)}(p^e)$ $(i = 1, 2)$ в (1) и (2) соответственно, вычислить гарантированную прибыль i-го игрока $f_i^e = f_i(p^e, y_P(p^e))$ $(i = 1, 2)$.

2.1. Нахождение внутреннего минимума

Имеет место следующее

Утверждение 1. *Неопределенность*

$$y^{(i)}(p_1, p_2) \;=\; l_2(c - p_i) \quad (i = 1, 2)$$

доставляет минимум в (5) *при каждой ситуации* $p = (p_1, p_2) \in [0, +\infty)^2$.

Доказательство. Рассмотрим функцию (3), а именно

$$\Phi_i(p, y) = f_i(p, y) + \frac{y^2}{2} = [q - l_1 p_i + l_2(p_j + y)]\,(p_i - c) + \frac{y^2}{2} \quad (i, j = 1, 2; i \neq j).$$

Минимальное значение функции для каждого фиксированного $p = (p_1, p_2) \in \mathrm{P}$ достигается при $y^{(i)}(p) = \frac{c - p_i}{2}$ $(i = 1, 2)$, поскольку

$$\left.\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right|_{y = y^{(i)}(p)} = l_2(p_i - c) + y^{(i)}(p) = 0$$

и

$$\left.\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2}\right|_{y = y^{(i)}(p)} = 1 \;>\; 0.$$

$\square$

Используя найденные в утверждении 1 неопределенности $y^{(i)}(p_1, p_2) \;=\; l_2(c - p_i)$ $(i = 1, 2)$, запишем в явном виде «гарантии» $\Phi_i[p]$:

$$\Phi_i[p] = \Phi_i(p, y^{(i)}(p)) = [q - l_1 p_i + l_2 p_j]\,(p_i - c) - \frac{l_2^2}{2}(p_i - c)^2 \quad (i, j = 1, 2; i \neq j). \tag{7}$$

2.2. Равновесие по Нэшу в «игре гарантий»

Далее рассмотрим игру гарантий (6), функции выигрыша $\Phi_i[p]$ в которой определены в (7). Ситуация $p^e = (p_1^e, p_2^e)$ будет равновесной по Нэшу в этой игре, если для всех $p_1 \in \mathrm{P}_1$ и $p_2 \in \mathrm{P}_2$ верна система из двух неравнств

$$\begin{aligned} \Phi_1[p_1^e, p_2] \;&\leqslant\; \Phi_1[p_1^e, p_2^e], \\ \Phi_2[p_1, p_2^e, y) \;&\leqslant\; \Phi_2[p_1^e, p_2^e]. \end{aligned}$$

Утверждение 2. *При* $l_1 > l_2 > 0$ *ситуация равновесия по Нэшу в* $(6), (7)$ *имеет вид*

$$p^e = (p_1^e, p_2^e) = \left(\frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2}, \frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2} \right).$$

Доказательство. Достаточные условия существования ситуации равновесия по Нэшу $p^e =$ $= (p_1^e, p_2^e)$ в игре (6) с функциями выигрыша (7) можно свести к выполнению четырех требований

$$\left.\frac{\partial \Phi_1}{\partial p_1}\right|_{p = p^e} = -l_1(p_1^e - c) + q - l_1 p_1^e + l_2 p_2^e - l_2^2(p_1^e - c) = 0, \tag{8}$$

$$\left.\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial p_1^2}\right|_{p = p^e} = -2l_1 - l_2^2 < 0, \tag{9}$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_2}{\partial p_2}\right|_{p = p^e} = -l_1(p_2^e 1 - c) + q - l_1 p_2^e + l_2 p_1^e - l_2^2(p_2^e - c) = 0, \tag{10}$$

$$\left.\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial p_2^2}\right|_{p=p^e} = -2l_1 - l_2^2 < 0. \tag{11}$$

Условия (9) и (11) имеют место в силу $l_1 > 0$, а равенства (8), (10) представляют собой систему из двух неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} \left(2l_1 + l_2^2\right) p_1^e - l_2 p_2^e = q + c(l_1 + l_2^2), \\ -l_2 p_1^e + \left(2l_1 + l_2^2\right) p_2^e = q + c(l_1 + l_2^2). \end{cases} \tag{12}$$

Определитель этой системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2l_1 + l_2^2 & -l_2 \\ -l_2 & 2l_1 + l_2^2 \end{vmatrix} = \left(2l_1 + l_2^2\right)^2 - l_2^2 = (2l_1 + l_2 + l_2^2)(2l_1 - l_2 + l_2^2),$$

при этом $\Delta \neq 0$, поскольку $l_1 > l_2$ и $l_2 > 0$.

Вычислив определители

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} q + c(l_1 + l_2^2) & -l_2 \\ q + c(l_1 + l_2^2) & 2l_1 + l_2^2 \end{vmatrix} = \left[q + c(l_1 + l_2^2)\right] \begin{vmatrix} 1 & -l_2 \\ 1 & 2l_1 + l_2^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[q + c(l_1 + l_2^2)\right]\left(2l_1 + l_2 + l_2^2\right)$$

и

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2l_1 + l_2^2 & q + c(l_1 + l_2^2) \\ -l_2 & q + c(l_1 + l_2^2) \end{vmatrix} = \left[q + c(l_1 + l_2^2)\right] \begin{vmatrix} 2l_1 + l_2^2 & 1 \\ -l_2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[q + c(l_1 + l_2^2)\right]\left(2l_1 + l_2 + l_2^2\right),$$

получим решение системы (12) в виде

$$p_i^e = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\left[q + c(l_1 + l_2^2)\right]\left(2l_1 + l_2 + l_2^2\right)}{\left(2l_1 - l_2 + l_2^2\right)\left(2l_1 + l_2 + l_2^2\right)} = \frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2} \quad (i = 1, 2).$$

$\square$

2.3. Нахождение гарантированных прибылей

Во-первых, непосредственной подстановкой $p^e = (p_1^e, p_2^e)$ в $y^{(i)}(p) = l_2(c - p_i)$ $(i = 1, 2)$ убедимся, что $y^{(i)}(p_1^e, p_2^e) = l_2 \frac{cl_1 - cl_2 - q}{2l_1 - l_2 + l_2^2}$.

Во-вторых, подставив

$$p^e = (p_1^e, p_2^e) = \left(\frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2}, \frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2}\right)$$

и $y_P(p_1^e, p_2^e) = l_2 \frac{cl_1 - cl_2 - q}{2l_1 - l_2 + l_2^2}$ в (2.4.3) и (2.4.4), определим соответствующие прибыли игроков

$$f_1^e = f_1(p_1^e, p_2^e, y_P(p_1^e, p_2^e)) =$$

$$= \left[q - l_1 p_1^e + l_2(p_2^e + y_P(p_1^e, p_2^e))\right](p_1^e - c) = l_1 \frac{\left[q + c(l_2 - l_1)\right]^2}{(2l_1 - l_2 + l_2^2)^2},$$

$$f_2^e = f_2(p_1^e, p_2^e, y_P(p_1^e, p_2^e)) =$$

$$= \left[q - l_1 p_2^e + l_2(p_1^e + y_P(p_1^e, p_2^e))\right](p_2^e - c) = l_1 \frac{\left[q + c(l_2 - l_1)\right]^2}{(2l_1 - l_2 + l_2^2)^2}.$$

Таким образом, имеет место следующее

Утверждение 3. *Сильно гарантированное равновесие в дуополии Бертрана с учетом импорта при* $l_1 > l_2 > 0$ *есть тройка* (p^e, f_1^e, f_2^e)*, где*

$$p^{\,e} = (p_1^e, p_2^e) = \left(\frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2}, \frac{q + c(l_1 + l_2^2)}{2l_1 - l_2 + l_2^2} \right),$$

а соответствующая прибыль i*-й фирмы будет*

$$f_i^e = l_1 \frac{[q + c(l_2 - l_1)]^2}{(2l_1 - l_2 + l_2^2)^2} \quad (i = 1, 2).$$

Замечание 3. Следует заметить, что, как правило, сильно гарантированное равновесие дает более низкие гарантии по сравнению с гарантированным по Парето равновесием. Это связано с тем, что при построении СГР каждый игрок ориентируется на «самую плохую для себя» реализацию неопределенных факторов, а при построении Парето гарантированного равновесия — только на векторный минимум. Однако для рассмотренной модели эти решения совпадали, однако существенные различия проявились в условиях существования указанных решений. А именно, при значениях коэффициента эластичности $l_1 \leqslant \frac{1}{8}$ гарантированного по Парето равновесия (из [5]) не существует, однако при этих условиях было построено сильно гарантированное равновесие, доставляющее при $l_1 > \frac{1}{8}$ гарантии по исходам, равные гарантиям в гарантированном по Парето равновесии.

Литература

1. Bertrand, J. Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses // J. de Savants. – 1883. – V. 67. – P. 499–508.

2. Vives, X. On the Efficiency of Bertrand and Cournot Equilibria with Product Differentiation // J. of Economic Theory. – 1985. – V. 36, – P. 166–175.

3. Zhang, J. Research on the Price Game Model for Four Oligarchs with Different Decision Rules and Its Chaos Control / J. Zhang, J. Ma // Nonlinear Dynamics. – 2012. – V. 70, № 1. – P. 323–334.

4. Symeonidis G. Price and Non-Price Competition with Endogenous Market Structure // J. of Economics and Management Strategy. – 2000. – V. 9. – P. 53–83.

5. Жуковский, В.И. Гарантированные решения конфликтов и их приложения / В.И. Жуковский, К.Н. Кудрявцев, Л.В. Смирнова. – М.: URSS, КРАСАНД, 2013.

6. Жуковский, В.И. Уравновешивание конфликтов при неопределенности. II. Аналог максимина / В.И. Жуковский, К.Н. Кудрявцев // Математическая теория игр и ее приложения. – 2013. – Т. 5, № 2. – С. 3–45.

Альмира Амировна Мансурова, кафедра «Общенаучные и экономические дисциплины», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация).

Ирина Станиславовна Стабулит, кафедра «Математика», Челябинская государственная агроинженерная академия (г. Челябинск, Российская Федерация), irisku76@mail.ru.

Светлана Александровна Шунайлова, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра «Математический и функциональный анализ», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), shunsa@mail.ru.

Bulletin of the South Ural State University.
Series «Mathematical Modelling, Programming & Computer Software»,
2013, vol. 6, no. 4, pp. 48–54.

MSC 91A10

One Guaranteed Equilibrium in Bertrand Duopoly under Uncertainty

A.A. Mansurova, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,
I.S. Stabulit, Chelyabinsk State Academy of Agroengineering, Chelyabinsk, Russian Federation, irisku76@mail.ru**,**
S.A. Shunaylova, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, shunsa@mail.ru

This paper considers Bertrand duopoly on a market of a differentiated product taking into account possible import. The price which is assigned for importers is nonstochastic uncertainty. The model of the duopoly is formalized as a non-cooperative two-person game under uncertainty. When the players choose their strategies, they tend to increase the price but they are guided by the value of uncertainty. The decision of the game is given as a strongly guaranteed equilibrium. It is based on the concept of an analog of a vector maximin. In the first stage (the analog of the interior minimum in the maximin) a continuous function is constructed for each player. This function is connected with the worst uncertainty. In the second stage (the analog of the exterior maximum in the maximin) Nash equilibrium is seen in «Guarantees game». «Guarantees game» is obtained after substitution uncertainties found earlier in the payoff functions. The strongly guaranteed equilibrium is built in an explicit form. The sufficient conditions for the existence of such decision are defined.

Keywords: guaranteed equilibrium; non-cooperative game; game under uncertainty; Bertrand duopoly.

References

1. Bertrand J. Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses. *J. de Savants,* 1883, vol. 67, pp. 499–508.
2. Vives X. On the Efficiency of Bertrand and Cournot Equilibria with Product Differentiation. *J of Economic Theory,* 1985, vol. 36, pp. 166–175.
3. Zhang J., Ma J. Research on the Price Game Model for Four Oligarchs with Different Decision Rules and Its Chaos Control. *Nonlinear Dynamics,* 2012, vol. 70, no. 1, pp. 323–334.
4. Symeonidis G. Price and Non-Price Competition with Endogenous Market Structure. *J. of Economics and Management Strategy,* 2000, vol. 9, pp. 53–83.
5. Zhukovskiy V.I., Kudryavtsev K.N., Smirnova L.V. *Garantirovannye resheniya v konfliktakh i ikh prilozheniya* [Guaranteed Solutions of Conflicts and Their Applications]. Moscow, URSS, 2013.
6. Zhukovskiy V.I., Kudryavtsev K.N. Equilibring Conflicts under Uncertainty. Analogue of a Maximin [Uravnoveshivanie konfliktov pri neopredelennosti. Analog maksimina]. *Matematicheskaya Teoriya Igr i Ee Prilozheniya*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 3–45.

Поступила в редакцию 15 мая 2013 г.